二段階 故障을 갖는 設備에 대한 最適 檢査 政策
－A study on Optimum Inspection Policy for an equipment with two stages of failures－

金 貞 植*

Abstract

This paper deals with a problem of choosing an optimum inspection period for an equipment with two stages of failures.

Stage I failure which can be detected only through inspection detenorates the equipment and causes critical stage II failure after a random period of time.

The expected average cost function is obtained and an optimum inspection policy is discussed.

A numereical example is also worked out.

I. 序 論

設備는 企業資產의 근본이며 最近들어 점차 복잡하고 대형화 되면서 自動化 趨勢를 이루고 있다. 오늘날 철강산업, 장치산업 및 제조산업에 있어서의 設備는 예기치 못한 故障으로 많은 經濟的 損失과 產業災害를 유발하며 이로 인하여 企業의 生產性 低下와 함께 機會損失이 따르고 있다. 따라서 設備에 대한 經濟的이고 合理的인 管理가 절실히 要求되고 있다.

지금까지 設備의 故障을 가능한 사전에 防止하기 위한 많은 整備政策들이 硏究되어 왔다. 設備稼動을 綜合的으로 調整하여 最適期間에 適正檢査를 함으로써 機能의 價値와 性能을 높일 수 있다. 設備의 故障이 오직 檢査를 통해서만 發見되는 경우 效率的인 檢査政策을 통해 早期에 故障을 발견함으로써 故障으로 인한 損失을 줄일 수 있을 것이다.

Derman[5]은 고장분포(failure distribution)에 관한 情報가 전혀 없고 檢査에 의해 고장이 탐지될 확률이 P(P>0)인 경우의 검사정책을 개발하였다. Barlow, Hunter, Proschan[2]은 설비의 고장이 검사를 통해서만 발견되고 고장이후부터 발견되기까지 설비의 퇴화(deterioration)로 인한 손실이 발생하는 경우의 檢査政策에 대해 연구 하였고 Zuckerman[8]은 설비의 狀態가 검사를 통해서만 측정되고 Poisson 분포에 따라 발생하는 충격(shock)에 의해 설비가 손상(damage)을 입게되는 경우의 검사 및 豫防交替(preventive replacement)政策에 대해 연구하였다.

本 硏究에서는 稼動中인 設備에 어떤 결함이 발생하면 이로인해 설비가 점차 퇴화하기 시작하고 임의의 시간이 경과한 후 설비가 치명적인 고장을 일으키게 되는 경우의 最適檢査政策에 대하여 다루었다. 여기에서 2단계 고장의 원인이 되는 특정결함을 1단계 고장이라 하자. 이러한 고장을 갖는 設備의 例로서 자동차의 브레이크 고장이 교통사고를 유발하는 경우, 보일러의 온도조절장치의 고장으로 보일러가 과열되어 손상을 입는 경우 또는 생물체가 어떤 병원체에 감염되어(1단계고장) 잠복기를 지난후 발병(2단계고장)하는 경우 등을 들 수 있다. 이런 故障을 갖는 設備의 경우 定期的인 檢査를 통해 1단계 고장을 發見하여 수리함으로써 致命的인 2단계 고장의 발생을 防止할 수 있다. 本 硏究에서는 定期檢査政策에 따른 平均費用函數를 유도하고 最適檢査週期에 대하여 論하였으며 例題를 통해 모델의 適用過程을 例示하였다.

---

*忠州工業專門大學 工業經營科 時間講師

접수 1990년 4월 20일

Ⅱ. 모델의 形成

1. 모델의 定義

본 연구에서 다룰 定期檢査모델을 다음과 같이 정의한다.

(1) 1단계고장의 발생은 검사를 통해서만 발견되며 발견즉시 수리한다.

(2) 1단계고장의 발생은 Poisson분포를 따른다.

(3) 1단계고장의 발생이후 발견되어 수리되기까지 설비의 퇴화로 인한 손실이 발생한다.

(4) 1단계고장 발생시 즉시 새것으로 교체하거나 새것과 같은 상태로 정비한다.

(5) 1단계고장의 발생시간과 1단계고장 발생이후 2단계고장이 발생하기 까지의 경과시간은 서로 독립이다.

(6) 설비의 검사, 수리 또는 교체에 소요되는 시간은 무시할 수 있다.

(7) 1단계고장은 검사를 통해 반드시 발견된다.

