Traverse 測量에 있어서 閉合誤差의 理論的 整調法
Theoretical Adjustment of Closed Errors in Traverse Surveying

李 啓 鶴* 張 智 元**
Lee Kye-Hak Jang Ji-Won
成 水 鍊***
Sung Soo-Lyeon

要 旨

本 硏究에서는 traverse 測量에서 發生하는 閉合誤差를 測定角과 測定距離의 重量을 考慮하여 旣存의 調整方法보다 精密하게 調整할 수 있는 理論的 調整法을 利用하였다.

本 硏究結果 閉合 traverse의 測定角誤差 配分에 있어서 本 理論的 調整法이 compass 및 transit 法測보다 誤差 配分量이 가장 작은 값으로 나타나 正確度가 가장 높았다.

ABSTRACT

In this study, the closed errors appeared in traverse surveying are precisely adjusted in consideration of the weights both observed angle and distance.

The results of this study show that the theoretical adjustment is more accurate than the compass rule or the transit rule by distribution of the observed angle errors.

1. 序 論

從來, Traverse 測量의 閉合誤差는 普通 compass 및 transit 法則으로 調整하여 왔다.[1] 그러나, 測定角과 測定距離의 重量을 考慮한 調整方法은 널리 알려져 있지 않다.

따라서, 本 硏究에서는 測定角誤差를 視準誤差, 測讀誤差 및 致心誤差 등의 偶然誤差의 式으로 나타내어 測定角과 測定距離의 重量을 相對的으로 決定하고, 이 重量을 考慮하여 閉合誤差를 調整하는 理論的 調整法을 提示하고자 한다. 또한, 本 理論的 調整法으로 調整한 角과 距離를 다른 調整法들과 比較 檢討함으로써 本 理論的 調整法의 妥當性을 檢討하였다.

* 湖南大學校 敎授
** 木浦大學校 助敎授
*** 湖南大學校 講師

2. 基本理論

(1) 測定角誤差 및 重量

Traverse 測量에 있어서 器械의 調整, 測量作業 등에 충분히 注意하여도 測定角 값에는 pole 및 十字線의 크기에 의한 視準誤差, 눈금에 따른 測讀誤差 및 器械를 設置할 때 생기는 致心誤差 등의 各種 偶然誤差가 따르기 마련이다.[2),3)]

只今, 兩邊의 視準距離가 $a^m, b^m (a \geq b)$인 交角 α를 c 秒讀의 器械를 使用하여 n 倍角法으로 觀測하고, 設置할때의 最大 偏心量을 e(m)라 하면, 視準誤差 ε_1, 測讀誤差 ε_2 및 致心誤差 ε_3는 各各 式(1)로 나타낼 수 있다.[4),5)]

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= \{(24.927)^2/(na^{0.918})\}(1+K^{0.918}) \\ \varepsilon_2^2 &= c^2/(12n^2) \\ \varepsilon_3^2 &= \{(\rho''^2 e^2)/(3a^2)\}\{(1+K^2)/2-\cos\alpha\} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

여기서 $K=a/b$이며, 全測定角誤差 δ(sec)는 다음 式(2)로 表示된다.[6),7)]

$$\delta^2 = \varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\varepsilon_3^2 \quad (2)$$

그리고 距離測定의 誤差는 測定距離 s(m)의 平方根에 比例하므로 距離測定의 重量 p는 다음 式(3)과 같다.

$$p=1/s \tag{3}$$

또한, 全測定角誤差를 δ, 精度(閉合比)를 A, 測定距離를 s라 하면 角測定値의 重量 q는 다음 式(4)로 표시된다.

$$q=\mathrm{A}^2/\{s(\delta/206265)^2\} \tag{4}$$

(2) 閉合誤差의 調整

먼저, 內角의 總合에 對한 誤差 d는 式(4)로부터 重量을 考慮하여 配分하면, 〈그림 1〉과 같이 緯距 經距에 各各 d_1 및 d_2의 閉合誤差가 생긴다.[8),9)] 즉,

$$\left.\begin{aligned}[s\cos\theta]&=d_1\\ [s\sin\theta]&=d_2\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

