

## 拋物形 近似式에 의한 淺海波 算定모델 Wave Transformation Model in the Parabolic Approximation

徐 承 男\*  
Seung Nam Seo\*

**要 旨** : 淺海波浪의 變形을 推定하기 위한 廣角 拋物形 近似式이 提示되었다. 緩傾斜 波浪式으로부터 分離行列法을 사용하여 유도된 拋物形 近似式은 기존에 비해 일반화된 형태를 취하고 있다. 有限差分法에 의한 數值모델을 提示한 후 모델의 檢證을 위해 원형천퇴 및 타원형천퇴의 水理模型 實驗結果와 비교하였다. 數值結果는 거의 모든 점에서 實測值에 잘 부합되었고, 특히 廻折현상이 뚜렷이 나타나는 천퇴 뒷편의 파랑특성을 잘 재현해 주었다.

**Abstract** □ A wide-angle approximation in the parabolic equation method is presented to calculate wave transformation in the shallow water. The parabolic approximation to the mild-slope equation is obtained by the use of a splitting matrix, which leads to a generalized equation in form. A numerical model based on a finite difference scheme is presented and computational results are provided to test the model against the laboratory measurements of circular and elliptical shoals. The numerical results are in good agreement with most of experimental data. Therefore it can be concluded that the model shows greater capability to reproduce the characteristics of waves in the refractive focus.

### 1. 緒 論

淺海地域을 통과하는 波浪은 地形에 의해 變形되며, 이러한 變形을 豫測하는 기술은 沿岸構造物 設計에 필수적이다. 따라서, 수많은 豫測技法이 개발되었고, 豫測技法의 精密度를 높이기 위한 노력이 꾸준히 이루어지고 있다. 本 研究는 最近 淺海波 推定에 많이 사용되고 있는 拋物形 近似式을 分離行列法에 의해 유도하고 이에 대한 數值모델을 제시하고자 한다.

海底 傾斜가 완만하여 波浪 進行方向에 대한 波의 變化率이 작은 경우 波浪의 運動을 지배하는 3차원 Laplace 식을 海底面에서 水面까지 積分하여 수심성분을 제거한 2차원 緩傾斜 波浪式으로 근사시킬 수 있다. Berkhoff 등(1982)이 밝힌 바와 같이 緩傾斜 波浪式에서 廻折을 무시하면 屈折方程式이 얻어지며 이 방법은 비교적 단조로운 海岸에서 波浪을 추정할 때 많이 사용된다. 최근 徐 등(1989)이 提示한 屈折 모델은 비교적 간단하며 計算速度가 빨라 광범위한

地域의 波浪推定에 적합한 것으로 보인다. 한편, 波浪의 廻折이 屈折에 견줄 수 있는 경우 廻折現象을 고려한 식에 의해 波浪이 推定되어야 한다. 緩傾斜 波浪式은 屈·廻折을 모두 고려한 식이지만 타원형 微分方程式의 형태를 취해 이를 數值모델화 하면 상당히 큰 聯立方程式이 구성되며, 이에 따른 기억 用量과 計算速度가 모델의 가장 큰 制限要因이 된다.

波浪이 천퇴 위를 지날 때 屈折에 의한 波浪 集中과 급격한 波浪에너지의 집중으로 또한 廻折이 동시에 나타난다. 이와 같은 屈·廻折 現象을 再現하고, 緩傾斜 波浪式의 단점을 보완하기 위한 시도로 Radder (1979)는 拋物形 近似式을 提示하였다. 波浪 進行方向의 廻折이 진행 직교방향의 廻折에 비해 무시될 수 있는 경우 緩傾斜 波浪式으로부터 拋物形 近似式이 유도되며 이 경우의 미분방정식은 형태상 初期值 問題(initial value problem)로 분류된다. 初期值 問題의 段階別 計算法(marching method)을 사용하는 拋物形 近似式은 비교적 넓은 지역에 대한 波浪推定에 적합

\*韓國海洋研究所 海洋環境工學研究室(Ocean Environmental Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

하다. Radder 拋物形 近似式은 波浪이 主進行方向에 대해 비교적 작은 각으로 進行하는 경우에는 상당히 높은 精密度를 보이나 進行角이 증가할수록 오차도 증가하므로 적용에 제한을 받는다. 이와 같은 제한을 줄이기 위해 다음과 같은 두 가지 方法이 제기되었다. 첫째 方法은 波浪의 主進行方向에 맞추어 計算格子를 定하는 方法으로 Tsay와 Liu(1982), Isobe(1986) 그리고 Kirby(1988)에 의해 시도되었다. 둘째 方法은 主方向에 비해 비교적 큰 각을 갖는 波浪에도 적용할 수 있는 廣角 拋物形 近似式을 사용하는 것으로 Booij(1981), Kirby(1986)에 의해 研究되었다.

本 研究에서는 行列分離法에 의해 波浪을 進行과와 反사파로 분리하고 反사파가 무시할 정도로 작은 경우에 進行과만을 취한 廣角 拋物形 近似式을 2절에서 유도 하였다. 3절에서는 유도된 拋物形 近似式을 差分化하여 만든 수치모델을 提示하고, Ito 등(1972)의 원형 천퇴실험과 Berkhoff 등(1982)의 타원형 천퇴 실험치와 수치모델 結果를 비교하였다.

