韓國數學教育學會誌 < 數學教育 >
1990. 6. 제 29 권 제 1 호 7 - 16

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
June 1990: Vol. 29, No. 1, 7 - 16

산수과 문제 해결의 Strategy 에 대하여

양 인환 (청주교육대학)

<목 차>

I. 서론

일상 용어로서의 문제 해결은 개인 또는 조직체가 당면하는 정치, 경제, 사회, 문화 등에 관한 제반 문제를 도덕적, 철학적, 법률적 제 규범에 비추어 보편 타당성이 인정되는 결과를 얻는 것이라고 볼 수 있다.

그러나 수학 용어로서의 문제 해결 - 수학과에서의 문제 해결 (Problem Solving) - 은 "실생활에 수학을 적용하는것과 현재와 미래 과학의 이론과 실제에 도움을 주는 것과 그리고 수학적인 과학 자체에 영역을 확대하는 문제점을 해결하는 것 등을 포함한다" [1] 와 같이 말하고 있다.

문제 해결은 1930 년대부터 미국 등 여러 나라에서 연구되어 왔으나 특히 각광을 받게 된것은 미국수학교사평의회 (NCTM) 의 Agenda 이후이다.

Agenda 는 권고사항 여덟 항목 중 첫째 항에서 "문제 해결은 1980 년대의 학교수학의 촛점이 되지 않으면 안된다" [2] 라고 말하고 있다. 그리고 문제 해결의 Strategy 에 대해서

- ㅇ 수학 커리큐럼은 문제 해결 위주로 구성되어야 한다.
- ㅇ 문제 해결을 지도하기 위한 적절한 교육자료가 학년 수준에 맞게 개발되어야 한다.
- ㅇ 좋은 문제를 개발하고, Strategy 를 예시하여 학교단계에 따른 문제 해결 활동의 전개를 제안해야 한다.

등을 말하고 있다 [3].

그리고, 1983 년에 NCTM 에서 발행된 연보 "The Agenda in Action" 에서는 Hunter Ballew (1983) 의 연구 [4] 를 비롯하여 다수의 문제 해결 지도에 관한 연구 논문을 수록하고 있다.

우리 나라에서도 문제 해결에 대한 세미나 [5] 가 있었고, 강 옥기를 중심으로 한 한국교육개발원 연구팀이 "수학과 문제 해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구" [6], "수학적 사고력 신장 프로그램 개발을 위한 방안 탐색" [7] 이란 연구를 통하여 문제 해결에 대한 일반화를 도모하고 있다.

또한, 박 한식을 중심으로 한 한국교원대학교 수학과 팀에서는 "An Agenda for Action" 과 "School Mathematics in the 1990s" 를 번역하여 자료집 [8] 을 내놓고 있다.

이밖에 수학 교육학을 전공한 많은 학자들이 우리나라의 교육 현장에서 문제 해결에 대한 학습의 정착을 위해서 연구를 추진하여 왔다.

한편 문교부에서는 제 5차 산수과 교육과정 개정을 통하여, 교과서, 보조교과서, 교사용지도서 내용에 일관되게 "기초학습 기능과 수학적 활동 및 문제 해결력과 관련되는 내용을 강화" 하도록 하고 있다 [9].

그러나, 산수 학습이 이루어지는 현장은 수학교육의 조류나 학자들의 연구와는 반드시는 일치하지 않는다. 근래의 우리 나라 수학교육의 현실에 대하여 교육개발원은 다음과 같이 우려하고 있다.

"문제 해결에 대하여 대부분의 교사들이 무관심하여, 문제 해결 Strategy 에 대하여 깊이있는 연구를 못하고 있는것이 현실이다. 더우기, 문제 해결을 위한 자료가 빈약한데다 획일적인 수업진행으로 인해 학생들이 문제 해결력 신장을 효과적으로 달성하지 못하고 있다. 따라서 우리나라의 수학교육이 문제 해결이란 목표를 달성하기 위해서는 문제 해결에 관한 체계적인 연구를 바탕으로 하여 적절한 교수-학습 자료를 개발하고 지도 방법을 연구 제시할 필요가 있다." [10]

그렇지만 우려할만한 현장의 상황은 여러가지 복합적인 요인이 작용하고 있다고 본다. 많은 사무적 업무, 지도량의 문제와 연구시간, 그리고 지도면에 대한 정보의 부족등이 있을 수 있다.

한편, 본 연구자는 취업전 교육을 담당하는 교사양성 기관에서 수학교육을 담당할 미래 교사에게 그 목표를 충분히 달성할 수 있도록 적정하게 연구, 지도하였는가 하는 문제를 반성하게 된다.

이와같은 입장에서 본연구는 수학교육의 목표 달성을 위한 여러 문제 중에서, 문제 해결의 Strategy 에 국한시켜, 체계적인 고찰을 통하여 취업전 교육의 기초 자료로 삼고자 한 것이다.

