Journal of Historia Mathmatica Vol.6. №1, 1990.9
The Society of Korean Mathematical History

Cantor 集合論의 背景으로서의 無限論思想

한양대학교 金 容 雲

序論 : 無限에 대한 東西洋의 視差

'무한'이라는 개념은 비단 그리스 뿐만아니라, 다른시대, 다른 곳에서도 늘 '유한'과 대비시켜서 쓰여져 왔다. 한 예로 영어의 'boundless', 'endless', 'infinite' 등은 'finite' (유한)의 反對語인데, 이들 낱말은, 모두가 '끝', '한계'를 뜻하는 라틴어의 'finis'로 부터 파생된 것이다. 이 사실에서도 짐작할 수 있는바와 같이 본래 '무한'이란 문자 그대로 한계나 끝을 갖지 않는다는 뜻이었다.

인도에서 일어난 불교의 경전속에서도 이러한 무한·유한의 대비는 여러가지 형태로 다루어지고 있다. 예를 들면, 중국어로 옮긴 경전속에는 '常'과 '無常'이라는 표현이 있다. 여기서 '무상'이란 일정치 않고 소멸하는 것이며, 시간적인 유한을 가리킨다. 역으로 '상'이란 끊임없이 지속한다는 뜻으로 뒤에서 이야기할 Aristoteles의 '가능적무한'에 해당한다. 또 공간적인 뜻으로는 '有邊'이라는 표현이 있고, 무한의 量을 나타내는 '無量'이라는 낱말도 자주 쓰인다. 불교의 救濟者이자 숭배의 대상인 阿彌陀佛이 본래는 無量壽佛로 불리어 졌던 것은 널리 알려진 사실이다.

이렇듯 인도에서는 무한은 긍정적·본질적인 것으로 여겨졌으며, 이 경향은 중국을 중심으로 하는 東아시아 文化圈에서도 마찬가지였다. 戰國時代의 대철학자 壯子가 쓴 동명의 책 〈莊子〉에는 이 동양적인 無限優位論이 다음과 같이 펼쳐지고 있다.

「태고적 사람들 중에 최고의 지혜를 지녔던 사람들이 있었다. 왜냐하면 그들은 자연 그대로의 존재였고 그들의 의식은 주객이 아직 나눠지지 않은 이른바 혼돈상태였다고 생각되기 때문이다. 이 혼돈상태야말로 가장 바람직한 것이다.

시대가 내려옴에 따라 사람들은 자신을 둘러싸고 있는 세계를 의식하기 시작했다. 이리하여 인식 작용이 생기게 되었으나 객체(客體)로서의 사물에 구별을 두지는 않았다.

다시 시대가 내려오자 사람들은 사물의 구별을 의식하게끔 되었다. 그러나 아직 가치관념은 생겨나지 않았다. 그러나 이윽고 가치 관념이 생겨나자 〈도(道)〉는 허물어지고 말았다. 〈도〉가 허물어짐과 동시에 인간의 집착심이 생기게 되었다.

그러나 과연 〈도〉에 이루어지고 허물어지는 성휴(成虧)의 구별이 있는 것일까..

금(琴)의 명수인 소문(昭文)의 연주를 생각해 보자. 소문의 연주는 분명히 묘한 가락을 이루고 있다. 그러나 묘한 가락들이 형성된 반면에, 그는 연주되지 않은 무수한 가락들을 잃게 되었다.

……………

김　　용　　운

처음이 있으면 처음 이전의 시기가 있고, 또한 처음 이전의 시기 이전의 시기가 있게 된다. 유(有)가 있으면 그 이전에 무(無)가 있다. 무 이전에는 무가 없었던 상태가 있고, 또한 무가 없었던 상태 이전의 상태가 있게 된다.

……………

일체의 모순과 대립을 초월한 〈도〉의 세계에 있어서는 큰 것을 대표하는 태산도 짐승의 잔털보다 작으며 8백살을 살았다는 팽조(彭祖)도 어머니 뱃속에서 나오자마자 금방 죽어버린 갓난아이보다 더 명이 짧다.

……………

무릇 도란 처음부터 한계가 없으며 말은 애당초 일정함이 없다. 말로써 도를 나타내려 함으로 한계를 두게 된다.」*

道 즉, 진리는 본질상 無·무한·무한정인 것이다. 연주되지 않는 악기(琴)에는 이 무한의 音이 갖추어져 있지만, 일단 악기에 손이 닿고 일정한 음이 일어나는 순간, 이미 그 '무한'에는 한정이 지어지고 유한의 모습으로 나타난다. 이것은, 무한이어야 할 '道'를 해친 것이라 할 수 있다. 시인 陶淵明이 '소리'를 즐겼다는 것도, 이 무한의 '도'의 삼매경을 지상의 낙으로 삼았기 때문이다. 악기와 마찬가지로 인간의 언어는 예를들어「이것이 진리이다」라고 하는 순간 이미 진리성을 한정시키고 '有限化'하고 만다. 따라서 이때는 이미 진리는 사라지고 없다. 이렇듯 인간의 언어는 절대 무한인 것을 파악할 수 있도록 되어 있지 않다. 인간의 언어로 파악한 것은 항상 유한이며 상대적이다. Logos에 대한 강한 불신감은 〈장자〉에서 다루어지는 주제의 하나이다.

이와는 대조적으로 그리스인의 무한관은 부정적이다. 이 태도는 그리스적 사고형식의 전형적인 표현으로 잘 알려진 Hesiodos의〈神統記〉속에 잘 나타나 있다.

「원초(原初)에 '가오스'(Khaos)가 태어나고, 이어서, 영구히 변함없는 자리인 '가이아'(Gaia, 大地)가, 그리고 또 영생의 삶을 누리는 신 중에서 유독 아름다운 '에로스'(Eros)가 태어났다.

'카오스'로부터 저승과 밤이 생겼다.

'가이아'는 처음에 자신과 같은 크기의 별들이 흩어져 박힌 '우라노스'(Ouranos, 하늘)를 낳았다.

또, '가이아'는 높이 치솟은 산들을, 그리고 큰 파도가 밀리는 불모의 바다 '폰토스'(Pontos)를 낳았다………」

여기에서 보면, 우주 탄생의 근원적인 힘의 하나인 '카오스'는 그 자신속에 '어둠'을 간직하고 있다. 이 때문에 저승과 밤이라는 어둠은 이 '카오스'의 또 다른 모습인 것이다. 이 형체가 없는 죽음의 어둠을 지닌 '카오스는 그 후에도 줄곧 존재해 왔다. 우주 생성의 제1단계인 無時間的 세계는 형체가 없는 '카오스'와 형체를 갖춘 '가이아' 사이의 대립적인 긴장을 바탕으로 이루어진 것이다. 이 두 근원 '카오스'와 '가이아'는 아무런 연관이 없다. 그러니까「최초에 '카오스' 가

* 〈莊子〉, 齋物篇, 宋志英 譯(學園社)

태어나고, 이어서 '가이아'가 생겼다」고 할 때 '가이아'가 '카오스'로 부터 태어났음을 뜻하는 것은 아니다. 이 둘은 서로 다른 근원이며 정반대의 영역을 이룬다. 즉, 無形과 有形, 밑 없는 심연과 명확하고 확실한 경계, 망막한 죽음의 어둠과 별들이 규칙적으로 운행하는 밝은 영역, ……등과 같이 대립을 이루지만 서로 무관한 채 각각 통일적인 완전한 세계를 이룬다.