## 2. 方程式의 誘導

단 周期 微小振幅波에 대한 拋物形 近似式의 유도는 Berkhoff(1972)의 緩傾斜 波浪式으로부터 시작된다. 각 周波數  $\sigma$ 를 포함하는 시간함수  $\exp(-i \sigma t)$ 를 분리시킨 速度포텐셜을  $\tilde{\varphi}$ 라 표기하면 緩傾斜 波浪式은

$$\vec{\nabla} \cdot (P \vec{\nabla} \tilde{\varphi}) + k^2 P \tilde{\varphi} = 0 \quad (1)$$

여기서,  $k$ 는 波數,  $P$ 는  $CC_g$ ,  $C$ 는 波速이며  $C_g$ 는 群速度이다. 식 (1)을 Helmholtz 식으로 변환시키기 위해  $\varphi = \sqrt{P} \tilde{\varphi}$ 를 代入하면

$$\nabla^2 \varphi + (k^2 - \frac{\nabla^2 \sqrt{P}}{\sqrt{P}}) \varphi = 0 \quad (2)$$

2차원 Laplace 연산자를 풀어쓰고 새로운 연산자  $K$ 를 다음과 같이 定義하자.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = - (k^2 - \frac{\nabla^2 \sqrt{P}}{\sqrt{P}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \varphi = -K^2 \varphi \quad (3)$$

水中的 陶碍物에 의해 생성된 反射波와 進行波를 分離하기 위해 速度 포텐셜을 進行成分  $\varphi^+$ 와 反射成分  $\varphi^-$ 로 分離한다.

$$\varphi = \varphi^+ + \varphi^- \quad (4)$$

그리고, 沿岸에 도달하는 進行波를 推定하기 위하여 進行 成分만으로 表示되는 지배方程式을 緩傾斜 波浪式 (1)로부터 유도하자. 波浪의 主進行方向을  $x$  座標軸으로 잡고 식 (4)를  $x$ 에 대해 微分하면

$$\varphi_x = \varphi_x^+ + \varphi_x^- \quad (5)$$

障礙物에 의해 산란된 波浪이  $\varphi$ 와  $\varphi_x$ 의 식으로 表示된다고 하면

$$\begin{Bmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^- \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \varphi \\ \varphi_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi \\ \varphi_x \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 “ $\mathbf{T}$ ”는 分離行列이며  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 는 미지의 연산자로 “ $\mathbf{T}$ ”의 인수이다. 식 (6)에 역행렬 “ $\mathbf{T}^{-1}$ ”을 오른쪽에서 곱하면 다음식이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \varphi \\ \varphi_x \end{Bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^- \end{Bmatrix} \quad (7)$$

식 (6)을  $x$ 에 대해 微分한 뒤 식 (7)을 結果式에 代入하면 식 (8)이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \varphi_x^+ \\ \varphi_x^- \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_x \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^- \end{Bmatrix} + \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_{xx} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)을 成分波로 나타내기 위해 식 (3)과 (7)을 써서 오른쪽 둘째항을 소거하면 結果式은 미지의 연산자  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 의 식으로 表示된다. 이들 미지의 연산자는 成分波가 가장 적게 연계(coupled)는 條件으로부터 구하여지며 이들에 대한 4개의 식을 세우기로 하자. 식 (6)의 두 식을 더하고 식 (4)를 이용하면 다음 두 식이 얻어진다.

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 1 \\ \beta + \delta = 0 \end{cases} \quad (9)$$

이제 分離行列 “ $\mathbf{T}$ ”를 인수로 나타내고 식 (9)을 使用하여 식 (8)을 풀어 定理하면

$$\begin{aligned} \varphi_x^+ &= (\alpha_x + \beta_x \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\alpha \gamma}{\beta} - \beta K^2) \varphi^+ \\ &+ (\alpha_x - \beta_x \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha^2}{\beta} - \beta K^2) \varphi^- \end{aligned} \quad (10a)$$

그리고

$$\varphi_x^- = (\gamma_x - \beta_x \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\gamma^2}{\beta} + \beta K^2) \varphi^+$$

$$+(\gamma_x + \beta_x \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha\gamma}{\beta} + \beta K^2) \varphi^- \quad (10b)$$

식 (10)이 성분파로 완전히 분리되기 위해서는 식 (10a)의 오른쪽 둘째항과 식 (10b)의 오른쪽 첫째항이 없어져야 한다. 이 조건을 엄밀하게 만족시키기 위해서는 또 다른 聯立 微分方程式을 풀어야 하는 어려움이 생기므로, 이 대신 약간의 연계를 허용하면 다음식을 얻게된다. 즉,

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2}{\beta} + \beta K^2 &= 0 \\ \frac{\gamma^2}{\beta} + \beta K^2 &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)의 聯立方程式을 풀고 速度포텐셜의 시간 함수  $\exp(-i\sigma t)$ 을 고려하면 다음과 같은 分離行列이 얻어진다.

