

論文 90-27-10-1

멀티톤 재밍을 고려한 비동기 FH/FSK 성능 분석에 관한 연구

(A Study on the Performance Noncoherent FH/FSK Including Multitone Jamming)

安 重 守*, 朴 鎮 秀**

(Jung Soo Ahn and Jin Soo Park)

要 約

잡음과 멀티톤 재밍이 있을때 비동기 주파수 도약 FSK(noncoherent frequency hopping/FSK) 시스템의 성능을 분석한다. 랜덤과 조직적 재밍은 멀티톤 재밍을 모델로 생각하였으며, 확률 밀도 함수는 최악의 방해신호하에서 재밍톤 수, 재밍 대 신호전력비, 재밍 신호 위상, 그리고 1개의 톤 재밍 전력 대 신호 전력비를 변수로 하여 각각에 대한 오율을 정의하고 최적 결정 룰에 적용하였다. 그 결과 한 개의 재밍톤 전력 대신호 전력이 1일때 오율이 최대가 되며 또한 랜덤과 조직적 재밍에서의 오율 성능이 거의 같음을 알 수 있음을 보였다.

Abstract

The performance of noncoherent FH/FSK system in the presence of multitone jamming and noise is analyzed. Random and the structured jammings are considered as a multitone jamming model. The probability density function is derived and then optimum decision rule is applied to determine error probability of each cases. As a result, error probabilities of random and structured multitone jamming are shown as a function of number of jamming tones, jamming to signal power ratio, jamming signal phase and one jamming tone power to signal power ratio under Worst-case Jamming interference. It is found that error probability is maximam when one jamming tone power to signal power ratio is 1. Also we know that error performance of random and structured jamming is almost equal.

I. 서 론

*正會員, 忠州工業專門大學 電子科
(Dept. of Elec. Chungju Technical Junior College)

**正會員, 淸州大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Cheongju Univ.)

接受日字: 1990年 4月 13日

확산 대역 통신(spread spectrum communication)은 원래 보내려고 하는 데이터의 주파수 대역폭보다 훨씬 더 넓은 주파수 대역폭을 가지고 통신하는 방식이다.^{[1][2][3][4]}

주파수 대역의 확산은 주로 장치구성이 쉽고 송신

기의 동기를 이룰 수 있는 PN(pseudo-noise) 부호를 사용하며 이 부호의 사용으로 송신 신호의 대역폭이 넓어지며 수신측에서도 같은 PN 부호를 사용하여 역확산(despreading)하므로 원래의 신호를 검출해 낼 수 있다.

이러한 확산 대역(spread spectrum) 통신에는 확산시키는 방법에 따라 크게 직접확산(direct sequence), 주파수 도약(frequency-hopping), 시간 도약(time hopping) 방식등과 이들을 조합한 방식이 이용되고 있다.^{[1][2]} 이 중에서 FH(frequency hopping) 방식은 DS(direct sequence)에 비해 포락 시간(acquisition time)이 짧고 대역확산을 크게 할 수 있다는 장점이 있고, 부호 분할 다중 접근(code division multiple access) 및 고정밀 거리 측정 장치에까지 활용되고 있으며, 근래에는 유선통신에 까지 그 사용 영역이 확대되고 있다.^[2]

또한 이 방식은 PN 부호에 의해 주파수가 랜덤(random)하게 되므로 인위적인 간섭과(jamming interference)에 대한 보호기능 및 도청자로부터의 메시지 보호기능 등 비화성이 강하여, 통신기의 복잡성과 수신기에서 동기의 어려움이 있음에도 불구하고 군사 및 위성통신등에 널리 이용되고 있다.

본 연구에서는 비동기 FH/FSK(noncoherent frequency-hopping/FSK) 시스템이 잡음과 최악의 경우(worst-case)에서 멀티톤 재밍신호의 영향을 받고 있을때 시스템의 성능을 분석하였으며, 특히 랜덤 멀티톤 재밍과 조직적 멀티톤 재밍^[3]이 있을 경우로 나누어 최악의 경우의 오율(error probability)을 구하고 그에 따른 성능을 비교 검토하였다.

II. 시스템의 개요

본 연구에서 통신 시스템은 2진 데이터 계열(binary data sequence)의 정보를 2진 FSK에 의해 보내는 것으로 한다. 채널에서의 잡음은 전력 스펙트럼 밀도가 $N_0/2$ 인 A. W. G. N.(additive white gaussian noise)이며 N_0 는 단측과 전력 스펙트럼 밀도(single-sided power spectral density)이다.^{[3][4]}

재밍에는 크게 부분 대역 가우시안 재밍(partial-band gaussian jamming)과 멀티톤 재밍으로 나누며 부분 대역 재밍은 J/W_j (J :jamming power, W_j :전 대역에서 재밍이 걸리는 주파수 대역)의 전력 밀도 함수를 가지고 일정한 주파수 대역 $\rho(=W_j/W_{ss})$ 의 비로 방해 신호를 가해 주게 되며 멀티톤 재밍의 경우는 주파수의 각 칩(chip)에 재밍신호를 걸어주게 된다.^[4]

따라서 인위적 방해자가 신호의 각 칩 간격을 알고 있는 경우 톤 재밍이 부분대역 가우시안 재밍보다 더 큰 오율을 발생시키게 된다. 여기서 채널은 가우스 잡음과 톤 재밍에 의해 영향을 받고 있다. 그러한 재밍간섭의 영향을 줄이거나 대처하기 위하여 통신자는 대역폭 W (Hz)의 FH시스템을 사용하게 되며 다음과 같은 프로세스 이득을 얻게 된다.^[6]

$$PG = \frac{W}{R_b} \quad W \gg R_b$$

그림 1은 랜덤과 조직적 멀티톤 재밍의 분포도로 랜덤 재밍은 재머가 전 주파수 대역에 걸쳐 임의로(random) 톤 재밍을 걸어주고 Structured 재밍은 재밍이 걸리는 슬롯(slot)에 한개의 톤 재밍이 걸리는 것이다.

