

◎ 論 文

진동하는 원주 주위의 유체 유동에 관한 연구<sup>+</sup>

서 용 권\* · 문 중 춘\*\*

(1990년 11월 28일 접수)

A Study on the Fluid Flow around an Oscillating Circular Cylinder

Yong-Kweon Suh\* and Jong-Chun Moon\*\*

Key Words : Oscillating Circular Cylinder(진동원주), Runge-Kutta Method(Runge-Kutta 방법), S · O · R Method(S · O · R 방법), Vortex Shedding(보오텍스 shedding)

Abstract

A circular cylinder is oscillated in the otherwise quiescent viscous fluid. Numerical analysis is performed for this problem by using the fourth-order Runge-kutta method for the unsteady Navier-stokes equations. For K(Keulegan-Carpenter's No.)=5, the flow developed symmetrically, while for K=10, it revealed random patterns. The coefficient of the rms force is overestimated by 20~30% compared with the experimental result.

기호설명

$C_x, C_y$	: 항력계수 및 양력계수	$T_0$	: 원주의 진동주기
$F_x^*, F_y^*$	: x-방향, y-방향의 하중	$t^*, t, \Delta t$	: 시간, 그의 무차원 양 및 t의 증분
$F_{xp}^*, F_{yp}^*$	: $F_x^*, F_y^*$ 의 압력성분	$U_0$	: 원주의 최대속도
$F_{xs}^*, F_{ys}^*$	: $F_x^*, F_y^*$ 의 마찰성분	$U$	: 원주의 중간속도
I, J	: x-방향, y-방향의 mesh크기	$V_n^*, V_n$	: $\eta$ -방향의 속도성분 및 그의 무차원 양
K	: Keulegan-Carpenter수( $U_0 T_0 / 2R$ )	W	: S · O · R factor
$P_w^*, P_w$	: 표면압력 및 그의 무차원 양	$x^*, y^*, x, y$	: 원주의 진동방향, 그에 수직인 방향의 좌표 및 그들의 무차원 양
R	: 원주의 반경	z	: $x + iy$
Re	: 레이놀즈 수( $\rho U_0 2R / \mu$ )	$\beta$	: $\Delta \xi / \Delta \eta$
$r^*, r$	: 반경거리 및 그의 무차원 양	$\Delta_1$	: $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

+ 1989년도 대한기계학회 추계학술대회 발표(1989년 11월)

\* 정희원, 동아대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 정희원, 동아대학교 대학원 기계공학과

- $\Delta$  :  $\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$
- $\xi$  : Vorticity
- $\xi, \eta$  : 변환된 좌표계
- $\xi_m$  :  $\xi$ 의 끝좌표
- $\Delta \xi, \Delta \eta$  :  $\xi, \eta$ 의 증분
- $\rho$  : 유체의 밀도
- $\bar{\rho}$  :  $\xi + i\eta$
- $\mu$  : 점성계수
- $\Psi$  : 유동함수(원주 고정)
- $\Psi_p$  : 포텐셜 유동의 유동함수
- $\psi$  :  $\Psi_p$ 로 부터 섭동된 유동함수
- $\psi_1$  : 유동함수(유체 고정)
- $\omega$  : 원주의 진동 각 속도

### 1. 서 론

해양자원의 개발이 활발해짐에 따라 해양구조물의 설계를 위한 기본 연구가 더욱 활성화 되었다. 그중에서 지지 파일(pile)과 각종 케이블(cable)에 작용하는 파력에 관한 연구는 유체역학 관련연구자들의 많은 관심을 끌었다.

Sarpkaya<sup>1)</sup>, Maull & Milliner<sup>2)</sup>는 U-관(tube)의 자유진동을 이용하여 Keulegan과 Carpenter<sup>3)</sup>의 실험방법을 개선하였으며 Graham<sup>4)</sup>, Stansby<sup>5)</sup>는 디스크 크리트 보오텍스 모델(discrete vortex model)을 써서 진동하는 원주 주위의 유동에 대한 하중계수를 구하였으며, 최근 Murashige 등<sup>6)</sup>은 Navier-Stokes 방정식을 수치해석적으로 풀어 K(Keulegan-Carpenter's No.)=5, 10과 Re=1000에서의 보오텍스(vortex) 거동을 조사하였다. 그리고 Suh 등<sup>7)</sup>은 동일한 수조에서 하중계수의 측정과 가시화를 행하여 Williamson<sup>8)</sup>의 실험방법을 개선하였다.