위에서 가정(3)은 설비의 효율 감소로 인한 손실 및 퇴화로 인해 증가되는 수리비용 등을 반영하기 위한 것이며, 가정 (5)는 검사이후 1단계고장이 발생하기까지의 시간과 1단계고장이후 2단계고장이 발생하기까지의 경과시간이 서로 전혀 무관함을 뜻한다. 나머지 가정들은 현실적인 면과 모델의 단순화를 고려하여 사용하였다.

2. 平均 費用 函數

본 연구에서 사용될 부호를 다음과 같이 정의한다.

T　정기검사주기

X　정기검사이후 1단계고장이 발생하기까지의 소요시간

$f(x)F(x)$　X의 확률밀도함수 및 분포함수

Y　1단계고장이후 2단계고장이 발생하기까지의 경과시간

$k(Y)K(Y)$　Y의 확률밀도함수 및 분포함수

Z $X+Y$,　정기검사이후 2단계고장이 발생하기까지의 소요시간

$g(z)G(z)$　Z의 확률밀도함수 및 분포함수

V　$\mathrm{Min}(Z,T)$

C_1　정기검사비용

C_2　2단계고장시 설비교체(수리)비용

$S(t)$　1단계고장이후 발견되어 수리되기까지의 경과시간 t에 따른 손실비용

$N_1(t)$　시간 t동안의 정기검사수

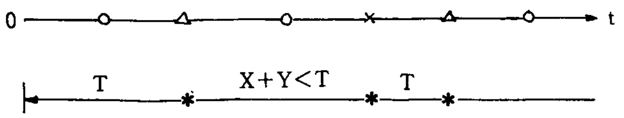
$N_2(t)$　시간 t동안의 2단계고장 횟수

$N(t)$　$N_1(t)+N_2(t)$

정기검사정책하에서 고장의 발생과 정기검사와의 관계를 예시하면 (그림1)과 같다. 정기검사정책에 소요되는 총비용은 정기검사비용, 2단계고장시 설비의 교체(수리)비용 그리고 1단계 고장이후 발견되어 수리되기까지 설비 퇴화로 인한 손실비용으로 구성된다. 1주기 Ui동안 설비의 퇴화로 인한 손실비용을 Wi라 하면 [o,t] 동안 손실비용의합계 L(t)는

$$L_{(t)}=\sum_{i=1}^{N(t)} W_i+W_r \quad \cdots\cdots (1)$$

로 주어진다. 여기서 W_r는$(\sum_{i=1}^{N(t)} U_i,\ t)$ 동안이 손실비용을 말한다. (o,t]동안의 총비용 $C_{(t)}$



〈그림 1〉 정기검사 정책하에서의 고장 발생

$$C_{(t)}=C_1N_1(t)+C_2N_2(t)+L_{(t)} \qquad \cdots (2)$$

이고 단위시간당 평균비용 A(T)는

$$A_{(T)}=\{C_1+(C_2-C_1)G_{(T)}+E_{[W]}\}/E_{[U]} \qquad \cdots (3)$$

이 된다. 여기서 E[U]는

$$\begin{aligned}E[U]&=E[\min(Z,T)]\\&=\int_0^\infty E[\min(Z,T)\mid Z=z]g(z)\,dz\\&=\int_0^T\overline{G}(t)dt\\&=\int_0^T\int_0^\infty \overline{K}(z-x)\,f(x)dx\,dz\end{aligned} \qquad \cdots (4)$$

이 되고 U동안의 손실비용 기대치 E[W]는

$$\begin{aligned}E[W]&=\int_0^\infty\int_0^\infty E[W\mid X=x,\ Y=y]\ f(x)\ k(y)dy\,dx\\&=\int_0^T\int_0^{T-x}E[W\mid X=x,\ Y=y]f(x)\ k(y)dy\,dx+\int_0^T\int_{T-x}^\infty E[W\mid X=x,\ Y=y]f(x)\ k(y)dy\ dx\\&=\int_0^T\int_0^{T-x}S(y)\ k(y)dy\ f(x)dx+\int_0^T s(T-x)f(x)\ \overline{K}(T-x)dx\\&=\int_0^T\int_0^{T-x}S'(y)\ \overline{K}(y)dy\ f(x)dx\end{aligned} \qquad \cdots (5)$$

으로 주어진다. 여기서 $\overline{G}(t)=1-G(t)$, $\overline{K}(t)=1-K(t)$, $S'(y)=\dfrac{ds(y)}{dy}$를 말한다.