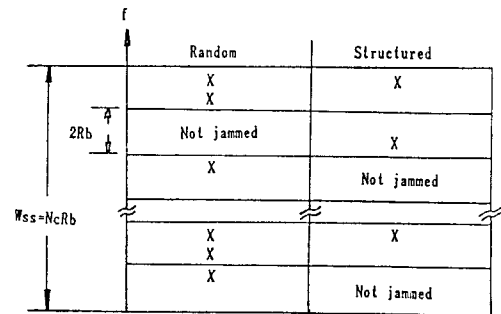


그림 1. 랜덤과 조직적 멀티톤 재밍 전략 (W_{ss} :전 주파수 대역, R_b :Source sequence의 bit rate)

Fig. 1. The strategy of the random and the multitone jamming.

재밍 신호는 총 J 의 전력으로 n 개의 재밍톤을 주파수에 분포시키게 된다. 여기서 재밍 전력과 신호 전력과의 관계를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$\frac{J}{n_j} = \frac{S}{\alpha} \tag{1}$$

J :제한된 전체 재밍 전력

n_j :재밍톤 수

S :신호 전력

α :신호 전력과 1개의 재밍톤 전력과의 비($0 < \alpha \leq 1$)

또 멀티톤 재밍은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$J(t) = \sqrt{\frac{2J}{n_J}} \sum_{n=1}^{n_J} \text{COS}(\omega_n t + \phi) \quad (2)$$

J : 전체 평균 재밍 전력
 n_J : 재밍 톤 수
 ω_n : 재밍 신호 주파수
 φ : 재밍 신호 위상

여기서 φ는 0과 2π구간에서 독립적이고 일정(uniform)하게 분포되어 있다. 따라서 FH/FSK의 신호 파형은 다음과 같이 된다.

$$S_1(t) = \sqrt{2S} \text{COS}(\omega_n + \omega_s)t \quad nT < t \leq (n+1)T$$

$$S_2(t) = \sqrt{2S} \text{COS}(\omega_n + \omega_s)t \quad n: \text{정수} \quad (3)$$

S : 평균 신호 전력
 ω_n : 도약 주파수
 ω_s : 신호 주파수

도약 속도와 신호의 비트 비율(bit rate)은 같으며 신호 주파수 ω_s는 i=1과 2로 다음과 같이 정의한다.

$$S_1(t) = \sqrt{2S} \text{COS}(\omega_n + \omega_s)t \quad \text{"Mark"}$$

$$S_2(t) = \sqrt{2S} \text{COS}(\omega_n + \omega_s)t \quad \text{"Space"} \quad (4)$$

그림 2는 송신기의 블럭도로 T동안 FSK변조기를 통해 나온 마크(mark) 신호(f1)나 스페이스(space) 신호(f2)가 주파수 합성기에 의해서 생성된 도약 주파수 f와 믹서(mixer)에서 더하여져 대역폭이 ω_n 대역 여파기(BPF)를 통과하여 채널로 전송된다. 그림 3은 수신기의 블럭도로 역 도약된 후 수신된 신호 r(t)는 다음과 같이 표현될 수 있다.⁹⁾

$$r(t) = \begin{cases} S(t) + n(t) + J(t) & : \text{재밍신호가 있는 경우} \\ S(t) + n(t) & : \text{재밍신호가 없는 경우} \end{cases} \quad (5)$$

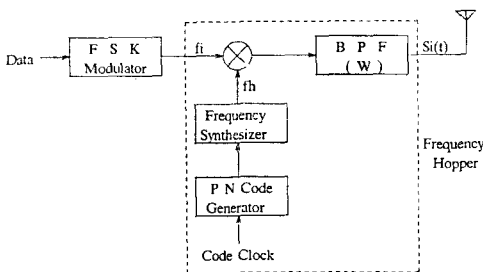


그림 2. FH/BFSK 송신기 블럭도
 Fig. 2. Block diagram of FH/BFSK transmitter.

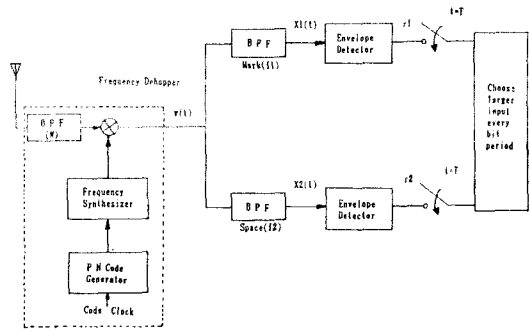


그림 3. 비동기 FH/BFSK 수신기 블럭도
 Fig. 3. The block diagram of noncoherent FH/BFSK receiver.

III. 잡음과 재밍 신호하에서 시스템의 오율

FH/FSK의 채널에서 발생할 수 있는 재밍신호에 대해 각기 다른 3가지 경우를 생각할 수 있다.
 (1) FH채널에 어떤 재밍 신호도 없을 경우, 이때는 단지 잡음에 의해서만이 영향을 받게 된다.
 (2) FH채널에 단 한개의 재밍 신호가 있을 경우
 (3) FH채널에 2개의 재밍 신호가 있을 경우
 각각의 경우에 대한 오율을 다음과 같이 정의한다.

