韓國數學敎育學會誌 < 數學敎育 >
1990. 6. 제 29 권 제 1 호 17 - 19

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
June 1990: Vol. 29, No. 1, 17 - 19

수학교육에서 브라운웰 (Brownell, W. A.) 의 의미 학습 이론에 대한 새로운 해석

이 문은 (경서고등학교)

수학교육에서 손다이크의 드릴 이론에서부터 브라운웰의 의미 학습 이론에 이르는 과정은 새수학 운동에서 이론적인 근거를 제공해 주었던 바쁜 기간이었다. 그후 80 년대에 들어와서도 초기 의미학습이론자나 후기 의미학습론자들에 의하여 제시되는 여러 예들은 교과서의 개념표현 작업에 도움을 주는 중요한 제언이었다. 본고에서는 교육과정의 내용 계열의 구성과 개념 표현 방식에서 이들이 준 보기를 어떻게 재 해석 할 것인가를 필자 나름대로 제시해 보았다.

1. 초기 의미 학습론자들의 견해

손다이크의 본드 연결을 중심으로 한 드릴 이론 (drill theory) 은 산수교육을 활발하게 추진시키는 중요한 이론임에는 틀림이 없으나, 이후 브라운웰, 맥코넬 (McConnell, 1934), 스원슨 (Swenson, 1949) 등에 의하여 거센 도전을 받았다. 이 의미학습론자들은 본드의 이론을 다음과 같은 관점에서 반대하는 입장이었다.

첫째는 드릴 이론은 아동들과 어른들사이에 존재하게 되는 계산 활동에서 질적인 차이를 분석해주지 못한다. 예를 들면, 어른들이 슈퍼마켓에서 청구서를 덧셈을 기억하여 기계적으로 계산하게 되는 데, 아동들도 어른과 똑같은 방법으로 계산하는가? 에서 초기 의미학습론자들은 몇 가지 실험 연구를 통해 그렇지 않다고 말했다. 어린이들은 기계적인 계산보다 손가락을 이용한다든지 하여 4 + 4 = 8 임을 계산하고, 이를 이용하여 4 + 5 는 9 임을 설명했다.

둘째는 드릴 이론은 학습목표를 왜곡해서 바라본다. 브라운웰 등과 같은 의미학습론자들은 계산기능의 준거 (creterion) 는 양적인 사고를 할 수 있는 능력이지 주어진 산수 문제를 계산하는 데 100 % 의 정확도와 속도를 유지하는 것은 아니라고 주장했다.

브라운웰 (1928) 의 해석을 보면

> 어린이들은 7 + 5 는 12 임을 자동적으로 말하는 것이 아니고 그가 7 + 5 는 12 가 되는 이유를 깨달을 때까지, 남한테 7 + 5 가 되는 이유를 실증할 때까지, 한참동안 깊은 생각을 한후 그 답을 확신할 때까지, 그 의미를 구체적인 조작을 통해 얻을 때까지는 7 + 5 는 12 가 됨을 말하지 못한다.

따라서, 브라운웰을 중심으로한 의미학습론자들은 산수교육을 양적인 사고 (quantitative thinking) 를 길러주는데 큰 의미를 둔다고 보고 있었으며, 그렇게 되기 위해서는 자동적인 대답의 축적이 아니고 의미의 축적이 되어야 한다고 보았다. 드릴은 이러한 의미 (meanings) 를 개발시켜 주지못하며 반복 (repetition) 은 이해를 유발시켜 주지 못한다고 보았다 (1935).

결국 초기 의미학습론자들은 산수지도는 개념들간의 관계를 강조해야하고 이러한 교육이야말로 양적인 사고를 조장시켜주는 방법으로 보았다. 이러한 방법이 의미 방법 (meaningful method) 이며, 이 방법이야말로 학생들이 수에 관한 그들의 지식을 조직하고 통합하는 데, 수 조합의 원리

를 터득케 하는데 도움을 준다는 입장이었다. 이러한 입장은 그가 "Psychological Considerations in the Learning and the Teaching of Arithmetic" 에서 이야기한 "개념들간의 관계에 강조를 둔 의미 지도 없이 드릴만을 강조한다는 것은 학생들에게 수학은 서로 관계가 없는 독립된 항목들의 더미에 불과한 것이라고 심어주는 결과만 만들뿐이다" 라는 말에서 잘 볼 수 있다. 이러한 브라운웰의 아이디어는 이후 새 수학 운동으로 이어지는데 수학적인 원리와 페텅의 통합화 (integration) 가 교재 개발의 핵심이 된다. 또, 이런 아이디어는 수학교육을 전공한 벤 엔겐 (Van Engen) 으로 이어졌다.