앞의 결과들로부터 평균대기비용 A(T)는

$$A(T)=\frac{C_1+(C_2-C_1)\int_0^T K(T-x)f(x)dx+\int_0^T\int_0^{T-x}S'(y)\overline{K}(y)dy\ f(x)dx}{\int_0^T\int_0^\infty\overline{K}(z-x)\ f(x)dxdz} \qquad \cdots (6)$$

이 된다.

Ⅲ. 最適 檢査 政策

본 장에서는 손실비용이 1단계고장이후 발견되기까지의 경과시간에 비례하는 경우의 최적검사정책에 대해 고려하였다.

단위시간당 손실비용을 C_3라 하면, s(t)는

$$s(t)=c_3t \qquad \cdots (7)$$

로 주어진다. 이때 평균비용 A(T)는

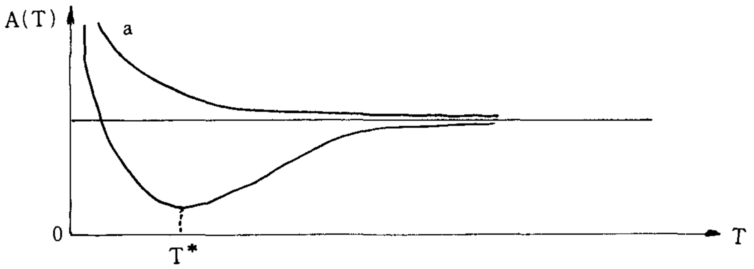
$$A(T)=\frac{\{C_1+(C_2-C_1)G(T)+\int_0^T\int_0^{T-x}C_3\overline{K}(y)dy\ f(x)dx\}}{\int_0^T\overline{G}(t)dt} \qquad \cdots (8)$$

이 되고

$$\lim_{T\to0}A(T)=\infty$$

$$\lim_{T\to\infty}A(T)=\frac{\{C_1+C_3E[Y]\}}{E[Y]} \qquad \cdots (9)$$

임을 알 수 있다. A(T)를 최소로 하는 유일한 최적해가 존재할 경우 A(T)는 (그림2)의 b와 같은 곡선형태를 갖게되며 이때 최적해 T^*는 $A'(T^*)=0$로부터 구해진다.



〈그림 2〉 평균비용 함수 A(T)

다음 정리는 유일한 최적해가 존재하기 위한 충분조건과 충분조건을 만족할 때 최적해를 구할 수 있는 방정식을 제시하고 있다.

〈정리〉 $\pi(t)=\{\overline{G}(t)-\overline{F}(t)\}/\overline{G}(t)$,
$r_2(t)=k(t)/\overline{K}(t)$,
$r_3(t)=g(t)/\overline{G}(t)$

그리고 $D(t)=(C_2-C_1)r_3(t)+C_3\pi(t)$라 하자.
K가 IFR($r_2(t)$가 increasing failure rate)일 때

$$\phi(T^*)=\int_0^T D'(t)\int_0^t \overline{G}(z)\,dz\,dt-C_1=0 \quad \cdots\cdots (10)$$

를 만족하는 T^*가 존재하면 T^*가 A(T)를 最小로 하는 유일한 最適解이다.
증명 (i) F가 IFR이므로(지수분포) K가 IFR이면 F와 K의 Convolution G 역시 IFR이다. 따라서 $r_3'(t)\geq 0$이다.
(ii) $n(t)=f(t)/\overline{F}(t)$라 할 때

$$\pi'(t)=\overline{F}(T)\{r_1(t)-r_3(t)\}/\overline{G}(T) \quad \cdots\cdots (11)$$

이고

$$r_3(t)=\int_0^t f(t-x)\cdot k_{(x)}dx/\int_0^\infty \overline{F}_{(t-x)}k_{(x)}dx\leq r_1(t)\int_0^t\overline{F}(t-x)k_{(x)}dx/\int_0^\infty\overline{F}(t-x)k(x)dx\leq r_1(t) \quad \cdots\cdots (12)$$

이므로 $\pi'(t)\geq 0$이다.
(iii) $A'(T^*)=0$ 으로 두고 정리하면 $\phi(T^*)=0$를 얻는다. (i) (ii)로 부터 K가 IFR일 때 $D'(t)\geq 0$임을 알 수 있다. 따라서 K가 IFR일때 식(10)을 만족하는 T^*가 존재하면 이 T^*는 식(10)을 만족하는 유일한 T^*이며 동시에 A(T)를 최소로 하는 유일한 최적해이다.
만약 $\phi(T) \leqq 0(T\geq 0$일 때)이면 $T^*=\infty$가 되며 이는 정기검사를 실시하지 않는것이 더 경제적임을 뜻한다. 이때 A(T)는 (그림 2)의 a와 같은 곡선형태를 취하게 된다.