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i/K \\ 1 & i/K \end{pmatrix} \quad (12)$$

식 (12)을 식 (10a)에 代入하여 進行波의 식을 구하면

$$\varphi_x^\pm = \left(-\frac{K_x}{2K} + iK\right) \varphi^+ + \left(\frac{K_x}{2K}\right) \varphi^- \quad (13)$$

여기서 反射成分  $\varphi^-$ 의 항을 무시하면 進行成分만의 식이 유도된다.

$$\varphi_x^\pm = \left(-\frac{K_x}{2K} + iK\right) \varphi^+ \quad (14)$$

海底의 傾斜가 완만하여  $|\vec{\nabla}P/kP| \ll 1$ 인 경우 연산자  $K$ 는 다음 식으로 근사될 수 있다.

$$K \simeq k \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \quad (15)$$

식 (15)을  $x$ 에 대해 微分하고  $4K^2$ 으로 나누면

$$\frac{K_x}{2K} = \frac{\frac{k_x}{2k} + \frac{1}{4k^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y^2}}{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \quad (16)$$

한걸음 더 나아가,  $K$ 를 pseudo-operator로 보면 식 (15), (16)은 다음 식으로 근사된다.

$$K \simeq k \left(1 + \frac{b}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \quad (17a)$$

$$\frac{K_x}{2K} \simeq \left(\frac{k_x}{2k} + \frac{1}{4k^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y^2}\right) \left(1 - \frac{a}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \quad (17b)$$

여기서  $a, b$ 는 상수이며 이들의 값은 뒤에서 설명하기로 한다. 식 (17)을 식 (14)에 代入하여 高次項을 제외하면 波浪의 屈·廻折 運動을 지배하는 拋物形 近似式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \varphi_x^\pm = & \left(ik + i\frac{b}{k} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{k_x}{2k} - \frac{1}{4k^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y^2} \right. \\ & \left. + \frac{ak_x}{2k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \varphi^\pm \end{aligned} \quad (18)$$

Radder가 유도한 拋物形 近似式은 오른쪽 넷째, 다섯째 항이 없고  $b=0.5$ 인 경우이며 波浪의 方向이 主進行方向과 거의 비슷한 경우에 좋은 결과를 보이나 두 방향의 사잇각이 커지면 상당한 오차가 나타난다. 한편, Booij(1981)와 Kirby(1986)이 유도한 拋物形 近似式은  $a, b$  모두 0.75의 값을 가지며 사잇각이 비교적 큰 경우에도 성립하는 廣角 拋物形 近似式 또는 高次 拋物形 近似式이다. 따라서, 식 (18)도 廣角 拋物形 近似式이며 상수  $a$ 와  $b$ 는 일정 傾斜面 위를 進行하는 波浪에 대해 Snell 법칙 결과와 식 (18)의 결과를 비교하여 가장 좋은 조합인  $a=1, b=0.73$ 의 값을 택하였다.

Kirby의 高次 拋物形 近似式은 地形 뿐 아니라 흐름에 의한 波浪變形을 고려한 식이며 흐름이 없는 경우 식 (18)과 유사한 식이된다(수산청, 1989). 그러나, Kirby의 식은 변수변환을 하지 않고 緩傾斜 波浪式 (1)로부터 직접 유도하여 형태상 더 복잡하며 따라서 더 많은 計算時間이 소요될 것으로 推定된다.

### 3. 數值計算 및 討議

2절에서 언급한 것과 같이 拋物形 近似式은 산란 波浪의 方向이 主進行方向에 가까울수록 그 精確도가 높아진다. 한편, 식 (18)과 같은 廣角 拋物形 近似式은 두 방향간의 사잇각이 비교적 큰 경우에도 적용 가능하도록 고차의 항이 추가되어 있으며, 직교 입사에 가깝도록 水深格子를 만드는 것도 좋은 결과를 가져

오게 하는 方法이 된다. 그러나, 淺海波를 推定하는 大部分의 경우 하나 이상의 入射波를 使用하므로 각기 다른 入射 波浪에 대해 이에 상응하는 水深格子를 만드는 것은 時間과 노력이 많이 소요되므로 모델의 적용 측면에서 볼때 바람직한 方法은 아니다. 따라서, 計算結果가 入射波의 영향을 덜 받도록 하기위해 다음 方法을 사용하였다. 즉 y축에 대한 平均과수  $\bar{k}(x)$ 를 갖는 부분  $\bar{\psi}$ 와 변동부분  $\psi$ 을 곱한 형태를  $\varphi^+$ 라 하면

$$\varphi^+ = \bar{\psi}\psi = e^{i(\int \bar{k}(x) dx + \bar{m}y)} \psi \quad (19)$$

여기서  $\bar{l}$ 와  $\bar{m}$ 는 각각 y에 대한 平均水深의 x, y 성분과수이며 Snell 법칙으로부터 계산된다.