중국인과 그리스인의 이러한 서로 전도된 무한관을 낳은 가장 중요한 배경으로 주목해야할 것은 두 민족의 自然觀의 격차, 더 근원적으로는 흔히 '몬슨적', '牧場的'이라는 대조적인 말로 표현되는 두 지역의 風土條件의 이질성이다.

중국 고대문명의 발상지에는 티그리스 유프라테스강의 '挑戰'과는 비교가 안되는 가혹한 자연의 도전이 있었다. 黃河유역의 주민들은 홍수의 괴로운 시련뿐만 아니라 극심한 여름의 무더위와 혹독한 겨울의 추위와 같이 季節的으로 변동하는 기온의 시련을 견디면서 濕地와 덤불을 개척하지 않으면 안되었다. 黃土라는 특수한 자연은 다른 농경문화의 발생지의 흙과는 판이하게 다른 여러가지 많은 혜택을 인간에게 베풀었다. 그러나 이 기름진 토양은 극히 변덕스럽게 찾아오는 비와 가뭄 때문에 그 쓰임새를 충분히 발휘하지 못하였다. 적당한 비만 내리면 풍요하기 이를데 없는 곡창이지만 그렇지 않으면 절망적인 기근을 이 지역에 몰아온다. 반대로 거의 대부분 여름철에 집중적으로 내리는 비가 豪雨性의 강우량을 나타내면 참혹한 홍수가 된다. 고대 이집트의 번영을 낳은 나일강에도 홍수는 있었다. 그러나 黃河의 홍수는 이것과는 전혀 양상이 다르다. 나일강처럼 조용히 흙을 실어나르는 것이 아니라 무서운 파괴력을 가지고 모든 것을 거칠게 휩쓸어 버린다. 이 폭력적인 홍수는 나일강과는 달라서 灌漑에 이용할 수 있는 물이 아니다.* 이러한 특이한 자연조건에 대한 비상한 관심을 이론화한 것이 중국인의 자연해석 즉 중국의 전통적인 자연학이다. 중국계의 자연학에서는 끊임없이 삼라만상이 펼쳐지는 상황 즉 '化生'의 造化作用을 '氣'의 본질로서 公理的으로 규정한다. 즉,

> 「천지의 氣가 서로 어울려서 비로소 만물이 형태를 이룬다.………」**

기상조건에 대한 관심이 중심을 이룬 이 자연학은 저 유명한 理氣二元의 인간학으로까지 발전한다. 形而上學的인 '理'에 대해서 形而下의 존재인 '氣'는 자연계를 구성하는 일종의 氣體이며 이 氣가 농축되면 형체를 갖게 되고, 희박해지면 또다시 무형의 氣가 된다. 이러한 氣의 이론이 한마디로 氣象學的인 지식을 바탕으로 삼은 것임은 말할 나위가 없다.

한편, 그리스반도 그 중에서도 특히 옛 그리스문화의 무대였던 에게해 연안은 산맥의 병풍으로 서쪽이 가로막혀 있고, 길쭉한 크레타섬에 의하여 남쪽 바다로 부터 차단된 지역이다. 강우량은 이태리의 반쯤 정도밖에 안되며 따라서 공기는 이태리보다 한결 맑다. 雨期인 겨울날에도 '해맑은 하늘, 빛나는 태양' 은

---

* Reischauer/Fairbank, " A History of East Asian Civilization " (Boston, 1960)

** 「天地絪縕 萬物化醇 男女構精 萬物化生」(〈易〉, 繫辭下傳)

여전하다. 그리스가 흔히 '대낮'이라는 표현으로 특정지어지고 또 「그리스에는 그늘이 없다」고 일컬어지는 까닭은 공기에 습기가 없는 탓이다. 이 때문에 그리스에서는 구름, 산, 흙, 바위 등의 색채가 아주 선명하게 나타난다. 바다물은 '투명'하기 이를데 없으며 숲이나 풀의 색깔도 온통 선명한 초록으로 덮혀있다. '명랑'을 특징삼는 이태리의 자연도 이 점에서는 그리스에 훨씬 미치지 못한다. 또 바람이 약하게 분다는 것은 마치 식물학의 표본처럼 단정하게 규칙적으로 뻗은 나무들의 모양에서 곧 알수 있다. 이러한 나무의 형태는 우리 동양인의 눈에는 '인공적'인 것으로 비친다. 게다가 규칙정연한 모습들은 그 때문에 '합리적'이라는 느낌마저 준다. 그러나 여기서는 이것이 극히 자연스러운 형태이며 오히려 불규칙적인 모습이야말로 부자연스러운 것이다. 동양에서의 '인공적' = '합리적'이라는 도식이 여기서는 '자연적' = '합리적'으로 바뀌어 지는 것이다. 이 점에서는 그리스 뿐만 아니라 서·유럽 전체가 공통적이다.

자연이 '폭력'을 휘두르지 않는 곳에서는 자연은 합리적인 모습으로 나타나기 마련이다. 자연이 유순할수록 자연은 '합리적'인 것이 된다. 이러한 자연 속에서 쉽게 규칙성을 찾을 수 있고 이 '규칙'에 따라 자연을 대하면 자연은 더욱 더 유순해 진다. 그러므로써 인간은 더욱 자연속에서 규칙성을 찾게 되고,… 이러한 자연과 인간 사이의 상호작용이 유럽인의 철학과 과학의 배경에 깔려 있음을 잊어서는 안된다. 적어도 유럽의 자연과학이 바로 '목장적' 풍토의 산물이라는 것만은 아무도 부정 못한다.

거듭 말하지만 그리스적 풍토속에서는 '보이지 않는 것' '신비적인 것' '비합리적인 것'을 생각하는 심성은 가꾸어지지 않는다. 역으로 명랑한 자연으로부터 그리스인은 '본다' (idein)는 것을 배웠다. 그리스의 밝은 햇빛과 맑은 공기는 온갖 사물의 윤곽들 구석구석까지 뚜렷이 들추어 보인다. 이 때문에 그들은 자연의 모습에 대해서는 '遠景, 中景, 近景'보다도 낱낱의 사물의 형태를 문제삼았다. 이렇게해서 그들은 사물을 보는 눈이 세련되어간 것이다. 그리스의 자연은 모든것을 들추어 보이고 있으며 아무것도 숨기지 않는다고 하였다. 이것은 자연속에 보이는 것 (=형태)이 그대로 그 實相이라는 생각을 낳는다. 그래서 그리스인들은 보이는 것 (=형태)을 이상화시켜서 '形相'―'에이도스' (eidos) ―이라고 불렀다. 실제로 '본다' (idein) 라는 낱말은 본래는 '보이는 것'을 뜻하였지만 나중에는 보이는 것의 '형태' = '형상', '모습'을 뜻하게 되었다. 명확한 사물의 모습은 신비의 그늘을 남기지 않을 뿐더러 더 나가서는 모든 것이 확실히 들어나는 수학적인 단순함과 간결함을 일깨어 준다. 이토록 그리스의 자연은 '合理主義的'이었다.