P₀(e) : 재밍톤이 없을 경우의 오율(error probability)
 P₁(e) : 재밍톤이 한개 일때의 오율(error probability)
 P₂(e) : 재밍톤이 두개 일때의 오율(error probability)

우선 P₁(e) 경우 재밍 신호는 S₁에 겹쳐졌다(hit)고 가정하고 S₁을 보냈을 때와 S₂를 보냈을 때로 구분하여 계산한다. 1개의 재밍톤이 있을때의 오율 P₁(e)는 다음과 같다. (부록)

$$P_1(e) = \frac{1}{2} P(e|S_1) + \frac{1}{2} P(e|S_2)$$

$$= \frac{1}{4} \text{EXP} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{S}{N_0} + \frac{J}{N_0 n_J} \right) \right]$$

$$\left[\text{EXP} \left[-\sqrt{\frac{S}{N_0}} \sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}} \text{COS} \phi \right] - I_0 \left[\sqrt{\frac{S}{N_0}} + \sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}} \right] \right]$$

$$+ \frac{1}{2} Q \left[\sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}} \sqrt{\frac{S}{N_0}} \right] \quad (6)$$

Marcum's의 Q 함수^{[12][14]}는 다음과 같이 정의된다.

$$Q_M(a, b) = \frac{1}{a^{M-1}} \int_b^\infty X^M \text{EXP} \left[-\frac{(X^2 + a^2)}{2} \right] I_{M-1}(ax) dx \quad (7)$$

여기서 I₀(X) = $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{EXP}[X \text{COS}(\theta)] d(\theta)$

Slot에 1개의 jamming tone도 없을 경우 $P_0(e)$ 는 Gaussian noise만 있는 경우로 다음과 같이 된다.

$$P_0(e) = \frac{1}{2} \text{EXP} \left[\frac{-S}{2N_0} \right] \quad (8)$$

주파수 슬롯에 2개의 톤 재밍이 있는 경우의 오율 $P_2(e)$ 는 2개의 주파수 슬롯에 모두 재밍 신호가 존재하므로 신호 관점(통신자 입장)에서 볼때 전 주파수 대역에 걸쳐 재밍신호가 존재한다고 볼 수 있다. 또 재밍 신호는 특정한 주파수에서의 잡음 신호로 모델화 된다. 즉 $\sqrt{2J/n_J} \text{COS}(\omega t + \phi)$ 는 J/n_J 전력을 갖는 i 차 주파수 칩의 잡음이다. 그러므로 톤 재밍 신호가 2진 FSK에서 2개의 주파수대에 균일한 재밍 밀도로 걸린 경우 신호 관점에서는 $2J/n_J$ 단축과 전력 스펙트럼 밀도가 걸린 가우스 잡음으로 볼 수 있다.

$$J = \frac{N_J}{T} \quad (9)$$

N_J : 재밍 잡음 밀도

$1/T$: 대역 폭

J : 재밍 전력

$T=1$ 일 때 $J=N_J$ 이므로 $2J/n_J$ 의 단축과 밀도가 된다. 그러므로 $P_2(e)$ 는 다음과 같이 된다.

$$P_2(e) = \frac{1}{2} \text{EXP} \left[\frac{-n_J}{4(J/S)} \right] \quad (10)$$

IV. 랜덤 멀티톤 재밍

랜덤인 경우 전체 오율은 다음과 같이 된다.

$$P(e) = \beta_{n_0} P_0(e) + \beta_{n_1} P_1(e) + \beta_{n_2} P_2(e) \quad (11)$$

(1) β_{n_0} : 1개의 슬롯에 재밍톤이 하나도 없을 확률

$$\beta_{n_0} = \left[1 - \frac{n_J}{n_c} \right] \left[1 - \frac{n_J}{n_c - 1} \right] = \frac{n_c^2 - n_c - 2n_c n_J + n_J + n_J^2}{n_c^2 - n_c} \quad (12)$$

n_c : 전체 주파수 대역 (ω)에서 전체 칩 수

n_J : 전체 재밍 톤 수

여기서 M-ary FSK에서 전체 주파수 칩 수의 일반식은 다음과 같다.

$$n_c = \frac{\omega}{R_b / \log_2 M} \quad (13)$$

ω : 전체 주파수 대역 (Hz)

R_b : 비트 비율

n_c : 전체 주파수 칩 수

$R_b / \log_2 M$: 1칩의 주파수 간격

(2) β_{n_1} : 1개의 슬롯에 재밍톤이 1개 있을 확률

$$\beta_{n_1} = \frac{2n_J}{n_c} \left[1 - \frac{n_J}{n_c - 1} \right] = \frac{n_c n_J - 2n_J^2}{n_c^2 - n_c} \quad (14)$$

(3) β_{n_2} : 1개의 슬롯에 재밍톤이 2개 있을 확률

$$\beta_{n_2} = \frac{n_J}{n_c} \frac{n_J - 1}{n_c - 1} = \frac{n_J^2 - n_J}{n_c^2 - n_c} \quad (15)$$

여기서 $\beta_{n_0} + \beta_{n_1} + \beta_{n_2} = 1$

그러므로 랜덤 멀티톤 재밍에서의 오율은

$$\begin{aligned} P(e) &= \frac{n_c^2 - n_c - 2n_c n_J + n_J + n_J^2}{n_c^2 - n_c} \cdot \frac{1}{2} \text{EXP} \left[\frac{-S}{2N_0} \right] \\ &+ \frac{2n_c n_J - 2n_J^2}{n_c^2 - n_c} \left[\frac{1}{4} \text{EXP} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{S}{N_0} + \frac{J}{N_0 n_J} \right) \right] \right. \\ &\cdot \left. \left\{ \text{EXP} \left[-\sqrt{\frac{S}{N_0}} \sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}} \text{COS} \phi \right] - \text{Io} \left[\sqrt{\frac{S}{N_0}} \sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}} \right] \right\} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \text{Q} \left[\sqrt{\frac{J}{N_0 n_J}}, \sqrt{\frac{S}{N_0}} \right] \right] + \frac{n_J^2 - n_J}{n_c^2 - n_c} \cdot \frac{1}{2} \text{EXP} \left[\frac{-n_J}{4J/S} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 식(1)을 이용하면 $J/N_0 n_J = J/N_0 \cdot 1/(J/S) \alpha$ 이 된다.