측면 境界조건으로 完全 反射條件 또는 部分 反射條件이 사용되어 왔다. 산란파를 만드는 陶障碍物 전체 영역에 비해 작은 경우 完全 反射條件으로 인한 오차는 큰 영향을 주지 않은 것으로 밝혀졌다(Berkhoff 등, 1982). 本 研究에서는 사각 입사의 경우를 고려하여 境界선 부근의 y 성분과수가 平均 성분과수  $\bar{m}$ 와 같다는 가정에 근거한 部分 反射條件을 사용하였다.

$$\psi_y = 0 \quad (20)$$

數值모델의 격자망은 x축에 M 격자점, y축에 N 격자점으로 구성되었고,  $\Delta x$ 와  $\Delta y$ 는 각각 x, y 방향의 격자간격이다. 拋物形 近似式은 Crank-Nicolson 方法의 변동부분  $\psi_j$ ( $j=1, N$ )에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_1 \psi_{j-1}^{i+1} + C_2 \psi_j^{i+1} + C_3 \psi_{j+1}^{i+1} \\ = d_1 \psi_{j-1}^i + d_2 \psi_j^i + d_3 \psi_{j+1}^i \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $C_i, d_i$ ( $i=1, 3$ )는 차분화 과정으로부터 유도되는 계수이다(부록 참조). 현단계  $\psi_j^i$ 의 값을 알면 다음단계인  $\psi_j^{i+1}$ 는 식 (21)로부터 만들어지는 聯立方程式을 풀어 구한다. 처음 단계  $i=1$ 은 初期條件으로 주어지며 境界條件과 위의 段階別 方法에 의해 각 格子点에서의 波高가 구하여 진다.

y 方向에 대한 差分化 오차  $O(\Delta y)^2$ 을 고려하여  $j=1$ 에서의 境界條件에 대한 차분 오차도  $O(\Delta y)^2$ 을 갖는 전방차분을 사용했고

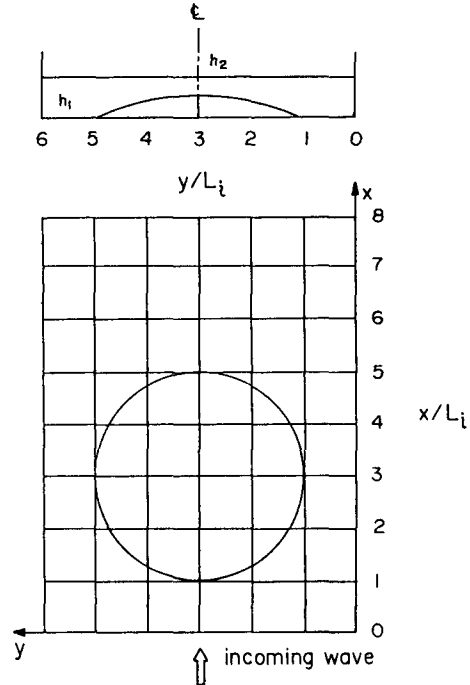


Fig. 1. Topography for experiment of Ito et al. (1972).

$$\psi_y \approx \frac{-3\psi_1^{i+1} + 4\psi_2^{i+1} - \psi_3^{i+1}}{2\Delta y} = 0 \quad (22)$$

그리고  $j=N$ 의 境界조건도  $O(\Delta y)^2$ 을 갖는 후방차분을 사용하였다.

$$\psi_y \approx \frac{3\psi_N^{i+1} - 4\psi_{N-1}^{i+1} + \psi_{N-2}^{i+1}}{2\Delta y} = 0 \quad (23)$$

境界조건 (22), (23)로 인해 3-對角行列이 파괴되므로  $j=1$ 과  $j=2$ 식으로부터  $j=1$ 식의  $\psi_1^{i+1}$ 을 소거하고, 이와 비슷한 방법으로  $j=N$ 의  $\psi_{N-2}^{i+1}$ 을 소거해 3-對角行列을 구성하였다. 따라서, 聯立方程式을 풀 때 3-對角行列이 갖는 長点인 빠른 計算速度와 기억용량의 절감의 이점을 가진다.

本 모델의 檢證을 위해 Ito 등(1972)과 Berkhoff 등(1982)의 실측치와 비교하였다. Ito 등의 水理 模型實驗은 일정수심 15 cm 위에 직경 160 cm, 중심점의 수심 5 cm의 원형천퇴에 의한 波浪變形에 대한 實驗이다. 그림 1에 실험장치의 모식도가 도시되었고 입사파의 제원은 다음과 같다.