이상으로 왜 그리스인이 온갖 존재를 '형상'이나 '질서'로 생각하였는지 대강 짐작할 수 있을 것이다. 그들이 온갖 삼라만상은 '형상' (=형태)에 의해서 한정지어지므로써 비로소 제 모습을 나타낼 수 있고 알아볼 수 있게 된다는 생각을 왜 갖게 되었는지를 말이다. 즉 무한은 '質料' (=素材)에 지나지 않으며, 이 質料的인 무한이 형상에 의해서 질서가 부여될 때 사물은 진정한 존재가 될 수 있고, 따라서 세계는 '한계' (페라스 (Peras)) 를 지님으로써 완전해지고 인간도 본

질적으로 이러한 한정속에서 존재한다는 것, 그리고 조화로운 것, 아름다운 것, 선한 것에는 늘 한계가 있으며 따라서 무한은 이러한 한계를 벗어나는 것, 한계를 부정하는 反秩序이자 惡, 醜이다 라는 사상을 그리스인들이 품게 된 이유를 짐작할 수 있을 것이다.

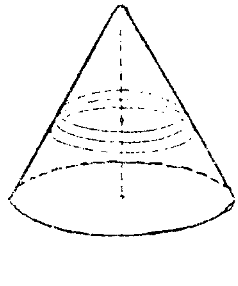
결론적으로 다음과 같이 말할 수 있다. '유순한' 풍토가 규칙성 합리성에 바탕을 둔 유한적인 秩序世界 즉 'Cosmos'의 관념을 낳았고 반면에 동양 (중국이나 한국) 의 은혜적이면서 '위협적'인 풍토는 사람들로 하여금 자연을 외경한 태도를 길렀으며 더 나가서는 인간이 감히 넘볼 수 없는 오묘한 本體를 간직하는 무한세계를 근원적인 것으로 섬기도록 하였다고 말이다.

1. 現實的無限과 可能的無限

무한을 두 종류로 구별한 것은 Aristoteles가 처음이었다. 앞에서도 잠깐 이야기 하였지만 그는 무한이란 '완성된 형태로 존재하는 것' 즉, '현실적인 형태로 존하는 것'이 아니라 '可能的으로 존재하는 것'이라고 주장하였다. 전자를 '현실적 무한' 또는 '實無限' '本來的無限'이라고 부른다. 신의 무한성 같은 것은 그 예이다. 후자 즉, 어디까지 가도 끝나지 않는 ―완성되지 않는!― 무한을 可能的 無限 또는 '假無限' '非本來的 無限'으로 부른다.

Aristoteles는 그의 "Physica" 속에서 운동의 문제를 현실적 무한과 가능적 무한을 구별함으로써 해결하려고 하였다. '無限可分性' (infinite divisibility) 의 문제란 무한히 분할 할 수 있는지, 또는 최후에는 '不可分者' (indivisible) 에 도달하는지 어떤지의 문제이다. 여기서 불가분자란 原子를 염두에 두고 있음은 말할 나위가 없다. 運動可能性과 無限可分性은 논리적으로 밀접한 연관이 있다.

Aristoteles는 Democritos의 原子論―즉, 不可分子의 존재―을 부정하였으나 그것은 그가 可能的 無限을 생각하였기 때문이다. 즉, 현실적으로는 무한히 작은 불가분자라는 것은 존재할 수없고 오직 분할의 가능성이 있을 뿐이라고 그는 생각하였던 것이다. 여기에는 이미 근대 수학에 있어서의 가장 중요한 과제인 연속체의 문제가 제기되어 있다. 연속체는 직관적으로는 너무도 분명하지만 이것을 논리적으로 정의하기는 극히 힘든 개념이다. Aristoteles는 이 연속체의 특징을 무한가분성 이라는 관점에서 파악하였으나 그의 이러한 견해가 연속체에 관한 충분한 정의가 아니라는 것이 뚜렷이 인식된 것은 19세기에 들어서면서 부터이다. 바꾸어 말하면 그만큼 오랜 세월에 걸쳐 연속체의 특징이 무한가분성으로 간주되어 왔던 것이다. Aristoteles가 무한가분성 즉 가능적 무한을 내세운 중요한 이유는 數學的 原子를 가정한 경우, 여러가지로 논리적인 모순이 빚어지기 때문이었다. 예를들어 그리스시대에 널리 알려진 'Democritos의 파라독스'라는 다음과 같은 문제가 있다.



오른쪽 그림에서와 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 절단부분을 생각해 보면, 원뿔은 절단부분을 모두 합친 것이 된다. 이때 서로 이

웃한 두개의 절단부분은 같다고도 할 수 있고 같지 않다고도 할 수 있다. 같지 않다고 하면 원뿔에는 '단계'가 있는 셈이 된다. 또 같다고 하면 원뿔은 원기둥이 된다.

이밖에도 비슷한 모순은 얼마든지 생각해 낼 수 있다. 하기야 '무한히 작은 상태로 존재하는' 무한소라는 개념부터가 모순적이다. 그것은 존재하는 이상 일정한 크기를 지녀야 하고 일정한 크기를 지닌다면 무한소가 아니고 유한이 되기 때문이다. 그러나 이처럼 不可分子나 무한소의 개념은 모순을 내포하고 있음에도 불구하고 수학에서는 아주 쓰임새가 많다. 실제로 고대 그리스의 수학에서 이 개념이 쓰인 것은, 방금 보기로 든 원뿔의 불가분자로서 절단면을 생각한 것처럼 도형의 체적이나 면적 계산에 크게 도움이 되기 때문이다. Democritos 이래 무한소 또는 원자의 개념이 줄곧 다루어져온 이유는 바로 여기에 있었다.

이 무한소의 개념은, 앞서의 Aristoteles에 의한 두개의 '무한'중에서 현실적 무한에 해당한다. 완성된 형태로 현실적으로 존재하는 것으로 생각할 수 있기 때문이다. 그러나 이미 몇차례 이야기한 바와같이 Aristoteles 자신은 이러한 현실적 무한을 부정하고 가능적 무한만을 인정하였다. 無限小이건 無限大이건 언제나 그 '앞'쪽이 不定 ―즉, 불확정― 인 것이 무한이어서, 완성된 것은 무한이 아니기 때문이라는 것이다. 이 Aristoteles의 무한론은 그리스 철학에서의 가장 대표적인 무한론이다. 앞에서 보기로 든 Zenon의 파라독스 ―'Achiles와 거북이'의 문제― 는 현실적 무한을 허용하는 수학에서는 성립하지 않는다. 한마디 덧붙인다면, 'Archimedes의 공리' 즉

「두개의 양(量) a, b 사이에 a < b인 관계가 있을 때를 만족하는 자연수 n이 존재한다.」

$$na > b \text{ 또는 } a > \frac{b}{n}$$

라는 명제는 無限分割可能性에 관한 또 다른 표현이다. Aristoteles는 연속체의 특징을 무한분할 가능성이라는 개념과 연관지었다고 앞에서 말한바가 있으나 Archimedes의 공리는 이것을 수학적으로 표현한 것이라 할 수 있다.

2. 神學과 數學 – 現實的無限의 Paraddox

中世는 흔히 수학의 암흑시대로 일컬어진다. 그러나 사실은 반드시 그렇지는 않았으며 오히려 여러가지 면에서 근대수학을 탄생시키는 선구적인 역할을 한 것이 중세였다고 할 수 있다. 이 준비작업은 특히 철학적·사상적 측면에서 이루어졌으나 이 점에서 중세는 고대의 수학과는 전혀 다른 근대수학 탄생의 준비단계로서의 역할을 다한 것이다.

