

線形안테나 輻射特性的 遠方界 近似式에 관한 研究

(A Study on the Approximate Equation to Calculate the Far-Field Radiation Characteristics of Linear Antenna)

許 正* 李 忠 雄*

(Jung Hur and Choong Woong Lee)

要 約

線形안테나상에 주어진 任意的 電流分布에 대한 遠方界 領域(far-field region)에서의 輻射特性을 보다 손쉽게 計算할 수 있는 近似式을 誘導하여 提示한다. 線形안테나를 同一한 間隔의 區間으로 나누어, 각 區間의 電流를 區分的 正弦函數(piecewise sinusoidal function)로 近似시키면, 遠方界의 式은 級數形態의 簡單한 近似式으로 表示될 수 있음을 밝힌 것이다. 이 近似式은 區間의 갯수를 늘여감에 따라 正確해지지만, 實際的인 問題에 適用할 때에는 적은 區間數에서도 充分히 正確한 解를 얻을 수 있음을 몇가지 例를 통해 밝혔다.

Abstract

We proposed the equations which enable us to calculate more easily the far-field radiation characteristics of linear antennas with arbitrary current distributions. We derived the equations as series forms by approximating the current distribution on antenna as piecewise sinusoidal functions. The solutions of the approximate equations approach the exact values with increasing number of segments, but we have noticed by several examples that only a few number of segments are enough for practical problems.

I. 序 論

電磁場 解析問題에 있어서 線形輻射源(電流源 혹은 磁流源)에 대한 理解는 대단히 重要하게 認識되고 있다. 따라서 이에 대한 研究는 아주 많은 研究者들의 關心事項으로 되어 왔다. 이러한 研究結果들은 안테나에 관한 거의 모든 文獻에 나타나 있는데, 특히 文獻¹⁾에 잘 整理되어 있다.

本 論文은 線形안테나에 대한 廣範圍한 研究領域中, 특히 輻射源의 電流(혹은 磁流)分布와 遠方界(far-field)輻射電磁界 사이의 關係에 關心을 가져본 것이다. 주어진 輻射源에 대한 輻射電磁界를 구하려 할 때, 몇가지의 典型的인 接近方法들이 알려져 있으나, 가장 一般的인 方法中의 하나는 積分式으로 表示되는 벡터포텐셜(vector potential)을 구하여, 이로부터 電界, 磁界를 구하는 方法이다. 그런데 特殊한 몇 境遇를 除外하곤 여기에서 計算해야 할 積分이 대단히 複雜하여 더 以上 整理된 形態로서 電界, 磁界를 表現할 수 없다.

G. A. Thiele는 이러한 複雜性을 解消하기 위하여

*正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日字: 1990年 2月 20日

한가지 방법을 提示한 바 있다.^[2] 卽 輻射源의 電流 (혹은 磁流) 分布를 有限項의 후리에級數 (Fourier series)로 近似하면 벡터포텐셜의 積分式을 有限項의 級數形態로 整理할 수 있다는 內容이 그가 提示한 方法의 基本的 概念이다. 이는 물론 近似式이긴 하지만 充分히 正確한 解를 얻을 수 있는 方法이다. 그러나 이 方法에서도 分布函數에 대한 후리에變換이라는 附加의인 節次가 先行되어야 하므로 簡單한 方法이라고는 말할 수 없다.

本 論文에서는 이렇게 複雜한 處理過程이 전혀 介在되지 않고 주어진 分布函數에 대한 單純한 情報만으로 遠方界領域에서의 輻射特性을 把握할 수 있는 方法을 提示한다. 線形안테나를 길이方向으로, 同一한 길이의 몇 개 區間으로 나누고, 各 區間境界點의 座標 및 그 點에서의 電流값만을 取하여, 誘導된 計算式에 代入만 하면 원하는 輻射特性을 얻을 수 있도록 한 것이다. 이 方法 역시 近似式이지만 주어진 分布函數에 대한 前處理를 전혀 遂行하지 않기 때문에 利用하기가 便利하고, 區間數를 늘여감에 따라 充分히 正確한 解를 얻을 수 있다. 또한 特別한 分布函數 形態만 아니라면 아주 적은 갯수의 區間 分割만으로도 正確한 解가 얻어진다.

