論 文

상태궤환을 이용한 2차원 시스템의 극배치

正會員 李 元 圭* 正會員 李 相 赫**

Pole Assignment of Two Dimensional Systems using State Feedback

Won Kyu LEE* Sang Hyuk LEE** *Regular Members*

要 約 최근에 이산치 2차원 시스템을 기술하는 여러가지 상태공간모델이 제안되어 왔다.

본 논문에서는 Roesser가 제안한 상태공간모델을 근거로 상태궤환을 이용하여 2차원 시스템의 극배치 문제를 고찰한다.

극배치 설계는 2단계로 나누어 1단계에서는 변환된 시스템의 비대각 행렬(off diagonal matrix)을 0으로 하는 조건을 유도하고 2단계에서는 2차원 시스템의 극배치 문제가 2개의 1차원 시스템의 극배치 문제도 된다는 것을 보여준다. 마지막으로 극배치 기법을 설명하기 위한 예를 들었다.

ABSTRACT During recent years, several state-space models describing discrete two- dimensional systems are proposed. In this paper, we consider the probiem of pole assignment of two- dimensional systems using state feedback, based on state-space model proposed by Roessser.

The design procedure is separated into two steps. In the first step, the sufficient condition for off diagonal matrix of the input transformed system to be zero is derived and in the second step, it is shown that the pole assignment problem of two dimensional systems is divided into the one of two 1-dimensional systems. Finally, a numerical example for illustrating the technique is given.

I. 서 론

최근에 영상처리, 멀티패스 (multi-pass) 공정의 제어, 지진학 및 지구물리학적 자료처리, 안정도 등의 분야에 대한 응용을 계기로 2차원 시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

Roesser는 1차원 이산시간시스템의 상태공간모델을 2차원 시스템의 상태공간에 확장하였으며[1], 이외에도 2차원 시스템을 기술하는 여러가지 모델이 제안되었다[2-4].

한편, 이 모델을 근거로 한 설계문제로서는 극배치, 디지탈 필터, 비간섭 (decoupling), 최소실현 등이 있다[5-9]. 2차원 시스템 극배치문제는

* 大田工業大學 電氣工學科
Dept. of Electrical Eng. Tae Jon Univ. of Technology
** 亞洲大學校 工科大學 制御工學科
Dept. of Control Eng. A-Jou University
論文番號 : 90-66(接受 1990. 5. 21)

1차원 시스템과 같이 상태궤환과 출력궤환을 이용한 방법으로 대별할 수 있는데 전자의 경우, Paraskevopoulos 등은 상태궤환을 이용하여 2차원 시스템의 전달함수를 2개의 1차원 시스템의 전달함수로 분해하는 문제를 고찰하였으며[10], Ka-czorek은 극배치 문제의 해가 존재하기 위한 충분조건을 유도하였다[11].

또한 Paraskevopoulos 등은 동적보상기를 그리고 Kawaji는 최소관측자를 이용하여 극배치 문제를 해결하였다[12 13].

그러나 2차원 시스템의 극배치 문제의 경우 Kaczorek의 기법은 궤환행렬을 구함에 있어 행렬의 계산이 매우 복잡하게 되는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 좀더 간소화하기 위해 사전에 입력변환을 통해 변환된 시스템을 구성하고 이를 근거로 궤환행렬을 적당히 분해하여 1단계에서는 시스템행렬의 비대 각 요소를 0으로 하는 조건을 이용, 궤환행렬을 구하고 2단계에서는 2차원 시스템을 2개의 1차원 시스템으로 변환하여 궤환행렬을 구하는 새로운 방법을 제시한다.

