工業經營學會 第13卷 第21輯 1990年 5月 25

목표이익수준 실현을 위한 최적판매량 결정에 관한 연구
—Optimal Selling Quantity to Realize a Pre-determined Level of Profit—

이 원 희*

ABSTRACY

In this paper we consider the one-period inventory model in which it is required to determine the selling quantity which maximizes the probability of realizing a predetermined level of profit L.

The Assumptions used in this paper are willing to accept the rel life considerations, which are thestochasic supply, the discounted selling price and the discounted purchasing cost for the over-supply etc.

1. 서 론

본 연구에서는 단일기간 재고모델에서 공급량이 랜덤 변수로 작용할 경우에 기업내에서 이미 설정한 목표이익이상을 최대의 확률로 실현 시킬 수 있는 최적 판매량의 결정과정을 보이도록 한다. 즉 확률적 EOQ 모델에서 공급되는 수량이 확률분포를 가진다는 가정하에 이에 따른 최적의 판매량을 구하고자 하며 전체적으로는 기업이 만족하는 최소한의 이익수준보다 더 큰 이익을 실현시킨다는 요건을 충족시켜야 하는 판매량을 결정하려는 것이다.

기존의 재고 모델에서는 수요가 확정적이거나 또는 확률적으로 주어진 상태에서 최적 주문량을 구하려는 연구가 많이 진행되었다. 본 연구에서는 이러한 재고모델의 환경(enviornments)에 변화를 주어 주문한 수량의 공급이 공급초과인 경우와 공급미달이 생기는 경우가 있다는 가정을 설정하였으며 업종의 특색에 따라 공급량의 변동에 종속적으로 판매량을 결정해야하는 상황을 가정해 보았다. 그리고 기업은 내부적으로 이미 정해놓은 이익수준이 있게 마련인데 최근의 연구에서 보면 기업의 의사결정자들은 이익을 최대화 시키는 것을 그들의 의사결정기준으로 삼았던 것으로부터 기업의 일정한 이익수준 이상을 실현시킬 수 있는 가능성을 최대화하고자 하는 경향을 보이고 있다. 그러므로 이러한 경우에 대해서 재고모델을 알맞게 구성할 필요가 생긴다.

의사결정기준이 되는 요소의 실현확률을 최대화시켜보려는 연구들이 적게나마 진행되어 왔다. Kabak 과 Schiff(1978)는 단일기간 단일품목 확률적 재고모델(one period single item stochastic inventory model)을 개발하였으며 이 모델에서는 목적함수와 미리 정한 이익수준 L을 초과하여 달성하는 확률이 주문량(order quantity)에만 종속적이었다. 여기서 목적함수를 미분하여 최적 주문량을 구하였다.

2. 본 론

2.1 가정

본 모델에서 한정하는 가정은 다음과 같다.

1) 공급량은 연속확률분포함수를 갖는다. 본 모델의예로는 지수분포를 사용한다.
2) 기업에서 정한 만족할만한 이익(목표이익)은 알고 있다.
3) 공급은 기간초기에 즉시 조달된다.
4) 기간중의 재고량은 평균공급량으로 정한다.

---

*仁德工業專門大學 工業經營科 助敎授

접수 1990년 4월 20일

5) 초과공급량은 할인된 가격으로 구입한다.
6) 초과공급량은 기말에 할인된 가격으로 판매한다.

2.2 용어의 정의

본 모델의 전개를 위해 아래와 같은 용어를 정의 한다.

SQ : 판매량(Decision variable)
X : 공급량
f(x) : 공급량 X 분포의 pdf
Z : 공급량 X에 종속인 기대 이익치
Cs : 단위당 품절비용
Cr : 단위당 구매비용
Ch : 단위당 보관비용
Cd : 초과공급 단위당 구매비용
p : 단위당 판매비용
q : 초과공급 단위당 할인판매가격
L : 목표이익수준

2.3 모델의 구성

기대이익치는 확률변수인 공급량에 종속전인 것이므로 마찬가지로 확률변수가 된다. 본 모델의 매개변수인 판매가격, 구매가격, 품절가격, 할인가격등이 알려져 있는 상태에서 기업의 목표이익 L에 도달하거나 이를 초과할 수 있는 확률을 최대화할 수 있는 판매량을 정하는 것이 문제가 된다. 그러므로 목표이익 L이상을 달성할 수 있는 확률은 공급량의 분포가 알려져 있을 때 SQ에 관한 함수가 된다. 그러므로 이러한 확률을 최대화시킬 수 있는 SQ를 정했을 때에 목표이익 L 이상을 실현시킬 수 있다고 보는 것이 당연하다. 즉 본 연구의 수행기준은 Max (Probability[이익 $\geq$L])이 된다.

본 연구에서 기말재고에 대해서는 할인판매를 하게 되는데 이는 재고품에 대한 상품가치의 하락이나 또는 제품이 유효기간을 가질 때(유효기간이 분석기간과 같을 때) 다음 기에 판매가 불가능 하므로 할인판매를 하는 등 실생활에서 빈번히 있는 경우들이다. 그리고 초과 공급분에 대해서는 인수를 거부할 수도 있으나 회사에 유리한 조건이면 할인된 가격으로 구매할 수 있도록 하여 보다 융통성을 주었다. 즉 초과공급분에 대한 보관비용이나 구매비용등이 초과공급분으로 인한 기말재고의 할인 판매를 보상해줄 수 있다면 이는 분명히 회사에 유리한 조건이 될 것이다.

