

# 물팬텀에 조사된 고에너지 광자선의 선량 분포 특성에 관한 이론적 고찰

최동락, 이명자

한양대학교 의과대학 치료방사선과학교실

## I. 서 론

생체내에서의 고에너지 광자선의 선량 분포는 특히 방사선 치료에 있어서 중요한 자료를 제공하고 있다.<sup>(1)</sup> 그러나 아직까지도 수식이 알려지지 않고 있기 때문에 조사면 및 깊이에 따라서 측정된 몇몇 자료로부터 근사적으로 유추하여 치료에 이용하고 있다.

고에너지 광자선이 조사된 생체내에서의 선량 분포는 광자선의 에너지분포 및 생체조직의 특성에 따라서 영향을 받는다.<sup>(2)</sup>

일반적으로 입자가 불규칙하게 배열된 매질내에서의 광자선의 선량 분포를 구하기 위한 이론은 크게 해석적 이론과 수송 이론으로 나눌 수 있다.

해석적 이론<sup>(3)</sup>은 맥스웰 방정식으로 부터 출발하여 모든 물리적 현상을 수학적으로 기술할 수 있지만 실제적으로 계산상의 어려움으로 인해 거의 이용되지 않고 있는 실정이다. 반면에 수송 이론<sup>(4)</sup>은 파동 방정식으로 시작하지 않고 매질내에서의 에너지의 전달을 직접 다루는 이론으로서 비록 해석적 이론에 비해 물리적인 논리성이 결여되어 있긴 하지만 실제적으로 상당한 수의 연구에 적용이 가능하다는 사실이 밝혀져 있기 때문에 널리 쓰이고 있다. 그러나 수송 방정식에 대한 일반해는 아직까지는 밝혀지지 않고 있다. 비록 급수전개 이론에 의한 수치 해석적인 형태의 해<sup>(5)</sup>가 알려져 있긴 하지만 상당히 복잡한 컴퓨터 계산을 필요로 하기 때문에 비교적 간단한 모형을 사용하여 근사해를 구하는 것이 오히려 유용하다. 최근까지도 광속 모델을 이용한 수송 방정식의 근사해를 구하는 방법이 활발히 연구되었다.<sup>(6,7)</sup>

본 연구에서는 수송 이론을 근거로 하여 간단한 모형을 사용하여 수송방정식의 근사해를 이론적으로 구하여 고에너지 광자선의 심부량 백분율(percent depth dose, PDD) 및 측방 선량분포를 실험값과 비교 분석하였다.

## II. 이 론

수송 이론을 전개하는데 있어서 가장 기본적인 양은 상대적 세기(Radiance : Watt/m<sup>2</sup>srHz)이다. 우선 길이가 ds이고 단면적이 1인 실린더형의 기본 부피에 입사된 상대적 세기  $I(\vec{r}, \hat{s})$ 를 고려할 경우 부피 ds에는 pds개의 입자 (p : 단위 부피당 입자의 갯수)가 포함되어 있으며 각 입자는 에너지의 일부를 흡수하거나 산란한다. 따라서 부피 ds에 대하여 상대적 세기의 감소량  $dI(\vec{r}, \hat{s})$ 는 다음과 같이 표현되어 진다.

$$dI(\vec{r}, \hat{s}) = -pds(\sigma_a + \sigma_s)I(\vec{r}, \hat{s}) = -pds\sigma_t I(\vec{r}, \hat{s}) \quad (1)$$

여기서  $\sigma_a$ 는 흡수 단면적,  $\sigma_s$ 는 산란 단면적,  $\sigma_t$ 는 흡수 단면적과 산란 단면적을 합한 총 단면적을 나타낸다. 동시에 다른 방향  $\hat{s}'$ 으로부터 실린더형의 기본 부피내에 입사되는 상대적

세기의 일부가  $\hat{s}$  방향으로 산란되어 상대적 세기  $I(\vec{r}, \hat{s})$ 를 증가시킨다. 이 증가분을 결정하기 위해서  $\hat{s}$  방향에서의 입사 흐름을 고려하면 작은 입체각  $dw'$ 을 통해서 나오는 입사 흐름 밀도는  $S_i = I(\vec{r}, \hat{s}')dw'$ 이다. 또한 입자로 부터 R만큼 떨어진 거리에서  $\hat{s}$  방향으로의 단일 입자에 의한 산란 흐름 밀도는

$$S_r = \frac{|f(\hat{s}, \hat{s}')|^2}{R^2} S_i \text{ 이다.}$$

여기서  $f(\hat{s}, \hat{s}')$ 는  $\hat{s}'$  방향에서  $\hat{s}$  방향으로의 산란정도를 나타낸다. 그러므로 입사 흐름 밀도  $S_i$ 로 인해 생기는  $\hat{s}$  방향으로 산란된 상대적 세기는 다음과 같다.