Ⅱ. 문제의 구성

Roesser에 의해 최초로 표현된 2차원 시스템의 상태공간모델 Σ을 생각한다[1].

$$\Sigma : \begin{bmatrix} x^h(i+1,\ j) \\ x^v(i,\ j+1) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x^h(i,\ j) \\ x^v(i,\ j) \end{bmatrix} + Bu(i,\ j) \tag{1}$$

여기서

$x^h(i,\ j)\ \in R^n$: 수평상태벡터

$x^v(i,\ j)\ \in R^m$: 수직상태벡터

$u\ (i,\ j)\ \in R^q$: 입력벡터

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

이고 A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2는 각각 적당한 차원의 상수행렬이며 rank $B=q$, rank $B_1=q_1 \leq q$, rank $B_2=q_2 \leq ((q_1+q_2) \leq q)$라 가정한다.

식(1)로 주어진 시스템에

$$u(i,\ j) = F \begin{bmatrix} x^h(i,\ j) \\ x^v(i,\ j) \end{bmatrix} + v(i,\ j) \tag{3}$$

의 상태궤환측을 적용하면 폐루프시스템 Σ_c을 얻는다.

$$\Sigma_c : \begin{bmatrix} x^h(i+1,\ j) \\ x^v(i,\ j+1) \end{bmatrix} = A_c \begin{bmatrix} x^h(i,\ j) \\ x^v(i,\ j) \end{bmatrix} + B_v(i,\ j) \tag{4}$$

$$A_c = A + BF = \begin{bmatrix} A_{c1} & A_{c2} \\ A_{c3} & A_{c4} \end{bmatrix} \tag{5}$$

여기서

$F \in R^{q \times (n+m)}$: 궤환이득행렬

$v(i,\ j) \in R_q$: 기준입력벡터

이때 Σ_c의 2차원 특성다항식 $\phi(z,\ s)$는 다음 식으로 정의된다[1].

$$\phi(z,\ s) = \det\left(\begin{bmatrix} zIn & 0 \\ 0 & sIm \end{bmatrix} - A_c \right) = \sum_{i=0}^{n} 0 \sum_{j=0}^{m} a_{ij}\, z^i s^j \tag{6}$$

여기서 $a_{nm}=1$이다.

따라서 2차원 시스템의 극배치문제는 Σ_c의 극점이 주어졌을 때 다음의 연립방정식을 푸는 문제로 귀착된다.

$$\begin{aligned} &\phi(z,\ s)=0 \\ &z^{-i}s\,\phi(z,\ s)=0 \qquad 0 \leq i \leq n-1 \\ &zs^{-j}\phi(z,\ s)=0 \qquad 0 \leq j \leq m-1 \end{aligned} \tag{7}$$

일반적으로 식(7)의 연립방정식을 풀어 근을 결정하는 것은 용이하지 않다. 그러나 2차원 특성 다항식이 다음과 같이 1차원 특성 다항식의 곱으로 나타낼 수 있다면 극배치가 쉽다는 것을

Rossoer는 정리를 통해 밝혔다[1].

$$\phi(z, s)=(z-z_1)\cdots(z-z_n)\ (s-s_1)\cdots(s-s_m) \quad (8)$$

따라서 본 논문에서는 2차원 특성 다항식을 식(8)과 같이 분해할 수 있다고 가정하고 폐루프 극점 (z_i, s_j)가 주어졌을 때

$$\sigma(A_c)=\wedge$$
$$\wedge \triangleq \{(z_i, s_j) \mid (0, 0) < (i, j) < (n, m)\} \quad (9)$$
$$(z_0 = s_0 = 0)$$

여기서 $\sigma(\cdot)$: $(\cdot)$의 극점

$\wedge\triangleq\{\ \}$: 폐루프 극점의 집합

을 만족하는 궤환이득행렬 F를 구하는 방법을 제시한다.