이 중세시대, 특히 그 말기에 현실적 무한이 사람들의 관심을 끌었다. 그리스시대의 무한은 가능적인 형태로서만이 학문적 의미를 지녔으나, 중세에는 신학의 영향 때문에 현실적 무한에 주목하게된 것이다. 이 현실적 무한을 문제로 삼을 때 곧 부딪치게 되는 문제는 그 모순적 성격이다. 가능적 무한에서는 늘 '앞'이 있고 줄곧 진행이 있을 뿐이므로 거기에는 모순은 나타나지 않는다. 그러나 현실적 무한에는 언제나 모순이 따른다. 앞에서 말했듯이 일종의 현실적 무한인 무한소는 모순을 지닌

개념이다.

근대수학은 운동의 수학으로서 현실적 무한을 필요로 하였으며, 따라서 이 역설적인 현실적 무한을 어떻게 해야 합리적으로 다룰 수 있는가를 중심과제로 삼게 되었다. 현실적 무한에 필연적으로 따를 수 밖에 없는 이 역설적인 성격을 처음으로 체계적으로 다룬 사람은 독일 태생의 카톨릭교 추기경 Cusanus였다. 그는 '반대의 일치'라는 사상으로 유명하다. 신은 最大者임과 동시에 最小者이며, 최대자와 최소자의 통일이다 라는 사상이 그것이다. 예를들어 정사각형과 원은 서로 대립하는 도형이며 서로 일치할 수는 없다. 지금 정사각형의 변 수를 차례로 늘이게하여, 정 5각형 정 6각형……, 정 n 각형을 만들어도 이러한 다각형은 원과는 결코 일치하지 않는다. 그러나 변 수를 무한히 많이 늘어나게 하면, 다각형과 원은 일치하게 된다. 즉, 무한의 세계에서는 다각형과 원이 일치한다.

Cusanus는 절대자 (=신) 를 무한의 길이를 가진 球로 나타내었다. 그렇다면 무한의 반지름을 가진 球란 어떤 것인가, 또 중심은 어디에 있는 것일까? 이 '구'의 지름은 무한이기 때문에 공간상의 임의의 점이 중심이 된다. 무한인 구에 대해서는, 두 점 사이의 유한의 거리는 무시할 수 있기 때문이다. 중심이 모든 곳에 있기 때문에 지름도 모든 곳에 있다. 또 구면상의 점은 공간속에 있기 점이기 때문에 중심과 일치한다. 그래서 중심 · 지름 · 구면등은 동일한 것이 되고 더 나아가서는 「중심이 구자체와 일치한다」…… 그가 펼쳐낸 이러한 역설적인 세계는 그리스의 '有限主義'적인 세계관과는 너무도 동떨어져 있다. 이 차이는 결국 대담하게 무한을 가정하고, 현실적 무한에 관해서 꺼리낌 없이 따져드는지 아닌지의 차이에는 비롯된다.

원과 직선 사이의 '대립'을 해소시키는 도형의 무한성에 의하여 Cusanus는 신의 무한성을 비유적으로 표현하고 있다. 즉 수학에 있어서의 (다각형과 원, 원의 지름과 원주, 호와 현의 관계등) 무한의 접근은 무한의 神性을 유한적인 사물로부터 인식하게 되는 과정을 상징한다고 그는 본 것이다. Cusanus의 말을 직접 들어보자.

『인간의 지식 가운데서 수학적 지식만큼 확실한 것은 없다……이 유일하게 정확한 인식인 數學的 認識을 통하여 정신은 자기 자신과 자신의 능력을 인식한다. 그리고 이 정신속에서만이 神性은 스스로를 드러낸다.』 *

Cusanus의 이 '무한의 논리'는

「전체는 부분과 같다.」

「최대와 최소는 일치한다.」

「원은 직선이다.」

「원은 삼각형이다.」

…………………………

등의 '반대 (개념) 의 일치'가 성립하는 역설적인 논리학이다. 뒤집어 말하면 유한의 세계에서 길들여진 감각으로는 역설적으로 받아들여진 것이 바로 무한의 본질인 것이다. 무한과 유한은 직접적으로 비교할 수 없다는 것, 무한은 유한의 연장이 아니라는 것을 깨달았던 Cusanus는 이점에서 확실히 무한을 인식하는 첫 관문을 통과한 셈이다. 有限量에서는 아무리 큰 것일지라도 그보다 더 큰 것이 항상 있

* N.Cusanus, " Dedocta ignorantia "(1440년)

으며, 마찬가지로 아무리 작은 것에 대해서도 항상 그보다 더 작은 것이 있을 수 있다. 이에 비해서, 보다 큰 것이 존재하지 않을 때 무한대를, 마찬가지로 보다 작은 것이 있을 수 없을 때 무한소를 생각할 수 있는 것이다. 이 뜻으로 유한과 무한사이는 '단절'되어 있으며, 따라서 이 둘을 비교할 수 없는 것이다.

하기야 Cusanus의 무한론은 神學的인 문제가 주제를 이루고 있긴 하다. 즉, '無限者'로서의 神에 대해서는 보다 큰것도 보다 작은 것도 있을 수 없기 때문에 신은 무한대이자 동시에 무한소이다. 이 뜻으로 무한자인 신은 '반대의 일치' '대립의 일치' 즉 모든 대립을 넘어선 존재이며, 따라서 신을 인식한다는 것은 '無知의 知'—무지를 통해서 얻은 앎(知)—이라는 것이다.

흔히, 유럽의 문화는 그리스 이래의 합리적 정신과 그리스트교의 倫理觀에 의해서 이루어졌다고 한다. 이것을 'Hellenism (그리스문화)과 Hebraism (크리스트교의 정신)을 두 기둥으로 삼는 문화'라고도 바꾸어 표현하기도 한다. 실제로 그리스적인 사고의 특징인 '유한주의'가 고대 말기로부터 중세, 그리고 근대에 이르는 과정에서 크게 변질하는 것은 Hebraism과의 복잡한 융합의 결과이기도 하였다. 신의 문제는 물론 그리스 사상에서도 찾을 수 있지만 그들이 관심있게 다룬 主題는 늘 Cosmos (우주)에 관해서 였다. 그러나 고대 말기 이후 사색의 중심은 신의 문제로 바뀌어졌다. 이에따라 신과 그 피창조물인 세계와의 관계에 대해서도 주목하게 되었다. 그 결과 신=무한, 세계=유한이라는 圖式이 중세 말까지의 유럽을 지배하였다. 이것은 Hebraism의 중심적인 사상인 '세계창조'(='무로 부터의 창조' (Creatio ex nihilo)와 관련해서 초월적인 신의 관념이 사람들의 마음속에 확고하게 뿌리를 내리게 된 결과이기도 하였다.

유한의 球가 全知全能인 신의 창조물이라는 것은 모순이므로, 우주는 무한히 큰 구이어야 한다고 Cusanus가 주장한 것은, Copernicus의 〈天球의 회전에 관하여〉가 출판되기 100년도 전의 일이였다. 그의 이러한 주장은 무한히 뻗은 공간 속에서 지구가 위치할 '중심점'을 생각해야 하는 모순의 제거와 깊은 관련이 있었다. 이 파라독스를 해결하기 위해서는,

『신은 그 중심의 모든 곳에 있고, 또 그 원주를 아무 곳에서도 찾을 수 없는 무한의 구』

이어야 하였다.