II. Strategy 의 분류

Strategy 란 말은 어떤 목적을 수행하기 위한 계획, 방법, 책략을 뜻하여 방책, 전략이라고 번역하여 쓰는 경우가 많다. Mayer (1983) 는 "Strategy 란 문제의 해 (Solution) 의 길 (Path) 을 찾는 기술이다. Strategy 는 해답을 찾는 것을 보장하지는 않지만 문제 해결을 도와주는 안내자 역할을 한다" [11] 고 말하고 있다.

산수교육에서는 당면한 문제를 풀 경우에 도움이 될 수 있는 일반적인 절차나, 해법 발견의 실마리를 얻도록 하는 방법을 보통 문제 해결의 Strategy 라고 말하고 있다.

A. 이시다의 분류

문제 해결의 Strategy 는 학자에 따라 그 분류방법이 다양하다. 이시다는 Strategy 를 크게 둘로 나누고 있다 [12].

1. 문제 설정의 Strategy : 어떻게 문제를 만드는가에 대한 전략
2. 문제 해법의 Strategy : 어떻게 문제를 푸는가에 대한 전략

1 은 현실적 장면의 문제를 어떻게 하여 수학적 문제로 완성하는가, 그리고 이미 해결한 문제를 토대로 보다 발전적이고 일반적인 문제로 만들어 가는가 등에 대한 전략이다 [13].

2 는 설정된 문제 또는 주어진 문제를 어떻게 이해하고, 해결해 가는가에 대한 전략이다.

B. Charles 와 Lester 의 분류

Charles, R. 와 Lester, F. (1982) 도 두가지 Strategy 를 주장하고 있다 [14]. 즉, 하나는 문제를 처리하기 위한 전반적 계획에 관련되는 일반적 Strategy (General Strategy) 와, 일반적 Strategy 를 사용하는 것을 쉽게하기 위하여 돕는 성격의 보조적 Strategy (Helping Strategy) 이다. 다음은 자주 사용되는 Strategy 들이다.

일반적 Strategy
○ 규칙 찾기 : 일반화하기
○ 연역하기 (또는 귀납하기)
○ 거꾸로 풀기
○ 추측하여 체크하기
○ 먼저, 유사 문제 풀기 (유사한 것, 또는 조건이나 변수를 줄여서 간단히 한 것)
○ 방정식 만들기

보조적 Strategy
○ 문제를 다시 읽어 보기
○ 관건(Key)이 될만한 말이나 구절을 찾기
○ 중요한 정보를 기록하기
○ 정리한 세목(List), 표, 도표 만들기
○ 삽화, 교구, 그래프를 사용 또는 만들기
○ 그 문제를 실험 또는 실연해 보기
○ 보다 간단한 수를 사용해 보기

일반적 Strategy는 보조적 Strategy가 될 수도 있고 또한 이것은 역으로 생각할 수 있다. 가령, 어떤 문제가 한 개의 최종적인 해답으로 이끄는 2개 이상의 부분적 또는 예비적인 답을 가지고 있을 때, 몇 개의 상이한 일반적 Stetegy 가 쓰여질 수도 있다. 이런경우, 각각의 일반적 Strategy는 어떤 의미에서 보조적 Strategy로도 된다. 또, 보조적 Strategy - 가령 문제를 실연해 보는것 - 가 실제 일반적 Strategy이기도 한 장면을 생각할 수 있다.

기억해 둘 요점은, 몇 개의 절차가 하나의 전반적인 계획을 추진하는 것을 보다 쉽게 하기위하여 쓰여지는 일이 많다는 것이다. 이들 절차가 보조적 Strategy이며, 그 경우의 전반적인 계획이 일반적 Strategy인 셈이다.

보조적 Strategy는 특정한 기능이나 과정과 같이 직접적으로 가르칠 수가 있으나, 일반적 Strategy는 풀어야 할 특별한 문제의 문맥 속에서 가장 잘 학습된다.

C. 고또의 분류

고또는 Strategy를 다음의 4가지 유형으로 나누고 있다.

○ 총합적 방책 (Global Strategy)
○ 일반적 방책 (General Strategy)
○ 수학적 방책 (Mathematical Strategy)
○ 특수적 기법 (Local Strategy : Tactics) [15]

다음에는 Polya, Schoenfeld 등의 Strategy를 위의 구분에 따라 살펴 보기로 한다.

1. 총합적 방책

이것은 산수, 수학과의 문제해결의 부분적 장면뿐만 아니라 모든 문제해결의 장면에서 중시하는 사고이다. 그 대표적인 것으로 Polya, G.가 제시한 Strategy와 Shoenfeld, A. H.가 제시한 발견법이 있다.

(1) **Polya, G.의 Strategy** [16]

Polya의 문제 해결의 단계는 (i) 문제이해 (ii) 계획수립 (iii) 실행 (iv) 반성 의 단계로 오늘날까지 문제해결 연구에 있어 대표적인 지위를 누리고 있다고 할 수 있다.