Ⅲ. 제어기 설계

이 절에서는 식(5)에서 비대각 행렬 $A_{c3}=0$를 만족하는 제어기를 설계하고자 한다. 지금, 시스템 Σ에서 rank $B_2=q_2\leq q$인 점에서 다음과 같은 입력변환을 수행하자.

$$\bar{u}(i, j)=\begin{bmatrix}\bar{u}_1(i, j)\\ \bar{u}_2(i, j)\end{bmatrix}=Tu(i, j) \quad (10)$$

여기서 T는 정칙행렬

그러면 변환된 시스템 Σ_T는 다음과 같다.

$$\Sigma_T : \begin{bmatrix}x^h(i+1, j)\\ x^v(i, j+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1 & A_2\\ A_3 & A_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^h(i, j)\\ x^v(i, j)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{B}_1\\ \bar{B}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{u}_1(i, j)\\ \bar{u}_2(i, j)\end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{bmatrix}\bar{B}_1\\ \bar{B}_2\end{bmatrix}=BT^{-1}=\begin{array}{c}\begin{bmatrix}\bar{B}_{11} & \bar{B}_{12}\\ 0 & \bar{B}_{22}\end{bmatrix}\\ \begin{array}{cc}q-q_2 & q_2\end{array}\end{array} \quad (12)$$

이고

rank $\bar{B}_{11}=q-q_2$
rank $\bar{B}_{22}=q_2$

이다. 이와 같이 입력변환을 수행해도 시스템 Σ에 대한 궤환제어기 설계에 아무런 영향을 주지 않는다. 왜냐하면 변환된 시스템 Σ_T에 대해 구한 궤환제어기의 입력 $u(i, j)$을 식(10)의 관계를 이용하여 역변환하면 시스템 Σ에 대한 제어기를 구할 수 있기 때문이다. 따라서 여기서는 변환된 시스템 Σ_T에 대해서만 고찰한다.

Σ_T에 다음의 상태궤환측을 적용해 보자.

$$\bar{u}(i, j)=K\begin{bmatrix}x^h(i, j)\\ x^v(i, j)\end{bmatrix}+V(i, j) \quad (13)$$

여기서

$$K=\begin{bmatrix}K_1 & K_2\\ K_3 & K_4\end{bmatrix} \quad (14)$$

지금 K를

$$K_s=\begin{bmatrix}0 & K_2\\ K_3 & 0\end{bmatrix}\ K_p=\begin{bmatrix}K_1 & 0\\ 0 & K_4\end{bmatrix} \quad (15)$$

로 분해하여 $\bar{u}(i, j)$를 다시 쓰면

$$\bar{u}(i, j)=K_s\begin{bmatrix}x^h(i, j)\\ x^v(i, j)\end{bmatrix}+K_p\begin{bmatrix}x^h(i, j)\\ x^v(i, j)\end{bmatrix}+v(i, j) \quad (16)$$

로 되어 궤환이득행렬 K를 구하는 문제는 K_s와 K_p를 구하는 문제로 된다. 따라서 극배치

문제는 다음의 2단계 절차를 이용하여 구할 수 있다.

1. 단 계

식(16)에서

$$\bar{u}(i,\ j)=K_s\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}+v(i,\ j) \tag{17}$$

을 식(11)에 적용하면 내부루프 (Inner-loop) 시스템 Σ_I는 다음과 같다.

$$\Sigma_I:\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1+\bar{B}_{12}K_3 & A_2\ \bar{B}_{11}K_2\\ A_3+\bar{B}_{22}K_3 & A_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{B}_1\\ \bar{B}_2\end{bmatrix}v(i,\ j) \tag{18}$$

지금 식(18)에서 비대각 행렬을 0으로 하면 후술하는 2차원 페루프 특성 다항식을 식(8)과 같이 1차원 특성 다항식의 곱으로 나타낼 수 있다. 따라서 여기서는 식(18)에서 $A_3+\bar{B}_{22}K_3=0$가 되도록 K_3를 선정하고자 한다. 이를 위해 다음의 정리를 도입한다[14].