2. 후기 의미학습론자들의 견해

벤 엔겐은 브라운웰의 의미이론을 다음과 같이 2 가지 측면에서 확대 해석했다.

(1) 수학을 이해하는데 사회 현상에서 보는 사회적 의미 (social meanings)

(2) 수학의 구조 측면에서 보는 구조적 의미 (structual meanings)

여기서 (1) 은 초등 수학에 강조점을 둔다면 (2) 는 고등 수학에 강조를 두는 견해라고 주장하는 사람도 있다. 그러나, 수학을 가르친다는 입장에서 보면 둘로 나눌 필요는 없고 서로 보완 역할을 한다는 의미가 강하다. (2) 는 특히 수학 내용들간에서 존재하는 관계 (relationships), 조직화 (organization), 구조 (structure) 등을 이해함으로서 수학의 의미를 파악한다는 의견이다. 이는 새 수학 운동의 기본이 되는 사조임을 이해할 수 있다.

이러한 두 가지의 의미 이론을 수학교육에서는 교재개발에 절대적인 배경을 제공해준다. 여기서는 구체적인 실현 방법을 필자 나름대로 기술해 보고자 한다.

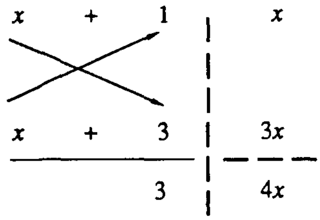
기능의 의미화

계산을 기계적으로 한다는 것은 곱셈 구구를 외어서 37×25 를 계산하는데 쉽게 925 라고 대답한는 것을 말한다. 처음 기본 곱셈표를 완성할때 우리는 2×3, 4×6, ... 등을 의미 없이 암송하라고 할수 있다. 그러나, 의미 지도에 들어와서는 이 방법은 배제된다. 예를 들면,

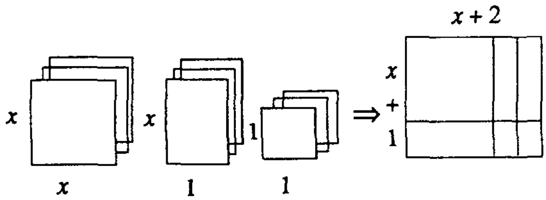
$$4\times 7=\boxed{} \Leftrightarrow 7+7+7+7=\boxed{}$$

와 같이 덧셈을 통해 곱셈의 뜻을 전달한다. 중등학교에서도 기능영역을 의미화하는 데 다음과 같은 보기를 들 수 있다.

x^2+4x+3 을 인수분해하면 두 인수 $(x+1)$ 과 $(x+3)$ 을 아래 그림과 같이 알고리즘화하여 학생들에게 제시한다.



학생들은 알고리즘을 만들면 되지 알고리즘이 어떤 의미를 가지고 있는지 조사하려 하지 않는다. 그러나, 이러한 알고리즘은 다음과 같이 부르너의 발견 지도법에서 약간 힌트를 얻어 의미있는 교재 연구를 할 수 있다.



이후 $x^2+bx=c=(x+p)(x+q)$ 와 같은 알고리즘을 일반화하는 문제는 쉽게 진행이 된다.

개념의 의미화

개념의 의미화는 엔겐이 이야기한 두가지 관점과 부르너의 견해가 폭 넓게 활용이 된다. 개념학습은 문제 해결 장면을 도입하여 수학의 내용을 의미화한다는 것이고, 다른 접근은 발견 학습을 통해 의미있게 개념의 형성을 도울수 있다는 것이다. 가네방식으로하면 수학적 기호로 표현된 개념을 배우고 이의 응용으로서의 문제 해결을 한다는 것인 데 이것과 상반된 순서를 가지고 있다는 것이다. 도함수를 가르치기 위하여 다음과 같은 문제 장면부터 도입한다든지

초속도 28 m/sec 로 지상에서 물체를 연직 상방으로 던졌을 때, 그 물체의 초후의 높이 h m 는 $h = 28t - 4.9t^2$ 이다.