각 단계의 Strategy를 열거하면 다음과 같다.

1) 문제의 이해에 관한 것
i) 그림(Picture 또는 Diagram)을 그려라. 적당한 기호를 도입하여라.
ii) 문제의 조건이 모든 부분에서 만족된다고 생각되는 가설적인 그림을 그려라.
iii) 추상적인 수학내용도 구체적으로 제시하려고 애쓴다.
iv) 문제를 세분화하여 생각하여라.

2) 계획수립에 관한 것
i) 같거나 또는 유사한 미지수를 갖는 잘 알려진 문제에 대하여 생각하여라.
ii) 관련된 문제를 알고 있는가, 문제를 재진술할 수 있는가.
iii) 같거나 또는 유사한 결론을 갖는 잘 알려진 정리에 대하여 생각하여라.
iv) 일반화, 특수화 유추
v) 분해와 재구성
vi) 문제의 변형, 보조 문제, 모든 조건을 다 활용했는가.

2') 문제를 풀 때의 일반적인 수속이라고 생각되는 것
i) 정의로 돌아 가기 (Go Back to the Definition)
ii) 차례로 풀기 (Working Forwards)
iii) 거꾸로 풀기 (Working Backwords)
iv) 귀납하기 (Induction)
v) 등식 만들기 (Setting up Equation)

3) 계획 실행에 관한 것
i) 계획을 실행하고 각 단계를 점검하여라.
ii) 각 단계가 정확한지 확인할 수 있는가.

4) 반성 (Looking Back)에 관한 것

i) 모든 데이타와 조건을 사용하였는가

ii) 다른 방법으로 결과를 얻을수 있는가

(2) **Shoenfeld, A. H. 의 발견법** (Heuristics)

Schenfeld 는 Polya 의 문제 해결에 대한 생각을 충실히 이어 받아 그것을 다시 정밀할 형태로 만든것이다. 그의 문제 해결의 단계는 (i) 분석 (ii) 계획 (iii) 탐구 (iv) 실행 (v) 검증 의 단계이다.

다음 표는 Schoenfeld 가 제시한 문제 해결 전략의 개요의 도식이다 [17].

다음은 각 단계에서 자주 쓰여지는 발견법이다.

<문제 해결에서의 중요한 발견법> [18]

1) 문제를 분석하고 이해하는 것

i) 조금이라도 가능하다면 그림을 그려라.

ii) 특별한 경우를 조사하여라.

a) 실예를 들어라.

b) 성립하는 범위를 명확히 하여라.

c) 1, 2, 3, ... 같이 이어지는 정수의 변수를 설정하여 귀납적인 규칙을 찾아라.

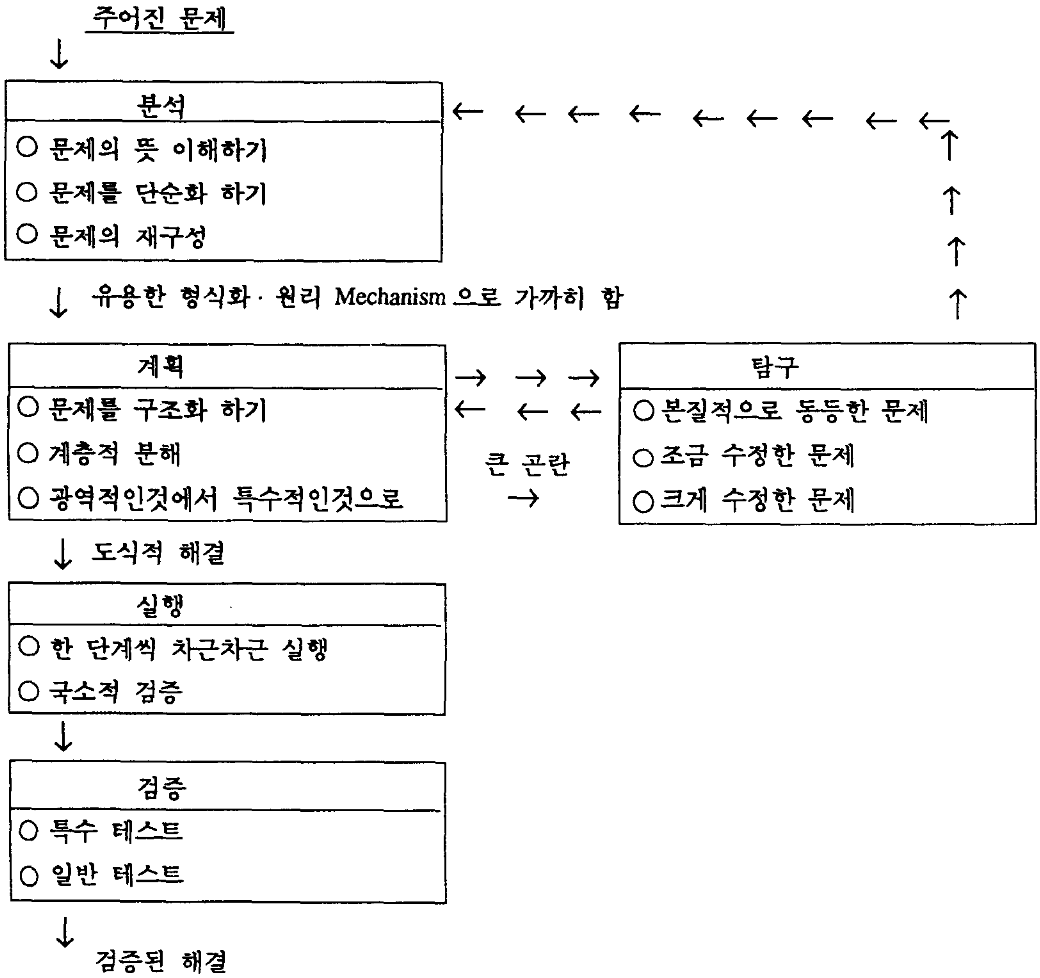
iii) 대칭성을 사용하여, "일반성을 잃지 않게" 단순화하기를 시도하여라.