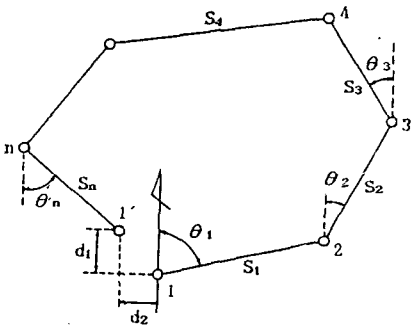

그림 1. Traverse 網圖

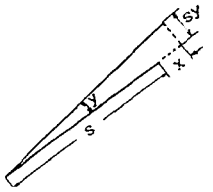

그림 2. 測點의 偏位量

只今, 距離 s 및 方位角 θ의 調整量을 各各 x, y라 하면, 式(5)를 다음과 같이 式(6)으로 나타낼 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}[(s+x)\cos(\theta+y)]&=0\\ [(s+x)\sin(\theta+y)]&=0\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

그리고, y는 微小하므로 $\cos y\fallingdotseq 1$, $\sin y\fallingdotseq y$로 하고, xy의 項은 微小하므로 省略하여 式(5)를 式(6)에 代入하면 式(7)과 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned}[x\cos\theta]-[sy\sin\theta]+d_1&=0\\ [x\sin\theta]+[sy\cos\theta]+d_2&=0\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

또한, 測定角誤差 y에 의한 測點의 偏位量은 $(s+x)y\fallingdotseq sy$이므로 $s\theta$의 重量을 r이라 하면, $(sy)^2$에 反比例한다.

그런데, 重量 p 및 q에 利用되는 要素는 測定距離 s, 精度 A이므로 r을 q, s 및 A로 정리하면 式(8)과 같이 된다.

$$r=q\{p/(\mathrm{A}s)\}^2=q/(\mathrm{A}s^2)^2 \tag{8}$$

그러므로 最小제곱法에 의해 式(7)의 條件式 $Q=[px^2]+[r(sy)^2]$을 最小로 하는 x, y를 決定하면, 式(9)와 같이 된다.

$$\left.\begin{aligned}x_i&=(\cos\theta_i/p_i)\mathrm{K}_1+(\sin\theta_i/p_i)\mathrm{K}_2\\ y_i&=-\{\sin\theta_i/(s_ir_i)\}\mathrm{K}_1+\{\cos\theta_i/(s_ir_i)\}\mathrm{K}_2\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

式(9)에서 $\mathrm{K}_1, \mathrm{K}_2$는 다음 正規方程式으로부터 求해지는 未定係數이다.[3),10)]

$$\left.\begin{aligned}&\{[\cos^2\theta/p]+[\sin^2\theta/r]\}\mathrm{K}_1\\ &\quad+\{[\sin\theta\cos\theta/p]-[\sin\theta\cos\theta/r]\}\mathrm{K}_2\\ &\quad+d_1=0\\ &\{[\sin\theta\cos\theta/p]-[\sin\theta\cos\theta/r]\}\mathrm{K}_1\\ &\quad+\{[\sin^2\theta/p]+[\cos^2\theta/r]\}\mathrm{K}_2+d_2=0\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

따라서, 測定距離 s에 對한 調整量 x와 測定角 θ에 對한 調整量 y는 식(9)로부터 求할 수 있다.

3. 試驗觀測 및 調整量 比較

(1) 觀測器種 및 方法

本 硏究에서는 〈그림 3〉과 같은 閉合 traverse를 湖南大 第 2 campus에 設置하고, 日産 Sokkisha製 Electronic Total Stations(Set 3)를 使用하여 測線距離를 90m ~150 m 範圍로 觀測하였다.