$$S_r R^2 = |f(\hat{s}, \hat{s}')|^2 S_i = |f(\hat{s}, \hat{s}')|^2 I(\vec{r}, \hat{s}')dw' \text{ ———— (2)}$$

모든  $\hat{s}$  방향으로부터의 입사 흐름을 고려할 때 단위 부피  $ds$ 내의  $pds$ 개의 입자에 의해  $\hat{s}$  방향으로 산란되는 상대적 세기는

$$\int \frac{pds}{4\pi} |f(\hat{s}, \hat{s}')|^2 I(\vec{r}, \hat{s}')dw' \text{로 나타낼 수 있다.}$$

따라서 생체내에서의 고에너지 광자선의 산란 및 흡수 현상은 다음과 같은 수송 방정식에 의해 기술 될 수 있다. (8)

$$\frac{d}{ds} I(\vec{r}, \hat{s}) = -\gamma I(\vec{r}, \hat{s}) + \frac{\gamma}{4\pi} P(\hat{s}, \hat{s}') I(\vec{r}, \hat{s}') d\Omega' \text{ ———— (3)}$$

여기서  $I(\vec{r}, \hat{s})$ 는  $\vec{r}$ 점에서  $\hat{s}$  방향으로의 상대적 세기를 나타내고 위상함수  $P(\hat{s}, \hat{s}')$ 는  $\hat{s}$  방향으로  $\hat{s}'$  방향으로의 산란 정도를 나타낸다.

이 때

$$\frac{1}{4\pi} \int P(\hat{s}, \hat{s}') d\Omega' = \frac{\sigma}{\gamma} \text{ ———— (4)}$$

을 만족한다.

또한  $\gamma$ 는 산란계수  $\sigma$ 와 흡수계수  $\kappa$ 의 합을 의미한다. 즉 임의의 한 점  $r$ 에서 상대적 세기  $I(\vec{r}, \hat{s})$ 는 흡수 및 산란에 의해 감소하고 그 점을 제외한 모든 다른 점에서 일어난 산란에 의해 증가된다.

본 연구에서는 고에너지 빔이 균일한 매질내에서 진행 방향과 반대 방향으로 비등방적 산란이 일어난다는 가정하에서 출발하여 수송 방정식을 간단한 근사식으로 모형화 하였다.

$$\frac{dI(z)}{dz} = -\gamma I(z) + \gamma(P_f I(z) + P_b I_b(z)) \text{ ———— (5)}$$

$$\frac{dI_b(z)}{d(-z)} = -\gamma I_b(z) + \gamma(P_f I_b(z) + P_b I(z)) \text{ ———— (6)}$$

여기서  $\gamma = \kappa + \sigma$ 이고  $I$ 는  $+z$  방향으로 진행하는 상대적 세기를 나타내며  $I_b$ 는  $-z$  방향으로 진행하는 상대적 세기를 의미한다. 또한  $P_f$  및  $P_b$ 는 각각 진행 방향으로서의 산란 정도와 반대방향의 산란 정도를 나타낸다.

(5), (6)식을 풀면 다음과 같다.

$$I(z) = C_1 e^{az} + C_2 e^{-az} \quad (7)$$

$$I_b(z) = C_1 b e^{az} + \frac{C_2}{b} e^{-az} \quad (8)$$

여기서  $a = \sqrt{(\kappa^2 + 2\kappa\alpha\sigma)}$ 이고  $b = (a + \kappa + \alpha\sigma) / \alpha\sigma$ 이다. 그리고

$$\alpha = \frac{P_b}{P_t} \quad (1)$$

를 나타낸다.

측정하고자 하는 매질의 두께를  $t$ 라고 할 때  $C_1, C_2$ 를 결정하기 위한 경계 조건은  $I(0) = I_0, I_b(t) = 0$ 이므로 이 경계 조건을 (7), (8)식에 대입하여 풀면

$$I(z) = \frac{I_0(e^{az} - b^2 e^{2at - az})}{1 - b^2 e^{2at}} \quad (9)$$

를 얻을 수 있다.