2) 해결의 계획을 세우는 것

i) 단계적인 해결을 계획하여라.

ii) 해결의 각 단계에서, 자기는 무엇을 하고 있는가, 그 결과를 사용하여 왜, 무엇을 하려고 하는가를 설명할 수 있도록 하여라.

3) 어려운 문제의 ·해법을 탐구하는 것



i) 관련된 문제를 몇 개 생각하여라.
a) 조건을 동치인 것으로 바꾸어 보아라.
b) 문제의 요소를 다른 방법으로 결합하여라.
c) 보조가 될 수 있는 요소를 도입하여라.
d) 문제를 재구성 하여라.
○ 관점이나 표현법을 바꾸어라.
○ 모순, 대우명제를 조사하여라.
○ 문제가 풀렸다고 가정하고, 그 때 지녀야 할 성질들을 조사하여라.
ii) 본래의 문제를 조금 변형하여 생각하여라.
a) 하위 목표를 만들고, 그달성을 시도하여라.
b) 조건을 완화하고, 그 후 다시 조건을 부여하여 보아라.
c) 문제를 분해하고, 그 부분별로 부딪혀 보아라.
iii) 본래의 문제를 크게 변형하여 생각하여라.
a) 보다 단순한 (변수가 적은) 유사 문제를 조사 하여라.
b) 다른 것을 고정하고, 1개의 변수나 조건의 역할을 조사하여라.
c) [주어져 있는 것] (givens) 이나 결론이 유사한 문제를 생각하여라.
그 문제의 결과와 해법의 양쪽을 탐구하여 보아라.
4) 실행
5) 해답을 검증하는 것
i) 다음과 같은 특수한 테스트를 하여라.
○ 데이타를 모두 사용하고 있는가?
○ 합리적인 개산(어림셈)에 따랐는가?
○ 대칭,차원 분석의 테스트에 견딜수 있는가?
ii) 다음과 같은 일반적 테스트를 하여라.
○ 다른 방법으로 할 수 있는가?
○ 특별한 경우에도 성립하는가?
○ 이미 알고 있는 결과로 환원할 수 없는가?
○ 무엇인가 알고 있는 것을 만들어 내는가?

위에서 살핀 Polya, Schoenfeld의 관심은 주로 중등 교육에서의 수학교육 또는 그 이상의 수준에 관한 것으로 산수 교육과는 정도가 맞지 않는 것으로 생각된다. 산수 교육에서는 취급되는 문제의 질이 수학적 관점에서 뿐만 아니라, 아동의 생활이나 흥미, 그리고 관심이란 관점에서도 음미되어야 하겠다. 그러나, 문제파악 문제 처리에서의 세분화된 접근 방법등, 수학적인 태도가 상세히 분석되어 있다는 점은 산수 교육에서도 많은 도움을 얻을 수 있음을 시사해 준다.

2. 일반적 방책

일반적 방책은 문제의 해법을 발견하는 구체적인 수단이다. 위에서 살핀 Polya나 Schoenfeld의 각 단계(특히 계획 수립의 단계)에서 중요한 역할을 하는 Strategy를 가르킨다. 그리고 이 Strategy는 수학에서 유용하게 쓰일뿐만 아니라 과학분야에서도 많이 쓰이는 것으로, 가령, 귀납적 사고, 유비적 사고, 특수, 일반화에 대한 사고 등을 들 수 있다.

