韓國數學教育學會誌 < 數學教育 >
1990. 6. 제 29 권 제 1 호 21-34

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
June 1990: Vol. 29, No. 1, 21-34

Computer 나 Calculator를 이용한 계산에서 오류 교정을 위한 어림셈 지도에 관한 연구

강 시중 (전주교육대학)

目 次

I. 緒 論

1. 硏究의 必要性

Computer 나 Calculator의 개발과 손쉬운 이용은 다음과 같은 연구의 필요성을 갖게한다.

(1) 종래에 지도되지 않했던 새로운 어림셈 지도를 필요로 한다.

Computer 나 Calculator의 문자판의 단추만을 눌러 계산을 한다면 답은 빨리 얻을 수 있으나, 계산의 의미와 방법 및 계산의 Algorithm은 알 수 없고, 수학교육의 목적에서 강조하는 수학적 사고력이나 문제해결 능력, 논리적추론 능력 등을 몸에 익힐 수 없을 뿐아니라, 생각할 줄 모르는 사람, 또는 생각할 줄 모르는 국민이 양성되므로 국가의 장래를 걱정하지 않을 수 없다.

한편, 문자판의 단추를 잘못 눌렀거나 기계 자체내 고장이 생겨 오답이 발생할 경우가 있으므로, 문자판의 단추를 누르기 전에 주어진 식에 대한 어림셈을 하여 답을 예측하고. 문자판의 단추를 눌러 얻은 답과 어림한 답을 비교하면서 결과를 알아보는 학습지도의 개선 방법을 찾는데 본 연구는 필요하다.

(2) 어림셈하는 방법을 찾는데 필요하다.

일상생활에서는 정답도 필요하지만, 어림한 답도 매우 필요하다. 이 어림한 답은 정확성이 정답에 가까울 때도 있지만 그렇지 않을 때도 있다. 따라서, 어림셈의 방법은 여러가지가 있을 수 있고, 그 방법도 다양하며, 수, 연산, 관계, 측도영역에서 어림셈의 방법이 다양하게 연구되는 것이 필요하다.

(3) 어린이의 창의성 개발을 위하여 본 연구는 필요하다.

수학교육 현대화의 과정을 살펴 볼 때, 1960년대의 New Mathematics의 시기를 비롯하여, 1970년대의 Back to Basics의 시기, 1980년대의 Problem

Solving 의 시기, 그리고 우리가 당면한 1990 년대의 Standards 의 시기를 거치고 있는데 어느 시기에서나 창조성의 개발은 강력히 역설되어 있고, 또, 어림셈의 방법은 매우 다양하므로 창조성 개발에 도움을 준다.

2. 硏究의 目的

본 연구는 Computer 나 Calculator 를 활용한 계산에서 오류 교정을 목적으로 효과적인 어림셈 지도의 방법을 개발하기 위하여 다음과 같은 목표를 설정한다.

(1) 문제해결에 있어 Computer 나 Calculator 의 활용과 어림셈과의 관계를 살피고, 새로운 계산지도의 방향을 알아본다.

(2) 수, 연산, 관계, 측도영역에서 어림셈 지도의 다양한 방법을 연구한다.

(3) 우리나라와 일본의 어림셈 지도의 교육과정과 교과서를 검토하고, 새로운 어림셈 지도의 교육과정을 구성한다.

3. 硏究方法, 期間

연구방법 : 문헌연구

기간 : 1989 년 8 월 1 일 ~ 1990 년 7 월 31 일

II. Computer 나 Calculator 를 活用한 計算 指導

1. 生活과 어림셈의 關係

우리들 일상생활에는 어림수 또는 어림셈을 이용하는 경우가 너무 많다. 가령, 어느 도시의 인구, 물가변동, Sale 가격 (몇 % 할인) 등, 정답도 필요하지만 어림셈에 의한 대략의 답이 더욱 중요성을 가질 때도 있다. 그러나 종래의 계산지도에 있어서는 어림셈에 의한 답은 전혀 무시하고, 정답과 계산 Algorithm 만을 강조하여 결국, 수학의 한 부분만을 지도한 셈이 된다.

그러면 다음에 생활에서 어림수 또는 어림셈이 이용되는 장면을 알아 보자.

(예 1) 다음중 정답과 어림한 답은 어느 쪽이 자주 쓰이는가?

(1) 우리학교 학생수는 1786 명이고, 일년 예산은 253,768,700 원이다. - - - (정답)

(2) 우리학교 학생수는 대략 1800 명 (10 의 자리에서 반올림), 일년 예산은 대략, 2 억 5 천만원이다. (백만의 자리에서 반올림) - - - (어림한 답)

(예 2) 오토바이에 주행거리를 나타내는 기계가 있다. 집을 출발할 때는 263.6 Km 를 나타내고 있었으나 집에 돌아와서 눈금을 보니 287.2 Km 이었다. 몇 Km 달린 셈인가?

이 문제의 답은 다음과 같이 계산 된다.

287.2 - 263.6 = 23.6 (Km)

그러나 답의 소숫점 이하의 숫자 6은 정확한 답일까? 출발할 때의 263.6 Km 의 의미는 263.6 Km 와 263.7 Km 사이의 숫자이고, 또, 돌아왔을 때의 287.2 Km 의 의미도 287.2 Km 와 287.3 Km 사이의 숫자를 의미한다.

따라서, 가장 짧은 주행거리는 287.2 - 263.7 = 23.5 (Km) 이고, 가장 긴 주행거리는 287.3 - 263.6 = 23.7 (Km) 이다.

그러므로, 처음에 구한 23.6 Km 를 달렸다는 것은 정확한 답이 아니였고, 23.5 Km ~ 23.7 Km 의 거리를 달렸다는 것이 정확한 답이라 할 수 있다.

이와 같이 측정값의 연속량에 관한 계산은 항상 어림셈을 나타내며, 반올림, 올림, 버림은 어림셈을 구하는 과정에서 어림수의 근거를 명확히 하기 위한 방법이라 할 수 있고, 이는 어림 산수 (Arithmetic of Approximation) 에서 강조하는 이론이다.

2. 새로운 計算 指導

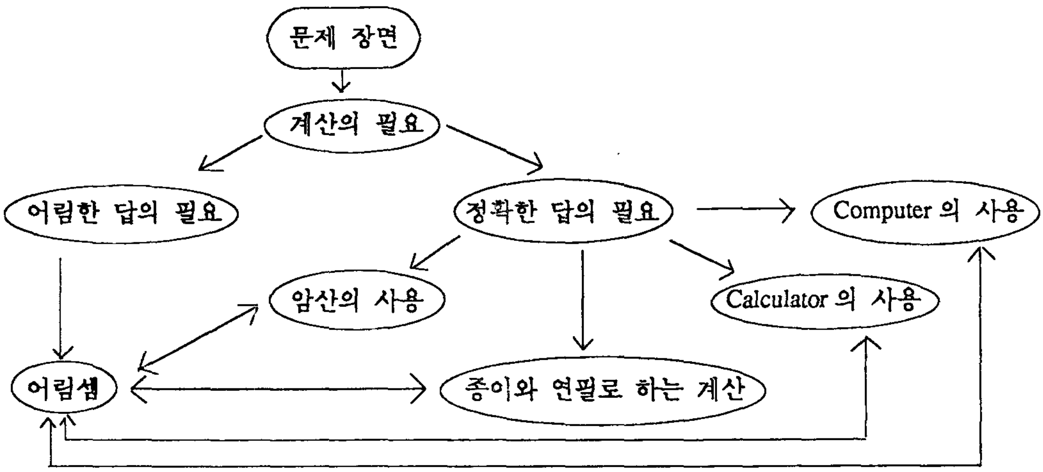
Computer 나 Calculator 와 같은 도구의 개발은 새로운 계산지도의 방법을 필요로 한다.