### III. 실험 방법

#### 1. 측정 장비

고에너지 광자선의 PDD 및 측방 선량 분포를 측정하기 위한 장비로는 전리함, 물팬텀, 미소 전류계와 전리함 이동 조절부가 필요하다. 한양대학교 병원이 보유하고 있는 WP-600 측정 장비는 16-Bit 개인용 컴퓨터(WELLHOFER DUET-16)로 제어되는 2채널 미소 전류계와 IC-10 원통형 전리함 및 480mm×480mm×290mm크기의 물통으로 이루어져 있고 3차원적인 측정이 가능하도록 되어있다.

#### 2. PDD 및 측방 선량 분포

수송 방정식의 근사식으로 부터 구한 이론값을 실험값과 비교하기 위하여 10MV X-RAY로 조사면 10cm×10cm, SSD 100cm에서 전리함을 3차원적으로 이동하며 PDD를 측정하였다. 최대 선량 지점은 물 표면에서 2.5cm 아래로 정의하였고 깊이에 따른 선량 변화는 1cm간격으로 측정값을 기록하였다. 또한 측방 선량 분포를 구하기 위해 깊이 2.5cm, 5cm, 15cm, 그리고 25cm에서 각각 횡 방향으로 측정하여 0.2cm간격으로 기록하였다.

#### 3. 매개상수 결정

방사선 치료에서 사용되는 PDD의 물리적 개념<sup>(9)</sup>에 맞추어 이론식을 보정하면 다음과 같다.

$$PDD(z, x) = \frac{D_0(e^{az'} - b^2 e^{2at - az'})}{1 - b^2 e^{2at}} \times \frac{1}{1 + ce^{(x-w(z)/2)/d}} \times \frac{SSD'^2}{(SSD+z)^2 + x^2} \quad (10)$$

여기서  $z' = z - D_{max}$ ,  $SSD' = SSD + D_{max}$ 를 의미하며  $w(z) = w + wz/SSD$ 이다. 위식에서 오른쪽의 두번째 항은 고에너지 광자선의 측방 선량 분포에 대한 시도 함수(Trial Function)이고 오른쪽의 세번째 항은 거리 역자승 법칙을 나타낸다.

실제로 치료용 선형가속기에서 발생하는 X-RAY는 에너지에 따라 선질의 특성이 다르고 기종에 따라 약간씩 차이가 있으므로 윗 식에서 매개상수인  $a, b, c, d$ 는 각각의 치료기계마다 실험 값으로 부터 결정 되어야 한다. 본 연구에서는  $a, b, c, d$ 를 결정하기 위해서 깊이 2.5cm, 5cm, 15cm 각각에 대해서 실험값의 측방 선량 분포로 부터 100%, 90%, 20% 되는 점을 사용하였다. 실험값으로 부터 이론식의 매개상수  $a, b, c, d$ 를 구하기 위해서 비선형 회귀분석 방법을 이용하여 32-bit 개인용 컴퓨터(IBM DX 386)로 시뮬레이션 하였다. 선형가속기 Mevatron-KD에서 나오는 10MV X-RAY의 경우 조사면 10cm×10cm에서 결정된 매개상수는  $a=0.006455, b=1.113, c=0.8942, d=0.2619$ 이다.