Lenchner, G. (1983)는 국민학교에서 지도할 수 있는 일반적 방책을 다음과 같이 12개를 들고 있다 [19].
1) 그림을 그리기 (Drowing a Picture or Diagram)
2) 규칙을 찾기 (Finding a Pattern)
3) 세목을 만들기 (Making an Organized List)
4) 표 만들기 (Making a Table)
5) 문제를 단순화하기 (Solving a Simple Problem)
6) 시행착오 (Trial and Error)
7) 실험해 보기 (Experimenting)
8) 문제를 실제로 행하기 (Acting out the Problem)
9) 거꾸로 풀기 (Working Backwards)
10) 식을 세워보기 (Writing an Equation)
11) 연역법으로 하기 (Using Deduction)
12) 관점을 바꾸어 보기 (Chainging Your Point of View)

3. 수학적 방책

여기서 말하는 Strategy는 수학적인 문제해결을 할 때에 쓰여지는 수학적인 수법을 지칭하는 것으로, 가령, 집합, 함수의 생각, 수량화, 식 표시의 생각, 공리적인 생각등을 지칭한다.

Larson, L. C. (1983)은 수학적인 문제를 발견적으로 풀기 위한 12개의 Strategy를 들고 있는데

이중 산수의 문제 해결에 알맞는 것에 다음 것들이 있다 [20].

a) 규칙을 찾는다.
b) 그림을 그린다.
c) 동치인 문제를 찾는다.
d) 문제를 수정한다.
e) 좋은 기호를 고른다.
f) 대칭성을 이용한다.
g) 분류한다.
h) 모순을 이끈다.
i) 일반화한다.

이같은 방책중에 c), e), f), g) 가 수학적인 방책에 해당된다.

4. 특수적 방책

이것은 Local Strategy 라고 부르기 보다는 Tactics (기법) 라고 부르는 편이 적합하다. Tactics 는 당면한 문제를 해결하기 위한 보다 구체적인 '테크닉' 이나 '힌트' 를 뜻하는 것이라고 할 수 있다. 가령,

* 선분도로 생각한다.
* 전체를 1 로 본다.
* 단위를 공통되게 만든다.
* 보조선을 그려본다.

등을 들수 있으며

* 표를 만든다.
* 그래프를 그린다.
* list - up 한다.

등의 생각도 여기에 포함시킬 수 있다.

한국교육개발원은 문제 해결 특수전략으로서 다음의 아홉 가지를 들고 문제 지도를 예시하고 있다 [21].

1) 식 세우기
2) 예상과 확인
3) 그림 그리기
4) 표 만들기
5) 규칙성 찾기
6) 단순화 하기
7) 거꾸로 풀기
8) 수형도 그리기
9) 논리적 추론 사용

이상에서 보면 문제 해결의 Strategy 를 분류한다는 것은 기준의 애매성으로 인하여 명확히 한계를 지워 구분하기가 어려운 것으로 생각된다.

III. 산수과의 Strategy 지도

A. Strategy 지도의 필요성

산수과의 문제 해결에 있어서는 무엇보다도 아동 개개인의 창의적인 사고력을 살려가면서 해결방법에 대한 좋은 착안을 할 수 있도록 하여야 하겠다. 이와 같은 학습활동의 전개를 위해서는 아동들 모두가 자기 나름의 해결방책을 동원하여 문제를 풀 수 있어야 한다. 그러나 수업장면에서 흔히 보듯이 문제파악도 못하는 아동이 있는가 하면, 식을 못세워 포기하는 아동, 기억하고 있는 공식같은 것도 이용하는 방법을 몰라 적용하지 못하는 아동등, 여러유형의 저항을 갖는 아동들이 많다.

이같은 아동들에게 당면하는 문제를 어떻게 처리할 것인가하는 구체적인 해법 발견의 기초 기능을 Strategy 지도에 의해서 기를 수 있다면 아동 스스로 해결하는 힘과 습관이 길러질 것이다.

Strategy 의 지도는 비단 문제를 풀기 위하여 소용되는 Strategy 뿐만 아니라 답을 얻은 뒤 반성단계 (Looking back) 의 활동을 촉진 하는 데도 유용한 것이다.

산수과의 Strategy 지도의 유용성에 관해서는 K. S. Lee 의 연구 [22] 가 있다. 그는 국민학교 4 학년 아동들이 문제 해결의 Strategy 를 이해하고, 산수의 문제 해결에 효과적으로 사용할 수 있는 가를 알아보기 위해 실험 연구를 하였다.

실험군에는 9 주간에 걸쳐 20 시간의 Strategy 의 지도를 다음 같이 실시하였다.

처음 다섯 시간은 [1) 그림 (Picture) 이나 Diagram 을 그린다. 2) 표를 만든다. 3) Pattern 을 찾는다. 4) 간단한 경우부터 생각한다. 5) 먼저 한개의 조건을 생각하고 다음에 또 하나의 조건을 생각한다.] 의 5 가지 Strategy 를 따로 따로 지도하고, 각각의 Strategy 가 문제 해결의 과정에서 어떻게 쓰여지는 가를 교사가 설명한다.

그후 열 다섯 시간의 수업시간은 아동들이 배운 Strategy 를 응용하여 문제를 해결하는 활동이 중심이 된다. 한편 통제군에게는 그 기간중 평상적인 산수 수업을 하였다.