새로운 계산지도 과정을 잘 나타내 주는 것은 Standards 에서 나타나 있는 [그림 1] 의 내용이다.

[그림 1] 에서 보는 바와 같이 어떤 문제장면이 발생하면 계산이 필요하게 되고, 이 계산에서 얻을 답은 정확한 답이 필요한지 그렇지 않으면 어림한 답이 필요한지가 판가름 된다.

종래의 계산지도에서는 정확한 답쪽인 암산 (Mental Computation), 종이와 연필로 하는 계산 (Paper and Pencil Computation, 또는 필산), Computer 나 Calculator 로 계산하는 것 중에서 주로 종

[그림 1] 계산지도의 과정



이와 연필을 가지고 계산하는 필산쪽이 강조되었으며, 특히, 필산 계산 과정에서는 계산 계획을 세우는 일, 계산의 model 을 알아보는 일, 계산 과정, 방법, 전략을 탐구하는 일, 계산의 의미와 조작을 알아보는 일, 계산규칙을 말로 정리하는 일이 강조 되었고, 기초계산 지도에서는 Computer 나 Calculator 의 사용을 배제하도록 하였다.

그러나, 오늘날의 계산지도에서는 종래의 필산 계산지도는 물론, 암산의 지도, Computer 나 Calculator 를 이용한 계산지도와 함께 어림한 답이 요구되는 어림셈의 지도를 더욱 강조하는데 이르렀으며, 정답과 어림한 답 사이의 관계를 면밀이 파악하는 학습지도의 개선방향이 요구되고 있다.

특히, Standards 에서 오늘날 수학 교육의 교수 방법을 제시한 것을 보면, "아는 수학은 행하는 수학이다" (Knowing mathematics is doing mathematics) 있어, 수학적 개념 곧, 지식은 말로만 전달되는 것이 아니고, 실제 문제를 스스로 해결하고, 실제 생활에 적용해 봄으로써 살아있는 지식을 얻을 수 있다는 뜻으로, 기능쪽의 강화를 의미하고, 이는 Dewey 의 생활중심 교육에서 강조했던 "Learning by doing" 과 일맥 상토하는 점이 있다.

III. 새로운 어림셈 指導의 戰略과 方法

1. 어림셈의 定義

어림셈은 영어로 Approximate computation 과 Estimation 의 두가지가 같은 의미로 쓰여지고 있으나 전자는 과거에 그리고 후자는 근래에 많이 쓰여지고 있는 경향성을 보이고 있다.

Approximate computation 과 Estimation 의 뜻을 분명히 하기 위하여 사전을 살펴보면 다음과 같다.

Approximate computation - - - - 근사셈, 접근된 계산, (어림셈) . . .

Estimation - - - - - 평가, 판단, (어림셈) . . .

위의 두 가지 뜻을 상호 비교해 보면 Approximate computation 은 어림셈하는 계산쪽인 방법면이 강조된 것 같고, Estimation 은 어림셈하는 계대한 평가등, 어림셈 방법과 과정 그리고 결과까지를 생각한 수학적 사고력과 문제 해결력이 강조된 것이라 볼 수 있다.

The Random House College Dictionary 에서 Estimate 의 뜻을 밝힌 것을 보면, "대략의 판단형식" 또는 "값이나 크기, 무게 등 대략의 계산에 주목한 의견" 을 나타내고 있어 "완전한 추론" 이나 "숫자적 결정" 을 내리는 것이 아닌 "답의 정확성" 과 반대되는 뜻을 보이고 있다.

한편, 우리나라 산수 교과서에서 어림수와 어림셈에 관한 정의를 내린 것을 보면, 어림수는 어떤 수를 반올림이나 올림 또는 버림에 의하여 만들어진 수를 뜻하고 있으며, 어림셈은 이 어림수들

을 써서 계산하는 것을 말하고 있다.

2. 어림셈의 素養을 길러주는 指導

가령, 받아올림이 있는 (한자리 수) + (한자리 수)의 8 + 7의 계산에 있어 교사와 학생은 정답을 산출하는데 따른 여러가지 조작행동은 시도 되었으나, 8 + 7을 계산 하기에 앞서 답이 존재하는 범위, 곧, 답은 "10보다는 크고 20보다는 작다"는 답을 예측하는 태도의 지도는 소홀히 했음이 분명하다.

우리는 어떤 일을 처리함에 있어서는 목표가 분명하여야 하고, 만약 목표가 분명하지 못할 때에는 목표의 대개의 상황을 예측 하여야 행동에 활기를 띠우는 것과 마찬가지로 계산에 앞서 답을 예측하거나 생활에서 어림셈을 할 장면을 주어 어림셈의 바람직한 태도를 형성하는 것은 매우 바람직한 일이다.

그러면 다음 몇 가지 어림셈의 소양을 길러주는 지도의 전략과 방법을 알아보자.

(1) 학생들에게 계산을 하지않고 합리적인 수를 발견토록 한다.

(예1) 가장 적합한 수에 0표 하여라.

아버지와 어머니 그리고 두 아들이 함께 극장에 갈 때 입장료는 얼마를 냈겠는가? ---- (600원, 6000원, 60000원)

(예2) 다음 _____ 친 곳에 알맞는 숫자를 넣어라.

영희는 일주일 동안 학교에서 대략 _____시간 보냈다.

(예3) 답에는 얼마나 많은 자릿수가 있어야 하는지 알아보아라.

1) 253 + 87 + 527 ----- _________ 자리

2) 5000 - 4289 ----- _________자리

3) 25 × 35 -----_________ 자리

4) 4257+ 9 ----- _________ 자리

(2) 어림셈에 관한 수학적 관념은 보통 π의 생각이나, 측정, 모집단 등의 크기를 구하는데 이용되어 왔으나 오늘날에는 이것인가 저것인가 답이 불확실할 때 수학의 기본된 idea로 이용되고 있음을 알아야 한다.

1) 알지 못하는 값을 구할 때 --- 장래를 예언할 때.

(예1) 국군의 힘에 대한 어림을 할 때,

(예2) 30만원을 가지고 제주도로 여행을 가려고한다. 다음 내용을 보고 여행 계획을 만들어라.

i) 비행기로 갈 것인가? 배로 갈 것인가?

ii) 여관을 이용할 것인가? 호텔을 이용할 것인가?

iii) Rent car로 할 것인가? 관광업소에 맡길 것인가?

iv) 기타

2) 각 시간마다 다양한 값이 요구되는 경우

(예1) 하루의 일기(온도) 변화를 알아볼 때

(예2) 1개의 동전을 10번씩 던졌을 때 표면이 나온 수

3) 측정값을 계산할 때

(예1) 길이, 넓이, 부피, 무게 등의 크기를 알아볼 때

4) 안정성의 한계를 생각할 때

(예1) 엘리베이터(Elevator)의 승차 인원은 정원보다 적은 것이 좋고, 시장으로 물건을 사러 갈 때에는 사야 할 물건 값보다 많은 돈을 가져가야 하는 경우

이 밖에도 어림셈 할 수 있는 다른 문제 장면도 생각할 수 있겠으나 생략하기로 하고, 교사가 어린이들과 함께 어림셈 할 수 있는 경우의 장면을 주어 어림셈 하려는 태도와 소양을 길러주는 면이 무엇보다도 중요하다.