〈정리〉 $A_3+\bar{B}_{22}K_3=0$ 즉 $\bar{B}_{22}K_3=-A_3$가 되기 위한 필요충분조건은

$$\bar{B}_{22}\bar{B}_{22}^{+}A_3=A_3 \tag{19}$$

이다. 이때 K_3의 일반 해는

$$K_3=-\bar{B}_{22}^{+}A_3+Y-\bar{B}_{22}^{+}\bar{B}_{22}Y \tag{20}$$

여기서 B_{22}^{+}는 일반화역행렬 그리고 Y는 K_3와 도일차원을 갖는 임의의 행렬이다.

〈증명〉 식(20)의 K_3가 $\bar{B}_{22}K_3=-A_3$의 관계를 만족하면

$$\bar{B}_{22}K_3=-\bar{B}_{22}\bar{B}_{22}^{+}A_3+\bar{B}_{22}(Y-\bar{B}_{22}^{+}\bar{B}_{22}Y)=-A_3 \tag{21}$$

따라서 식(21)로 부터

$$\bar{B}_{22}\bar{B}_{22}^{+}A_3=A_3 \tag{22}$$

이다. 역으로 (19)가 만족하면

$$\bar{B}_{22}K_3=-\bar{B}_{22}\bar{B}_{22}^{+}A_3 \tag{23}$$

식(23)의 양변에 $\bar{B}_{22}$를 곱하면

$$\bar{B}_{22}K_3\bar{B}_{22}=-\bar{B}_{22}\bar{B}_{22}^{+}A_3\bar{B}_{22} \tag{24}$$

따라서 $\bar{B}_{22}K_3=-A_3$의 관계를 만족하는 특수해는

$$K_3=-\bar{B}_{22}^{+}A_3 \tag{25}$$

이다. 또한 $\bar{B}_{22}(Y-\bar{B}_{22}^{+}\bar{B}_{22}Y)=0$이므로 식(20)은 $\bar{B}_{22}K_3=-A_3$의 일반해이다(Q.E.D).

따라서 정리를 이용하면 K_s는

$$K_s=\begin{bmatrix}0 & K_2\\ -\bar{B}_{22}^{+}A_3 & 0\end{bmatrix}\quad K_2\in R^{(q-q2)xm}:\text{임의 행렬} \tag{26}$$

로 주어진다.

2. 단 계

1단계에서 구한 K_s를 이용하여 식(18)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\Sigma_I:\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{f1} & A_{f2}\\ 0 & A_{f4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{B}_1\\ \bar{B}_2\end{bmatrix}v(i,\ j) \tag{18}$$

여기서

$$A_f=\begin{bmatrix}A_{f1} & A_{f2}\\ 0 & A_{f4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1+\overline{B}_{12} & A_2+\overline{B}_{11}\ K_2\\ 0 & A_4\end{bmatrix} \quad (27)$$

계속해서 시스템 Σ_I에 상태궤환 K_p를 적용하면 전체의 폐루프시스템 Σ_f는

$$\Sigma_f:\begin{bmatrix}x^h(i+1,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{A}_{f1} & \overline{A}_{f2}\\ 0 & \overline{A}_{f4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^h(i,\ j)\\ x^v(i,\ j)\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}\overline{B}_1\\ \overline{B}_2\end{bmatrix}v(i,\ j) \quad (28)$$

여기서

$$\begin{bmatrix}\overline{A}_{f1} & \overline{A}_{f2}\\ 0 & \overline{A}_{f4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{f1}+\overline{B}_{11} & A_{f2}+\overline{B}_{12}\ K_4\\ 0 & A_{f4}+\overline{B}_{22}\ K_4\end{bmatrix} (29)$$

한편, 폐루프시스템 Σ_f의 특정다항식은 식(28)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi(z,\ s)=\det\left[\begin{bmatrix}zI^n & 0\\ 0 & sI_m\end{bmatrix}-\overline{A}_f\right]$$

$$=\det\ (zI^n-\overline{A}_{f1})\ \det(sI^m-\overline{A}_{f4}) \quad (30)$$

여기서

$$\overline{A}_f=\begin{bmatrix}\overline{A}_{f1} & \overline{A}_{f2}\\ 0 & \overline{A}_{f4}\end{bmatrix} \quad (31)$$