#### IV. 결과 및 고찰

선형가속기 Mevatron-KD를 사용하여 10MV X-RAY를 물렌튬에 조사시켰을 때 조사면 10cm×10cm에서 깊이에 따른 PDD 및 측방 선량 분포를 이론적으로 구해 실험값과 비교하였다 (Table 1, Table 2). Fig.1과 Fig.2에서 보는 바와 같이 PDD의 이론값은 각 깊이에서 실험값과  $\pm 2\%$ 이내로 일치 하였다. 이 때 6cm이내의 비교적 낮은 깊이에서 실험값은 완만하게 감소하나 이론값은 실험값에 비해 더 큰 감소율을 보이고 있는데 그 이유는 다음과 같이 두가지로 나눌수 있다. 첫째 본 연구에서 사용한 수송 이론을 단순화 시킨 이론식이 모든 방향에서의 산란을 고려하지 않고 진행 방향과 진행 방향에 대한 반대 방향으로만 산란한다고 가정하였기 때문에 낮은 깊이에서 특히 우세하게 나타나리라 예상되는 측방향 산란에 의한 선량 증가가 무시 되었다. 둘째 상대적 세기에 대한 이론식이 매질 표면에서 굴절율의 차이로 일어나는 경계면 반사<sup>(5,6)</sup>가 무시되었기 때문에 PDD의 물리적 개념<sup>(1)</sup>에 맞추어 보정할 때 최대 선량 깊이보다 낮은 깊이에서의 선량 변화는 예측할 수가 없었다. 따라서 최대 선량깊이에서 부터 산란이 일어난다고 가정하였기 때문에 최대 선량깊이보다 낮은 깊이에서는 고에너지 광자선의 역방향 산란에 의한 선량 증가 효과가 사실상 무시되었다. 그러므로 이 효과가 크게 나타나는 최대 선량깊이보다 깊은 수 cm (깊이 6cm이내)지점의 선량이 실제보다 적게 나타났으리라 예상된다.

Fig.3,4,5,6은 깊이 2.5cm, 5cm, 15cm, 25cm에서의 측방 선량 분포를 실험값과 시도 함수를 사용한 계산값으로 비교해 본 것이다. 특히 penumbra영역을 비교해 볼 때 모든 깊이에서 2mm이내의 오차를 나타내었다. Fig.3.4에서 보는 바와 같이 본 연구에서 채택한 측방 선량 분포에 대한 시도 함수는 Flattening Filter에 의한 효과<sup>(9)</sup>를 고려하지 않았을 뿐만 아니라 측방향 산란에 의한 선량 증가 효과도 무시되었기 때문에 Penumbra 영역을 제외한 전반적으로 실험값과 2.5% 이내의 오차를 나타내고 있다. 그러나 깊이 5cm (Fig.4)에서의 측방선량분포의 경우 Penumbra 영역을 제외한 지점에서 최대 4% 정도의 오차를 나타내고 있는데 이것은 PDD에 대한 이론값 자체가 이미 실험값과 2% 정도의 오차를 나타내었기 때문이다.

그러나 Flattening Filter에 의한 효과가 측방향 산란에 의한 효과 및 거리 역자승 법칙에 의한 효과와 상쇄되어<sup>(10)</sup> 전반적으로 거리에 따른 선량 분포가 일정하게 유지되는 깊이 15cm, 25cm (Fig.5, Fig.6)에서는 본 연구에서 사용한 측방 선량 분포에 대한 시도 함수와 실험값이 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

따라서 본 논문에서 사용한 수송 방정식의 근사식과 측방 선량 분포에 대한 시도 함수가 물리적인 타당성을 가짐을 알 수 있었다.

**Table 1. The PDD curves of 10MV X-ray for Measured value & Calculated value (F.S.= 10\* 10)**

| depth (cm) | Mea.value (%) | Cal.value (%) | Error (%) |
|------------|---------------|---------------|-----------|
| 2.5        | 100.0         | 100.0         | 0.0%      |
| 3.0        | 99.3          | 98.0          | -1.3%     |
| 4.0        | 96.1          | 94.2          | -1.9%     |
| 5.0        | 92.5          | 90.5          | -2.0%     |
| 6.0        | 88.1          | 87.0          | -1.1%     |
| 7.0        | 84.0          | 83.5          | -0.5%     |
| 8.0        | 80.2          | 80.2          | 0.0%      |
| 9.0        | 76.3          | 77.0          | 0.7%      |
| 10.0       | 73.7          | 73.8          | 0.1%      |
| 11.0       | 69.8          | 70.8          | 1.0%      |
| 12.0       | 67.2          | 67.9          | 0.7%      |
| 13.0       | 64.8          | 65.1          | 0.3%      |
| 14.0       | 62.0          | 62.4          | 0.4%      |
| 15.0       | 59.2          | 59.7          | 0.5%      |
| 16.0       | 57.1          | 57.2          | 0.1%      |
| 17.0       | 54.3          | 54.7          | 0.4%      |
| 18.0       | 52.0          | 52.3          | 0.3%      |
| 19.0       | 50.1          | 50.0          | -0.1%     |
| 20.0       | 47.6          | 47.7          | 0.1%      |
| 21.0       | 45.1          | 45.5          | 0.4%      |
| 22.0       | 43.4          | 43.4          | 0.0%      |
| 23.0       | 41.2          | 41.4          | 0.2%      |
| 24.0       | 39.5          | 39.4          | -0.1%     |
| 25.0       | 37.5          | 37.4          | -0.1%     |