3. 어림셈의 指導 戰略과 方法

어림셈 지도의 목적은 학생들에게 어림셈의 유용성과 정당성을 보여 주는데 있으며, 이들은 어림셈을 빨리 그리고 쉽게 할 수 있는 방법(How)을 알려줄 뿐만 아니라, 왜(Why) 그렇게 하지 않으면 아니 되는가에 대한 이해를 촉구하게 되므로 창조성 개발을 촉진한다.

산수과 학습영역에서 어림셈이 주로 적용되는 영역은 수, 연산, 측도 영역이나 그 밖의 관계 영역에서도 계산의 처리과정에서는 어림셈이 적용되는 것은 당연하다.

(1) 분수와 소수의 어림셈

큰 정수를 어림할 때 반올림, 올림, 버림이 적

용되는 것과 마찬가지로 분수와 소수를 어림하여 그 크기를 알아볼 때에도 다음과 같이 그 어림수와 어림셈을 구할 수 있다.

분수에서 분수값은

(i) 분자가 분모보다 아주 작을 때는 0 에 접근하고,

(ii) 분자가 대략 분모의 반이 될 때는 1/2 에 접근하며,

(iii) 분자, 분모의 크기가 대략 같을 때는 1 에 접근한다.

위의 분수의 성질을 이해하기 위하여 다음과 같은 내용이 지도될 수 있다.

(예1) 다음 분수값은 0, 1/2, 1 중 어디에 접근 하는가?

$$\frac{4}{5},\ \frac{1}{4},\ \frac{4}{9},\ \frac{3}{100},\ \frac{24}{50},\ \frac{9}{10}$$

(예2) 1/2 에 접근하며 조금 큰 분수를 만들어라

$$\frac{}{7},\ \frac{}{12},\ \frac{}{9},\ \frac{4}{},\ \frac{5}{},\ \frac{6}{}$$

(예3) $\frac{9}{10}+\frac{7}{8}$ 을 어림셈으로 계산하면 어느것이 맞는지 0 표 하라.

1) 2 보다 작다.

2) 정확히 2 이다.

3) 2 보다 크다.

(예4) 다음 $\square$ 안에 알맞는 기호를 써 넣어라.

1) $\frac{7}{9}+\frac{11}{12}\ \square\ 2$ . . . $\frac{7}{9}$ 은 1 보다 조금 작고 $\frac{11}{12}$ 도 1 보다 조금 작다. 그러므로 주어진 식은 2 보다 작다.

2) $\frac{5}{9}+\frac{3}{7}\square 1$ . . . $\frac{5}{9}$ 는 1/2 보다 조금 크고, 은 1/2 보다 조금 작다. 그러므로 주어진 식은 '1 보다 크다' 또는 '1 보다 작다' 로 말하기 어려우나 대략 1 에 가깝다고 할 수 있다.

$\frac{3}{7}$ 또, 소수에 관한 어림셈도 소수는 분수로 나타낼 수 있으므로, 분수의 어림셈을 구할 때와 마찬가지 방법이 적용 될 수 있다.

(예1) 다음 소수 값은 0, 0.5, 1 중 어디에 접근하는가?

0.495, 0.003, 0.975, 0.613

(예2) 0.489 + 0.9 를 어림수로 말할 때 다음중 어느것이 맞는지 0 표 하여라.

1) 1.5 보다 크다.

2) 정확히 1.5 이다.

3) 1.5 보다 작다.

(2) 어림셈 指導의 基礎 戰略

일반 형식산의 계산지도에서는 Algorithm 적인 방법이 강조되고 정답이 산출 되지만, 어림셈 지도의 전략은 매우 다양하기 때문에 Non-algorithm 적이고 산출 되어지는 답도 일정하지 않다. 따라서, 여기서는 많은 어림셈 지도의 전략중, 일반적이고 기초적인 전략으로 Reys 가 주장하고 있는 다음 다섯가지 어림셈 지도의 기초 전략을 알아본다.

1) 앞자리(높은자리)부터 계산하는 방법(Front-end strategy).

보통 가법, 감법, 승법의 형식산은 1 의 자리, 10 의 자리, 100 의 자리, ...로 차례로 올라 가면서 계산 해 가지만(제법의 형식산은 낮은 자리로 계산한다), Front-end 의 방법은 높은 자리(앞자리)부터 낮은 자리로 내려가면서 계산하는 방법을 뜻한다. 어림셈에서 Front-end 의 방법을 택하는 이유는 답에 가장 큰 영향을 주는 것은 낮은자리 보다 높은자리에 있기 때문이다.

Front-end 의 전략은 정수, 분수, 소수의 사칙연산에서 적용할 수 있으며, 다음 4 가지 단계를 밟아 지도 될 수 있다.

(예1) 다음 길이의 합을 어림셈 하여라.

[제 1 단계] 높은자리 값 조사하기.

7.28 (m)	소수점 아래의 숫자는 cm 를 나타
4.18	내고 정수부분은 m 를 나타낸다.
2.37	따라서, 높은자리의 수는 7, 4, 2
+ 0.83	이다.

[제 2 단계] 높은 자리값을 합하여 계산하기.

7 + 4 + 2 = 13. 따라서, 주어진 길이의 합은 13 m 보다 크다.

[제 3 단계] 어림셈의 조절 방법을 결정하기.

어림셈의 조절(Adjusting)은 어림셈한 값을 보다정답에 가깝게 접근 시키려는 시도이다.

주어진 문제에서 소숫점 아래의 수를 자세히 관찰하여 합칠 때

0.18 m + 0.83 m 는 대략 1.00 m 이고,

0.28 m + 0.37 m 는 대략 0.50 m 이므로

1.00 m + 0.5 m = 1.5 m

참고 : 조절방법에 대하여는 다음에 나오는 Rounding strategy 에서 다시 설명하겠음

[제 4 단계] 높은 자리값의 합과 조절된 값을 합하여 어림값을 결정하기.

13 + 1.5 = 14.5 (m). 어림값은 대략 14.50 (m) 이다.

위에서 보면 Front-end 의 방법으로 얻어진 어림값은 종이와 연필을 써서 계산한 정답과, computer 나 calculator 를 써서 얻어진 답, 그리고 암산으로 얻어진 답을 상호 비교하면서 계산개념의 형성을 꾀하는 일은 매우 바람직한 일이다.

특히, 형식 산에서 낮은자리에서 높은자리로 올라가면서 계산하는 것을 Back-end strategy 라고 한다.

2) 묶어 어림하기 방법 (clustering strategy) 묶어 어림하기의 방법은 각각 주어진 양을 하나의 무리 (group) 로 보고 묶어 대표값 (Averaging strategy) 으로 처리하는 방법이다.