入射波高 ( $H_i$ ) = 1.04 cm

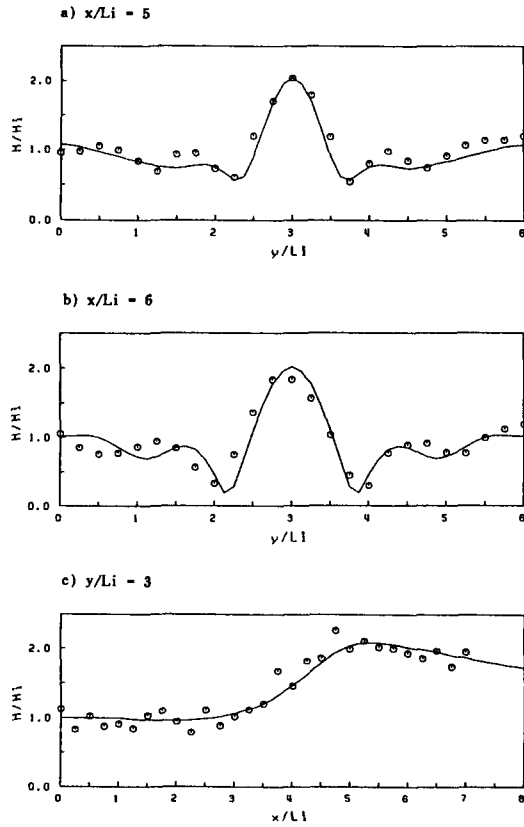


Fig. 2. Comparison of laboratory data and linear model result for circular shoal.-linear model;  $\odot$  laboratory data.

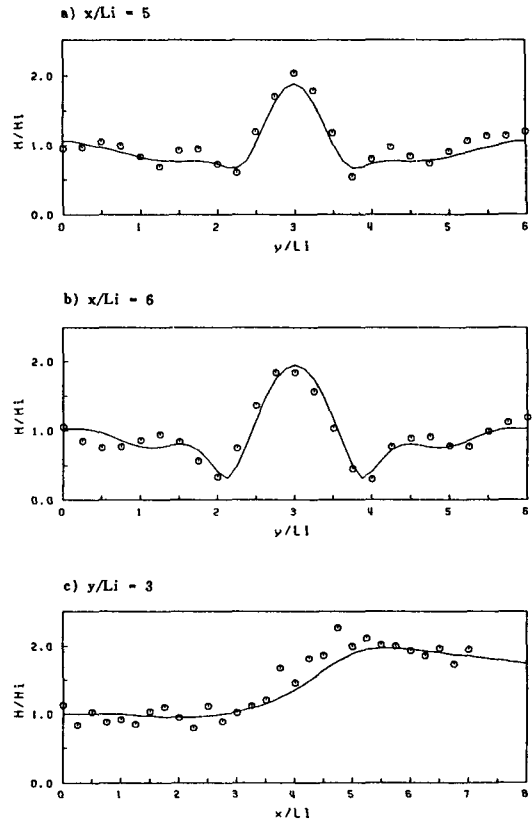


Fig. 3. Comparison of laboratory data and nonlinear model result for circular shoal. - nonlinear model;  $\odot$  laboratory data.

入射波長 ( $L_i$ ) = 40 cm  
 波形傾斜  $H_i/L_i = 0.026$

수치모델의 결과는  $\Delta x = \Delta y = 5$  cm로 놓아  $65 \times 49$  개의 격자망을 사용하여 얻었으며 y방향의 두 단면 ( $x/L_i = 5, 6$ )과 천퇴 중심을 지나는 x방향의 단면 ( $y/L_i = 3$ )에서 실측파고비와 계산파고비의 비교도가 그림 2에 도시되었다. 계산치는實測值에 잘 부합되는 것으로 보이며 특히 파고분포의 전반적인 경향을 아주 잘 재현하는 것으로 판단된다. 그림 2-C로부터 屈折에 의해 급격히 集中된 波浪에너지가 廻折에 의해 서서히 분산되는 것을 알 수 있다.

Kirby 등(1984)은 천퇴에 의한 波浪變形에 非線形 効果의 重要性을 지적하였으며 非線形항을 포함하는 拋物形 近似式을 유도하였다. 한편 비선형성이 강한 천해파랑의 波速은 波高에 비례하므로 Dingemans 등(1984)은 이를 고려한 변형 파랑분산식으로부터 계

산된 파수를 線形 拋物形 近似式에 使用하여 非線形 性を 고려하였다. Dingemans 등의 方法은 이론적 배경이 약한 問題點을 안고 있는 반면에 사용이 간편한 이점이 있다. Dingemans 등은 이 方法을 타원형 천퇴 地形에 적용하여 비교적 좋은 結果를 얻었다. 따라서, 本 研究에서는 Dingemans 등의 方法과 비슷한 變形 波浪 分산式을 使用하여 주파수를 계산하였다.

$$\sigma^2 = gk \tanh \left\{ kh \left( 1 + \frac{H}{2h} \frac{kh}{\sinh kh} \right) \right\} \quad (24)$$

여기서  $g$ 는 重力加速度,  $h$ 는 수심,  $H$ 는 波高를 나타낸다. 식 (24)로부터 計算되는 波速은 淺海의 경우 고립파의 波速으로, 深海의 경우 微小振幅波의 波速으로 바뀌게 됨을 알 수 있다.