**Table 2. Beam Profile Table of 10MV X-ray for Measured value & Calculated value. (F.S.= 10 \* 10, d=2.5, 5, 15, 25cm)**

| distance (cm) | d=2.5cm |       | d=5cm |      | d=15cm |      | d=25cm |      |
|---------------|---------|-------|-------|------|--------|------|--------|------|
|               | exp.    | cal.  | exp.  | cal. | exp.   | cal. | exp.   | cal. |
| 0.0           | 100.0   | 100.0 | 92.5  | 90.5 | 59.2   | 59.7 | 37.5   | 37.4 |
| 1.0           | 100.6   | 100.0 | 93.0  | 90.5 | 59.4   | 59.7 | 37.6   | 37.4 |
| 2.0           | 102.0   | 100.0 | 93.9  | 90.5 | 59.5   | 59.7 | 37.7   | 37.4 |
| 3.0           | 102.3   | 99.9  | 94.1  | 90.4 | 59.4   | 59.7 | 37.5   | 37.4 |
| 4.0           | 100.7   | 98.6  | 93.0  | 89.7 | 58.6   | 59.6 | 37.0   | 37.4 |
| 4.2           | 99.1    | 97.3  | 92.0  | 88.9 | 58.4   | 59.5 | 36.9   | 37.3 |
| 4.4           | 96.6    | 94.5  | 90.3  | 87.3 | 58.0   | 59.3 | 36.6   | 37.3 |
| 4.6           | 90.8    | 89.1  | 87.1  | 84.0 | 57.0   | 59.0 | 36.4   | 37.3 |
| 4.8           | 79.1    | 79.3  | 81.5  | 77.8 | 55.7   | 58.2 | 36.3   | 37.2 |
| 5.0           | 59.9    | 64.2  | 69.9  | 67.2 | 54.0   | 56.7 | 35.7   | 37.1 |
| 5.2           | 40.2    | 45.5  | 53.7  | 51.9 | 50.4   | 53.7 | 35.2   | 36.7 |
| 5.4           | 23.4    | 28.0  | 35.7  | 34.9 | 44.2   | 48.2 | 34.6   | 36.1 |
| 5.6           | 14.7    | 15.4  | 22.0  | 20.5 | 35.2   | 39.6 | 32.8   | 34.7 |
| 5.8           | 10.3    | 7.8   | 14.5  | 10.9 | 25.0   | 28.6 | 30.4   | 32.2 |
| 6.0           | 8.1     | 3.8   | 10.4  | 5.4  | 17.3   | 17.9 | 26.4   | 27.8 |
| 6.2           | 6.7     | 1.8   | 8.1   | 2.6  | 12.2   | 9.9  | 21.0   | 21.5 |
| 6.4           | 5.8     | 0.8   | 6.9   | 1.2  | 9.2    | 5.1  | 15.1   | 14.4 |
| 6.6           | 5.2     | 0.4   | 6.0   | 0.6  | 7.9    | 2.5  | 10.7   | 8.5  |
| 6.8           | 4.9     | 0.2   | 5.2   | 0.3  | 6.7    | 1.2  | 8.0    | 4.5  |
| 7.0           | 4.5     | 0.1   | 4.7   | 0.1  | 5.9    | 0.6  | 6.5    | 2.2  |