(예) 다음은 어느 학교 학생들이 월요일에서 목요일까지 4 일간 데모 (Demonstration) 에 참가한 학생 수를 나타낸 것이다. 데모에 참가한 학생은 모두 몇 명인지 빨리 어림셈하여라.

월 : 7820 (명)

화 : 8180

수 : 6232

목 : 7353

데모한 학생수를 월요일에서 목요일까지 관찰할 때, 하루에 평균 7000 명 정도가 데모에 참가하고 있다. 4 일 동안 데모에 참가한 학생수는 대략 7000× 4 ≈ 28000 (명) 이다.

3) 대략 어림하는 방법 (Rounding strategy) Rounding 의 뜻은 약, 대략 (about) 의 뜻이 있으며, 반올림이나 올림, 버림의 방법을 써서 어림값을 구하는 것으로써 모든 계산에 이용될 수 있지만, 특히, 두 인수의 곱을 구하는 어림셈의 과정에서 그 위력을 보인다.

이 방법에서도 앞의 Front-end 의 방법에서 언급한 어림셈 지도의 4 가지 단계인 첫째, 어림수 만들기. 둘째, 만든 어림수를 계산하기. 셋째, 어림수를 조정하기. 네째, 조절된 어림수를 계산하기의 방법이 적용 될 수 있다.

(예1) 여러가지 방법으로 구해지는 어림셈.

23 × 78 을 어림셈 하여라.

이 어림셈은 다음과 같이 구할 수 있다.

20 × 80 = 1600 (피승수, 승수를 1 의 자리에서 반올림) - - - 23 × 78 의 값은 대략 1600.

20 × 78 = 1560 (피승수 1 의 자리 버림, 승수는 그대로) - - - 23 × 78 의 값은 1560 보다는 크다 (1560^+)

'1560 보다 크다, 또는 작다'는 기호를 각각 1560^+ 또는 1560^- 로 표시하기로 한다.

20 × 70 = 1400 (피승수, 승수 1 의 자리에서 버림) - - - 23 × 78 의 값은 1400^+

30 × 80 = 2400 (피승수, 승수 1 의 자리에서 올림) - - - 23 × 78 의 값은 2400^-

25 × 80 = 2000 (계산하기 쉽게 피승수 조절) - - - 23 × 78 의 값은 2000^-

(예2) 어림셈 조절

다음은 어림셈 조절의 방법을 보여주는 보기이다. 어떤 Rounding 이 적용되고 있는지를 살펴보자.

(i) 29× 58 → 30 × 60 = 1800 (올림 ; round up)

1800 은 초과된 어림값 (overstimate) 이다. 그러므로 실제값은 1800^- 로 조절 되어야 한다.

(ii) 61 × 24 → 60 × 20 = 1200 (버림 ; round down)

1200 은 미만된 어림값 (underestimate) 이다. 그러므로 실제값은 1200^+ 되게 조절 되어야 한다.

(iii) 61 × 79 → 60 × 80 = 4800 (버림, 올림)

4800 은 실제값과 비교하기 어렵다. 그러므로 실제값은 약 4800 쯤 된다.

(iv) 36 × 75 → 40 × 70 = 2800 (올림, 버림)

이것도 피승수와 승수를 평등하게 올리고 내렸기 때문에 실제값과 비교하기 어렵다. 그러므로 실제값은 약 2800 쯤 된다.

어림셈 조절은 정답과 어림셈 사이의 관계를 알아보는 것으로 Overestimate 나 Underestimate 를 알아보는 것도 된다.

(예3) 38 × 67 → 40 × 70 = 2800 → Overestimate

실제 정답은 2800 보다 작다 (2800^-)

38 × 67 → 30 × 60 = 1800 → Underestimate

실제 정답은 1800 보다 크다 (1800^+)

그러므로 38 × 67의 정답의 범위는 1800 < x < 2800

또, 위에서 38을 40으로 본 것은 2크게 본 것이므로 $2\times70=140$이 되어 정답은 $2800-140=2660$보다 작아야 하고, 또는 승수 67을 70으로 본 것은 3크게 본 것이므로 $40\times3=120$이 되어 정답은 역시 $2800-120=2680$보다 작아야 한다.

실제로 정답은 $38\times67=2546$이 되어 어림셈의 조절에서 얻은 2660과 비교할 때 큰 차이가 없는 것이 된다.

앞에서는 Overestimate를 기준으로 하여 조절을 시도 하였지만, Underestimate를 기준으로 하여 같은 방법으로 조절을 시도 할 수 있다.

4) 적당한 수를 찾아 어림하는 방법 (Compatible numbers strategy)

이 방법은 가법이나 제법에서 흔히 이용되는 방법으로 암산하기 쉽게 적당한 수를 찾아 조작하며 어림셈하는 방법이다.

(예1) 다음 덧셈을 어림셈하여라.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 49 \\ 37 \\ 66 \\ 54 \\ +\ 81 \\ \hline \end{array}$$

왼편, 수에서 합이 100이 될 수 있는 적당한 수를 찾아 본다.

26 + 49 + 37 + 66 + 54 + 81

100

100

100

따라서, 이들의 합은 대략 300이다.

(예2) 다음 나눗셈을 어림셈 하여라.

$7\overline{)3286}$

피젯수와 젯수를 왼편 나눗셈과 가장 가까운 수로 바꾸어 나누어 떨어질 수 있는 적당한 수를 찾으면 된다. 곧, $7\overline{)3500}$, $6\overline{)3600}$, $8\overline{)4000}$

그러나 다음과 같이 나누어 떨어질 수 없는 수로 바꾸었다면 적당한 수 (compatible number)를 찾는 것이 아니므로 쉽게 어림셈 할 수 없다.

$7\overline{)3000}$, $7\overline{)3300}$, $8\overline{)3400}$

5) 특별한 수를 찾아 어림셈하는 방법 (Special numbers strategy)

이 방법은 앞에서도 여러번 이용되었던 방법으로 암산하기 쉬운 특별한 값을 찾아내어 어림셈하는 방법이다. 특히 이 방법은 분수와 소수의 계산, 그리고 '퍼센트'를 산출할 때 잘 이용 될 수 있다.

(예) 다음 문제를 어림셈하여라.

(문제)	(생각)	(어림셈)
$\frac{8}{9}+\frac{11}{12}$ 720 의 $\frac{12}{23}$ 990 의 9.8 % $0.98\overline{)436.2}$ 103.96×14.8	[P.34, 표 2 참조]	

Compatible number 의 전략과 Special number 의 전략은 다음 두 가지 성격을 갖는다.

(i) 대략, 동치인 답을 구할 것을 생각한다.

(ii) 암산으로 계산하기 쉽도록 한다.

이상에서 다섯가지 어림셈 지도의 기초 전략을 살폈다. 이 밖에도 어림셈 지도의 기초 전략을 생각할 수 있겠으나 생략하기로 하고 끝으로, 어림셈 지도에 있어 용어 사용에 대하여 잠깐 언급하기로 한다.

어림셈 지도에서 이미 사용해 왔던 반올림, 올림, 버림등의 바른 용어 사용도 중요하겠지만, 답을 산출할 때나 산출된 답을 표현할 때의 용어 사용도 대단히 중요하다. 다음에 산출된 답을 어떻게 표현할 것인가에 대한 용어 사용에 대하여 알아보고, 교사는 지도 장면에 따라 적절한 용어를 선택하여 사용할 것을 기대한다.