본 연구에서는 Navier-Stokes 방정식을 수치해석적으로 풀어 이론적 해석이 어느정도 가깝게 실험결과를 재현할 수 있는지 파악하고자 하는데 그 목적이 있다.

실제 해양 구조물에 작용하는 유체력은 파(wave)에 의한 것이므로 다분히 3차원적이고 또한 Re수가 크다. 본 연구는 얇은 수심의 다소 큰 K 수의 범위에 대해 적용할 수 있으며, 또한 3차원 문제에 대한 기초연구로서 활용될 수 있다.

### 2. 지배방정식과 경계조건

원주가 비압축성 점성유체로 채워진 ( $x^*, y^*$ )의 2차원 공간상에서  $x^*$ 방향으로

$$U = U_0 \cos \frac{2\pi}{T_0} t^* \dots\dots\dots (1)$$

의 속도로 운동하는 문제를 생각한다. ( $x^*, y^*$ )를 원주의 반경 R로, 속도를  $U_0$ 로, 시간  $t^*$ 를  $R/U_0$ 로, 압력을  $\rho U_0^2$ ( $\rho$ 는 유체의 밀도)으로 무차원화 시키면 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{Re} \Delta_1 \zeta \dots\dots (2)$$

$$\Delta_1 \Psi = \zeta \dots\dots\dots (3)$$

여기서  $\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  이고 레이놀즈수  $Re = \frac{\rho U_0 R}{\mu}$  이며  $\mu$ 는 점성계수이다.  $Z = x + iy, \bar{\rho} = \xi + i\eta$ 에 대하여  $\bar{\rho} = \ln z$ 의 좌표변환을 사용하면 식(2), (3)은

$$e^{2\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} = \frac{1}{Re} \Delta \zeta \dots (4)$$

$$\Delta \Psi = e^{2\zeta} \zeta \dots\dots\dots (5)$$

와 같이 된다. 여기서  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$  이다. 한편 원주 주위의 포텐셜(potential) 유동에 해당하는 유동함수  $\Psi_p$ 는

$$\Psi_p = 2 \sinh \xi \sin \eta \dots\dots\dots (6)$$

이므로  $\Psi$ 를

$$\Psi = \psi + 2 \sinh \xi \sin \eta \cos \omega t \dots\dots\dots (7)$$

으로 두면  $\psi$ 는 포텐셜(potential) 유동에 대한 섭동(perturbation)이 된다. (7)을 (4), (5)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & e^{2\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + (2 \sinh \xi \cos \eta \cos \omega t + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}) \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \\ & - (2 \cosh \xi \sin \eta \cos \omega t + \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}) \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \\ & = \frac{1}{Re} \Delta \zeta \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\Delta \psi = e^{2\zeta} \zeta \dots\dots\dots (9)$$

경계조건은  $\psi(\xi, n), \zeta(\xi, n)$ 에 대하여 다음과 같이 표시된다.

$$\psi(0, n) = 0 \quad \dots\dots\dots (10a)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi}(0, n) = -2 \sin n \cos \omega t \quad \dots\dots\dots (10b)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi}(\xi_m, n) = 0 \quad \dots\dots\dots (10c)$$

$$\zeta(\xi_m, n) = 0 \quad \dots\dots\dots (10d)$$

$$\psi(\xi, 0) = \psi(\xi, 2\pi), \zeta(\xi, 0) = \zeta(\xi, 2\pi) \quad \dots\dots (10e)$$

여기서  $\xi_m$ 은 계산영역의  $\xi$ -방향의 끝에 해당하는  $\xi$ 값이다.