즉 $P(e)$ 에서 $J/N_0 n_J$ 대신 $J/N_0 \cdot 1/(J/S) \alpha$ 을 대입하면 전체식은 $n_c, n_J, S/N, J/S, \alpha$ 의 함수로 표현이 된다.

V. 조직적 멀티톤 재밍

재밍은 재밍 신호가 걸리는 슬롯에 1개의 재밍톤을 걸게 된다. 그때 조직적 멀티톤 재밍의 전체 오율은 다음과 같이 된다.

$$P(e) = \beta_{n_0} P_0(e) + \beta_{n_1} P_1(e) \quad (17)$$

여기서 β_{n_1} 은 재밍톤이 슬롯당 1개가 걸릴 확률이고 식(18)과 같다.

$$\beta_{n_1} = \frac{n_J}{n_c^2 / 2} = \frac{2n_J}{n_c} \quad (18)$$

그리고 β_{n_0} 는 재밍톤이 1개도 걸리지 않을 확률이므로 식(19)와 같다.

$$\beta_{n_0} = 1 - \beta_{n_1} \frac{n_c - 2n_J}{n_c} \quad (19)$$

그런데 β_{n_2} 는 재밍톤이 2개 걸릴 확률이므로

$$\beta_{n_2} = 0 \quad (20)$$

이고, 따라서 전체 확률은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 P(e) = & \frac{n_c - 2n_j}{n_c} \cdot \frac{1}{2} \text{EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} \right] \\
 & + \frac{2n_j}{n_c} \left[\frac{1}{4} \text{EXP} \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{S}{N_0} + \frac{J}{N_0} \frac{1}{(J/S)\alpha} \right] \right] \right. \\
 & \cdot \left. \left\{ \text{EXP} \left[-\sqrt{\frac{S}{N_0} \frac{J}{N_0} \frac{1}{(J/S)\alpha}} \cos \phi \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. - I_0 \left[\sqrt{\frac{S}{N_0} \frac{J}{N_0} \frac{1}{(J/S)\alpha}} \right] + \frac{1}{2} Q \left[\sqrt{\frac{J}{N_0} \frac{1}{(J/S)\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{S}{N_0}} \right] \right\} \right]
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

VI. 시뮬레이션 검토 및 결과

결과에 대한 분석에서 S/N₀=7dB로 고정시켰다. n_c는 10⁴개로 하였으며 J/N₀은 S/N₀과 J/S에 의해 결정된다. 즉 P_e는 α, n_j, J/S, ϕ의 함수로 되며 여기서 ϕ에 대한 평균을 취한 결과와 최악의 경우의 재밍 위상에서의 결과가 1dB 가량의 차이가 생기므로 ϕ는 결과에 큰 영향을 주지 못한다. 실제로 그림4는 J/S=20dB일 때 α와 P_e와의 관계를 나타낸 것으로 ϕ=3π/4, π/2, π/4 일 때 P_e에 큰 차이가 없다.

그림4,5에서 α=1일때 최대 오율이 됨을 알 수 있다. 즉, 1개의 재밍톤 전력과 신호 전력이 같을때 오율은 최대가 된다. 여기서 α는 0과 1사이 존재한다.

그림6은 α=1, ϕ=π/2일 때 J/S와 P_e와의 관계를 나타낸 것으로 이것이 최악의 경우 멀티톤 재밍 오율의 그래프가 된다. 그림7은 최악의 경우에서 J/S와 재밍톤의 수 n_j와의 관계를 나타내고 있다. 특히 최악의 경우 멀티톤 재밍의 경우에서 J/S=25dB 이상일 때 오율이 급격히 증가하게 된다.

VII. 결 론

비동기 FH/FSK에서 잡음과 멀티톤 재밍이 있을 경우에 대해 정량적(quantitative)분석을 하였고, 랜덤과 조직적 멀티톤 재밍에 대한 각각의 오율을 J/S (Jamming to signal power ratio), n_j(Jamming tone수)와 α(1개의 Tone jamming power to signal power ratio)의 함수로 구했으며, 그 결과 오율은 재밍 신호 위상(α)에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있었다. 또 α=1일 때, 즉 1개의 재밍톤 전력과 신호 전력이 같을때 최악(worst-case)의 오율이 됨을 알 수 있다.

J/S=25dB 이상에서 오율은 크게 증가하며, 랜덤과 조직적 멀티톤 재밍 전략(strategy)에 무관하다. 즉, 랜덤과 조직적 멀티톤 재밍에서의 오율 성능은 거의 같음을 알 수 있다.

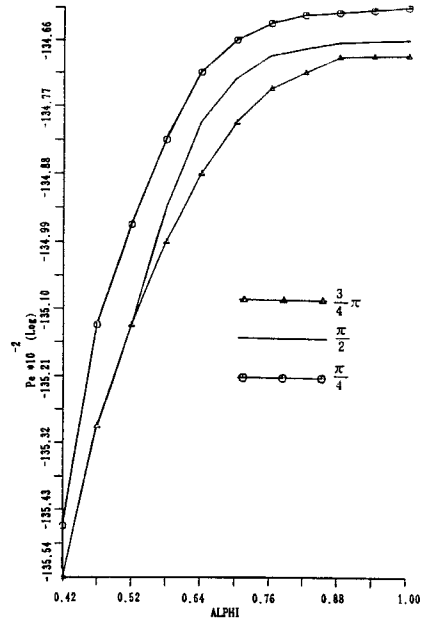


그림 4. 랜덤 멀티톤 재밍에서 α에 대한 오율 (J/S=20dB, S/N=7dB)

Fig. 4. Probability of error versus α in the random multitone jamming.