답을 말할 때 사용되는 용어

대략 (약) 1/2 쯤 된다. (about)

9 에 가깝다. (접근된다) (closed to)

꼭 (거의) 15 이다. (just about)

6.5 보다 조금 적다. (a little less than 6.5)

6 과 7 사이 그러나 6 에 조금 가깝다.

4. 測定의 어림셈 戰略과 方法

길이, 넓이, 부피, 무게, 시간, 온도 등의 연속량의 측정과 계산은 모두 어림수를 나타내는 것이 되며, 또, 이들은 각각 특성이 다르므로 측정의 어림셈 지도를 간단히 설명하기는 매우 어렵다. 따라서, 이곳에서는 측정에서 어림셈을 가르치기 위한 목표를 알아보고, 각각의 측정에서 공통적으로 적용할 수 있는 측정의 어림셈 전략에 관해서만 몇가지 알아 보려고 한다.

먼저 NCTM의 1976년보 "Mesurement in school Mathematics"에서 Bright는 측정에서 어림셈을 가르치기 위한 목표를 두가지 진술하고 있으며, 1986년보에서는 Coburn 등이 여기에 하나의 목표를 더 첨가하고 있다. 곧,

1) 어린이에게 다른양의 측정과 관계해서 측정의 단위의 크기에 대한 양감을 길러주고,

2) 측정의 기초적인 성질을 구체적으로 예시 할 수 있는 구체적인 행동이 어린이들에게 마련되어야 한다. (이상은 Bright의 진술)

3) 주어진 측정값이 합리적인지 아닌지를 결정하기 위한 의미가 어린이에게 주어져야 한다. (Coburn 등의 진술)

위의 측정에 관한 어림셈의 목표는 첫째로 측정의 단위량에 대한 양감을 길러 줄것을 강조하고있으며, 둘째는 측정의 내용이 생활과 밀접한 관계에 있으므로 구체적 실험, 실측과 관계해서 지도할 것을 강조하고 있으며, 셋째는 어림수, 어림셈한 결과가 왜(why) 합리적인가의 이론을 분명히 하자는 뜻으로 볼 수 있다.

다음에는 측정의 어림셈 지도 전략에 관하여 몇가지 알아보자.

1) 단위의 크기에 대한 양감 기르기.

(예) 1 cm, 1 m의 크기를 자기 몸의 부분 곧, 손톱의 크기, 팔의 길이로 알아본다.

1 *l* 들이의 물을 적당한 그릇이나 병에 담아 알아본다.

1 kg의 무게를 물을 기준으로 하여 알아보고, 100 g, 500 g의 무게도 알아본다.

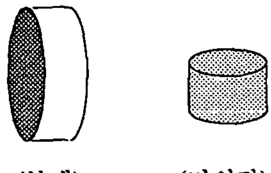
1분의 시간을 눈을 감고 알아본다.

2) 단위량을 반복 사용함으로써 전체의 크기를 어림하기.

(예) 현관의 나비는 단위량의 문짝의 크기와 갯수로 어림한다.

천정의 넓이는 단위량의 무늬의 넓이와 그 갯수로 어림한다.

부대에 콩이 담겨져 있다. 콩알의 수는 대략 몇개일까?를 계산할 때, 단위량의 그릇에 콩을 담아 그 갯수를 세고, 부대에 담긴 콩은 단위량의 몇 개분인지를 알아 전체 량을 계산한다.



(부대) (단위량)

[그림 2]

3) 무게를 달아 어림하는 방법

(예) 100원 짜리 동전 하나의 무게는 5 g이다. 100원 짜리 동전이 들어있는 자루의 무게가 5 kg이라면 자루에는 대략 돈이 얼마 들어 있는가?

철사 1 m의 무게는 150 g이다. 같은 철사 10 kg가 있을 때 그 길이는 몇 m일까?

부대에 콩이 담겨져 있다. 단위량의 그릇으로 콩을 퍼서 그 갯수를 세어 보았더니 76개이고, 무게는 20 g이었다. 콩이 담긴 부대의 무게가 4 kg이었다면 콩알의 수는 모두 몇개인가?

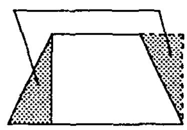
4) 2등분하여 어림하는 방법.

(예) 길이를 어림할 때 많이 이용되는 방법으로 가령, 60 cm되는 선분의 길이를 어림할 때 1 m의 노끈을 반으로 접어 0.5 m를 만들고, 주어진 양과 비교하여 '50 cm보다 크다' 또는 '50 cm보다는 크고 70 cm보다는 작다'로 어림한다.

이 방법은 주어진 양을 아는 양과 비교하여 어림하는 방법이라고도 할 수 있다.

5) 등적변환에 의하여 어림하는 방법

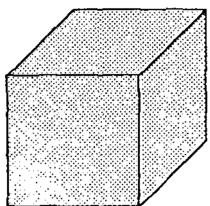
(예) 이 방법은 넓이를 지도할 때 많이 이용되는 방법으로 가령, 등각 사다리꼴의 넓이를 어림할 때, 왼쪽 삼각형을 오른쪽으로 옮겨 직사각형을 만들고, 직사각형의 넓이를 계산하여 등각 사다리꼴의 넓이를 어림하는 것을 뜻한다.



[그림 3]

6) 공식을 사용하여 어림하는 방법

(예) 직육면체의 유리 그릇에 콩이 가득 담겨져 있다. 콩알의 수는 모두 몇개인가?를 어림 할 때 가로, 세로, 높이에 놓여진 콩알의 수를 각각 조사하고, (가로)×(세로)×(높이)=(부피)에 의하여 전



[그림 4]

| 콩알의 수를 어림하는 방법이다.

이상에서 측정의 어림셈 지도의 방법을 살펴 ㅏ. 이 밖에도 다른 여러가지 어림셈 지도의 방 ㅕ이 있겠으나 생략하기로 하고, 특히, 측정의 어 ㅕ셈 지도에서 중요시 해야 할 일은 구체적 실 ㅕ, 실측을 동반하는 지도와 함께 왜(why)그런 어 ㅕ셈이 가능한지에 대한 수학적 사고가 뒤 따라 ㅑ 한다.

5. 暗算指導 의 戰略 과 方法

암산(mental calculation)은 어떤 계산할 문제가 ㅣ을 때 연필을 써서 계산하지 않고, 머리속(속 ㅣ)으로 정확한 답을 계산하는 것을 의미한다.

우리나라의 1 차교육과정에서 5 차교육과정에 ㅣ르는 동안 암산을 교육과정에 넣어 지도된 사 ㅣ은 발견할 수 없고, 19 c 중엽부터 각 나라별로 ㄷ는 학교에서 머리 훈련을 위하여 학습의 도입 ㅏ계에서 산발적으로 지도되어 왔으나 근래에 와 ㅓ는 이러한 암산지도도 대부분 하지 않은 실정 ㅣ 이르렀다.