그 결과 정답율에 있어 실험군 73%, 통제군 6%로 실험군에 대한 Strategy 지도의 효과가 생겼으며, 면접에 의한 문제 해결 과정의 분석에서도 실험군의 Strategy 사용 빈도가 크게 나타나, 정답율을 높이는데 기여한 것으로 보았다.

이상의 Lee 의 연구에서 보는바와 같이 Strategy 지도의 효과를 알 수 있지만, 아동들의 Strategy 획득의 한계라든가, 문제에 따라 적정한 Strategy 의 선택, 한 개의 Strategy 에 집착하는 경향 등을 예측할 수 있는바, 이같은 문제를 포함한 폭 넓은 Strategy 의 연구가 기대된다.

그러면 Strategy 의 지도를 할 경우 국민학교 단계에서 어떠한 Strategy 를 선정하여 지도 할 것인가에 대하여 살펴 보기로 한다.

필자는 위에서 Polya 와 Schoenfeld, Charles & Lester, 그리고 Lenchner, Larson 의 Strategy 에 대해 살피고, 직접 실험을 한 Lee 의 Strategy 와 한국교육개발원의 문제 해결 특수 전략도 살폈다. 그러나 많은 Strategy 중 아동의 발달단계나 학습내용에 따라 어느 학년에 어떤 Strategy 를 지도할 것인가에 대해서는 많은 검토가 이루어져야 할 중요한 문제라고 하겠다.

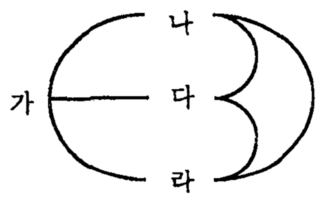
B. Strategy 의 지도 관점

첫째, 아동들이 문제해결의 과정을 중요시 하도록 하고 Strategy 를 의식할 수 있도록 하여야 한다. 교사가 처음부터 Strategy 를 제시하지 않고 아동들이 주어진 문제를 해결하기 위한 토의의 과정에서 해결의 열쇠가 될 수 있는 생각을 정리하여 Strategy 로 삼도록 하는 것이 바람직 할 것이다. 그리고 문제에 따라 Strategy 가 만들어질 때마다 그 Strategy 의 명칭을 붙여 정리해 두도록 한다. 가령 다음 [예제] 에서 보는 것처럼 여러가지 아이디어가 나오면 1), 2) 는 "목록 작성" (list - up), 2), 4) 는 "그림 그리기" 5), 6) 은 "표 만들기", 7) 은 "규칙성 찾기" 등과 같이 Strategy 의 이름을 붙여 카드에 기입해 두도록 한다.

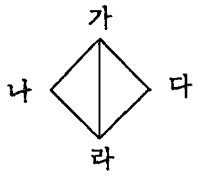
[예제] 가, 나, 다, 라의 야구팀이 각각 어느팀과도 한번씩의 시합을 한다면 어떤 조합이 만들어 질까요. 시합의 횟수는 전부 몇 번이 되겠읍니까?

1)	2)
가 - 나	가 - 나
가 - 다	나 - 다
가 - 라	가 - 라
나 - 다	다 - 라
나 - 라	가 - 다
다 - 라	나 - 라

3)



4)



5)

가	○	○	○			
나	○			○	○	
다		○		○		○
라			○		○	○

6)

	가	나	다	라
가		○	○	○
나			○	○
다				○
라				

7)

팀 수	2	3	4	......
시합수	1	2	6	......

다음에는 해결 방법의 예상을 갖도록 하는 것이 중요하다. 예상을 갖는 다는것은 문제의 특징을 잡아내어 어떤 Strategy 로 어떻게 접근하면 해

법의 실마리를 잡을 수 있는가를 검토하는 것이다. 이와같은 계획을 세우는 단계를 거치게 하여 해법의 예상을 갖도록 하므로써 아동은 Strategy를 자각할 수 있는것이며 선택한 Strategy에 대한 아동 자신의 해결 과정이나 해결후의 평가도 가능하게 된다.

또한 교사의 "좋은 문제"의 개발이 매우 중요한 점이다. Stephen Krulik & Jesse A. Rudnick (1980)는 좋은 문제의 속성을 다음과 같이 들고있다.

1. 그 문제에 대한 해결이 명료한 수학적인 개념이나 기능을 품고 있다.

2. 그 문제는 여러가지 장면에 일반화 한다든가 확장할 수 있다 [23].

Strategy의 지도에 쓰여지는 문제에는 교과서에 있는 문제(정형문제)와 Strategy 그 자체를 지도하는 데 역점을 둔 문제(비정형문제)의 두 가지 유형이 있다.

개개의 Strategy 지도를 강화하기 위해서 교과서에 있는 문제로 대응하기가 어려울 경우에는 개개의 Strategy 지도에 적합한 문제를 개발 하여야 한다.