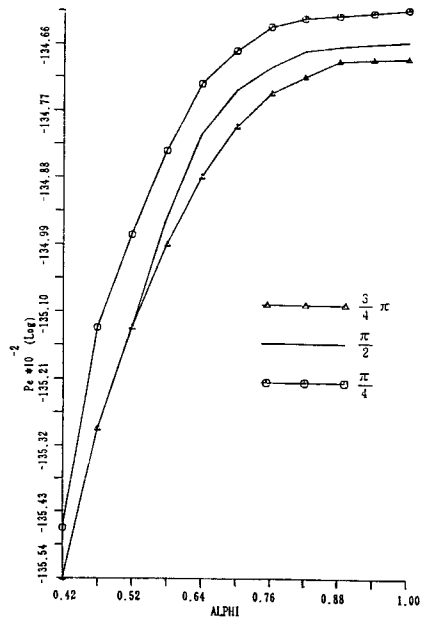


그림 5. 조직적 멀티톤 재밍에서 α에 대한 오율 (J/S=20dB, S/N=7dB)

Fig. 5. Probability of error versus α in the structured multitone jamming.

부 록

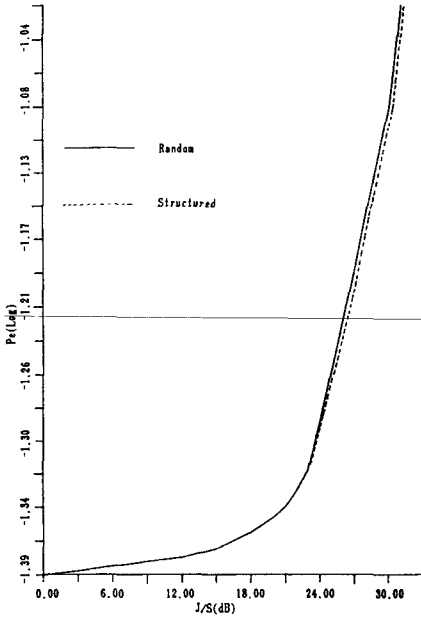


그림 6. 최악의 경우 멀티톤 재밍에서 J/S (dB)에 대한 오율
 ($\alpha=1, \phi=\pi/2, S/N=7\text{dB}$)
 Fig. 6. Probability of error versus J/S (dB) in the worst-case multitone jamming.

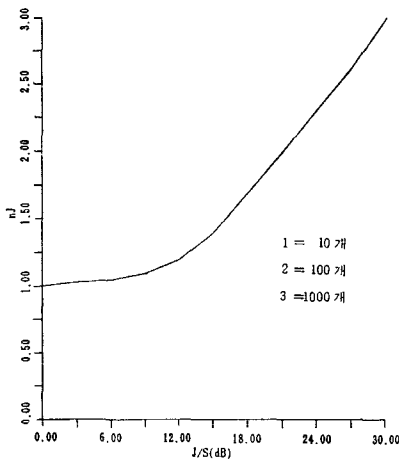


그림 7. 최악의 경우 멀티톤 재밍에서 J/S (dB)와 jamming tone 수 (n)와의 관계
 ($\alpha=1, \phi=\pi/2, S/N=7\text{dB}$)
 Fig. 7. Relation for J/S (dB) and the number of jamming tone in the worst-case multitone jamming.

1개의 재밍론이 있을때 오율 $P_1(e)$ 를 구하기 위해 jamming 신호는 S_1 에 겹쳐졌다(Hit) 가정하고 S_1 을 보냈을 때와 S_2 를 보냈을 때로 구분하여 계산한다. 첫째로 그림 3에서 S_1 을 보냈을 때 주파수가 역 확산(frequency dehoppping)되어 mark 대역 여파기(BPF)를 통과하여 나온 신호는 다음과 같다.

$$X_1(t) = S_1(t) + J_1(t) + n(t)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } S_1(t) &= \sqrt{S} \cos \omega_1 t \\ J_1(t) &= \sqrt{J/n_j} \cos(\omega_1 t + \phi) \\ n(t) &= n_{c1} \cos \omega_1 t - n_{s1} \sin \omega_1 t \end{aligned}$$

라 하면

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \sqrt{S} \cos \omega_1 t + \sqrt{J/n_j} \cos(\omega_1 t + \phi) + n_{c1} \cos \omega_1 t - n_{s1} \sin \omega_1 t \\ &= [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi + n_{c1}] \cos \omega_1 t - [\sqrt{J/n_j} \sin \phi + n_{s1}] \sin \omega_1 t \\ &= \sqrt{[\sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi + n_{c1}]^2 + [\sqrt{J/n_j} \sin \phi + n_{s1}]^2} \cos(\omega_1 t + \phi_1) \end{aligned}$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{[\sqrt{J/n_j} \sin \phi + n_{s1}]}{[\sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi + n_{c1}]}$$

이때 $t=T$ 에서 포락한 검파기(envelope detector)를 통과하여 나온 출력 r_1 은 다음과 같다.

$$r_1 = \sqrt{[\sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi + n_{c1}]^2 + [\sqrt{J/n_j} \sin \phi + n_{s1}]^2}$$

또, Space 대역 여파기(BPF)를 통과하여 나온 신호는 잡음 성분만 있게 되므로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} X_2(t) &= n_{c2} \cos \omega_2 t - n_{s2} \sin \omega_2 t \\ &= \sqrt{n_{c2}^2 + n_{s2}^2} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \\ \phi_2 &= \tan^{-1} \frac{n_{s2}}{n_{c2}} \end{aligned}$$

포락선 검파기 출력 r_2 는

$$r_2 = \sqrt{n_{c2}^2 + n_{s2}^2}$$

여기서 r_1 의 확률 밀도 함수(probability density function)를 구하기 위하여 r_1 을 다음과 같이 놓는다.

$$Z_1 = \sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi + n_{c1}$$

$$Z_2 = \sqrt{J/n_j} \sin \phi + n_{s1}$$

Z_1, Z_2 는 ϕ 가 given 상태일 때 Gaussian 분포를 갖는다.

$$E[Z_1] = \sqrt{S} + \sqrt{J/n_j} \cos \phi$$

$$\sigma_{z1}^2 = E[n_{c1}^2]$$

$$E[Z_2] = \sqrt{J/n_j} \sin \phi$$

$$\sigma_{z2}^2 = E[n_{s1}^2]$$

여기서 잡음의 power spectral density는 $N_0/2$ 이다.