오늘날 Computer 나 Calculator 와 같은 계산기 ㅣ가 다량 생산되고, 또, 생활에 이용됨으로써 인 ㅏ은 머리로 생각하지 않고 계산하는 경향성이 엿 ㄴ여 종이와 연필로 계산하는것, 어림셈으로 계산 ㅏ는것, 암산으로 계산하는것을 강조하기에 이르 ㅣ으며, 기초적인 계산은 머리로 하게하여(done in ㄷ head) 기초계산 기능을 기르고, 어렵고 복잡한 ㅣ산은 Computer 나 Calculator 의 힘을 빌리도록 하 ㄴ있다.

어림셈과 암산은 빠르게 계산하는 측면에서는 ㅏ게도 볼 수 있지만 어림셈은 대개의 답을 산출 ㅏ고, 암산은 정확한 답을 산출하는 측면에서는 다 ㅏ 성격을 지닌다.

과거, 암산은 시암산(視暗算), 청암산(聽暗算) ㄴ로 나누어 지도한 때도 있었으며, 오늘날 각종 ㅗ셈학원에서는 여러가지 기술을 도입한 암산 방 ㅣ만을 강조하여 왔기에 종이와 연필로 계산 할 ㅣ와 같은 계산의 의미(meaning), 계산의 과정과 ㅏ법등 계산 Algorithm을 이해 할 수 없을 뿐만 아 ㅣ라, 왜(why)그런 방법이 적용될 수 있는지에 대 ㅏ 논리적 추론도 불가능하여, 종래의 암산과 오늘날의 속셈학원의 암산지도는 Computer 나 Calculator 의 어느 한 역할을 하고 있다고 보아도 된다.

그러나, 오늘날의 암산지도는 수학적 사고에 기초를 둔 문제해결력을 강조하게 되므로, 암산 개념인 암산의 방법과 의미의 이해는 물론, 수의 성질과 관계를 알아보는 number sense(수감각)의 능력도 가져야 하며, 다양한 암산방법을 추구하여 창의적 사고력을 길러 주는 것도 새로운 측면의 암산지도라 볼 수 있다. 암산의 전략과 방법은 계산과정에서 수의 성질을 이용하거나, 능률적으로 간단한 항목(2 의 거듭제곱 등)을 기억하거나, 확장된 가법과 승법표를 기억하거나, 발전된 산수의 방법이나 대수적 기술을 적용 하기도 한다.

그러면 다음에 구체적 암산의 전략과 방법에 대하여 알아보자.

(1) 암산은 기초적인 수의 성질과 계산 규칙에 대한 이해를 돕는다.

(예) $536 + 199 \rightarrow 536 + (200 - 1) = (536 + 200) - 1 = 735$

$8 \times 99 \rightarrow 8 \times (100 - 1) = 800 - 8 = 792$

$14 \times 3\frac{1}{2} \rightarrow 14 \times (3 + \frac{1}{2}) = (14 \times 3) + (14 \times \frac{1}{2})$
$= 42 + 7 = 49$

(2) 문제를 쉽게 풀 수 있는 방법을 찾아 계산한다.

(예) $5 + 7 + 3 + 5 + 8 + 6 + 2 = 36$ (합이 10 이 되는 수를 찾는다)

$5 \times 27 \times 20 \times 3 \rightarrow (5 \times 20) \times 27 \times 3 = 100 \times 81 = 8100$
(곱이 100 이 되는 수를 찾아 계산한다)

(3) 암산은 다양한 방법으로 해결 할 수 있으므로 사고의 유연성을 갖는다.

(예) $840 \times 0.25 \rightarrow 840 \times \frac{1}{4} = 210$

$840 \times 0.25 \rightarrow (840 \div 4) \times (0.25 \times 4) = 210 \times 1 = 210$

(4) 간단한 항목을 기억하고 있을 때는 이를 활용하여 암산한다.

(예) $16 \times 16 \rightarrow 2^4 \times 2^4 = 2^8 = 256$ (2 의 거듭제곱을 기억하고 있을 때)

$32 \times 32 \rightarrow 2^5 \times 2^5 = 2^{10} = 1024$

(5) 확장된 가법이나 승법표를 기억하고 있을 때는 이를 활용하여 암산한다.

Authur, Benjamin은 국민학교의 젊은 시절에 합이 20이 되는 두 수의 곱에 대한 pattern을 발견하고 이를 암산에 이용하였다.

(예) $9 \times 11 = 100 - 1 = 10^2 - 1^2 = 99$

$8 \times 12 = 100 - 4 = 10^2 - 2^2 = 96$

$7 \times 13 = 100 - 9 = 10^2 - 3^2 = 91$

. . . .

$1 \times 19 = 100 - 81 = 10^2 - 9^2 = 19$

(6) 암산은 발전된 산수의 방법이나 대수적 기술을 적용한다. 또, Benjamin은 두 자리수의 제곱에 대한 암산법을 발견 하였는데 이는 $a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$의 대수적 방법을 적용한 것이다.

(예) 37^2을 암산할때는 먼저 37에 가까운 곱하기 쉬운 수 40을 찾고, $40 = 37 + 3$과 대응되는 $34 = 37 - 3$을 찾아 다음과 같이 계산한다.

$37^2 = 40 \times 34 + 9$ - - - $(37^2 = (37 + 3)(37 - 3) + 3^2$

$= 1360 + 9$

$= 1369$

또, 그는 두수의 중간수의 차가 1이되는 곱셈의암산법도 연구 하였는데 이는 $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1^2$이 됨을 이용한 암산이다.

(예) 7×9 - - - (두수의 중간수의 차가 1이다)

$7 \times 9 = 8^2 - 1 = 64 - 1 = 63$

└(중간수와의 차)

(8은 7과 9의 중간수)

$(9 = 8 + 1)$

$(7 = 8 - 1)$

$49 \times 51 \rightarrow 49 \times 51 = 50^2 - 1^2$

└(중간수와의 차)

(50은 49와 51의 중간수)

$= 2500 - 1$

$= 2499$

위의 방법은 중간수의 차가 2, 3, 4 . . . 가 되는 경우도 다음과 같이 적용할 수 있다.

(예) $23 \times 27 \rightarrow 23 \times 27 = 25^2 - 2^2 = 625 - 4 = 621$

└(중간수와의 차)

(23과 27의 중간수)

이 밖에도 경우에 따라 많은 암산법을 발견 할 수 있겠으나 생략하기로 하고, 왜 그런 암산이 가능한가의 수학적인 의미가 담겨져 있지 않는 암산은 한날 계산기의 역할밖에 되지 않으므로 암산 기능의 숙달에서 이 점을 주의하지 않으면 아니된다.

이웃 일본(日本)에서는 3학년 과정에서, 2자리수와 2자리수의 가법 또는 감법에서 암산지도를 하도록 되어있고, 또, 2자리수와 1자리수의 승법과 제법에 대하여도 암산지도를 하여 암산기능을 높이도록 하고 있다.

IV. 어림셈 指導에 따른 敎育課程의 改善方向

1. 우리나라 敎育課程과 敎科書의 檢討

우리나라 제5차 국민학교 교육과정의 개편은 1989년에 이루어졌으며, 교과서는 1989년에 1, 2, 3학년이 개편되고, 1990년에 4, 5, 6학년이 개편완료되도록 추진되고 있다.

제5차 교육과정에서 새로운 어림셈 지도의 내용은 5학년에서 반올림, 올림, 버림과 함께 지도하도록 되어 있으며, 교과서의 내용을 요약하여 소개하면 다음과 같다.