그러나, 이 단계에서는 Cusanus의 생각은 우주론에 별다른 영향을 미치지 못하였으며, Giordano Bruno(1548 ~ 1600년)가 Copernicus적 관점에서 무한우주론을 주장하기 전까지는 세상의 주목을 받지 못하였었다. Bruno의 주장은 태양·지구·행성들로 이루어진 Copernicus의 태양계는 無限宇宙의 중심에 자리잡고 있다고 말할 수 없으며, 오히려 실제로는 무한히 뻗은 공간의 곳곳에 이러한 行星系가 분포되어 있다는 것이다. 이 때문에 그는 異端의 낙인이 찍혀서 화형에 처해졌으나 (1600년), 그가 죽은지 반세기도 지나기 전에 그동안 유럽세계를 지배해온 Aristoteles의 自然學과 천문학 이론은 완전히 무너지고 말았다.

이보다 100여년 후의 일이기는 하지만, 동북아시아의 변방인 한반도에서도 Bruno의 무한우주론과 꼭 닮은 견해가 사대부 출신의 實

學者 洪大容 (1731 ~ 1783 년) 의 자연학에서 소개되었다. 그의 湛軒書중에는 다음과 같은 귀절이 보인다.

『 하늘에 가득한 별치고 세계로 되지 않은 것이 없으니, 성계 (星界) 로부터 본다면 지계 (地界) 도 또한 한 개의 별이다. 한량 없는 세계가 공계 (空界) 에 흩어져 있는데 오직 이 지계만이 바로 중심에 있다는 말은 있을수 없는 것이다…………

" 은하란 여러 세계를 묶은 한 세계로, 공계에 두루 돌아 한 큰 테두리를 이룬 것이다. 이 큰 테두리 가운데 많은 세계의 수효가 몇 천 몇 만이나 되는바, 해와 지구 등의 세계도 그 중의 하나일 뿐, 이 은하는 하늘에 한 큰 세계이다.

그러나 지구에서 볼 때 이와 같을 뿐, 지구에서 보이는 외에도 은하세계와 같은 것은 몇 천 몇 억이나 되는 줄을 알 수 없으니, 나의 자그마한 눈에 의하여, 갑자기 은하가 가장 큰 세계라 할수도 없을 것이다. * 』

그러나 이 한국인의 무한관은 유감스럽게도 무한론의 계보에는 속하지 않는다. 홍대용의 ' 대담 ' 한 주장을 ' 異端 ' 으로 규탄하는 권위적인 우주관이 이 땅에서는 존재하지 않았고, 그의 주장 자체도 어떤 선행적인 우주관을 발전시킨 것도 그렇다고 실증적인 천체 관찰에 근거를 둔 것도 아닌 다분히 思辯的인 발상이었다. 당연하게도 그의 무한우주관은 후계자를 얻지 못한채 單發로 끝났다. 실제로, 한국인의 의식속에서 ' 유한과 무한 ' 의 문제가 중요한 위치를 차지한 적이 한번도 없었으며, 이 점은 지금도 마찬가지이다. 한국인은 적어도 우주론에 관한한 경험을 초월하는 문제를 거부하는 不可知論者이다. 따라서 무한론적인 발상을 心性的으로 한낫 ' 奇說 ' 로 받아들이는 태도는 예나 지금이나 마찬가지인 것이다.

3. 現實的無限과 數學

Cusanus 가 다루었던 무한은 다분히 철학적인 내용의 것이었지만, 이것은 신학자인 그로서는 어쩔 수 없는 한계였다. 이 Cusanus 보다 훨씬 수학적으로 깊이 현실적 무한을 다루었던 사람은 Galileo Galilei 이다. Galilei 는 Cusanus 와는 달리 유한과 무한의 차이에 주목하였다.

그는, 공간은 이상 더 쪼갤 수 없는 ' 불가분자 (不可分者) ' 인 무한소로부터 이루어졌다고 주장하므로써 현실적 무한을 대담하게긍정한다. 이 점에서 그는 고대의 원자론을 부활시킨 셈이다. 실제로 Democritos 의 원자론이 수학적으로도 물리학적으로도 의미를 지니게 된 것은 Galilei 부터이다. 그는 무한소뿐만 아니라 무한대에 대해서도 아주 대담하게 다루었으나 유한에 관한 개념을 그대로 써 무한을 이야기해서는 안된다고 경고하는 것을 잊지 않았다.

Galilei 의 〈 新科學對話 〉 (1638 년) 의 ' 첫째 날 ' 은 무한, 연속등이 그 내용으로되어 있는데, 여기서는 유한이 지닌 개념이 무한의 경우에는 통하지 않는다는 것을 다음과 같은 실예를 들어 설명하고 있다. 자연수와 제곱수의 대응은, 자연수의 집합 $\{1, 2, \cdots, n, \cdots\}$ 이 1대1로 대응한다는 것, 따라서 자연수 전체와 그 일부인 제곱수 전체의 갯수가 같다는

* 洪大容, 〈 湛軒書 〉, 毉山問答

1	2	3	4	5	…
↕	↕	↕	↕	↕	↕
1	4	9	16	25	…

것을 보여준다. 제곱수는, 커질수록 자연수속에서 분포상태가 희박해진다. 그런데도 부분과 전체는 '갯수'가 같은 것이다.!

① 2 3 ④ 5 6 7 8 ⑨ 10 11 12 13
14 15 ⑯ 17 18 19 20 21 22 23 24 ㉕ 26…

제곱수의 분포상태

이 사실로부터 자연수 전체의 갯수와 제곱수 전체의 갯수는 어느 쪽이 더 많다. 또는 더 적다라고 말 할 수 없다는 결론이 내려진다.요컨데, '같다', '크다', '작다' 등의 성질은 유한의 세계에서만 의미를 지닐뿐 무한의 세계에는 통용이 되지 않는다. 만일 이러한 성질을 무한의 세계에 억지로 적용시키려고 하면 아주 기묘한 일이 벌어지고 만다는 것이 갈릴레이가 내린 결론이다. 알고 보면 무한은 유한을 넘어선 것이기 때문에 유한에 관한 성질이 무한의 세계에서 성립하지 않는다 하여도 조금도 이상한 일이 아닌 것이다.

이 제곱수에 관한 '무한의 파라독스(?)'는 역사적으로 많은 흥미를 끈다. 엄격한 의미의 無限數의 이론이 건설된 것은 19세기의 일이지만* 이때 무한의 정의로서 쓰인 것은 바로 이것이었다.

즉, 『무한집합이란 부분과 전체의 '크기'가 같은 집합』이라고 정의되었다. 위의 Galilei의 보기에서 말한다면, 제곱수 전체는 자연수 전체의 부분이지만 이 두 집합은 '1대 1대응'을 하고, 따라서 '크기'가 같은 것이다. 이 무한의 성질은, 무한론 즉 무한수학의 이론이 완전히 확립되는 19세기 이전에는 '무한의 파라독스'중의 대표적인 보기로 꼽히고 있었다. 이 파라독스가 특히 문제시 되었던 것은, 그리스 이래 유럽수학의 기본적인 '틀'로서 받아들여진 Eukleides의 〈원론〉에 실린 공리『전체는 부분보다 크다』와 모순되기 때문이었다. Cusanus도 이와 비슷한 생각을 품었으나, 현실적 무한이 지닌 이 성질을 처음으로 분명히 밝힌 것은 Galilei였다.