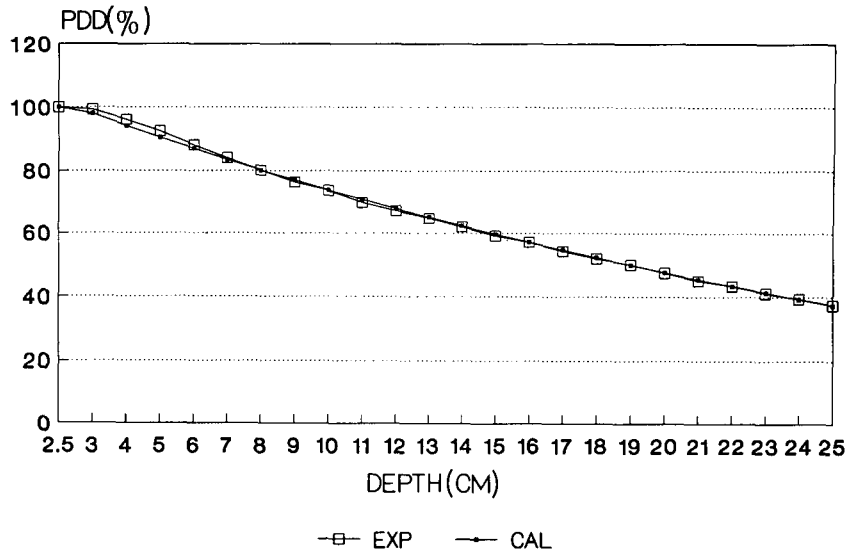


Fig. 1. The PDD curves of 10MV X-ray for Measured value & Calculated value (F. S.=10\*10)

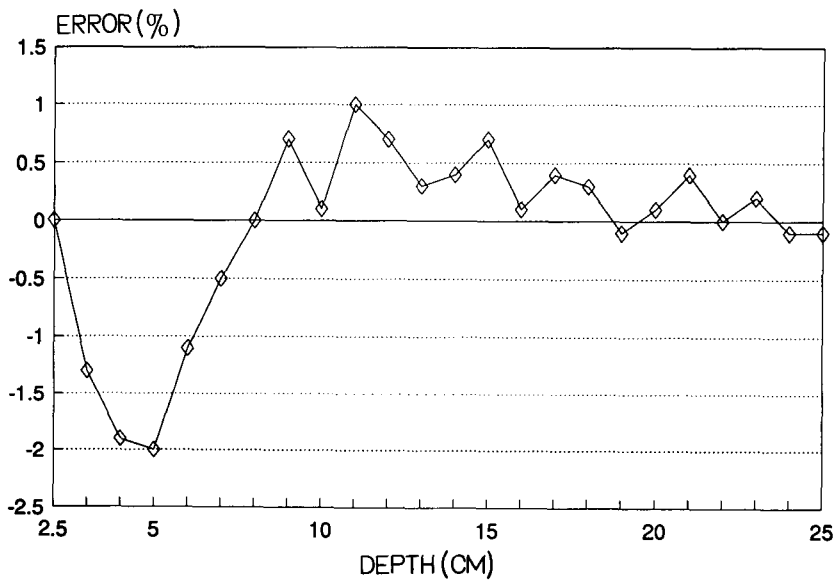


Fig. 2. The differences between the calculated & measured PDD

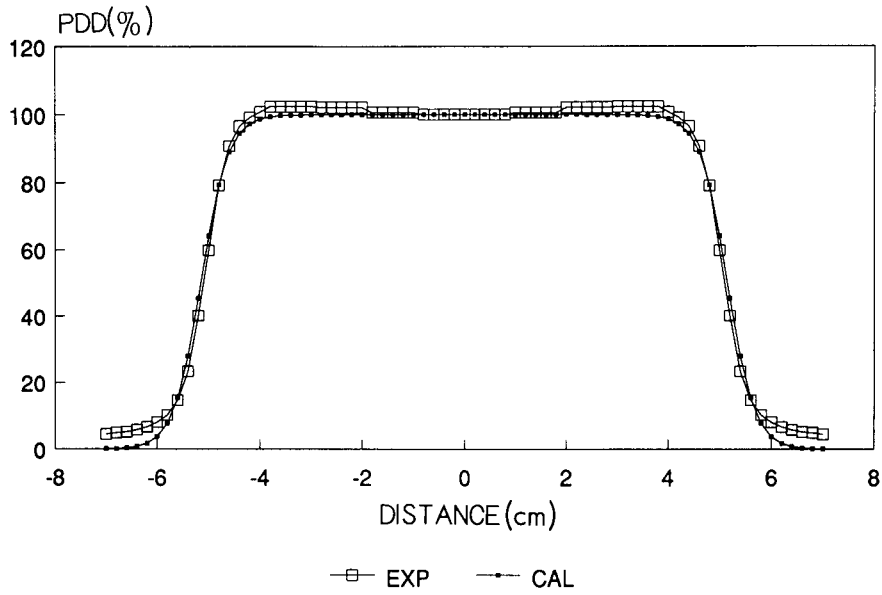


Fig. 3. The Beam Profile of 10MV X-ray for Measured value & Calculated value (depth=2.5cm)