Z_1, Z_2 는 서로 독립이고, Z_1, Z_2 의 Joint distribution 함수는

$$P(Z_1, Z_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \text{EXP} \left[-\frac{|Z_1 - [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi]|^2}{N_0} \right] \\ \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \text{EXP} \left[-\frac{|Z_2 - \sqrt{J/n_v} \text{SIN} \phi|^2}{N_0} \right] \\ = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \text{EXP} \left[-\frac{|Z_1 - [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi]|^2}{N_0} \right. \\ \left. + \frac{|Z_2 - \sqrt{J/n_v} \text{SIN} \phi|^2}{N_0} \right]$$

두개의 랜덤 변수 (random variable) 변환을 위해 jacobian을 사용한다.

$$Z_1 = r_1 \text{COS} \theta_1, \quad Z_2 = r_1 \text{SIN} \theta_1$$

$$|J| \begin{vmatrix} \frac{\partial Z_1}{\partial r_1} & \frac{\partial Z_1}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial Z_2}{\partial r_1} & \frac{\partial Z_2}{\partial \theta_1} \end{vmatrix} = r_1$$

$$P(r_1, \theta_1) = \frac{r_1}{\pi N_0} \\ \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 \text{COS}^2 \theta_1 + 2[\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi] r_1 \text{COS} \theta_1}{N_0} \right. \\ \left. - \frac{[\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi]^2}{N_0} \right] \\ \cdot \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 \text{SIN}^2 \theta_1 + 2r_1 \text{SIN} \theta_1 \sqrt{J/n_v} \text{SIN} \phi}{N_0} - \frac{J}{N_0} \text{SIN}^2 \phi \right]$$

$$P(r_1) = \int_0^{2\pi} P(r_1, \theta_1) d\theta_1 \\ = \frac{r_1}{\pi N_0} \int_0^{2\pi} \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 - [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi]^2 - \frac{J}{n_v} \text{SIN}^2 \phi}{N_0} \right] \\ \cdot \text{EXP} \left[\frac{r_1 [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi] \text{COS} \theta_1 + r_1 \sqrt{J/n_v} \text{SIN} \phi \text{SIN} \theta_1}{N_0/2} \right] d\theta_1 \\ = \frac{2r_1}{N_0} \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 - [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi]^2 - \frac{J}{n_v} \text{SIN}^2 \phi}{N_0} \right] \\ \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{EXP} \left[\frac{r_1 [\sqrt{S} + \sqrt{J/n_v} \text{COS} \phi] \text{COS} \theta_1 +}{N_0/2} \right. \\ \left. \frac{r_1 \sqrt{J/n_v} \text{SIN} \phi \text{SIN} \theta_1}{N_0/2} \right] d\theta_1 \\ = \frac{2r_1}{N_0} \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 - S - 2\sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi - \frac{J}{n_v}}{N_0} \right] \\ \cdot I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{S + 2 \cdot \sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi + \frac{J}{n_v}} \right]$$

$$\text{여기서 } I_0(X) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{EXP}[X \text{COS} \theta] d\theta$$

$I_0(X)$ 는 Zero-order modified bessel function of first kind이다. r_1 의 확률 밀도 함수 (probability density function)는 신호와 jamming 성분이 없으므로 다음과 같이 된다.

$$P(r_2) = \frac{2r_2}{N_0} \text{EXP} \left[-\frac{r_2^2}{N_0} \right]$$

그러므로 S_1 을 보냈을 때 오율 (error probability)은

$$P(e|S_1) = \int_0^\infty P(r_1) \int_{r_1}^\infty P(r_2) dr_2 dr_1 \\ = \int_0^\infty \frac{r_1}{N_0/2} \text{EXP} \left[\frac{-r_1^2 - S - 2\sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi - \frac{J}{n_v}}{N_0} \right] \\ \cdot I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{S + 2 \cdot \sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi + \frac{J}{n_v}} \right] \\ \cdot \int_{r_1}^\infty \frac{2r_2}{N_0} \text{EXP} \left[-\frac{r_2^2}{N_0} \right] dr_2 dr_1 = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{N_0/2}} \frac{r_1}{\sqrt{N_0/2}} \\ \text{EXP} \left[-\left[\frac{r_1}{\sqrt{N_0/2}} \right]^2 \right] \left[\frac{\sqrt{S + 2 \cdot \sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi + \frac{J}{n_v}}}{\sqrt{N_0/2}} \right] \\ \cdot I_0 \left[\frac{r_1}{\sqrt{N_0/2}} \frac{\sqrt{\sqrt{S} + 2 \cdot \sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi + \frac{J}{n_v}}}{\sqrt{N_0/2}} \right] \\ \cdot \int_{r_1}^\infty \frac{1}{\sqrt{N_0/2}} \frac{r_2}{\sqrt{N_0/2}} \text{EXP} \left[-\frac{\left[\frac{r_2}{\sqrt{N_0/2}} \right]^2}{2} \right] dr_2 dr_1$$

여기서 $X = \frac{r_1}{\sqrt{N_0/2}}, \alpha = \frac{\sqrt{S + 2 \cdot \sqrt{S \cdot J/n_v} \text{COS} \phi + \frac{J}{n_v}}}{\sqrt{N_0/2}}$ 라 한다.

$$q(\alpha, X) = X \text{EXP} \left[\frac{X^2 - \alpha^2}{2} \right] I_0(\alpha X)$$

$q(\alpha, X)$ 는 Rician Density Function⁽⁴⁾으로 다음과 같이 정의된다.