II. 線形輻射源에 의한 벡터포텐셜의 遠方界 近似式

輻射源 (radiation source)은 基本的으로 電流源 (electric current source)과 磁流源 (magnetic current source)으로 區分할 수 있는데, 이들 두 形態의 輻射源에 의한 輻射電磁界는 雙對性 (duality)^[3]을 갖기 때문에 어느 한 形態에 대해서만 考察하면, 나머지 形態에 대한 結果는 쉽게 유추될 수 있다. 따라서 本 論文에서의 考察은 電流源에 대해서만 限定시키고 磁流源에 대해서는 結果만 整理하였다. 우선 線形電流源의 代表的인 形態로서 그림 1과 같이 길이가 2l인 z方向 다이폴 안테나를 考察해 보자. 이 다이폴 안테나상의 電流는 z方向成分만 存在하며, 다이폴의 굵기를 無視할 수 있을 程度라고 하여 電流가 z軸上에 存在한다고 假定하자. 便宜上 座標系는 그림 1과 같이 表現하였다. 그림 1에서 dz'은 다이폴 상의 微小길이이고 이 點의 位置벡터를 R', 遠方界의 任意的 한 點 p에 대한 位置벡터를 R(R, θ, ϕ), R方向의 單位벡터를 R̂로 各各 表示하였다.

이때 p點에서의 電磁界를 구하기 위한 磁氣벡터포텐셜 (magnetic vector potential) A는 z方向 成分만 存在하면 다음과 같이 表現된다.^[4]

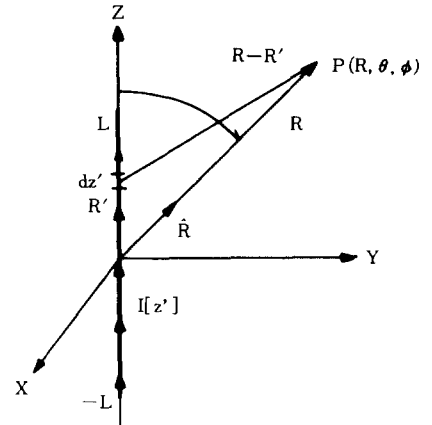


그림 1. 다이폴안테나에 대한 座標系
Fig. 1. The coordinate for a dipole antenna.

$$A_z(R, \theta, \phi) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi R} \int_{-l}^l I(z') e^{jkr \cos \theta} dz' \quad (1)$$

여기에서 I(z')은 선형안테나상에 분포하는 유일한 전류성분인 z方向 전류를 나타낸다. 이 z方向 電流表現式 I(z')은 任意로 주어지기 때문에 (1)식은 그 狀態로 더 이상 簡單히 整理되지 않는다. 물론 이 전류분포가 정현분포나 삼각형분포와 같이 (1)식에 대입하여 쉽게 적분할 수 있는 경우에는 적분기호를 포함하지 않는 간단한 형태로 바꿀 수 있다. 그러나 임의형태의 전류분포가 주어진 경우에는 이 적분기호를 벗어나는 작업이 용이하지 않다는 데에서 문제의 출발점을 찾아볼 수 있다.

그런데 序論에서 言及된 G. A. Thiele의 方法은, 어떤 형태의 분포함수라도 다양한 정현함수의 적절한 가감계산에 의하여 근사될 수 있다는 후리에 변환 (Fourier transform)의 원리에 착안하여, I(z')을 후리에級數로 展開하면 (1)식은 有限項의 級數로 바뀌며, 各 項들은 쉽게 積分이 되는 函數形態 (정현함수 × 지수함수)로 表示된다는 概念이다. 그러나 I(z')의 후리에級數展開가 그다지 쉽게 遂行되지 않는 境遇에 이 方法의 限界가 있다는 點은 이미 記述하였다.

本 論文에서는 I(z')을 다음의 식(2)와 같이 區分的 正弦函數에 의한 近似式으로 表現하여 出發한다. 卽,

$$I(z') = \sum_{n=1}^{N-1} I_n \begin{cases} \frac{\sin k(z' - z_{n-1})}{\sin(k\Delta z)} & , z_{n-1} \leq z' < z_n \\ -\frac{\sin k(z' - z_{n+1})}{\sin(k\Delta z)} & , z_n \leq z' < z_{n+1} \end{cases} \quad (2)$$

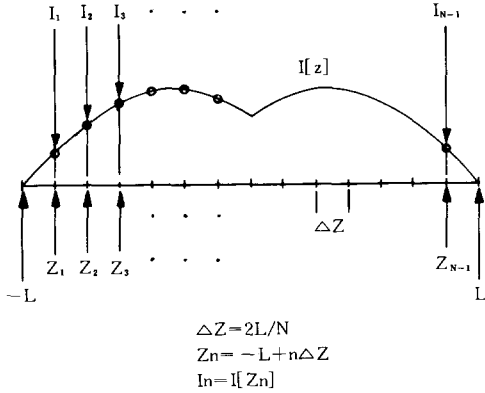


그림 2. 電流分布 $I(z)$ 를 갖는 다이폴 안테나를 N 等分 하였을 때, 各 變數들 사이의 關係
 Fig. 2. The relations of the given variables for N -segmented dipole antenna with a current distribution of $I(z)$.