따라서 $\overline{A}_{f1}$과 $\overline{A}_{f4}$의 고유치 집합을 각각

$$\sigma(\overline{A}_{f1})=\wedge_1,\ \wedge_1=\{z_i \mid i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$
$$\sigma(\overline{A}_{f4})=\wedge_4,\ \wedge_4=\{s_j \mid j=1,\ 2,\ \cdots,\ m) \quad (32)$$

이라 하면 폐류프 시스템 Σ_f의 극점의 집합은 $\wedge_1$과 $\wedge_4$의 합으로 되어 식(9)로 주어짐을 알 수 있다.

이상의 결과로부터 2차원 시스템의 극배치 문제는 식(18)'과 식(22)의 관계를 이용하면 다음과 같은 2개의 1차원 시스템에 대한 극배치 문제로 변환할 수 있다.

$$\Sigma_Z:x^h(i+1)=\overline{A}_{f1}\ x^h(i)+\overline{B}_{11}\ \overline{u}_1(i)$$
$$\Sigma_S:x^v(j+1)=\overline{A}_{f4}\ x^v(j)+\overline{B}_{22}\ \overline{u}_2(j) \quad (33)$$

와 임의로 주어진 극점의 집합 $\wedge_1$ 및 $\wedge_4$에 대해서

$$\sigma(\overline{A}_{f1})=\wedge_1$$
$$\sigma(\overline{A}_{f4})=\wedge_4 \quad (34)$$

을 만족하는 상태궤환측 $\overline{u}_1(i)$, $\overline{u}_2(j)$를 구할 수 있다.

$$\overline{u}_1(i)=K_1\ x^h(i)$$
$$\overline{u}_2(j)=K_4\ x^v(j) \quad (35)$$

단, $(\overline{A}_{f1},\ \overline{B}_{11})$ 및 $(\overline{A}_{f4},\ \overline{B}_{22})$는 제어가능해야 한다.

지금까지 2차원 시스템의 폐루프 극점이 임의로 주어졌을 때 주어진 조건을 만족하는 상태궤환행렬 K를 구하는 방법을 제시했다. 그러나 여기서 구한 궤환행렬 K는 변환된 시스템 Σ_T에 대한 것으로, 원 시스템 Σ에 대한 궤환행렬 F는 식(10)과 식(13)의 관계를 이용하여 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$F=T^{-1}\ K \quad (36)$$

알고리즘

위에서 2차원 시스템의 극배치 방법을 기술하였는데 이것을 알고리즘으로 나타내면 다음과 같다.

(1) 식(12)의 랭크 조건을 만족하는 변환행렬 T를 선택한다.

(2) B_{22}^+, K_S, A_f를 구한다.

(3) 주어진 극점의 집합 식(34)에 의해 식(33)과 식(35)의 상태궤환측을 이용하여 K_1,

K_3 즉 K_p를 구한다.

(4) $K=K_s+K_p$를 구한다.

(5)식(36)으로 부터 궤환이득 행렬 F를 구한다.

Ⅳ. 수 치 예

본 논문에서 제안한 극배치 기법의 효용성을 검토하기 위해 참고문헌(11)에서 사용한 다음의 2차원 시스템을 생각한다.

$$\begin{bmatrix} x^h(i+1,\ j) \\ \\ x^v(i,\ j+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 1 & 0 \\ -1 & 8 & 1 & -1 \\ 2 & -6 & -3 & 3 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x^h(i,\ j) \\ \\ x^v(i,\ j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(i,\ j)$$

이 시스템의 폐루프 극점이

$$\wedge = \{z_i,\ s_j\ (0,\ 0) \leqq (i,\ j) \leqq (2,\ 2)\}$$

$$z_0=0,\ z_1=1,\ z_2=1/2,\ s_1=1,\ s_2=1/3$$

로 주어졌을 때 궤환이득행렬 F를 구해보자.