$$P(r) = \frac{r}{\lambda} \text{EXP} \left[\frac{-r^2 - A^2}{2\lambda} \right] I_0 \left[\frac{rA}{\lambda} \right], r > 0$$

$$P(e|S_1) = \int_0^\infty q(\alpha, X) \cdot \int_{r_1}^\infty \frac{1}{\sqrt{N_0/2}} \frac{r_2}{\sqrt{N_0/2}} \\ \text{EXP} \left[-\left[\frac{r_2}{\sqrt{N_0/2}} \right]^2 \right] dr_2 dx$$

$$X_1 = \frac{r_1}{\sqrt{N_0/2}} \text{ 라 놓으면}$$

$$= \int_0^\infty q(\alpha, X) \cdot \int_{r_1}^\infty q(0, x_1) dx_1 dx$$

여기서 generalized Marcum's Q-function을 이용하면 다음과 같다.

$$Q(\alpha, \beta) = \int_\beta^\infty q(\alpha, X) dx \\ = \int_\beta^\infty X \text{ EXP} \left[\frac{-X^2 - \alpha^2}{2} \right] I_0(\alpha X) dx$$

Marcum's Q-function⁽¹²⁾⁽¹⁴⁾은 다음과 같이 정의된다.

$$Q_M(a, b) = \frac{1}{a^{M-1}} \int_0^\infty X^M \text{ EXP} \left[\frac{-(X^2 + a^2)}{2} \right] I_{M-1}(a X) dx$$

$$P(e|S_1) = \int_0^\infty q(\alpha, X) \cdot Q(0, x_1) dx$$

$$\text{한편 } \int_0^\infty q(\alpha, X) \cdot Q(b, rx) dx = Q \left[\frac{b}{\sqrt{1+r^2}}, \frac{ar}{\sqrt{1+r^2}} \right] \\ - \frac{r^2}{1+r^2} \text{ EXP} \left[\frac{-(a^2 r^2 + b^2)}{2(1+r^2)} \right] \cdot I_0 \left[\frac{abr}{1+r^2} \right]$$

으로 부터

$$P(e|S_1) = Q \left[0, \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right] - \frac{1}{2} \text{ EXP} \left[-\frac{a^2}{4} \right] I_0(0) \\ = Q \left[0, \frac{\sqrt{S+2\sqrt{S \cdot J/n_f} \cos \phi + \frac{J}{n_f}}}{\sqrt{N_0}} \right] - \frac{1}{2} \\ \text{ EXP} \left[\frac{-S-2\sqrt{S \cdot J/n_f} \cos \phi - \frac{J}{n_f}}{2 N_0} \right]$$

다음은 S_2 를 보냈을 경우 오율 $P(e|S_2)$ 를 구한다. 먼저 $P(r_1)$ 은 S_1 을 보냈을 경우, 신호 성분이 없는 경우이므로

$$P(r_1) = \frac{2r_1}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-[r_1^2 + \frac{J}{n_f}]}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{\frac{J}{n_f}} \right]$$

$$P(r_2) = \frac{2r_2}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-(r_2^2 + S)}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_2}{N_0} \sqrt{S} \right]$$

그러므로 오율 $P(e|S_2)$ 는

$$P(e|S_2) = \int_0^\infty P(r_2) \int_{r_2}^\infty P(r_1) dr_1 dr_2 \\ = \int_0^\infty \frac{2r_2}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-(r_2^2 + S)}{N_0} \right] \cdot I_0 \left[\frac{2r_2}{N_0} \sqrt{S} \right] \\ \cdot \int_{r_2}^\infty \frac{2r_1}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-[r_1^2 + \frac{J}{n_f}]}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{\frac{J}{n_f}} \right] dr_1 dr_2$$

마찬가지로 계산하면

$$P(e|S_2) = Q \left[\frac{\sqrt{J}}{\sqrt{N_0 n_f}}, \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{N_0}} \right] - \frac{1}{2} \text{ EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} - \frac{J}{2N_0 n_f} \right] \\ \cdot I_0 \left[\frac{\sqrt{S \cdot J/n_f}}{N_0} \right]$$

그러므로 1개의 jamming tone이 있을때의 오율 $P_1(e)$ 는

$$P(e) = \frac{1}{2} P(e|S_1) + \frac{1}{2} P(e|S_2)$$

$$= \frac{1}{2} Q \left[0, \frac{\sqrt{S+2\sqrt{S \cdot J/n_f} \cos \phi + \frac{J}{n_f}}}{\sqrt{N_0}} \right] \\ - \frac{1}{2} \text{ EXP} \left[\frac{-S+2\sqrt{S \cdot J/n_f} \cos \phi + \frac{J}{n_f}}{2 N_0} \right] + Q \left[\frac{\sqrt{J}}{\sqrt{N_0 n_f}}, \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{N_0}} \right] \\ - \frac{1}{2} \text{ EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} - \frac{J}{2N_0 n_f} \right] \cdot I_0 \left[\frac{\sqrt{S \cdot J/n_f}}{N_0} \right] \\ = \frac{1}{4} \text{ EXP} \left[\frac{-S-2\sqrt{S \cdot J/n_f} \cos \phi - \frac{J}{n_f}}{2 N_0} \right] \\ + \frac{1}{2} Q \left[\frac{\sqrt{J}}{\sqrt{N_0 n_f}}, \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{N_0}} \right] \\ - \frac{1}{4} \text{ EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} - \frac{J}{2N_0 n_f} \right] \cdot I_0 \left[\frac{\sqrt{S \cdot J/n_f}}{N_0} \right] \\ = \frac{1}{4} \text{ EXP} \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{S}{N_0} + \frac{J}{N_0 n_f} \right] \right] \cdot \left\{ \text{ EXP} \left[-\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{N_0}} \sqrt{\frac{J}{N_0 n_f}} \cos \phi \right] \right. \\ \left. - I_0 \left[\sqrt{\frac{S}{N_0}} \sqrt{\frac{J}{N_0 n_f}} \right] \right\} + \frac{1}{2} Q \left[\sqrt{\frac{J}{N_0 n_f}}, \sqrt{\frac{S}{N_0}} \right]$$