Ⅳ. 例 題

본 장에서는 X, Y가 각각 고장률이 $\lambda_1=2$, $\lambda_2=10$인 지수분포를 따르고 정기검사비용 $C_1=1$, 2단계고장시 설비교체(수리)비용 $C_2=50$, 단위시간당 손실비용을 $C_3=30$인 경우에 대해 다루고자 한다. 이때 평균비용은 式(8)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$A(T)=\frac{\{C_1+(C_2-C_1)G(T)+\int_0^T\int_0^{T-x}C_3\overline{K}(y)dy\ f(x)dx\}}{\int_0^T\overline{G}(t)dt}$$

$$= \{\{C_1+(C_2-C_1)(1-\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\cdot(\frac{1}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 T}-\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2 T})\}+\{C_3\frac{\lambda_1}{\lambda_2(-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 T}$$

$$-C_3\frac{\lambda_1}{\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}e^{-10T}\cdot e^{(\lambda_2-\lambda_1)T}-C_3\frac{\lambda_1}{\lambda_2(-\lambda_1)}+C_3\frac{\lambda_1}{\lambda_2(\lambda_2-\lambda_1)}\cdot e^{-10T}\}\}\Big/$$

$$\{\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\cdot((\frac{1}{\lambda_1^2}-\frac{1}{\lambda_2^2})-(\frac{1}{\lambda_1^2}e^{-\lambda_1 T}-\frac{1}{\lambda_2^2}e^{-\lambda_2 T}))\} \quad \cdots\cdots (13)$$

式(13)을 만족하는 最適週期는 $T^*=0.05$가 되며 이때 平均費用은 41.7이 된다.

또한 定期檢査를 하지 않는 경우($T=\infty$) 平均費用은 88.3이 되므로 적절한 定期檢査를 실시함으로써 平均費用이 52.8% 節減됨을 볼 수 있다.

V. 結　論

本 硏究에서는 2단계 故障을 갖는 設備에 대한 定期檢査모델을 開發하고 平均費用函數를 유도하였으며 最適檢査政策에 대하여 論하였다.

平均費用函數는 식(8)로 주어지고 K가 IFR인 경우 식(10)에 의해 最適檢査週期를 구할 수 있다.

效果的인 모델의 適用을 위해서는 각종 費用과 분포함수의 정확한 추정을 위한 충분한 자료수집, 가정의 현실성과 적합성에 대한 분석 및 검토가 우선하여야 할 것이다.

본 모델에서는 1단계고장의 발생이 Poisson 분포를 따르는 경우의 定期檢査政策에 대하여 다루고 있는데 1단계고장의 발생이 일반적인 분포를 따르는 경우와 定期檢査와 豫防補修(preventive maintenance)를 조합한 경우의 政備政策(maintenance policies)들에 대해서도 고려해 볼 수 있겠다.

參 考 文 獻

1. Barlow, R. and Hunter, L., "Optimum Preventive Maintenance Policies", Operations Res., Vol. 8, No. 1, pp. 90-100, 1960.
2. Barlow, R., Hunter, L., and Proschan, F., "Optimum Checking Procedures", J. Soc. Indust. Appl. Math., Vol. 11, No. 4, pp. 1078-1095, 1963.
3. Barlow, R. and Proschan, F., Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, 1965.
4. Christer, A., "Modelling Inspection Policies for Building Maintenance", J. Opl Res. Soc., Vol. 33, pp. 723-732, 1982.
5. Derman, C., "On Minimax Surveillance Schedules", Naval Res. Log. Q., Vol. 8, No. 4, pp. 415-419, 1961.
6. Derman, C. and Sacks, J., "Replacement of Periodically Inspected Equipment", Naval Res. Log. Q., Vol. 7, No. 4, pp. 597-607, 1960.
7. Zucker man, D., "Inspection and Replacement Policies", J. Appl. Prob. 17, pp. 168-177, 1980.
8. 朴景洙著, 工場計劃 및 設備管理, 영지문화사, 1989.
9. 朴景洙著, 信賴度工學 및 整備理論, 탑출판사, 1978.