C. Strategy 지도의 자료 모형

아동들이 문제 해결을 위한 Strategy를 의식하고 문제 장면에 따라 적정하게 사용하도록 하려면 개개의 Strategy에 촛점을 둔 좋은 교재를 교과서에서 추출하거나 비정형 문제를 만들어 의도적인 지도를 하여야 하겠다.

여기서 Lenchner의 열 두가지 Strategy에 대한 자료를 추출 또는 번안 한것을 제시한다 [19].

1. 그림을 그리기 (Drawing a Picture or Diagram)

(문제) 길이가 각각 6 cm, 9 cm, 11 cm인 막대가 3개 있다. 이 3개의 막대를 사용하여 14 cm를 측정하려고 한다. 어떻게 하면 측정할 수 있는지 설명하여 보아라.

2. 규칙성을 찾기 (Finding a Pattern)

(문제) 다음의 "∇" 기호는 '+, −, ×, ÷'처럼 어떤 계산을 나타내는 기호이고, <보기>의 등식들은 모두 참이다.

<보기>

$3 \nabla 2 = 8$

$5 \nabla 3 = 13$

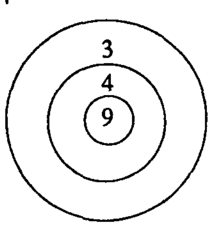
$3 \nabla 5 = 11$

$9 \nabla 7 = 25$

보기처럼 하면 '$7 \nabla 3$'은 얼마인가?

3. 세목을 만들기 (Making an Organized List)

(문제) 아래 그림과 같은 과녁에 3개의 화살을 쏘아 맞추려고 한다. 3개의 화살 모두가 과녁안에 맞춰진다고 하자. 3개의 화살이 꽂힌 점수를 모두 합할 때, 이 합한 점수가 모두 다른 경우는 몇 가지 인가?



4. 표 만들기 (Making a Table)

(문제) 철호네 앞마당의 우리에는 닭과 소가 모두 18마리 있다. 다리의 수를 세어 보았더니 모두 50개 였다. 닭과 소는 각각 몇 마리인가?

5. 문제를 단순화하기 (Solving a Simple Problem)

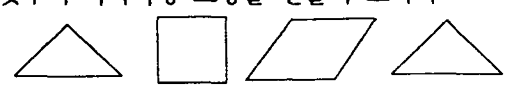
(문제) 수현이네 동네의 집 주소는 1510 번지의 1호부터 150호까지로 되어 있다고 한다. 집의 호수를 나타내는 숫자에 7이 들어 있는 집은 모두 몇 채인가?

6. 시행 착오 (Trial and Error)

(문제) 숫자 '4'가 네 개 있다. 이 네 개의 숫자 '4'를 모두 사용하여 값이 1이 되도록 나타내어라.

7. 실험(실연) 해 보기 (Experimenting)

(문제) 다음의 모양들을 자르거나 겹치지 않게 맞추어 직사각형 모양을 만들어 보아라.



8. 문제를 실제로 행하기 (Acting Out the Problem)

(문제) 은정이는 올림픽 우표 한장을 1500 원에 사서 2000 원에 판 다음 다시 그것을 2500 원에 사서 3000 원에 팔았다. 은정이는 얼마의 손해 또는 이익을 보았는가?

9. 거꾸로 풀기 (Working Backwards)

(문제) 용호는 상점에 들어가서 그가 갖고 있던 돈의 반 보다 2000 원을 더 썼다. 그 다음 두번째 상점에서도 남아 있던 돈의 반 보다 2000 원을 더 쓰고, 남은 돈은 하나도 없었다. 용호가 처음에 가지고 있던 돈은 얼마였는가?

10. 식을 세워 보기 (Writing an Equation)

(문제) 사과 두 개의 무게는 바나나 한 개와 자두 한 개의 무게와 같고 바나나 한 개의 무게는 자두 9 개의 무게와 같다고 한다. 사과 한 개의 무게는 자두 몇 개의 무게와 같은가?

11. 연역법으로 하기 (Using Deduction)

(문제) 사과 3 개와 바나나 2 개의 값의 합은 3900 원이고, 사과 2 개와 바나나 3 개의 값의 합은 4100 원 이라고 한다. 사과 1 개와 바나나 1 개의 값의 합은 얼마인가?

12. 관점을 바꾸어 보기 (Changing Your Point of View)

(문제) 길이가 모두 같은 6 개의 막대가 있다. 이 막대들을 이용해서 4 개의 정삼각형을 만들어 보아라. (단, 막대를 자르거나 구부리거나 겹치는 것은 안 된다)

IV. 결론

본 연구는 문제 해결에 있어서의 Strategy 의 역할을 살피고 지도 모형을 작성하여 취업전 교육의 기초자료로 삼고자 한 것이다.

서두에서 문제 해결의 중요성과 우리나라에서의 연구 동향을 살피고 2 장에서 Strategy 의 분류 및 Polya, Schoenfeld 등의 Strategy 에 관해서 고찰하였다.