어림수, 어림셈을 알아보자. (5-1, pp.124-129)

1986년도 제주도의 닭의 수는 547824마리이다. 일만의 자리에서 반올림, 올림, 버림으로 나타내면, 각각 50만마리, 60만마리, 50만마리이다.

이와같이 어림하여 나타낸 수를 '어림수'라고 한다. 또, 어림수로 나타내어 계산하는 것을 '어림셈'이라고 한다.

덧셈과 뺄셈의 어림셈을 알아보자.

1987년도 우리나라 남자 인구는 21219000명이고, 여자의 인구는 20863000명이다. 우리나라 전체 인구는 약 몇만명인지 반올림, 올림, 버림으로 어림셈 하여라.

곱셈과 나눗셈의 어림셈을 알아보자.

승권이네 목장에서 하루에 582 l의 우유를 생산한다. 319일 동안의 총 생산량은 약 몇 l인지 다음과 같이 알아 보아라.

반올림으로 위에서 한 자리의 어림수로 나타내어 어림셈하고, 곱도 위에서 한 자리수로 나타내어라.

$$\begin{array}{r} 528 \\ \times\ 319 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 600 \\ \times\ 300 \\ \hline 180000 \end{array} \Rightarrow \text{약 } 200000\,l$$

반올림으로 두자리의 어림수로 나타내어 어림셈하고, 곱도 위에서 두자리 수로 나타내어라.

582 × 319 ⇒ 580 × 320 = 185600, 약, 190000 l.

582 × 319 를 계산하고, 위의 두 계산 결과와 비교하여 보아라.

위의 교과서 내용에서 보는 바와 같이, 미국에서와 같은 분수, 소수의 어림수, 또는 어림셈도 보이지 않고, 어림셈의 방법도, Front-end 나 그 밖의 다양한 방법이 적용되지 않고 있으며, 어림한 결과를 정답에 접근시키는 조절의 방법도 전연 지도되지 않는 아주 초보적인 어림셈을 지도하고 있다. 특히, 곱셈의 어림셈에서는 앞에서 보인 Rounding 의 방법처럼 다양한 방법이 요구되는데, 이곳에서는 한 가지 방법만을 취하고 있고, 또, 어림셈은 암산처럼 빠른 계산방법이 요구되는데 필산의 계산에만 의존하고 있어, 앞으로 개선할 점이 많다.

2. 日本의 敎育課程과 敎科書의 檢討

일본의 어림셈 지도에 관한 교육과정과 교과서의 내용을 검토한 결과, 3 학년에서 '대략의 길이 알아보기' 4 학년에서 '반올림의 의미 알아보기' 5 학년에서 '곱과 몫을 어림수로 예칙하기' '길이, 넓이, 부피의 양의 크기를 어림으로 알아보기'가 지도되고 있으나, 새로운 어림셈 지도의 방법은 전연 나와 있지 않다.

참고적으로 5 학년 산수 교과서에서 '곱과 몫을 어림수로 예칙하기'에 대한 내용을 살펴보면 다음과 같다.

11 ÷ 3 을 계산해 봅시다. 몫을 반올림하여 소숫점 이하 첫째 자리 (1/10 의 자리) 까지 구하여 봅시다. 몫은 어느 자리에서 반올림 하여야 할까요? [6, 산수교과서 4-2, P. 79]

다음 곱과 몫의 크기를 예칙하고, 계산해 봅시다. [6, 산수교과서 5-1, P. 12]

471 × 905　　　　9568 ÷ 416

3. 어림셈 指導의 새로운 敎育課程 構成

새로운 어림셈 지도에 관한 교육과정을 구성해 보면 다음 [표 1] 과 같다.

[표 1] 새로운 어림셈 지도의 교육과정 구성

영역		학년 1	2	3	4	5	6
측도	근사값		• 길이의 측정값을 '더된다' '못된다'로 나타내기	• 길이의 측정값을 '약'으로 나타내기	• 반올림, 올림, 버림 참값, 근사값 오차	• 이상, 이하, 미만, 초과 어림셈	
			• 임의 단위, 기본 단위량에 의하여 길이, 넓이, 부피, 무게, 시간을 나타내기	• 정수의 덧셈, 뺄셈의 어림셈 • 길이를 무게로 돈을 무게로 달아 알아보기	• 소수값을 1, 1/2, 0 으로 어림하기 • 소수의 덧셈, 뺄셈의 어림셈 • 정수의 곱셈, 나눗셈의 어림셈	• 분수값 1, 1/2, 0 으로 어림하기 • 분수의 가법, 감법의 어림셈 • 넓이를 등적변환으로 어림하기 • 어림으로 비율 구하기	• 분수, 소수의 곱셈, 나눗셈의 어림셈

[표 1]에서 알 수 있는 바와같이 이 교육과정의 특색은 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 현행 교육과정의 내용을 그대로 살리면서 (점선 윗부분), 새로운 어림셈 지도의 내용을 현행 교육과정의 학년별 지도 내용에 맞추어 적절히 삽입하였다 (점선 아랫부분).

(2) 점선 윗부분의 4학년 내용중, 오차에 밑줄을 친 것은 원래 없었던 내용을 삽입하자는 뜻이며, 5학년 내용중 어림셈에 밑줄을 친 것은 점선 아랫부분에 새로운 어림셈 지도의 내용이 들어 있으므로 삭제하자는 뜻이다.

V. 結論

인간은 생각할 줄 아는 동물이며, 수학은 사고의 유희를 하는 학문이다.

인간의 깊은 사고와 연구끝에 만들어진 Computer나 Calculator는 우리의 가정에 까지 들어오게 되어, 여러가지 계산은 물론, 문제해결이나 정보처리면에서 까지 손쉽게 이용하는데 이르렀다.

그러나 Computer나 Calculator의 손쉬운 이용은 수학교육에 부작용을 낳게 하였는데, 곧, 어린이에게 어떤 계산문제를 주었다고 가정하면, Computer나 Calculator가 없었을 때에는, 종이와 연필을 가지고 깊은 생각 끝에 답을 얻을 수 있었지만, 이제는 아무 생각없이 주어진 식을 보고 문자판의 단추만 바르게 누르면 정답이 나오게 되어 있고, 만약 문자판의 단추를 잘못 눌렀거나 기계자체에 고장이 있을 때에는 오답이 나오게 되어 어린이의 사고활동이나 문제해결 능력을 기르는데 큰 장애 요인도 된다.

본 연구에서는 Computer나 Calculator에서 오는 수학교육적 부작용을 막고, 이를 효과적으로 이용하는 방법을 찾기 위하여 첫째, Computer나 Calculator를 활용한 계산지도의 새로운 방향을 알아보고, 둘째, 산수과 각 영역에서 새로운 어림셈 지도의 전략과 방법을 찾아 수학교육의 개선을 꾀하고, 셋째, 앞으로 우리나라 어림셈 지도의 교육과정 개선에 이바지하려는 연구 목적을 가지고 다음과 같은 내용이 연구 되었다.