### 3. 수치계산 방법

#### 3.1 와도 운반 방정식

와도 운반 방정식 (8)은 기본적으로 시간  $t$ 에 대하여 4차의 Runge-Kutta 방법을 사용하여 풀었다.

주어진 계산영역  $0 \leq \xi \leq \xi_m, 0 \leq n \leq 2\pi$ 을  $I \times J$ 의 격자를 사용하여 분할하고  $\zeta(\xi, n, t)$ 의 함수를  $\zeta_{ij}(t)$ 의 집합으로 생각한다. (8)을 중심차분으로 하여 차분화하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\frac{d\zeta_{ij}}{dt} = f_{ij}(\zeta_{ij}, \psi_{ij}, t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

여기서  $f_{ij}(\zeta_{ij}, \psi_{ij}, t)$ 는 대류 및 확산항을 중심차분법으로 차분한 결과의 식이다.<sup>7)</sup>

식 (11)의 시간에 대한 적분은 4차의 Runge-Kutta 방법을 써서 수행하였다. 여기서 Runge-Kutta의 방법을 사용한 이유는 다음과 같다. 본 문제와 같은 비정상 수치해석의 문제를 푸는 방법은 많이 있으나, 이들 많은 방법은 한편으로는 안정성 문제 다른 한편으로는 정확성 문제 등과 같은 문제점들을 안고 있다. 즉 explicit 방법은 안정성 문제로 인하여 레이놀즈(Reynolds)수의 증가 및 공간 격자 간격의 미세화에 따라 시간 간격  $\Delta t$ 를 줄이지 않을 수 없고, 이에 따라 계산 시간이 증가되는 것이다. 또한 implicit 방법은  $\Delta t$ 를 explicit 방법보다는 더 크게 잡을 수 있으나, 방정식을 implicit하게 풀어야 하므로 또한 그만큼 시간이 소요된다. exp-

licit한 형태이되  $\Delta t$ 를 크게 잡을 수 있는 방법을 생각한 바 Runge-Kutta의 방법을 채택하였다.

이 방법을 드라이븐-캐비티(driven-cavity) 문제에 시험적으로 적용하여 보았다. 정사각형 캐비티 문제에서 격자계를  $21 \times 21$ 로 하고 레이놀즈수를 500으로 하여 Crank-Nicolson 방법을 쓴 결과 안정한 계산을 할 수 있는  $\Delta t$ 의 한계는 0.15이었다. 이 경우 implicit 방정식은 S·O·R방법을 사용하여 풀었다. 그리고 4차의 Runge-Kutta의 방법을 적용하여  $\Delta t \leq 0.35$ 에서 안정해를 얻을 수 있었다. Arkawa의 방법으로 비선형 항을 처리하였을 때는  $\Delta t = 0.4$ 에서도 성공하였다. 그리고 특히 계산의 초기 과정에서는 S·O·R방법을 사용한 Crank-Nicolson 방법보다 더 짧은 시간으로 계산을 수행할 수 있었다. 앞으로 이 방법은 비정상 유체유동의 문제에 더욱 효율적으로 적용될 것으로 기대된다.

4차 Runge-Kutta법을 이용한 계산 알고리즘(algorithm)은 다음과 같다.

$$K_{1ij} = \Delta t f_{ij}(\zeta_{ij}^n, \psi_{ij}^n, t^n) \quad \dots\dots\dots (12a)$$

$$K_{2ij} = \Delta t f_{ij}(\zeta_{ij}^n + K_{1ij}, \psi_{ij}^{n2}, t^n + \Delta t/2) \quad \dots\dots (12b)$$

$$\Delta \psi_{ij}^{n2} = e^{2\zeta}(\zeta_{ij}^n + K_{1ij}/2)$$

$$K_{3ij} = \Delta t f_{ij}(\zeta_{ij}^n + K_{2ij}/2, \psi_{ij}^{n3}, t^n + \Delta t/2) \quad \dots (12c)$$