Fig. 3은 非線形을 고려한 원형천퇴의 파고 비교도

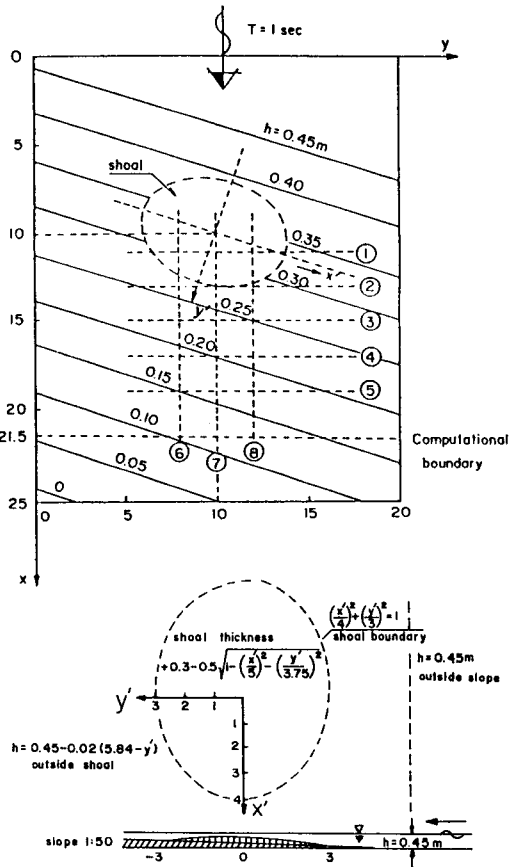


Fig. 4. Topography for experiment of Berkhoff *et al.* (1982).

이며 Fig. 2의 線形結果보다 약간 작은 값을 보인다. 이와 같이 線形에 비해 非線形結果가 작게 나타나는 것을 Kirby 등(1984), Dingeman 등(1984) 그리고 李 등(1990)에서도 볼 수 있다.

모델의 檢證을 위한 두번째 예로 Berkhoff 등(1982)의 水理模型 實驗結果를 사용하였다. Fig. 4에 도시된 것과 같이 일정수심 45 cm 위에 1:50의 傾斜面이 설치되었고 이 경사면위에 타원형 천퇴가 놓여 있다. 傾斜面은 入射波에 대해 약 20° 정도의 각을 가지고 있으며 入射波의 제원은 다음과 같다.

入射週期 : 1 sec  
 入射波高 : 4.64 cm

수치모델의 結果는 格子間隔  $\Delta x = \Delta y = 0.25$  m로 87 × 81개의 격자망을 구성하여 얻었고, y방향의 다섯 단면(단면 1-5)와 x방향의 세 단면(단면 6-8)에 대한

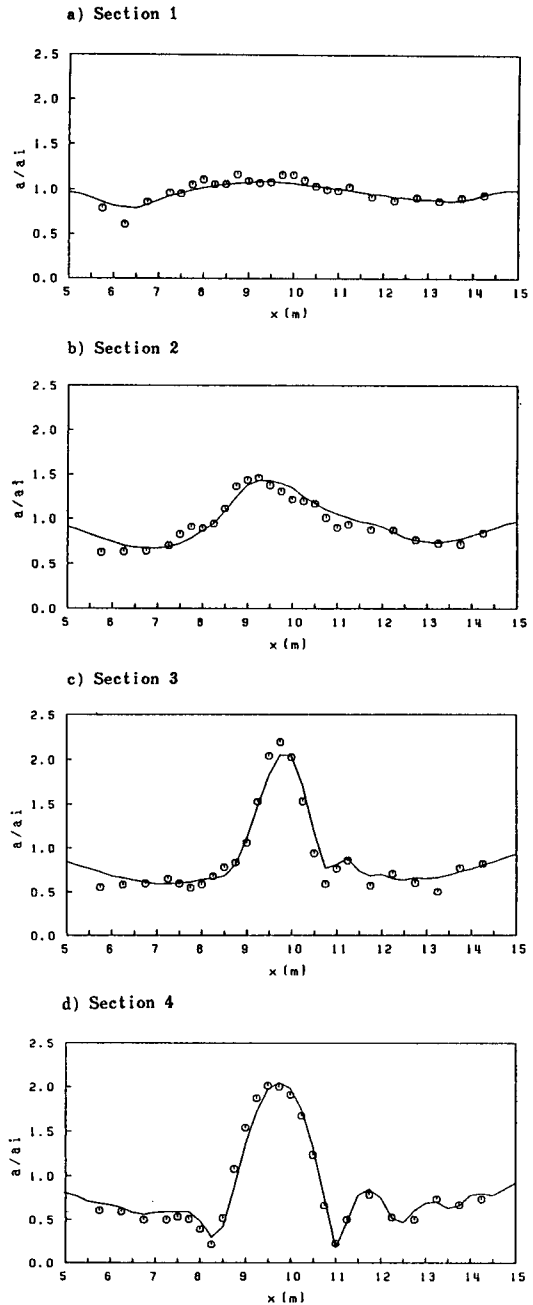


Fig. 5. Comparison of laboratory data and nonlinear model result for elliptic shoal. - nonlinear model;  $\odot$  laboratory data.