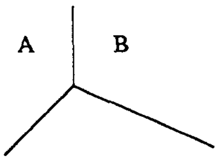
다음을 구하여라.

(i) 이 물체가 최고점에 도달하는 시각과 그때의 높이

(ii) 던지고 나서 3 초후의 속도

또는, 두 평면이 만난점은 직선이 됨을 다음과 같은 문제 장면에서 유도한다는 것이다.

아래 그림에서와 같이 두개의 벽면 A, B 에서 각각 1 m 되는 지점을 점으로 나타내면 어떤 도형이 될까? 또 두 도형이 만나는 지점은 어떤 도형이 될까?



엔겐의 구조 이론은 많은 사람이 구체적인 보기를 들려고 노력하였다. 그러나, 수학의 구조는 초·중등학교에서 과연 표현될 수 있는 것인가? 에 많은 의문을 가졌다. 그럼에도 불구하고 지식의 구조화는 이론가들의 관심사이다. 구조는 부분 구조와 전체 구조로 나누어 설명할 수 있는 데 수학자들 사이에 이 두 관점의 구조를 형상화하기 위하여 노력한 때가 있었다. 1972 년에 에드 (Wade) 가 정의한 수학적 조직과 수학적 구조를 살펴보자.

수학적 조직은 집합 S ($\neq \emptyset$) 와 주어진 연산 O 을 합한것을 말하며 기호로 $<S ; O>$ 와 같이 나타낸다. 이 때 연산 O_1, O_2 의 두 개일 때는 $<S ; O_1, O_2>$ 와 같이 표현한다.

수학적 구조는 수학적 성질을 가지고 있는 수학적 조직을 말하며 구체적인 예로써 군 (group) 을 들 수 있다.

그러나, 부르너등과 같은 심리학자들은 구조를 다른 관점에서 설명하려 한다. 예를 들면,

$$\begin{array}{r} 325 \\ +\ 478 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 300+20+5 \\ 400+70+8 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 300+400=700 \\ 20+\ 70=\ 90 \\ \underline{5+\ \ 8=\ 13} \end{array} \Rightarrow 803$$

이 예에서 보는바와 같이 수학적인 과제는 이미 배운 기능, 개념들의 관계가 질서 정연하게 연결되어 있다.

3. 맺음말

본 연구에서는 수학적 개념, 알고리즘 지도에서 어떻게 하면 학생들의 인지표현 능력을 향상시키고 교사자신이 활발한 교재 연구를 통하여 학습을 의미있게 할 수 있는지를 이론과 실제로 나누어 분석해보았다.

즉, 의미 학습이란 어떻게 학생들의 인지 구조 (cognitive structure) 에 알맞게 가르치고자 하는 내용을 잘 조직하느냐에 논의의 촛점이 모아진다.

따라서 여기에서 제시하는 의미학습에 관한 아이디어는 이해를 시키기 위한 방법으로 생각해도 된다.

이와 같이 가르치고자 하는 수학내용 (개념, 기능, 문제 해결) 을 기능과 여러 표현 방법을 도입하여 이해 수준 (level of understanding) 을 강조하는 것이 현실적으로 학교수학에서 강조해야 할 점이라고 생각된다.

참고문헌

1. Brownell, W.A., "The Development of Children's Number Ideas in the Primary Grades," Chicago, University of Chicago, 1928.
2. Brownell, W.A., *Psychological Considerations in the Learning and the Teaching of Arithmetic*, in "The Teaching of Arithmetic, the Tenth Yearbook of the NCTM," 1935.
3. McConnell, T.M., "Discover or be Fold? Reseach in the Three' R's," New York, Harper, 1958.
4. Van Engen, H., *Analysis of meaning in arithmetic*, Elementary School J. **49** (1949).