$$\Delta \psi_{ij}^{n3} = e^{2\zeta}(\zeta_{ij}^n + K_{2ij}/2)$$

$$K_{4ij} = \Delta t f_{ij}(\zeta_{ij}^n + K_{3ij}, \psi_{ij}^{n4}, t^n + \Delta t) \quad \dots\dots\dots (12d)$$

$$\Delta \psi_{ij}^{n4} = e^{2\zeta}(\zeta_{ij}^n + K_{3ij})$$

$$\zeta_{ij}^{n+1} = \zeta_{ij}^n + \frac{1}{6} (K_{1ij} + 2K_{2ij} + 2K_{3ij} + K_{4ij}) \quad \dots\dots (13)$$

여기서 상첨자  $n$ 은 현재의 시점을  $n+1$ 은  $\Delta t$ 후의 시점을 나타낸다. 그리고 Laplacian 연산자에 대한 해법은 아래 3.2에서 다루고 있다.

경계조건은

$$\zeta_{ij} = 0 \quad \dots\dots\dots (14a)$$

$$\zeta_{1j} = \frac{1}{2\Delta\xi^2} (8\psi_{2j} - \psi_{3j} + 12\Delta\xi \sin n \cos \omega t) \quad \dots\dots\dots (14b)$$

$$\zeta_{i1} = \zeta_{ij} \quad \dots\dots\dots (14c)$$

와 같다.

### 3.2 유동함수 방정식

(9)식은 S · O · R 방법으로 풀었다. 그 알고리즘은 다음과 같다.

$$\psi_{ij}^{k+1} = \psi_{ij}^k + \frac{w}{2(1+\beta^2)} [\psi_{i+1,j}^{k+1} + \beta^2 \psi_{i-1,j}^{k+1} + \psi_{i+1,j+1}^k + \beta^2 \psi_{i+1,j-1}^k] - 2(1+\beta^2)\psi_{ij}^k - \Delta\xi^2 e^{2\xi} \zeta_{ij}^k \dots \dots (15)$$

여기서  $\beta = \Delta\xi/\Delta\eta$ 이다. 경계조건은 다음과 같다.

$$\psi_{1j} = 0, \psi_{ij} = \psi_{i-1,j}, \psi_{i1} = \psi_{ij} \dots \dots \dots (16)$$

### 3.3 계산 순서

계산 순서는 다음과 같다.

- (1) 초기에  $\psi_{ij}^0 = \zeta_{ij}^0 = 0$ 로 두고 (15)에 의하여  $\psi_{ij}^1$ 을 구한다. (14b)에 의하여  $\zeta_{ij}^1$ 를 계산한다.
- (2) (12a)-(12d)의 순서에 따라  $K_{1ij}, K_{2ij}, K_{3ij}, K_{4ij}$ 를 구하고 (13)식으로  $\zeta_{ij}^1$ 을 구한다.
- (3) 다시 (15)식에 의해  $\psi_{ij}^2$ 을 구하고 (14b)에 의해  $\zeta_{ij}^2$ 을 계산한다.
- (4) (2)-(3)의 과정을 반복한다.

한편 (15)식을 푸는 과정에서 계산한계는  $\max |\psi_{ij}^{k+1} - \psi_{ij}^k|$ 의 값이  $10^{-3}$ 일 때로 하였으며 w는 초기 시험결과 1.8로 택하였다.

## 4. 하중의 계산

원주의 진동에 의해 원주가 받는 하중은 표면 압력  $P_w^*$ (무차원 양은  $P_w$ )와 표면 마찰력의 합으로 구한다. 우선 진동방향(x-방향)의 압력에 의한 항력  $F_{xp}^*$ 은

$$F_{xp}^* = -\int_0^{2\pi} P_w^* R d\eta \cos \eta = -\rho U_0^2 R \int_0^{2\pi} P_w \cos \eta d\eta \dots \dots \dots (17)$$

이 되고 표면마찰에 의한 항력  $F_{xs}^*$ 는

$$F_{xs}^* = -\int_0^{2\pi} \mu \frac{\partial V_n^*}{\partial r^*} R d\eta \sin \eta = -\mu U_0 \int_0^{2\pi} \frac{\partial V_n}{\partial r} \sin \eta d\eta \dots \dots \dots (18)$$