파고비가 Fig. 5에 도시되었다. 거의 모든 단면의 비교로부터 알 수 있듯이 計算結果는 實測值에 상당히 가까운 값을 보이고 있다. 특히 천퇴 뒷편에 波浪이

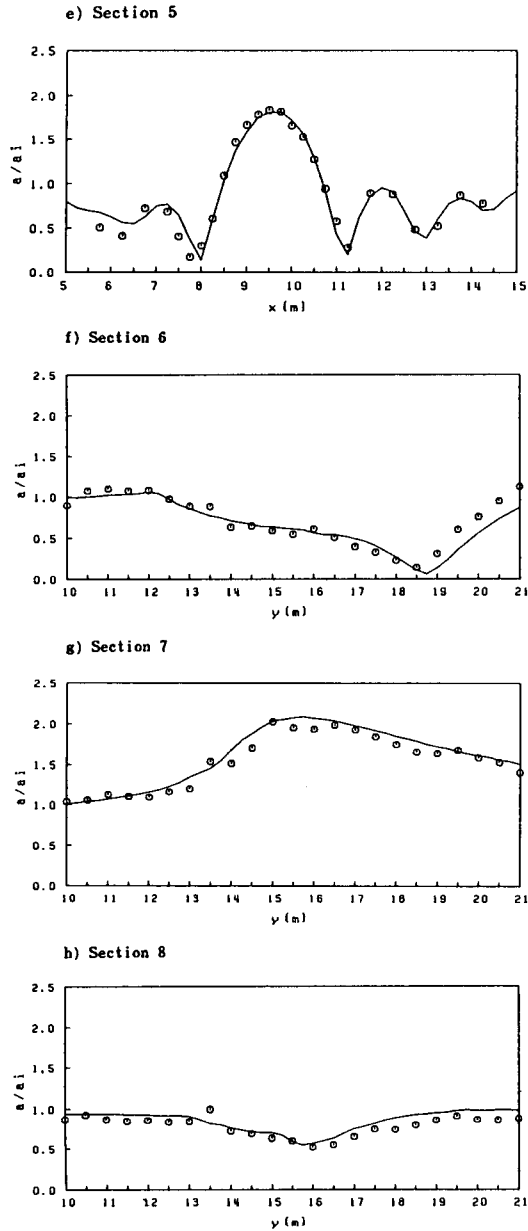


Fig. 5. (Continued).

集中되어 회절影響이 강하게 나타나는 단면 4와 5의 결과로부터 본 모델의 現象 再現能力이 우수성을 알 수 있다. 그리고 Kirby 등(1984)이 지적한 것과 같이 線形 모델의 結果는 波浪이 集中된 地域의 波高가 너무 높게 나타났고, 廻折에 의한 측면 lobe들이 實測資料와 상당한 차이를 보여 그 結果를 도시하지

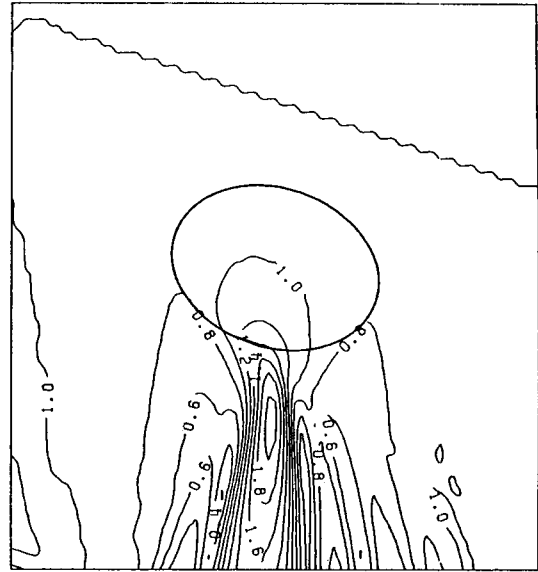


Fig. 6. Computed amplitude contours for elliptic shoal.

않았다. 타원형 천퇴에 의한 波浪分布는 屈·廻折 및 천수효과가 모두 생겨 복잡한 양상을 띠고 있으나, 計算結果를 분석하여 볼 때 천수효과는 상대적으로 약한 것으로 推定되며 屈折에 의해 급격하게 集中된 波浪에너지가 廻折에 의해 서서히 分散되어지는 것을 Fig. 5와 6으로부터 알 수 있다.

#### 4. 결 론

緩傾斜 波浪式으로부터 分離行列法을 使用하여 廣角 拋物形 近似式을 유도하였고 이에 대한 數值모델이 제시되었다. 數值모델의 檢證을 위해 원형천퇴와 타원형천퇴에 대한 水理모형 結果를 比較하였고, 數值結果는 거의 모든 점에서의 實測值에 좋은 일치를 보여주었다.

천퇴에 의한 波浪變形은 屈折에 의해 천퇴 뒷편에 波浪에너지가 比較적 급속하게 集中되며 이 集中된 波浪에너지는 廻折에 의해 서서히 分散된다. 이러한 屈·廻折의 과정에 의해 나타난 波浪分布를 본 모델은 비교적 正確하게 再現하여 본 모델의 우수성을 立證하였다. 波浪 集中地域은 波浪의 非線形性이 강해지므로 이를 고려 하기 위해 波高를 포함하는 變形 波浪分散式이 提示되었다. 非線形모델은 變形 波浪分散式으로부터 計算된 波數를 使用한다. 타원형천퇴에

대한 線形모델의 結果는 實測值에 상당한 差異를 보였으며 특히 波浪集中地域의 線形모델에 의한 波高는 非線形 結果에 비해 높게 나타났다.