(1) 입력변환행렬 T를

$$T=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

로 선택하면 $\bar{B}$는

$$\bar{B}=\left[\begin{array}{c:c} \bar{B}_{11} & \bar{B}_{12} \\ \hdashline 0 & \bar{B}_{22} \end{array}\right]=\left[\begin{array}{c:c} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ \hdashline 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{array}\right]$$

(2) 식(22)를 만족하는 B_{22}^+를 구하면 $B_{22}^+=(0\ 1)$이다. 따라서, $K_2=(0\ 0)$라 놓으면 K_s는

$$K_s=\left[\begin{array}{cc:cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline -1 & 3 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

이고 식(18)'에서

$$\left[\begin{array}{c:c} A_{f1} & A_{f2} \\ \hdashline 0 & A_{f4} \end{array}\right]=\left[\begin{array}{cc:cc} -1 & 6 & 1 & 0 \\ -2 & 11 & 1 & -2 \\ \hdashline 0 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

(3) 2개의 1차원 시스템 Σ_Z 및 Σ_S는 각각 다음과 같이 된다.

$$\Sigma_Z : x^h(i+1)=\begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -2 & 11 \end{bmatrix} x^h(i)+\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u}_1(i)$$

$$\Sigma_S : x^v(j+1)=\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x^v(j)+\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u}_2(j)$$

그러므로 Σ_Z의 극점을 $z_1=1,\ z_2=1/2$ 그리고 Σ_S의 극점을 $s_1=1,\ s_2=1/3$에 배치하기 위해 식(35)의 상태궤환측을 이용하면 $K_1=[2-10^1/_2]$, $K_4=[{}^{81}/_{15}\ {}_5{}^{-82}/_{15}]$이므로 K_p는

$$K_p=\left[\begin{array}{cc:cc} 2 & -10\,{}^{1}/_{2} & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & {}^{81}/_{15} & {}^{-82}/_{15} \end{array}\right]$$

(4) $K=K_s+K_p$

$$=\begin{bmatrix} 2 & -10\,{}^{1}/_{2} & 0 & 0 \\ -1 & 3 & {}^{81}/_{15} & {}^{-82}/_{15} \end{bmatrix}$$

(5) 원 시스템 Σ에 대한 궤환이득행렬 F는 식(36)으로 부터

$$F=\begin{bmatrix} 1 & -7\,{}^{1}/_{2} & 0 & 0 \\ -1 & 3 & {}^{81}/_{15} & {}^{-82}/_{15} \end{bmatrix}$$

$$A_c = A + BF$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -4^{1}/_{2} & -4^{2}/_{5} & 5^{7}/_{15} \\ 0 & ^{1}/_{2} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 7^{4}/_{5} & -7^{14}/_{15} \\ 0 & 0 & 6^{2}/_{5} & -6^{7}/_{15} \end{bmatrix}$$

이다.

따라서 극배치 설계가 기존의 방법에 비해 간편함을 알 수 있다.

V. 결 론

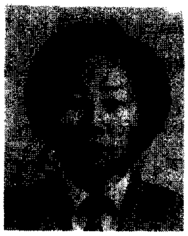
Roesser형 상태공간 모델을 대상으로 상태궤환을 이용한 2차원 시스템의 극배치 문제가 고찰되었다. 본 논문에서 제시한 극배치 기법은 2차원 특성다항식이 1차원 특성 다항식의 곱으로 표시할 수 있다는 가정하에 검토되었으며 설계 편의상 궤환이득 행렬을 구하는 문제를 2단계 절차를 이용하였다.