여기서  $V_n^*$ 는  $n$ -방향의 속도성분이며  $V_n$ 는 그것의 무차원 양이다. 그리고  $r^*$ 는  $r^* = \sqrt{x^{*2} + y^{*2}}$ 이며  $r$ 은 이의 무차원 양으로서  $r = e^{\xi}$ 이다. 따라서 x-방향의 총합을  $F_x^*$ 라 하면 하중계수  $C_x$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$C_x = \frac{F_x^*}{\rho U_0^2 R} = -\int_0^{2\pi} P_w \cos \eta d\eta + \frac{1}{Re} \int_0^{2\pi} \zeta |r_{r=1}| \sin \eta d\eta \dots \dots \dots (19)$$

같은 방법으로 하여 y-방향의 힘  $F_y^*$ 의 하중계수  $C_y$ 는

$$C_y = \frac{F_y^*}{\rho U_0^2 R} = -\int_0^{2\pi} P_w \sin \eta d\eta - \frac{1}{Re} \int_0^{2\pi} \zeta |r_{r=1}| \cos \eta d\eta \dots \dots \dots (20)$$

와 같이 된다. 여기서  $P_w$ 는 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$P_w = -\frac{1}{Re} \int_0^{\eta} \left[ \frac{\partial^3 \Psi}{\partial r^3} + \frac{\partial^2 \Psi}{r \partial r^2} \right]_{r=1} d\eta = -\frac{1}{Re} \int_0^{\eta} \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \zeta \right]_{r=1} d\eta \dots \dots \dots (21)$$

## 5. 고정된 단일 원주 주위의 균일유동 문제

본 연구에서 개발된 프로그램(program)의 확인을 위해 균일한 속도분포( $U_e = 1$ )를 가진 유동이 고정된 원주 주위를 흐르는 문제를 택하여 계산을 수행하여 보았다. 본 계산시에 사용한 제원은 다음과 같다:  $I=31, J=31, \Delta t=0.05, w=1.8, Re=20$ . 대칭 유동임을 가정하여 계산영역은 대칭축의 상반면( $\pi \geq \eta \geq 0$ )으로 하였다.

Fig. 1은  $C_x$ 를  $t$ 에 대하여 기록한 것으로서  $|\zeta_{ij}^{k+1} - \zeta_{ij}^k|_{\max}$ 이  $10^{-6}$ 이 될 때 까지를 보여준 것이다. 특기할 것은  $t=20$ 까지는  $C_x$ 가 상당히 불규칙적인 모양으로 변하지만 그 이후는 매끄러운 변화를 나타내고 있다.  $t=21$ 에서의  $C_x$ 값은 약 1.42 정도로 나타났다.

Table 1은 지금까지 발표된 동일한 레이놀즈수에서의  $C_x$ 의 값과 비교한 것이다.

본 연구에 의한 결과가 다소 낮은 값을 보이고 있는데, 이는  $\xi_m$ 이 다소 낮은 데 기인하는 것으로

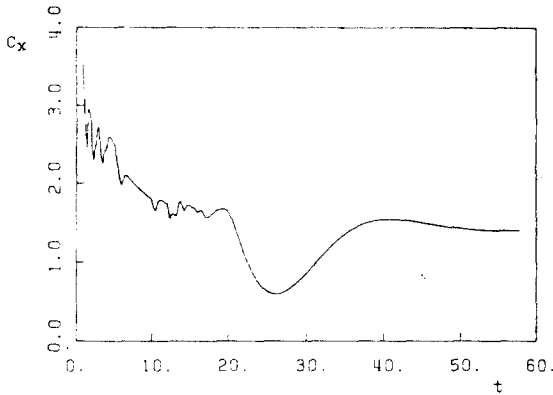


Fig. 1 Record of  $C_x$  for the uniform flow over a circular cylinder ( $0 \leq t \leq 57.8$ )