이 기묘한 파라독스는, 그리스시대 였다면 현실적 무한을 부정하는 좋은 보기가 되었을 것이다. 그러나 Galilei의 시대에는, 이미 이러한 소극적인 태도로 무한을 대할 수 없을 만큼 상황이 크게 변해 있었다. 물리학이나 力學에서는 운동의 개념이 중요시 되는데, Galilei가 연구한 것은 역학중에서도 動力學에 관해서였다. 운동의 문제에는 일종의 현실적 무한이 따르기 마련이다. 이 때문에 Galilei 자신도 현실적 무한에 관해 적극적인 관심을 기울였던 것이다. 그러나 Galilei는 현실적 무한을 합리적으로 체계화하는 단계에는 이르지 못하였다. 무한론이 체계적으로 다루어지기 위해서는 유한집합 사이에서 처럼 무한집합 사이의 비교가 가능해야 한다. 이것은 G.Cantor의 集合論의 탄생까지를 기다려야 하지만 여기서는 우선 B.Bolzano(1781～1848)의 〈무한의 파라독스〉(1851년)에 실린 보기를 통해 무한의 유별한 성격에 대해 알아보기로 하자.

다음과 같은 꼴의 무한급수가 있다고 하자.

$$S = a - a + a - a + \cdots \qquad (1)$$

* Dedekind, "Was sind und was sollen die Zahlen?"(1888).

이 급수의 합을 구하기 위하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$S = (a-a)+(a-a)+\cdots=0+0+0+\cdots\cdots(1)'$

이것으로부터 $S=0$ 이라는 결과를 얻는다. 또 (1)은,

$S = a-(a-a)-(a-a)\cdots=a-0=a\cdots\cdots(1)''$

이 $(1)''$ 에 $(1)'$ 의 결과를 대입하면

$S = a-S$, 즉, $S = a/2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)'''$

이다.

결국, 식(1)로부터는 서로 모순된 세가지 답을 얻을 수 있다. 요컨데, 이 급수는 수학적으로 의미가 없는 것이다. 왜?

당연한 이야기 이지만 아무도 한 없이 덧셈을 계속할 수 없다. 예를 들어 우리가 식

$$S=\sum_{i=1}^{\infty} a_i=a_1+a_2+a_3-\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

을 생각할 때, 수열

a_1

a_1+a_2

$a_1+a_2+a_3$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

즉, 수열

$$S_n=\sum_{i=1}^{n} a_i$$

가 수렴을 하고, 극한값 'S'을 갖는다는 것을 전제로 삼는다. 그러나

a

$a-a$

$a-a+a$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

즉, $a, 0, a, 0, a, 0, \cdots\cdots\cdots\cdots$

과 같은 수열은 수렴하지 않는다.(수렴하지 않는 수열을 수렴하는 것으로 간주했다는 점이 혼란의 원인이다.). 따라서 식(1)은 무의미 하다.*

이 예는 무한급수에 산수의 덧셈 규칙을 무턱대고 적용하면 모순이 생긴다는 것 즉, 유한개의 합에 관한 산수의 법칙을 형식적으로 나타내어진 무한급수에 그대로 옮길 수 없음을 논리적으로 설명하였다는 점에서 주목을 끈다.

중세와 근세의 세계관 사이의 가장 큰 차이는 우주관·세계관의 일대 전환이었다. 그 중에서도 중세의 지배적인 우주관 즉, 지구를 중심으로 하여 그 둘레를 몇개의 天球가 돌고 있다고 하는 유한적인 우주관이 근대적인 무한우주관으로 바뀌어졌다는 것은 아주 중대한 의미를 지닌다. 이것이야 말로 중세의 사상을 밑뿌리부터 뒤흔든 '태풍의 눈'이었으며 이 문제는 단순히 地動說대 天動說이라는 정도의, 한낱 천문학상의 견해의 차이에서 빚어지는 논쟁원리로 그치는 것은 아니었다. 이 엄청난 '사건'이 사람들의 마음을 얼마나 큰 혼란속에 빠져들게 하였는지에 대한 문학자 A.France는 다음과 같이 묘사하고 있다.

『지구는 세계의 중심이고, 모든 전체가 그 주위를 회전하고 있다. 사람들은 하늘을 우러러 보면서 조용히 저 十二天에 눈길을 보내고 있었다…………

옛 사람들은 이러한 십이천이나 행성아래에 태어나서 행복한, 쾌활한 또는 우울한 생활을 보냈었지만, 그러한 십이천이나 행성은 이제 사라지고 없다. 창공의 튼튼한 圓天井은 무너지고 말았다. 지금의 사람들의 눈

* B.Balzano, " Paradoxien des Unendlichen "(1851년) S.58.

길과 상념은 창공의 무한한 심연속으로 한없이 빠져들어갈 뿐이다. 그리고 행성의 저편에 보이는 것은 선택받은 자들이나 천사들이 노니는 맑은 하늘이 아니고, 우리의 눈에는 비치지 않는 몽롱한 衛星의 행렬을 이끌고 회전하고 있는 무수한 태양들이다. 이 무한대의 우주공간 속에서, 우리의 태양은 우리에게 있어서 한번 품어내는 가스의 포말에 지나지 않고, 지구는 한 방울의 진흙에 지나지 않다…… 』(〈에피 의 화원〉)

위의 A.France의 표현을 빌어서 말한다면, 우주의 유일한 중심이었던 지구가 '무수한 태양'으로 바뀌어지고 '튼튼한 원천정' 아닌 무한의 우주공간을 우리의 것으로 받아들이기까지 사람들은 망설이고 두려워 하였으며 싸워서 피를 흘렸다.

요컨데, 무한이 사람들의 마음속에 자리잡게 되기까지에는 고난에 찬 아주 긴 세월이 흘러가야 하였지만 이 무한 없이는 근세에 있어서의 천체운동에 관한 이론도 數學的自然科學도 심지어는 아마 微積分學 조차도 탄생하지 않았을 것이다. 여기서 분명히 할 것은 무한의 등장은 이것들이 스스로 찾아온 결과가 아니라 우주나 무한을 스스로 자신의 것으로 삼으려는 '인간'의 적극적인 자각의 결과였다는 점이다. 너무도 유명한 다음의 Pascal의 말은 이 사실을 상징적인 표현이나마 잘 전해주고 있다.

『인간은 한 개의 갈대에 지나지 않는다. 자연 가운데서 가장 허약한 갈대에 지나지 않는다. 그러나 그것은 생각하는 갈대이다. 이것은 짓밟아 뭉개버리기 위해서 우주 전체가 무장할 필요는 없다. 한 줌의 독기(毒氣) 한 방울의 물로도 충분히 그를 죽일 수 있다. 그러나 우주가 그를 으깨어 버린다 하여도, 인간은 그를 죽이는 자 보다 고귀한 존재이다. 왜냐하면 인간은 자신이 죽는다는 것도 우주가 힘에 있어서 자신보다 우월하다는 사실을 알고 있기 때문이다. 우주는 그것을 모르고 있다.』" Pensées "

이 Pensées의 저자는, 數學的歸納法이라는 방법을 처음으로 사용한 수학자이기도 하였다. 이 수학적귀납법이야말로 무한의 개념을 정면에서 다룬 수학적인 방법인 것이다. 수학적귀납법이란 한 마디로 말해서 '어떤 사실이 모든 자연수에 관해서 성립한다.'는 것을 증명하는데 쓰이는 방법이지만, 사실은 이것은 단순히 하나의 증명법에 끝나지 않는다. 여기에는 '자연수 전체'란 무엇인가에 대한 뚜렷한 생각이 전제가 되어 있다는 사실을 보아 넘겨서는 안된다.