이러한 近似는 모멘트法 (method of moments) 에서 많이 利用되는 形態이다.⁽⁴⁾ 式(2)의 近似에서 N 은 다이폴안테나 길이方向으로 取해준 區分の 領域數이며, z_n 은 領域 區分の 境界點 座標, ΔZ 는 區分된 領域의 길이, I_n 은 z_n 에서의 電流값으로서, 어떠한 형태의 變換이나 處理없이 任意로 取하거나, 주어진 條件으로부터 直接 구할 수 있는 값들이다.

이들 各 變數들 사이의 關係를 그림 2에서 確認할 수 있다. 그림 2는 正현분포의 形態를 취한 경우를 示意한 것이지만, 임의의 分포에도 마찬가지로 적용시켜 설명할 수 있다.

이제 $I(z')$ 에 대한 近似式(2)를 벡터포텐셜의 表現式(1)에 代入하여 정리하면, 다음의 式(3)과 같이 간단한 級數形態의 一般식을 얻을 수 있다.

$$A_z(R, \theta, \phi) = \frac{e^{-jkr} (\cos(k\Delta z \cos\theta) - \cos(k\Delta z))}{2\pi kR \sin^2\theta \sin(k\Delta z)} \sum_{n=1}^{N-1} I_n e^{jkz_n \cos\theta} \quad (3)$$

바로 이 式(3)을 주목할 필요가 있다. 이 式은 주어진 電流源에 대한 磁氣벡터포텐셜의 表現式인데, 電流分布의 복잡성 여부에 관계없이 $\Delta z, z_n, I_n$ 만 代入하여 바로 計算될 수 있는 形態이다. 즉 임의의 正現分포가 주어진 경우, 전체길이를 N 등분할 때 생기는 한 구간의 길이정보, 각 구분점의 좌표 및 그 각 점에서의 전류값만 구하여 바로 이용할 수 있는 式이다. 따라서 電子計算機를 利用하려 할때에도 단 몇줄의 프로그램만으로도 處理 可能하다. 물론 式의 正確도는 區間數 N 의 크기에 左右되지만, 뒤에

서 보일 몇 가지의 典型的인 比較에서도 確認되듯이 區間數가 그리 많지 않아도 充分히 正確한 解에 接近한다.

이러한 關係는 복사원이 자유원인 경우에 대해서도 마찬가지로 적용될 수 있다. 즉, 輻射源을 磁流源 (magnetic current source) $M(z') = M(z')z$ 로 가정한다면, 복사전자계를 구하기 위한 前 단계로서 電氣벡터포텐셜 (electric vector potential)을 구해야 하는데, 이는 앞서 전류원에 대해서 행한 것과 유사한 과정을 통하여 구할 수 있다. 이렇게 구해진 전기벡터포텐셜을 F 라 할 때, 주어진 z 방향 자유원에 대하여 F 는 z 成分만을 갖게 되며 다음과 같이 정리된다.

$$F_z(R, \theta, \phi) = \frac{e^{-jkr} (\cos(k\Delta z \cos\theta) - \cos(k\Delta z))}{2\pi kR \sin^2\theta \sin(k\Delta z)} \sum_{n=1}^{N-1} V_n e^{jkz_n \cos\theta} \quad (4)$$

이때 V_n 은 區分點 z_n 에서의 磁流값이다.

일반적으로 선형의 전류원과 자유원이 독립적으로 동시에 주어지는 경우, 원방계에서의 전계 및 자계를 구하기 위해서는, 우선 式(3) 및 式(4)에 의해 A 및 F 를 구하고 이를 다음의 式(5a) 및 (5b)에 代入하여 계산하면 된다.⁽⁴⁾ 물론 전류원만 주어진 경우에는 $F=0$, 자유원만 주어진 경우에는 $A=0$ 이기 때문에 (5a)식은 하나의 항으로만 표현될 수 있다.

$$E(R, \theta, \phi) = -j\omega\mu A(R, \theta, \phi) - j\omega\epsilon\eta F(R, \theta, \phi) \times \hat{R} \quad (5a)$$

$$H(R, \theta, \phi) = \frac{1}{\eta} \hat{R} \times E(R, \theta, \phi) \quad (5b)$$

III. 近似式의 適用에 대한 檢討

提案된 近似式의 有用성을 確認하기 위하여, 몇 가지의 電流分布式을 假定하여 正確히 計算된 解 (exact value)와 比較하여 본다. 正確한 計算값을 구할 수 있는 電流分布는 極히 制限되어 있으나, 多幸히 이들 중에서는 典型的인 몇 境遇를 取할 수 있어서 比較 檢討를 容易하게 遂行할 수 있다.