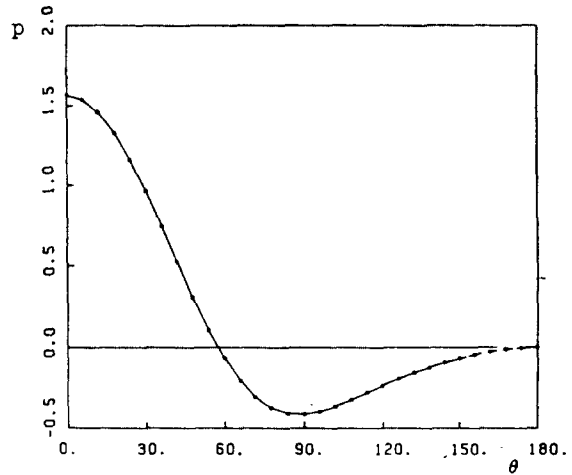
Table 1 Drag coefficients  $C_x$  for the uniform flow over a circular cylinder obtained by various authors

Origin	$C_x$	Remark
Kawaguti(1953) <sup>(10)</sup>	1.618	steady approach
Tritton(1959) <sup>(11)</sup>	1.58	experiment
Apelt(1961) <sup>(12)</sup>	1.496	steady approach
Kawaguti & Jain(1965) <sup>(13)</sup>	1.529	unsteady approach
Thoman & Szewczyk(1969) <sup>(14)</sup>	1.572	unsteady approach
Son & Hanratty(1969) <sup>(15)</sup>	1.510	unsteady
Takami & Keller(1969) <sup>(16)</sup>	1.536	steady approach
Jain & Rao(1969) <sup>(17)</sup>	1.590	unsteady approach
Dennis & Chang(1970) <sup>(18)</sup>	1.522	steady approach
Dennis(1973) <sup>(19)</sup>	1.494	
Fornberg(1980) <sup>(20)</sup>	1.498	steady approach
Present(1989)	1.420	unsteady approach

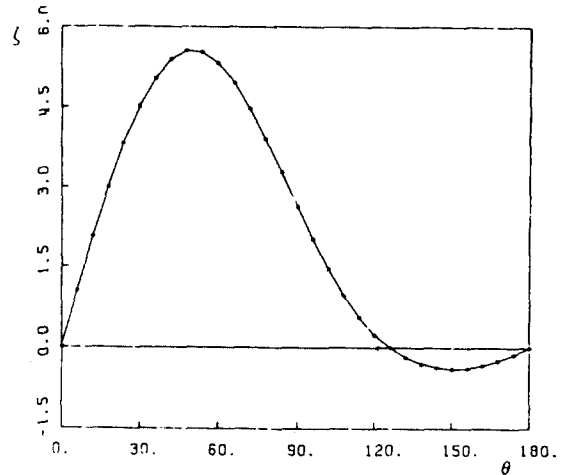
추측되나 확실하지 않다. 그러나 가장 잘 맞을 것으로 생각되는 Fornberg의 결과와 비교해 볼 때 약 5% 정도의 오차를 보이므로 큰 차이는 없다고 볼 수 있다.

Fig. 2는 표면압력과 와도의 분포를 나타내고 있는데 Dennis와 Chang<sup>(18)</sup>의 결과와 잘 맞음을 알 수 있다.

이상의 시험적 계산을 통하여 본 연구에서 개발된 프로그램을 확인하였다.



(a) Surface pressure



(b) Surface vorticity

Fig. 2 Present result( $Re=40$ )

### 6. $K=5, 10$ 의 계산 결과 및 검토

$K=5, 10$ 에 있어서의 진동 원주 주위의 유동문제를 계산하였다.

$I=31, J=49, Re=100, \Delta t=0.05, \xi_m=3, w=1.8$  이 본 계산에 사용된 제원이다.