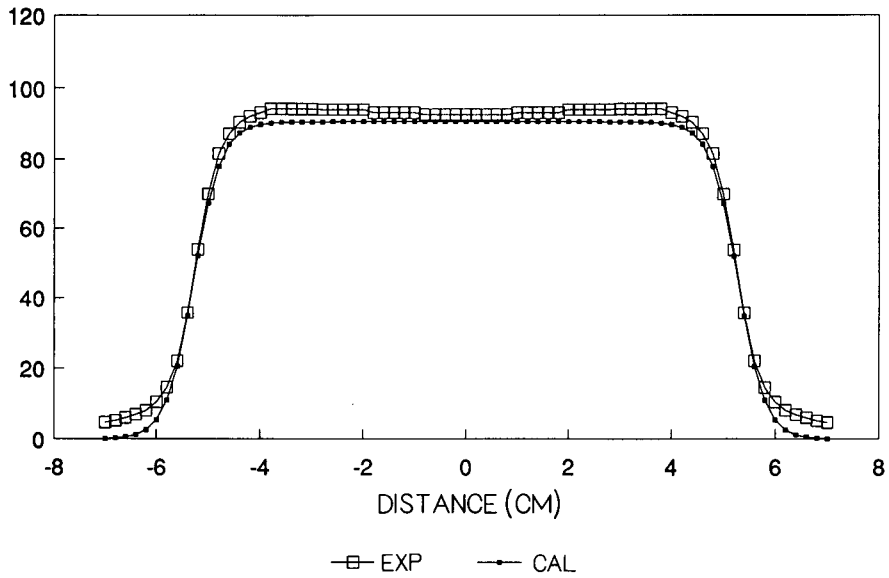


Fig. 4. The Beam Profile of 10MV X-ray for Measure value & Calculated value (depth=5cm)

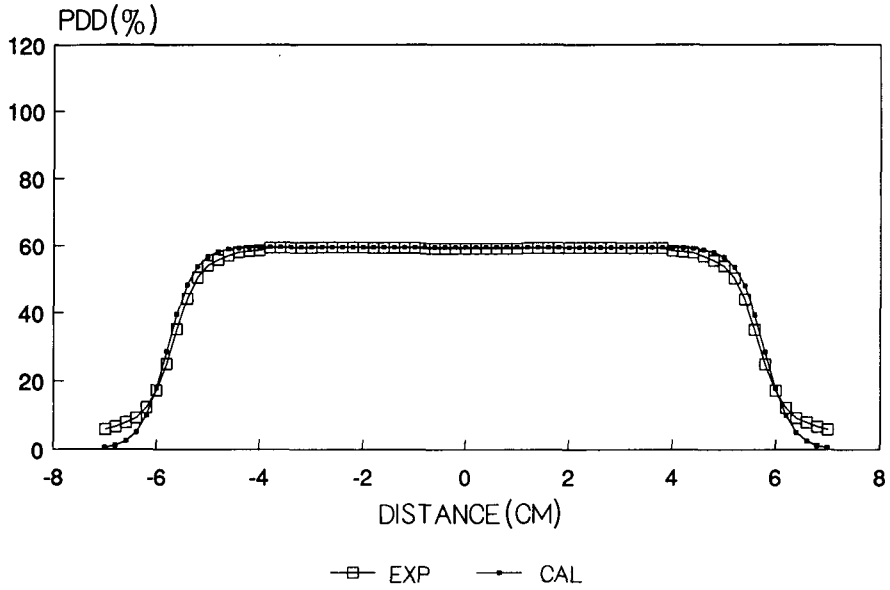


Fig. 5. The Beam Profile of 10MV X-ray fo Measured value &amp; Calculated value (depth=15cm)