水理모델 實驗과의 比較로부터 본 모델의 有用性和 精密도가 높은 것으로 判斷되나, 現場資料에 대한 보다 광범위한 檢證이 要求된다.

謝 辭

본 연구는 수산청이 시행한 어항천해설계과 추정 사업의 일환으로 수행되었다.

參考文獻

서승남, 오병철, 강시환, 1989. 굴절에 의한 천해파 산정법, 한국해안·해양공학회지, 1(1), 15-21.  
 수산청, 1989. 어항설계 천해파 추정보고서(II).  
 이정규, 이종인, 1990. 파의 굴절 및 회절에 미치는 비선형 효과에 대한 수치해석, 한국해안·해양공학회지, 2(1), 51-57.  
 Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. Int. Conf. Coastal Eng.*, 3th, 471-490.  
 Berkhoff, J.C.W., Booij, N. and Radder, A.C., 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear waves, *Coastal Eng.*, 6, 255-279.

Booij, N., 1981. Gravity waves on water with nonuniform depth and current, Rep. 81-1, Dep. of Civ. Eng., Delft Univ. of Technol., Delft.  
 Dingemans, M.W., Stive, M.J.F., Kuik, A.J., Radder, A.C. and Booij, N., 1984. Field and laboratory verification of the wave propagation model CREDIZ, *Proc. Int. Conf. Coastal Eng.*, 19th, 1178-1191.  
 Isobe, M., 1986. A Parabolic refraction-diffraction equation in the ray-front coordinate system, *Proc. 20th Int. Conf. Coastal Eng.*, Taipei, 306-317.  
 Ito, Y. and Tanimoto, K., 1972. A method of numerical analysis of wave propagation- application to wave diffraction and refraction, *Proc. 13th Int. Conf. Coastal Eng.*, 503-522.  
 Kirby, J.T., 1986. Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 91, C1, 933-952.  
 Kirby, J.T., 1988. Parabolic wave computations in non-orthogonal coordinate systems, *J. Waterways Port Coastal and Ocean Eng.*, Vol. 114, No. 6, 673-685.  
 Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1984. Verification of a parabolic equation for propagation of weakly-nonlinear waves, *Coastal Eng.*, 8, 219-232.  
 Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation, *J. Fluid Mech.*, 95, 159-176.  
 Tsay, T.-K. and Liu, P.L.-F., 1982. Numerical solution of water wave refraction and diffraction problems in the parabolic approximation. *J. Geophys. Res.*, 97, 7932-7940.



## 附 錄

拋物形近似式 (18)에 식 (19)을 대입하여 정리하면  
변동부분  $\psi$ 에 대한 식이 얻어진다.

$$C_1 \psi_x = C_2 \psi + C_3 \psi_y + C_4 \psi_{yy} + C_5 \psi_{xy} + C_6 \psi_{xyy} \quad (\text{A. 1})$$

여기서  $C_i (i=1, 6)$ 은 파수의 함수인 상수이다. 식 (A.1)을 Crank-Nicolson 방법으로 차분화하면  $j$ 열에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \psi_{j-1}^{i+1} \left( -\frac{C_3^{i+1}}{4\Delta y} + \frac{C_4^{i+1}}{2\Delta y^2} - \frac{C_5^{i+1/2}}{2\Delta x \Delta y} + \frac{C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \\ & + \psi_j^{i+1} \left( -\frac{C_1^{i+1/2}}{\Delta x} + \frac{C_2^{i+1}}{2} - \frac{C_4^{i+1}}{\Delta y^2} - \frac{2C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \psi_{j+1}^{i+1} \left( \frac{C_3^{i+1}}{4\Delta y} + \frac{C_4^{i+1}}{2\Delta y^2} + \frac{C_5^{i+1/2}}{2\Delta x \Delta y} + \frac{C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \\ & = \psi_{j-1}^i \left( \frac{C_3^i}{4\Delta y} - \frac{C_4^i}{2\Delta y^2} - \frac{C_5^{i+1/2}}{2\Delta x \Delta y} + \frac{C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \\ & + \psi_j^i \left( -\frac{C_1^{i+1/2}}{\Delta x} - \frac{C_2^i}{2} + \frac{C_4^i}{\Delta y^2} - \frac{2C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \\ & + \psi_{j+1}^i \left( -\frac{C_3^i}{4\Delta y} - \frac{C_4^i}{2\Delta y^2} + \frac{C_5^{i+1/2}}{2\Delta x \Delta y} + \frac{C_6^{i+1/2}}{\Delta x \Delta y^2} \right) \quad (\text{A. 2}) \end{aligned}$$

여기서 첨자  $i+1/2$ 은  $i$ 와  $i+1$ 의 값을 평균한 값을 의미한다.