Slot에 1개의 jamming tone도 없을 경우 $P_0(e)$ 는 gaussian noise만 있는 경우로 다음과 같이 된다.

$$P(r_1) = \frac{2r_1}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-(r_1^2 + S)}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{S} \right]$$

$$P(r_2) = \frac{2r_2}{N_0} \text{ EXP} \left[-\frac{r_2^2}{N_0} \right]$$

$$P_0(e) = P(e|S_1) = P(e|S_2) = \int_0^\infty P(r_1) \int_{r_1}^\infty P(r_2) dr_2 dr_1$$

$$= \int_0^\infty \frac{2r_1}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-(r_1^2 + S)}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{S} \right] \int_{r_1}^\infty \frac{2r_2}{N_0} \text{ EXP} \left[-\frac{r_2^2}{N_0} \right] dr_2 dr_1$$

$$= \int_0^\infty \frac{2r_1}{N_0} \text{ EXP} \left[\frac{-(2r_1^2 + S)}{N_0} \right] I_0 \left[\frac{2r_1}{N_0} \sqrt{S} \right] dr_1$$

$$= \frac{1}{2} \text{ EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} \right] \int_0^\infty \frac{r_1}{N_0/4} \text{ EXP} \left[\frac{-(r_1^2 + S/4)}{2N_0/4} \right] I_0 \left[\frac{r_1}{N_0/4} \sqrt{S/4} \right] dr_1$$

여기서 $\int_0^\infty \frac{r_1}{N_0/4} \text{EXP} \left[\frac{-(r_1^2 + S/4)}{2N_0/4} \right] I_0 \left[\frac{r_1}{N_0/4} \sqrt{S/4} \right] dr_1$ 은

$$P(r) = \frac{r}{\lambda} \text{EXP} \left[\frac{-(r^2 + A^2)}{2\lambda} \right] I_0 \left[\frac{rA}{\lambda} \right], \quad r > 0 \text{인}$$

Rician density function에서 $\lambda = N_0/4$ $A = \sqrt{S/4}$ 인 경우이다.

그러므로

$$P_0(e) = \frac{1}{2} \text{EXP} \left[-\frac{S}{2N_0} \right]$$

주파수 slot에 2개의 jamming tone이 모두 있는 경우의 오류 $P_2(e)$ 는 2개의 주파수에 모두 jamming 신호가 존재하므로 신호 관점(통신자 입장)에서 볼 때 전 주파수 대역에 걸쳐 jamming 신호가 존재한다고 볼 수 있다.

参 考 文 献

[1] 한영일, "스펙트럼 확산 통신 시스템(FH, DS CDMA)," 대한전자공학회 단기강좌, 1986.

[2] Don J. Torrieri, "Principle of Military Communication Systems, Artech, 1981.

[3] Zimer/Tranter, "Principle of Communication," Houghton Mifflin, 1985.

[4] John M. Wozencraft, "Principle of Communication Engineering," John Wiley & Sons, 1967.

[5] A. Bruce Carlson, "Communication System," McGraw-Hill, 1986.

[6] Robert C. Dixon, "Spread Spectrum System, John Wiley & Sons, 1984.

[7] Rodger E. Ziermer, rodger L. Peterson, "Digital Communication and Spread Spectrum," Macmillan, 1985.

[8] George R. Cooper, Clare D. Mcgillem, "Modern Communication and Spread Spectrum," McGraw-Hill, 1986.

[9] Jhong S. Lee, Leonard E. Miller, Young K. Kim, "Error Performance Analysis of Linear and Nonlinear Combining Square-Law Receivers for L-Hops per BiL FH/FSK Waveforms in Worst-Case Partial-band Jamming," *IEEE Military Communication*, 1983.

[10] James E. Blanchard, "Performance of M-ary FSK/FH against Optimum Multitone Jamming," *IEEE International Communication Conference*, 1982.

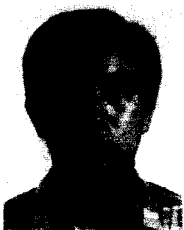
[11] Sam W. Houston, "Modulation Techniques for Communication Part 1: Tone and Noise Jamming Performance of Spread spectrum M-ary FSK and 2,4-Ary DPSK Waveforms," *IEEE National Aerospace Electronics Conference, June 10-12, 1975.*

[12] Steen Parl, "A New Method of Calculating the Generalied Q Function," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-26, no. 1, January, 1980.

[13] Marvin K. Smimon, "The Performance of M-ary FH-DPSK in the Presence of Partial-Band Multitone Jamming," *IEEE Transactions on Communication*, vol. COM-30, no. 5, May, 1982.

[14] Simon, Omura, Scholtz, Levitt, "Spread Spectrum Communication 1,2," *Computer Science Press*, 1985.

著 者 紹 介



朴 鎮 秀(正會員)

1948年 8月 30日生. 1975年 2月 한양대학교 전자공학과 학사학위 취득. 1977年 한양대학교 대학원 전자통신공학과 석사학위 취득. 1985年 2月 한양대학교 대학원 전자통신공학과 박사학위 취득.

1987年 1月~1988年 1年 University of Colorado at Colorado Spring(Post Doc). 1987年 3月~현재 청주대학교 전자공학과 교수. 1988年 3月~현재 산업과학연구소 소장. 주관심분야는 Digital 통신 시스템, Spread Spectrum 통신 시스템, Error Correcting Code 등임.



安 重 守(正會員)

1944年 8月 11日生. 1975年 2月 명지대학원 전자공학과 졸업 (공학석사). 1988年 3月~현재 청주대학교 대학원 전자공학과 박사과정. 1986年 6月~충주 공업전문대학 전자과 교수. 주관심분야는

Digital 통신 등임.