자연수는, 1로부터 시작하여 차례차례 나아감으로써 비로소 그 전체를 파악할 수 있다. 바로 이 사실 때문에 어떤 성질 $p(n)$이 모든 자연수에 대해서도 성립한다는 것을 밝히기 위해서는, 먼저 $n=1$일 때를 따져보고 이어서 $n=k$일 때 성립한다고 할 때, $n=k+1$일 때에도 성립한다는 것을 따지는 두 단계의 증명법이 힘을 발휘한다. 거듭 강조하지만, 자연수 1, 2, 3……은 오래전부터 알려져 있었으나 이것을 「n 다음에는 $n+1$이 이어진다.」라는 규칙(= '生成規則')을 지닌 '한없이 계속하는 수열'로 보고, 그 전체를 하나로 묶어서 생각하게 된 것은 그렇게 오래된 일은 아니다.

이 수학적 귀납법이야말로 자연수 전체라는 ' 무한자 ' (無限者) 를 수학의 대상으로 삼는 적극적인 방법의 출현을 알리는 것이었다.

結語 : mathesis universalis 로서의 數學

수학은 흔히 계산이나 증명 등을 주로 일삼는 학문으로 여겨지고 있다. 물론 수학에는 이러한 면이 있는 것이 사실이고, 현재 국민학교, 중학교, 고등학교 그리고 대학에서 배운 수학의 내용도 모두 이런 것들이다. 여기서 말하는 ' 수학 ' 이란, 과거의 중국이나 한국의 수학은 물론 아니고 유럽으로 부터 근래에 받아들인 수학이다. 이 수학은 알고보면 계산이나 증명만을 다루는데 그치지 않는 놀랄 정도로 넓고 깊은 영역을 지니고 있다. 즉 과학기술과의 연관은 말 할 나위도 없고 철학이나 사상 심지어는 예술등과도 깊은 관계가 있는 인류문화속에 깊이 뿌리를 내린 거창한 학문 세계인 것이다.

그렇다면 수학은 애당초부터 이렇게 폭넓은 내용을 간직하고 있었던 것일까? 바꾸어 말하면 이 학문은 그 긴 세월동안 수학이라고 한마디로 부를 수 있는 일관된 성격을 그대로 줄곧 지탱해온 것일까?

수학을 영어로 mathematics 라고 부르지만, 이 낱말의 어원은 그리스말의 ' 마테마타 ' (mathemata, $\mu\chi\theta\eta\mu\alpha\tau\alpha$) 이며, 원래는 ' 배워야할 것 ', 즉 학문의 복수형을 나타냈다. 일반적인 학문을 뜻하였던 이 낱말이 오늘날 ' 수학 ' 이라는 특정한 학문을 가르키게 된 연유를 알아보는 것은 흥미있는 일이다. 이제부터 그 역사에 관해서 살펴보기로 하자.

' Pythagoras 의 정리 ' 로 잘 알려진 Pythagoras 가 남 · 이태리의 Croton이라는 도시에 세운 학교에서는 영혼을 淨化하는 방법으로 음악 · 천문학 · 기하학 · 數論의 네가지 'mathemata ' (= 학문) 를 학생들에게 가르쳤는데, 여기서는 특히 「 만물은 수 (數) 이다. 」 라는 신조가 섬겨지고 있었다고 한다. 그 사실 여부를 확인할 수는 없지만 어쨌든 당시에는 수나 도형에 관한 연구가 아마도 종교적인 이유 때문에 행해지고 있었던 것은 틀림없다. 그 후 약 2 백년이 지나서 Platon 이 아테네시의 교외 Academia 의 숲속에 세운 학교 'Academia ' (B.C 368 년) 입구에 「 기하학을 모르는 자는 이 문을 들어서지 말라 」 라는 말을 남기기도 하였는데, 실제로 Pythagoras 학파 이래의 네개의 ' mathemata ' (학문) 특히 기하학이나 수론은 Platon 의 철학과 깊은 연관이 있다.

' mathemata ' 라는 낱말이 앞서 말했던 음악 · 천문학 · 기하학 · 수론등을 주로 나타내고 이 ' 四科 ' 를 연구하는 사람을 ' mathematicos ' (數學者) 라고 부르게 된 것은 platon 의 아카데미아에서 였으며, 그의 제자 Aristoteles 의 학교에서 그 위치를 굳혔다. 우주는 본래 수학적인 질서를 지니고 있으며, 따라서 참다운 학문은 모두 언제나 수학적인 짜임새를 갖는다고 하는 플라톤의 數理思想은 Pythagoras 학파의 저 종교적 mathemata (학문) 의 영향임이 틀림없다. 이 경향은 그 후의 유럽에 있어서의 학문적 전통의 중요한 특징의 하나가 되었다.

Pythagoras 이래의 네개의 mathemata가 ' 四科 ' 즉 ' quadrivium ' 으로 불리어지고, 문법 · 修辭學 · 論理學으로 된 ' 三科 ' ('trivium') 와 더불어 ' 自由學藝 '(artes liberales)를 이루게된 것은 6세기 중세의 수도원에서이다. 그러나 Pythagoras — Platon에서 유럽 중세에 걸친 mathemata가 모두 현재의 ' Mathematics ' (數學)의 바탕이된 것은 아니었다. 현재의 mathematics는, 실제로 기껏 占數術이나 占星術 또는 ' 수의 철학 ' 정도의 내용에 지나지 않는 '四科 ' 중의 수론이나 천문학등의 'mathemata'를 부정하고 그것들을 넘어설 수 있게 되면서 태어난 것이다. 수학으로서의 mathemata, 즉 그리스의 기하학을 현재의 우리에게 전해주었던 것은, 실은 유럽인들이 아니고, 7세기에 갑자기 문명의 꽃을 피우게 한 아라비아인들 이었다. 즉, 우리가 지금 그 전통을 이어받고 있는 Platon 이래의 그리스적 수학은, 아라비아 문화라는 용광로 속에서 다시 다듬어졌다. 이에 이은 르네상스로부터 17세기에 걸친 시대에 또 다시 이 수학은 새로운 환경의 '도전'에 대응하면서 전에 볼 수 없는 학문의 형태를 갖추게 되었다. 이것이 오늘날의 mathematics의 직접적 조상인 것이다.