또한, 角은 觀測對回를 正反으로 하여 3倍角으로 觀測하였고, 觀測距離는 6回 觀測하여 平均값을 取하였으며, 溫度補正에 있어서는 760 mmHg, 30°C에 對한 氣象補正값 18 ppm을 取하여 測定하였다.[11)]

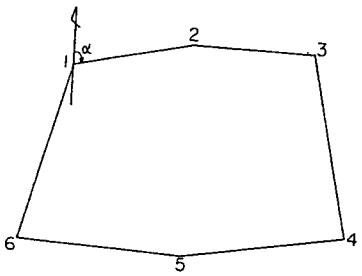

그림 3. 觀測 traverse 網圖

(2) 測定角誤差에 따른 重量

前述한 式(1) 및 式(2)에서 두 測線의 交角 α값에 의한 變化는 微小하므로 α값을 平均値 90°로 하고, 測角器의 最小讀値 c=1″, 倍角數 n=2, 3, 最小偏心量 e=1 mm의 경우에 있어서 全測定角誤差 δ(sec)를 計算하여 視準距離 a와 양 視準距離의 比 K에 關하여 圖示하면 〈그림 4〉와 같다.

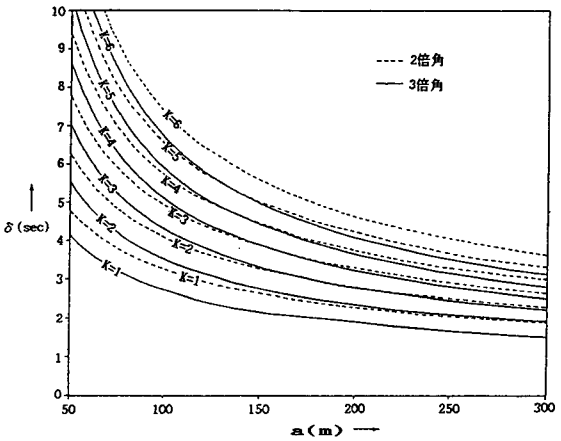

그림 4. δ 曲線

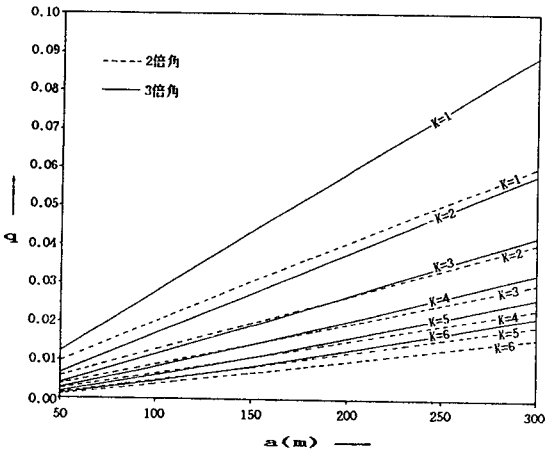

그림 5. q 曲線

또한, 100 m 距離를 測定할 때의 精度를 1/50,000로 하면, 式(4) 로부터 角測定値의 重量 q는

$$q=\rho''^2/(50,000^2\cdot\delta^2\cdot100^2)$$

로 되며, 이를 視準距離 a와 重量 q에 關하여 圖示하면 〈그림 5〉와 같다.

따라서, 式(8)로부터 $s\theta$의 重量 r은 다음 式으로 求한다.

$$r=q\cdot\{50,000/(100s)\}^2=q(500/s)^2$$

(3) 3가지 調整法의 調整量 比較

只今, 〈그림 3〉과 같은 閉合 traverse를 觀測하여 本 理論的 調整法으로 調整한 結果를 나타내면 〈表 1〉과 같다.

또한, 距離測定의 精度를 1/50,000, c=1″, e=1 mm, n=3으로 traverse 測量을 實施한 경우, 各 調整法에 의한 距離 및 角의 調整量을 比較하면 〈表 2〉와 같다.

表 1. 閉合 Traverse의 理論的 調整 結果

測線	距離 (m)	方位角 (° ′ ″)	距離調整量 (mm)	角調整量 (″)	調整距離 (m)	調整方位角 (° ′ ″)
1 ~ 2	93.936	77 28 15.2	−3.1	+0.09	93.9329	77 28 15.29
2 ~ 3	95.234	91 24 30.3	−2.5	+0.12	95.2315	91 24 30.42
3 ~ 4	143.388	167 28 25.5	+3.5	+0.12	143.3925	167 28 25.62
4 ~ 5	130.925	260 59 47.7	+4.1	−0.09	130.9291	260 59 47.61
5 ~ 6	127.314	272 22 09.9	+3.2	−0.11	127.3172	272 22 09.79
6 ~ 1	142.481	15 41 17.0	−5.3	−0.06	142.4757	15 41 16.94