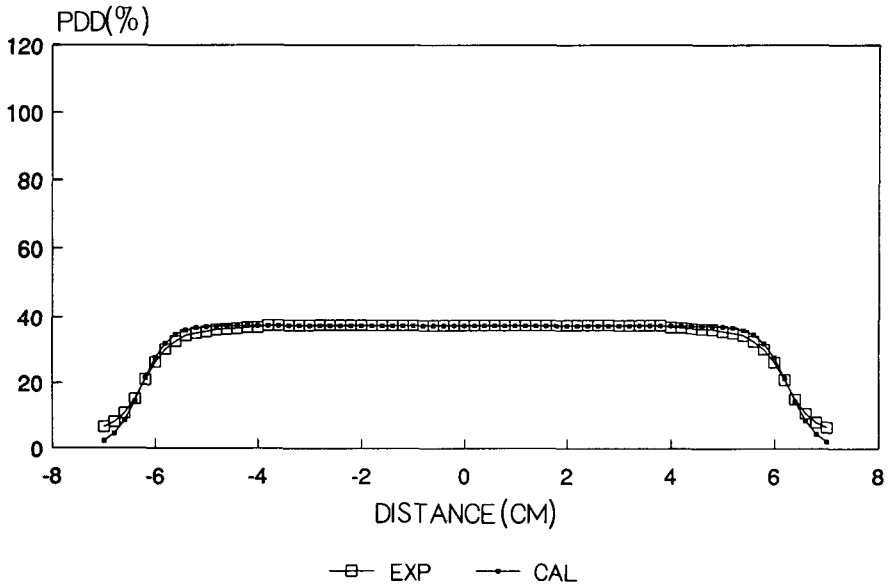


Fig. 6. The Beam profile of 10MV X-ray for Measured value &amp; Calculated value (depth=25cm)



## V. 결 론

고에너지 광자선이 조사된 매질내에서의 PDD 특성 및 측방 선량 분포를 이론적으로 계산하였다.

실제로 매질내에서의 고에너지 빔의 산란 및 흡수는 훨씬 더 복잡한 물리적 현상이 고려되어야 하지만 본 연구에서 사용된 수송 방정식을 이용한 간단한 근사식으로 실험값과 2% 오차이내에서 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제시한 고에너지 광자선의 PDD 및 측방 선량 분포에 대한 이론식을 이용하면 방사선 치료에 있어서 중요한 자료인 PDD 값을 결정함에 있어서 단순한 선형 회귀 분석에 의존하지 않고 보다 정확하게 결정할 수 있을 것으로 본다. 그러나 본 연구에서는 수송 이론을 근거로 1차원적인 모델을 사용하였기 때문에 고정된 조사면에 대해 각각 적용이 되나 조사면의 변화에 대한 PDD 특성 및 출력 보정 인자를 구하는데 있어서는 본 연구에서 사용한 수송방정식의 근사식을 적용할 수 없었고 매질간의 굴절율 차이로 인한 경계면 반사를 고려하지 않았기 때문에 최대 선량깊이보다 낮은 깊이에서의 PDD 특성 및 최대 선량깊이를 결정할 수 없었다.

따라서 경계면 반사까지도 고려된 3차원적인 모형이 제시되어 본 논문의 한계를 극복함은 물론 3차원 치료 계획 (3-D PLANNING)도 가능한 식이 연구되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- F.M.Khan, *The Physics of Radiation Therapy*, Williams & Wilkins, (1984), pp157~180.  
 H.E.Johns & J.R.Cunningham, *The Physics of Radiology*, Thomas, Springfield (1978), pp.172~195.  
 J.A.Kong, *Electromagnetic Wave Theory*, Wiley, New York (1986).  
 S.Chandrasekar, *Radiative Transfer*, Oxford University, London (1960).  
 Akira Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic, New York (1978), pp.202~219.  
 G.W.Yoon, *Development and Application of Three-Dimensional Light Distribution Model for Laser Irradiated Tissue*, IEEE J.Quantum Electron., QE-23, pp.1721~1733 (1987).  
 P.kubelka, *New contribution to the optics of intensely light scattering materials*, J.Opt.Soc.Amer., 38, pp.448~457 (1948).  
 Akira Ishimaru, *Diffusion of light in turbid material*, App.Optics, 28, pp.2210~2215 (1989).  
 P.M.K.Leung, *The Physical basis of Radiotherapy*, The Ontario Cancer Institute & The Princess Margaret Hospital, pp.84~113 (1978).

## The Theoretical Study of Absorbed Dose Distributions in Water Phantom Irradiated by High Energy Photon Beam

D. R. Choi, M. S., M. Z. Lee, M. D.

Department of Therapeutic Radiology, College of Medicine, Hanyang University, Seoul, Korea

We have calculated the absorbed dose distributions in water phantom irradiated by high energy photon beam. PDD (Percent Depth Dose) and Beam Profile can be represented by functions of depths and distances by using one dimensional model based on transport theory. The parameters on scattering and absorption are evaluated by using non-linear regression process method. The values necessary for calculation are obtained by simple experiment.

The calculated values are in good agreement with the measured values.