1단계에서는 내부루프 시스템의 비대각 행렬을 0으로 하기 위한 조건을 유도하였고 2단계에서는 2차원 시스템을 2개의 1차원 시스템으로 분해하여 1차원 시스템의 극배치 기법을 이용하여 궤환이득 행렬을 구하는 방법을 보여주었다.

수치 예를 통해 알 수 있는 바와 같이 본 논문에서 제시한 기법은 종래의 기법에 비해 극배치 설계가 편리하다는 것을 알 수 있었으며 출력피이드백, 동적 피이드백을 이용한 극배치 설계에 적용가능 하리라 생각된다. 그러나 2차원 특성 다항식이 1차원 특성 다항식의 곱으로 표시할 수 없는 경우에 대한 극배치 문제는 과제로 남아있다.

參考文獻

1. R. P. Roesser, "A discrete state-space model for linear image processing", IEEE Trans, Automat. Contr.. Vol. AC-20, pp. 1~10, Fed. 1975.
2. E. Fornasini and G. Marchesini, "State-space realiz ation theory of 2-D filter", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-21, no. 4, pp. 484-492, Aug. 1976.
3. R. Eising, "Realization and Stabilization of 2-D systems", IEEE Trans. Automat. contr., AC-23, no. 5 , Oct. 1978.
4. E. D. Sontag, "On first order equations for multicimensional filters", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process, Vol. ASSP-26, no. 5, pp, 480-482, Oct. 1978.
5. P. N. Paraskevopoulos, "Eigenvale Assignment of linear multivariable 2-D systems", Proc. IEEE. Vol, 126, pp. 1,204~1,208, 1979.
6. T. Hinamoto and S. Maekawa, "Design of 2-D separable in denominator filters using canonic local state-space models", IEEE Trans. Circuit Syst., vol. CAS-33, pp. 922-926, 1986.
7. P. N. Paraskevopoulos and P. Stavroulakis, "Decoupling of linear multivariable 2-D systems via state feedback", Proc. IEEE Vol. 129, pp. 15~20, 1982.
8. S. S. Koonar and J. S. "Realization of two-variable transter function", Porc. IEEE, Vol. 72, pp, 743~744 June 1984.
9. G. E. Antoniou, S. J. Varoufakis, and P. N. Paraskevopoulos, "State space realization of 2-D systems via continued fraction expansion", IEEE Trans. Circuit Syst., Vol. CAS-33, pp. 926~930 Sept. 1986.
10. P. N. Paraskevopoulos and B. G. Mertzios, "Int. J. Systems Sci. Vol. 12, pp. 1,135~1,140, 1981.
11. T. Kaczorek,"Pole assignment problem in two dimensional linear systems", Int. J. Contr., Vol. 37, No. 1, pp. 183~190, 1983.
12. P.N. Paraskevopoulos and O. I. Kosmidou, "Eigenvalue assignment of two- dimensional systems using PID controllers", Int. J. Systems Sci, vol. 12, pp. 407~422, 1981.
13. S. Kawaji, "Minimal order state observer for two-dimensional systems", IFAC' 84, 9th World conference Vol. 9, pp. 153~158 pergamon press.
14. S. Barnett, Matrices in control theory with applications to linear programming, Van Nostrand Reinhold Company, London, 1971.



李 元 圭(Won Kyu, LEE)　正會員
1951年 7月18日生
1974年 2月：崇田大學校 電氣工學科 卒業
1976年 2月：高麗大學校 大學院 電氣工學科 卒業
1988年 2月：亞洲大學校 大學院 電子工學科 博士課程 修了
1978年～現在：大田工業大學　電氣工學科 副教授

李 相 赫(Sang Hyuk LEE)　正會員
1937年 5月16日生
1962年：서울大學校 電氣工學科 卒業
1964年：同 大學院 電氣工學科 卒業
1972年：벨기에 브뤼셀大 制御工學科卒業(工學博士)
1972年～現在：亞洲大學校 制御工學科 教授