表 2. 3가지 調整法의 調整量 比較

測線	角의 閉合誤差를 平均 配分				角의 閉合誤差를 測角値의 重量으로 配分					
	Compass 法則		Transit 法則		Compass 法則		Transit 法則		理論的調整法	
	距離 (mm)	角 (″)	距離 (mm)	角 (″)	距離 (mm)	角 (″)	距離 (mm)	角 (″)	距離 (mm)	角 (″)
1～2	−1.9	+1.9	−2.4	+0.2	−2.0	+2.0	−2.5	+0.2	−3.1	+0.1
2～3	−1.7	+3.1	−2.4	+0.4	−1.8	+3.0	−5.2	+0.5	−2.5	+0.1
3～4	+1.4	+4.1	+4.1	+2.4	+1.3	+4.2	+4.0	+2.4	+3.5	+0.1
4～5	+2.6	−2.3	+3.3	−0.2	+2.6	−2.2	+3.4	−0.2	+4.1	−0.1
5～6	+2.2	−3.1	+3.2	−0.6	+2.3	−3.0	+3.4	−0.5	+3.2	−0.1
6～1	−2.6	−2.7	−4.4	+0.3	−2.6	−2.9	−4.3	+0.2	−5.3	−0.1

〈表 2〉에 나타난 바와 같이 本 理論的 調整法에 의한 角調整量은 ±0.1″로써 거의 zero에 接近함을 알 수 있다. 따라서 traverse 測量의 誤差調整에 있어서 重量을 考慮한 本 理論的 調整法이 在來의 compass 및 transit 法測 보다도 더 信賴性이 높다고 思料된다.

4. 結 論

Traverse 測量에 있어서 閉合誤差 調整의 正確度 向上을 위한 理論的 調整法에 의한 調整結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

(1) 閉合 traverse의 測定角誤差 配分에 있어서 本 調整法이 compass 및 transit 法則보다 誤差 配分量이 가장 작은 값으로 높은 信賴性을 보였다.

(2) 閉合 traverse의 閉合誤差 調整에 있어서 角의 閉合誤差를 平均 配分했을 때와 旣存의 compass 및 transit 法則에 의해 角測定値의 重量으로 配分했을 때의 調整量의 별 差異가 없었다.

(3) 視準距離 a와 角測定値의 重量 q와는 相互 比例關係에 있으며, 特히 兩視準距離의 比 $K(=b/a)$가 1에 接近함에 따라 q가 커지며, 測定角의 正確度가 向上된다.

參 考 文 獻

1. 春日屋伸昌, 1978, 測量學 I, 朝倉書店, pp. 144-162.
2. 岡積滿外 1人, 1965, "測量の視準誤差について", 日本土木學會 學術講演會 概要集, pp. 116. 1-2.
3. 龜田和昭, 1973, "角測定値の誤差について", 日本大學理工學部 學術講演會論文集, pp. 87-88.
4. 李啓鶴, 1990, "測角과 測距를 考慮한 閉合트래버스網의 同時調整" 韓國測地學會誌, 第 8 卷, 第 1 號, pp. 51-56.
5. 齊藤暢夫, 1978, 測量誤差の處理法, 日本測量協會, pp. 100-101.
6. 日本測量協會, 1982, 現代測量學 3 (一般測量), pp. 299-302.
7. 李啓鶴, 1977, "水平角 觀測値의 誤差에 關한 考察", 全南大 工技研誌, 第13輯, pp. 113-122.
8. 李啓鶴, 1969, "閉合 Traverse 測量에서 誤差配分에 關한 研究", 全南大 工技研誌, 第 5 輯, pp. 121-127.
9. Kissam, P., 1981, Surveying for Civil Engineers, 2nd ed., McGraw-Hill, pp. 140-142.
10. Davis R. E. et al., 1981, Surveying Theory and Practice, 6th ed., McGraw-Hill, pp. 254-257.
11. 李啓鶴, 1980, "電磁波測距儀의 特性과 利用에 關하여", 全南大 工技研誌, 第17輯, pp. 107-126.