3 장에서는 Strategy 지도의 필요성과 지도 관점을 논하고 Lenchner 의 주장에 따른 산수 과정의 Strategy 지도를 위한 자료 모형을 제시 하였다.

문제 해결에 있어서의 Strategy 지도의 장점은 아동으로 하여금 문제의 해답을 얻게 하기 위한 사고의 한 방편을 제공하는 것이라고 볼 수 있다. 아동이 문제에 당면 했을 때 전래 적인 용어대로 '속수무책' 인 상태에 놓인다면 해답을 얻기란 불가능 하다.

Polya 는 [어떤 교과의 지식도, 정보 (Information) 와 Know - how 에 의해 구성된다] 고 하면서 Know - how 를 강조하고 있다. 그렇게 하므로써 수학이 지니고 있는 또 하나의 측면으로 부터 수학 학습의 접근이 가능하다고 주장하는 것이다. 그 역할을 학교 수학의 지도에서 달성하려는 것이 Strategy 라고 하는 문제해결의 방법론적 측면이라고 할 수 있다.

이상으로 문제 해결의 Strategy 에 대한 기초적인 측면을 고찰 하였는 바 앞으로 다음과 같은 연구를 추진할 것을 제언으로 본고를 맺고자 한다.

1. 국민학교 각 학년에 알맞는 Strategy 지도 자료의 작성과 지도방법의 연구.
2. Open Approach 에 의한 지도 방법의 연구.
3. 문제 설정 (Problem Posing) 에 관한 연구.

참고문헌

1. NCTM (1980), "An Agenda for Action," p. 2.
2. ____________, 전게서. p. 1.
3. ____________, 전게서. pp. 1 ~ 5.
4. Hunter Ballew (1983), *Identification and Analysis of Specific Problem - Solving Strategies*, in NCTM "An Agenda in Action." pp. 79 ~ 87.
5. 한국교육개발원 (1985), "산수과 문제해결 신장을 위한 수업 방법 개선 연구 세미나" (未刊)
6. ____________(1985), "수학과 문제해결력 신장을 위한 수업방법개선 연구" (연구보고서 85 년 9 월)
7. ____________(1989), "수학적사고력 신장 프

로그램 개발을 위한 방안탐색" (연구자료 RM 89 년 11 월)

8. 한국교원대학교 수학과 (1986), "수학교육학 연구자료집" (제 1 집)

9. 문교부 (1988), "국민학교 교육과정 해설" (문교부 고시 제 87 ~ 9 호), pp. 386 ~ 393.

10. 한국교육개발원 (1985), 전게서 (연구보고서 85 년 9 월), p. 12.

11. Mayer, R.E. (1983), Thinking, Problem Solving, Cognition, New York : W. H. Freeman and Company, p. 374.

12. 片桐 重男 外 編 (1985), 最新中學校數學科指導 講座 2, 東京 : 明治圖書, 1985, p. 84.

13. 필자 註 : 이에 관계되는 문헌은 Brown. S. I., Walter, M. I 가 주장한 "what if not" 전략이 있다. [日本語譯版 은, 平林 一榮監 譯 (1990), いカにしこ問題 をつくるか, 東京 : 東洋館出版社]

14. Charles, R. and Lester, F. (1982), "Teaching Problem Solving What Why & How" : [中島 健三 譯 (1983), 算數の 問題解決の 指導, 東京 : 金子書房 pp. 41~43.

15. 古藤怜 編 (1985), "問題解決に すける ストテテジ - の 指導", 東京 : 明治圖書 p. 16.

16. Polya, G. (1973), "How to Solve it " 2nd Ed. (초판은 1957) [日本語版 : 柿内 賢信 譯 (1989), いカにしこ 問題をとくか, 東京 : 丸善株式會社; 한글판 : 우정호 역, "어떻게 문제를 풀 것인가," 서울: 천재교육, 1986]

17. Shoenfeld, A. H (1980), *Teaching Problem Solveing Skills*, Amer. Math. Monthly, **87**, no. 10 (1980), 794~805

18. Shoenfeld, A. H (1982), *Heuristics in the Classroom*, in "NCTM 1980 Year Book," pp. 9~10.

19. Lenchner, G. (1983), "Creative Problem-Solving in School Mathematics," Boston : Houghton Mifflin Company. pp. 19~45.

20. Larson, L. C. (1983), "Problem-Solving Through Problems," Springer - Verlag.

21. 한국교육개발원 (1985), 전게서 (연구보고서 85 년 9 월) pp. 68~79.

22. Lee, K. S (1982), *Forth Graders Heuristics Problem-Solving Behavior*, J. Res. Math. Educ. **13**, no. 2 (1982), 110~123.

23. Stephen Krulik & Jesse A. Rudnick (1980) : [日本語 版 伊藤 說郎 譯 (1986), 算數· 數學科 問題解決指導 ハンドズッケ, 東京 : 明治圖書 pp. 16~35]