13세기는 흔히 ' 중세의 르네상스 ' 로 불리어질 만큼 학문의 역사상 극히 중요한 의의를 지닌 시대이다. 이 시대는 크리스트교의 신앙과 그리스의 학문을 통합시킨 이른바 스콜라 철학이 확립된 시대였다. 여기서 말하는 그리스의 학문이란, 주로 Aristoteles의 자연학이 중심을 이룬 것이지만 고대 · 중세를 통하여 그리스적 학문의 전통은 대체로 Platon의 사상이 중심이었으나 이 시대 이후로는 아라비아를 거쳐 옮겨진 Aristoteless의 反 宗教的인 자연학이 크리스트교의 윤리관과 결합하여 조화있는 체계를 이루게 되었다. 중세 이후의 수도원 · 학교가 대학의 모습을 갖추기 시작한 것도 이 무렵의 일이였으며, 파리대학은 1200년, Oxford 대학은 1214년에 창설되었다. 이러한 대학의 바깥에서도 새로운 학문의 싹이 여기 저기서 트기 시작하였다. 한편 '四科'에 속해 있으면서도 음악이나 천문학은 15, 16세기에는 이미 mathematics (數學)로는 간주되지 않았고, 그 대신 그리스와 인도의 양쪽으로부터 전통을 이어받은 삼각법이 새로이 마테마티크스의 멤버로 끼어든다. 프랑스의 수학자 F.Viete(1540 ~ 1603년)가 쓴 〈數學要覽〉(Canon mathematics, 1579)이라는 이름의 삼각법의 책은 그 사실을 단적으로 말해주고 있다. 이제 ' mathematics ' 라는 낱말이 책의 표제로서 쓰이기까지 할 정도로 그 ' 시민권 ' 을 당당히 획득하게 된 것이다.

' mathematics ' 의 어원이 'mathemata 라는 것; 따라서 이 낱말에는 ' 논증체계 (論證體系)를 지닌 통일적학문 (統一的學問) ' 이라는 본래의 뜻이 다소나마 담겨져 있는 것은 당연하지만, 특히 르네상스 이후 부활하였던 저 Platon的 數理思想의 영향 때문에 mathematics는 이 경향을 두드러지게 풍겼다. 그러나 '통일적 학문 ' 으로서의 mathematics를 실제로 내세운 것은 Decartes와 Leibniz였다.

Descartes의 유명한 저서 〈方法序說〉(1637)은, 정확하게는 『이성 (理性)을 바르게 이끌고 온갖 학문에 있어서 진리를 찾기 위한 방법 및 이 방법의 시도 (試圖) 로서의 광학 (光學) · 기상학 (氣象學) · 기하학 』이라는 이름였다. 그러니까 Descartes의 해석기하학 (解析幾何學)이 태어나기 까지에는「 (그의) 이성을 바르게 이끌고 온갖 학문의 진리를 찾기 위한」 노력이 여러가지로 베풀어

졌었음을 알 수 있다. 비록 실현은 되지 않았으나 데카르트가 구상하였던 통일적 학문으로서의 수학, 즉 ' mathesis universalis' 에로의 꿈은 Leibniz 에 의해서 더욱 강하게 추진되었다.

Leibniz 야 말로 아마도 인간의 사고 자체를 記號的數學의 형태로 재현하려고 하였던 최초의 사람이였을 것이다. 微積分學은 Newton 과 Leibniz 에 의해 거의 동시에 발견되었지만 오늘날 사용되어 있는 기호가 모두 Leibniz 의 것이라는 사실에서도 알 수 있는 바와 같이 Leibniz 의 기호법은 아주 뛰어난 것이었다. 그러나 이 미적분학은 그가 목표로 삼은 기호적 수학 (= '보편 (수학) ') 의 한 보기에 지나지 않았다. 수학이야말로 Leibniz 에게는 인간의 사고의 세계를 가장 깊숙히 파고드는 학문 ―즉 ' 보편학 ' ― 이었던 것이다.

Platon, Aristoteles, Pascal, Descartes, Leibniz 등은, 대개 철학자로서만 알려져 있으나 이 사람들은 수학의 역사상 빠뜨릴 수 없는 ' 수학자 ' 이기도 한 것이다. 한편 이미 앞에서도 이야기한 바와같이 수학과 종교도 사상면에서 의외로 깊은 인연이 있다. 다음 인용문은 13 세기의 신학자 Thomas Aquinas(1225 ~ 1274) 의 종교관에 관한 해설인데 여기에는 그리스인의 數學的精神이 뚜렷이 반영되어 있다.

「 크리스트교의 教理 속에는 여러 종류의 진리가 포함되어 있으나, 이것들이 모두 똑같은 중요성을 지닌 것은 아니다. 즉 자세히 살펴보면 어떤 진리는 다른 진리의 근거 내지는 바탕을 이루는 것처럼 보이는 것이다. 이 때문에 이들 여러 진리의 원인과 결과, 중심적인 성질과 특수한 성질, 원칙과 귀결 등에 초점을 맞추어 이들 진리 사이에 존재하는 명확한 관계를 사고를 통해 부각시킬 수 있다. 이렇게 함으로써 귀결로서의 진리와 원칙으로서의 진리를 구별할 수 있으며, 또 후자 (즉 원칙으로서의 진리) 를 이보다 더 근원적인 지리와 연관 지을 수 있음을 알 수 있을 것이다. 이와 같이 연관의 ' 실 ' 을 따라가면 마침내는 그 이상 거슬러 올라갈 수 없는 몇개의 至上의 진리에 도달한다. 종래 Aristoteles 철학이 ' 학문 ' 에 부여하였던 圖式속에서 ' 인식의 기초를 이루는 근원 ' 이 맡았던 역할을 신학 속에서는 이들 진리가 더 맡게된 것이다. 」 (P. Adonese 〈 카톨릭신학 〉)

이미 짐작할 수 있는 바와같이 위의 글 가운데서 ' 진리 ' 대신에 ' 정리 ' 를, 그리고 ' 지상의 진리 ' 대신에 ' 공리 ' 를 바꾸어 놓으면 그대로 그리스 이래의 公理的數學體系에 관한 설명이 된다. 이처럼 신학이 시간적으로 따저 3 백년이나 앞선 Eukleides 의 공리적인 수학체계로부터 영향을 받고 있는 것이다. 역으로 따진다면, 애당초 ' 대화의 전제 ' 로서의 의미 밖에 지니지 안했었던 ' 공리 ' 라는 낱말이 ' 지상의 진리 ' 라는 뉘앙스 까지를 풍기게 된 것은 분명코 크리스트교의 영향 탓이다. 어쨌든 수학이라는 학문의 역사는 유럽에서는 사상이 엮어지는 역사 (= 思想史) 와 깊은 연관이 있음을 알 수 있다. 즉 유럽인들에게는 수학은 적어도 한낱 ' 도구 ' 이상의 것이었다.

마지막으로 다시 강조해 두고자 하는 것은 ' 數學的無限論 ', 즉 集合論은 종교적 • 철학적

무한관을 배경으로 삼은 학문('mathemata')으로서 그 체계를 이루었다는 사실이다. 이것은 집합론이 단순히 '집합의 수학'이나 '집합의 이론'에 그치지 않음을 뜻한다. 종교니 사상이니 하는 수학 이전의 영역을 여기 저기 헤쳐본 이유는 바로 이 때문이였다. 실제로 집합론에 대한 진정한 이해는 이 학문이 탄생하기 까지의 思想的 背景에 대한 인식 없이는 이루어질 수 없는 것이다.

參 考 文 獻

Aristoteles, Physica

Aristoteles, Methaphysica

B.Bochner, The Role of mathematics in the rise of science, 1966.

B.Bolzano, Paradoxien des Unendlichen, 1851.

N.Cusanus, De docta ignorantia.1440.

J.W.Dauben, Georg Cantor, His mathematics and philosophy of the infinite, 1978.

T.Heath, Mathematics in Aristotle , 1949.

C.Hempel, On the Nature of Mathematical Truth, 1964.

A.Heyting, Intuitionistic Views on the nature of Mathematics, 1974.

M.Steiner, Mathematical Knowledge, 1975.

F.Waismann, Introduction to mathematical Thinking, 1959.