본 모델의 기대이익은 아래의 식과 같다.

$$Z=pX-Cs(SQ-x)-CrX-1/2ChX, \; X>SQ \quad \cdots\cdots (1)$$
$$Z=pSQ+q(X-SQ)-CrSQ-Cd(X-sQ), \; X(SQ) \quad \cdots\cdots (2)$$

여기서 Z는 X<SQ인 경우에 대해서 X가 증가할 때 함께 증가하고X>SQ인 경우에 대해서는 감소하게 된다. 목표이익수준은 공급량의 분포 X가 아래와 같은 x1, x2인 경우에 실현할 수 있게 된다.

$$x1=(L+CsSQ)/(p-Cs-Cr-1/2Ch) \quad \cdots\cdots (3)$$
$$x2=(L-)p-q0Cr-Cd)SQ)/(q-Cd-1/2Ch) \quad \cdots\cdots (4)$$

목표이익은 공급량이 x1과x2의 구간안에서 L보다 커지게 된다. 그러므로 미리 정해 놓은 목표이익수준 L보다 큰 이익을 얻을 수 있는 확률은 다음과 같다.

$$P(Z\geq L)=\int_{x1}^{x2} f(x)dx \quad \cdots\cdots (5)$$

이 확률치를 하는 SQ를 알기 위해서는 식(5)를 SQ로 편미분하여 구한다.

Max $P(Z \geq L)\text{Max} \int_{x1}^{x2} f(x)dx$

$$\frac{d}{dx}\int_{x1}^{x2} f(x)dx=0$$

$$=f(x2)*dx2/dSQ-f(x)*dx1/dSQ=0 \quad \cdots\cdots (6)$$

식(3)과 식(4)의 미분치를 식(6)에 넣어 정리하면 식(7)과 같다.

$$f(x2)*(q-p+Cr+Cd)/(q-Cd-Ch/2)-f(x1)*Cs/(p-Cs-Cr-Ch/2)=0 \quad \cdots\cdots (7)$$

식(7)에서 공급함수가 주어지면 수리적인 방법으로 SQ*를 구할 수 있다. 다음 절에서는 공급이 지수분포인 예를 들어 SQ*를 구하는 과정을 보이도록 한다.

3. 최적판매량

공급이 지수분포($f(x)=\lambda EXP(-\lambda x)$, $\lambda>0, x\geq 0$)를 이룬다고 할 경우에 식(7)에 이를 대입하여 최적판매량 SQ*를 구해 보도록 한다.

$$\lambda EXP(-\lambda x2)*(q-p+Cr+Cd)/(q-Cd-Ch/2)$$
$$=\lambda EXP(-\lambda x1)Cs/(p-Cs-Cr-Ch/2) \quad \cdots\cdots (8)$$

여기서 $EXP(\lambda \ \delta)$를 다음과 같이 정의하자.

$$(q-p+Cr+Cd)(p-Cs-Cr-Ch/2)/(q-Cd-Ch/2)Cs=EXP(\lambda \ \delta) \quad \cdots\cdots (9)$$

그러면 식(8)은 다음과 같이 정리된다.

$$EXP(-\lambda x2)*EXP(\lambda \ \delta)=EXP(-\lambda x1)$$
$$\text{또는 } x2-\delta=x1 \quad \cdots\cdots (10)$$

그러므로 식(3)과 식(4)를 식(10)에 대입하여 수식을 정리하면 아래와 같은 최적판매량 SQ*를 얻을 수 있다.

$$SQ^*=\frac{(q-Cd-Ch/2)(p-Cs-Cr-Ch/2)\delta-(q-p-Cd+Cs+cr)L}{(q-p+Cr+Cd)(p-Cs-Cr-Ch/2)-Cs(q-Cd-Ch/2} \quad \cdots\cdots (11)$$

식(11)에서 δ는 식(3), 식(4), 식(10)으로 부터 구할 수 있다.

함수가 지수분포 이외에도 공급환경에 맞는 적절한 분포를 선정하면 위와 같은 방법으로 해를 구할 수 있게 된다.

4. 결 론

공급량이 확률적인 분포를 가질 때 단일기간 재고모델에서 기업이 정한 적정목표이익수준을 가장 큰 확률로 달성하기 위한 최적 판매량의 결정과정을 살펴 보았다. 기업환경이 안정되지 못할 때 공급량의 변동은 가능한 상황이며 또한 수요의 변화도 있게 마련이다. 차후의 연구과제는 모든 변화요인을 제한식으로 구성하여 이를 동적계획법이나 가능하다면 LP로의 정식화를 연구해보고자 한다.

References

1. Wagner, Harvey M., *Principles of Operations Research.* Prentice-Hall of India Rt. Ltd., 1974.
2. Hillier, F.W., Liebermann, C. J., *Introduction to Operations Research,* Holden-Day, Inc., 1972.
3. Jeya M. Chandra, Michael L. Bahner, "The effects of Inflation and the Time Value of Money on Some Invetory System", *IJPR,* V4, 1985.

4. Kabak, I. W., Schiff, A. I., "Inventory Models and Management Objectives", *Sloan Management Review*, V19, 1978.
5. Sankarasubramanian, E., Kumaraswamy, S., "Optimal Ordering Quantity to Realize a Pre-determned Level of Profit", *Management Science*, V29, 1983.