比較의 對象으로 삼은 輻射特性으로는 輻射패턴 (radiation pattern) 및 輻射抵抗 (R_r , radiation resistance)이며, 電流分布函數는 半波長 (half-wavelength) 및 한파장 (one-wavelength) 다이폴 안테나상의 正弦分布 (sinusoidal distribution), 그리고 半波長 다이폴 안테나상의 均一分布 (uniform distribution) 등 3가지로 擇하였다. 이들 중 正弦分布는 近似式의 誘導에 利用된 區分의 正弦函數로 아주 쉽게 近似 되는 形態이며, 均一分布는 近似되기 어려운 形態이기 때문에 比較 對象으로 삼기에 대단히 좋은 例들이다.

표 1. 比較를 위해 整理한 輻射特性
 Table 1. Selected radiation characteristics for comparisons.

cases characteristics	1/2-λ dipole with sinusoidal dist.	1-λ dipole with sinusoidal dist.	1/2-λ dipole with uniform dist.
dist. function, J(z)	$1 \sin(\frac{\pi}{2} - kz)$	$1 \sin(\pi - kz)$	1
rad. pattern, f(θ)	$\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta}$	$\frac{\cos(\pi \cos\theta) + 1}{2 \sin\theta}$	$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\frac{\pi}{2} \sin\theta}$
rad. resistance, Rr	73.1	198.9	169.0

우선 이들 分布例에 대한 比較特性的 計算값을 整理하면 다음의 表 1 과 같다.^[3,4]

이들 比較例의 各 境遇에 대해, 提案된 式을 利用하여 計算한 輻射特性을 表 1 의 正確한 값과 比較하여 나타낸 것이 그림 3 이다. 그림 3 의 (a), (b), (c)는 各 各 正弦分布의 半波長 및 한파장 다이폴, 그리고 均一分布의 半波長 다이폴에 대한 것이다.

그림 3(a)부터 檢討해 보자. 이 境遇에는 區間數의 數(N)가 2以上이면 輻射效率, 輻射抵抗의 近似計算값이 實際값(exact value)과 正確히 一致함을 알 수 있다. 區分的 正弦函數 近似에서 出發하였기 때문에 當然히 豫想할 수 있었던 結果이다. 그림 3(b)의 境遇는 대단히 興味있는 結果를 보여주고 있다. 即, 電流가 正弦的으로 分布된 半波長 長이의 다이폴 안테나 의 境遇 區間數의 數가 짝수(even number)인 境遇에는 2개 以上의 區間數에서 實際값과 正確히 一致하며, 區間數가 홀수(odd number)일 境遇에는, N=3, 5일때 대단히 큰 誤差를 보이다가, N=15에서는 誤差가 2.7% 程度로, N>30에서는 誤差가 0.5% 以下로 줄어 들어 實際값과 거의 正確히 一致하게 된다. 이때, 誤差는 輻射抵抗으로 計算하였다.

홀수 및 짝수개의 區間數에 대해 이렇게 전혀 다른 樣狀을 보이는 것은, 假定한 電流分布에서 電流값의 尖點들(z = -1/2, 0, 1/2)을 近似式의 區間區分點으로 取해 주었는가, 아닌가에 따라 나타난 現狀이다. 짝수개의 境遇에는 取해준 區間區分點 중에 尖點들이 包含되지만, 홀수개의 경우에는 그렇지 못하기 때문에 誤差가 크게 發生할 수 있는 것이다. 그러나 홀수개의 境遇에 라도 區間數를 늘려주면, 이들 尖點들에 보다 接近하는 點에서 電流값을 取할 수 있기 때문에 誤差를 줄일 수 있는 것이다. 따라서 尖點의 數가 많은 電流分布의 境遇에는 充分히 큰 값의

區間數를 取하여 提案된 近似式을 利用해야 正確한 解를 얻을 수 있다.