(1) 어림셈의 사회적 유용성을 밝히고, 어림셈 지도와 관련한 새로운 계산 지도의 방향을 알아보았는데, 새로운 계산 지도에서는 정답이 산출되는 종이와 연필로 하는 계산, Computer나 Calculator로 하는 계산, 암산의 방법 등이 강조되었고, 이와 병행하여 대략의 답이 산출되고, Computer나 Calculator의 부작용을 막을 수 있는 어림셈의 필요성이 역설되었다.

(2) 어림수와 어림셈의 정의를 밝히고, 저학년에서 어림셈이 이루어지는 경우의 여러가지 경험을 쌓아 어림셈의 소지적 지도가 이루어 지도록 하였다.

(3) 분수와 소수의 어림값을 발견하는 방법을 제시하고, 분수와 소수의 계산에서 어림셈하는 방법을 살펴 보았다.

(4) 어림셈 지도의 기초전략과 방법으로

1) 앞자리부터 계산하는 방법 (Front-end strategy) - - - 높은자리부터 계산

2) 묶어 어림하는 방법 (Clustering strategy) - - - 대표값으로 처리

3) 대략 어림하는 방법 (Rounding strategy) - - - 반올림, 올림, 버림의 이용

4) 적당한 수를 찾아 어림하는 방법 (Compatible numbers strategy) - - - 암산하기 쉽게 적당한 수를 찾아 어림하는 방법 (가법과 제법에서 활용)

5) 특별한 수를 찾아 어림하는 방법 (Special numbers strategy) - - - 암산하기 쉽게 적당한 수를 찾아 어림하는 방법 (분수, 비율에 적용)

등을 살폈고, 어림셈의 조절 방법 (Adjusting)을 제시하여 보다 정답에 접근 할 것을 시도 하였으며, 어림셈의 의미, 방법, 과정, 기능 등 수학적 사고력과 문제해결력을 길러 어린이의 창의성 신장에 도움을 주도록 하였다.

(5) 측정은 본래 어림셈이 적용되는 내용으로 특별히 취급하여 다음과 같은 내용을 측정의 어림셈 지도의 기초전략으로 제시 하였다.

1) 단위의 크기에 대한 양감 기르기.

2) 단위량의 반복사용으로 전체량을 어림하기

3) 길이와 부피의 양을 무게를 달아 어림하기

4) 기지의 양을 가지고 미지의 양을 어림하기 (2등분 조작으로 알아보기.)

5) 넓이를 등적변환에 의하여 어림하기.

(6) 현재 우리나라에서 지도되지 않고있는 암산(mental computation) 지도의 방법과 교육적 가치를 논하고, 앞으로 암산지도를 학교교육에 도입할 것을 강조하였다.

(7) 우리나라와 일본의 어림셈 지도에 관한 교육과정과 교과서의 내용을 검토해 본 결과, 미국의 어림셈 지도에 비하여 그 내용이 매우 뒤떨어져 있음을 보았고, 이를 개선하기 위하여 새로운 어림셈 지도의 교육과정을 구성하여 앞으로의 교육과정 개선에 이바지 하도록 하였다.

參考 文獻

1. 문교부, "산수" (교과서), 전학년, 1989.
2. 문교부, "국민학교 새 敎育課程 槪要," 1982.
3. 문교부, "국민학교 교육과정 해설," 1987.
4. 姜時中, "數學敎育論," 改訂版, 敎育出版社, 1989.
5. 日本 文部省, "小學校指導書" (算數編), 1986.
6. 동경서적 (日本), "新編 新しい 算數" (日本 算數敎科書, 全學年), 東京 : 동경서적, 1986.
7. "敎育心理學," 金子書房
8. NCTM, "Measurement in School Mathemtics," 1976 Yearbook.
9. _______, "Estimation and Mental Computation," 1986 Yearbook.
10. _______, "New Directions for Elementary School Mathmatics," 1989 Yearbook.
11. _______, "Curriculum and Evaluation 'standards' for School Mathematics," 1989.
12. _______, "Problem Solving in School Mathematics," 1980 Yearbook.
13. _______, "The Agenda in Action," 1983 Yearbook.
14. _______, "The Secondary School Mathematics Curriculum," 1985 Yearbook.
15. _______, "The Ideas of Algebra, K-12," 1988 Yearbook.
16. _______, "Developing Computational Skills," 1978 Yearbook.
17. Barbara J. Dougherty, Terry Crites, *Applying Number sense to Problem solving*, Arithmetic Teacher **36**, no. 6 (1989), 22-25.
18. Phares O'Daffer, *A case and techniques for estimation : Estimation Experiences in elementary school mathematics*, Arithmetic Teacher **26**, no. 6 (1979), 46-49.
19. David J. Hildreth, *The use of strategies in Estimating Meusurements*, Arithmetic Teacher **30**, no. 5 (1983), 50-54.
20. Robert E. Reys, *Estimation*, Arithmetic Teacher, **32**, no. 6 (1985), 37-41.
21. Barbara J. Reys, *Mental computation*, Arithmetic Teacher, **32**, no. 6 (1985), 43-46.
22. Harold L. Schoen, *Estimation and Mental computation*, Arithmetic Teacher, 34, no. 6 (1987), 28-29.

ABSTRACT

This is a study on an instruction of estimation for error correction in the calculation with a computer or a calculator.

The aim of this study is to survey a new aspect of calaulation teaching and the teaching strategy of estimation and finally to frame a new curriculum model of estimation instruction.

This research required a year and the outcomes of the research can be listed as follows :

1. Social utilities of estimation were made clear, and a new trend of calculation teaching related to estimation instruction was shown.

2. The definition of estimation was given and actual examples of conducting an estimation among pupils in lower grades were given for them to have abundant experiences.

3. The ways of finding estimating values in fraction and decimal fraction were presented for the pupils to be able to conduct an estimation.

4. The following contents were given as a basic strategy for estimation.

1) Front-end strategy

2) Clustering strategy

3) Rounding strategy

4) Compatible numbers strategy

5) Special numbers strategy

5. In an instuction of estimation the meaning, method, and process of calculation and calculating algorithm were reviewed for the cultivation of children's creativity through promoting their basic skill, mathematical thinking and problem-solving ability.

6. The following contents were also covered as an estimation strategy for measurement.

1) Calculating the sense of quantity on the size of unit.

2) Estimating the total quantity by frequent repetition of unit quantity.

3) Estimating the length and the volume by weighing.

4) Estimating unknown quantity based on the quatity already known.

5) Estimating the area by means of equivalent area transformation.

7. The ways of instructing mental computation were presented.

8. Reviews were made on the curricular and the textbook contents concerning estimation instructions both in Korea and Japan, and a new model of curriculum was devised with reference to estimation instruction data of the United States.

[표 2] 특별한 수를 찾아 어림셈하는 방법 (P. 27)

(문제)	(생각)	(어림셈)
$\frac{8}{9}+\frac{11}{12}$	각 분수값은 1 에 가깝다.	$1+1=2$
720 의 $\frac{12}{23}$	$\frac{12}{23}$ 는 1/2 에 가깝다.	$720\times 1/2=360$
990 의 9.8 %	9.8 % 은 1 에 가깝다.	$990\times 0.1=99$
$0.98\overline{)436.2}$	0.98 은 1 에 가깝다.	$436\div 1=436$
103.96×14.8	103.96 은 100 에 가깝고 14.8 은 15 에 가깝다.	$100\times 15=1500$