正確한 解를 얻기 위하여 區間數를 늘려야 할 또 하나의 例는 均一分布의 境遇로서 그 比較結果를 그림 3(c)에서 確認할 수 있다. 그림 3(c)의 輻射패턴을 觀察하면 적은 區間數에서도 그다지 큰 誤差가 나타나지 않을 것으로 보이나, 輻射抵抗으로 計算된 誤差는 N=2에서 約 57%, N=15에서 約 11%, N=30에서도 무려 5.5%에 達하며, N=50 以上이 되어야 2% 미만의 誤差를 期待할 수 있다.

이렇게 典型的인 세가지의 比較例를 통하여 提案된 近似式에 대해 다음과 같은 事項들을 指摘해 둘 수 있다.

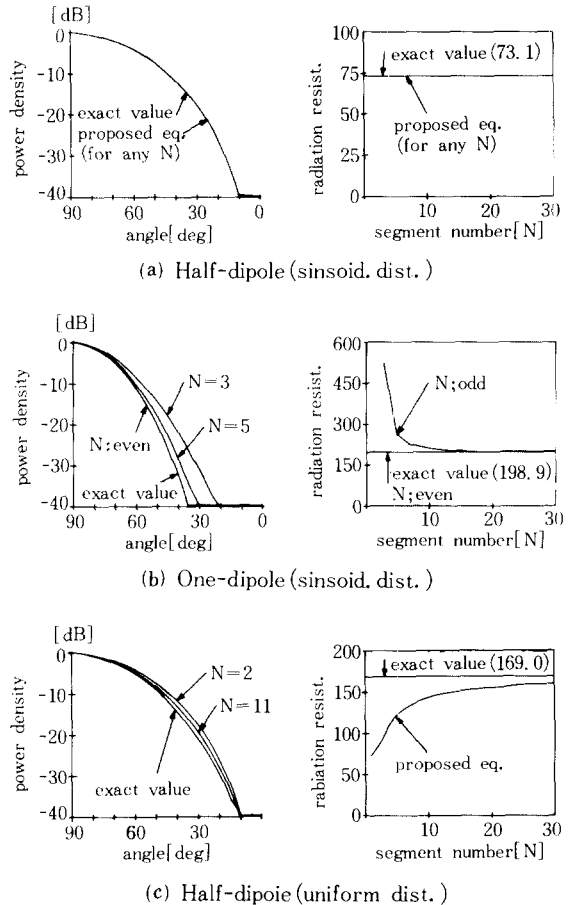


그림 3. 典型的인 3가지 境遇의 輻射패턴 및 輻射抵抗 計算을 통한 近似式의 正確性 比較
 Fig. 3. The comparisons between exact values and the approximated solutions of radiation patterns and radiation resistances for typical three cases.

1) 電流分布上에 尖點의 갯수가 많아질수록 區間數 卽 近似式의 項數를 充分히 늘여야만 正確한 解를 얻는다.

2) 尖點이 적게 나타나는 正弦分布의 境遇에는 아주 적은 區間數만으로도 正確한 解에 到達하며, 實際問題에 있어서는 이런 境遇가 大部分이다.

3) 均一分布에 대해서는 近似式의 誤差가 대단히 크다. 그러나 이러한 分布에 대해서는 近似式을 動員할 필요가 전혀 없을 정도로 簡單히 計算될 수 있기 때문에 問題될 바가 없다.

IV. 結 論

本 論文에서는 線形안테나上的 遠方界領域 輻射特性을 구하는데 容易히 利用할 수 있는 近似式을 誘導하여 提示하였고, 몇 가지 適用例를 통해 그 有用性을 確認하였다.

이 近似式은 어떠한 形態의 電流分布에도 適用할 수 있으며, 分布函數에 대한 複雜한 前處理 過程이 전혀 없이 直接 利用할 수 있기 때문에 대단히 便利

하다.

또한 線形 以外的의 境遇에도, 提示한 過程과 類似한 誘導過程을 適用하면 輻射特性 計算에 有用한 近似式들이 얻어질 수 있을 것으로 期待된다.

參 考 文 獻

- [1] R.S. Elliott, Antenna Theory and Design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1981.
- [2] R. Mittra, ed., Computer Techniques for Electromagnetics, Pergamon Press, Oxford, 1973.
- [3] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [4] W.L. Stutzman and G.A. Thiele, Antenna Theory and Design, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [5] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Macmillan, New York, 1968.

著 者 紹 介

許 正 (正會員) 第26卷 第11號 參照
현재 서울대학교 전자공학과
박사과정 재학중

李 忠 雄 (正會員) 第26卷 第5號 參照
현재 서울대학교 전자공학과
교수