Fig. 3은  $K=5$ 에 대한  $C_x$ 와  $C_y$ 의 변화를 보이고 있다. 그림에서 알 수 있듯이  $K=5$ 에서의  $C_y$ 는 무시할 만큼 작으며  $C_x$ 는 거의 규칙적으로 변화한다. 그러나  $K=10$ 의 경우 (Fig. 4)는 이와 달리 초기과

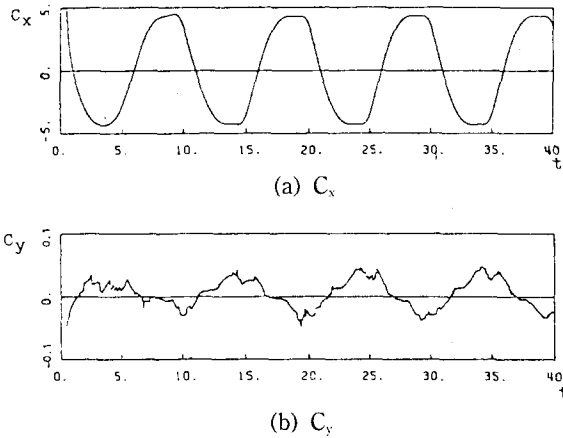


Fig. 3 Record of  $C_x$  and  $C_y$  for the oscillatory flow past a circular cylinder at  $K=5$

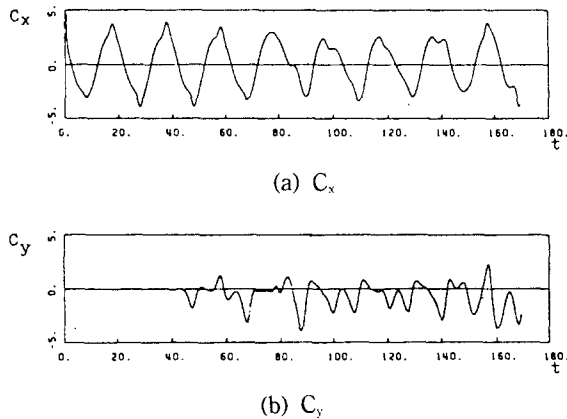


Fig. 4 Record of  $C_x$  and  $C_y$  for the oscillatory flow past a circular cylinder at  $K=10$

정 ( $t \leq 40$ )에서는 보오텍스의 웨딩(Shedding)이 없었으나 그 이후에는 비대칭으로 보오텍스가 웨딩하여,  $C_y$ 의 변화(Fig. 4(b))는 물론  $C_x$ 의 변화(Fig. 4(a))에서도 뚜렷한 규칙성을 찾을 수 없다. 특히  $C_y$ 는  $t=40$ 에서 갑자기 증대하며 그 후의 변화는  $C_x$ 의 그것보다 훨씬 더 임의성을 띄고 있다. 이러한 불규칙적 거동은 보오텍스와 원주와의 상호작용이 복잡한 양상을 띄고 있기 때문인 것으로 생각된다. 실제 현상에서는 이러한 불규칙성이 그렇게 심한 편은 아니다. 본 수치해석 결과가 이러한 불규칙성을 나타내는 이유로서는 격자계의 비

조밀성,  $\xi_m$ 의 크기 및 거기서의 경계조건 등을 들 수 있으나 확실하지는 않다.

Table 2는  $C_x$ 의 rms값을 구한 결과이다. 여기서  $K=5$ 는  $10 \leq t \leq 40$ 의 데이터(data)를  $K=10$ 은  $85 \leq t \leq 145$ 의 데이터를 이용하였다. 수치해석이 실험 결과보다 약 20~30%의 정도로 과대 예측하고 있음을 알 수 있다. 이는 격자계가 충분하게 조밀하지 못한 때문으로 생각된다.

Table 2 Coefficient of the inline force  $C_x$  obtained by the present study in comparison with that of Williamson's empirical formula.

K	$C_x$ rms	Williamson's formula	diff.
5	3.393	2.663	27%
10	1.832	1.513	21%

Fig. 5, 6은  $K=5$ 의 경우에 있어서의 유동함수  $\Psi$  및 와도  $\zeta$ 의 분포를 나타내고 있다. 여기서  $\Psi$  은

$$\psi_1 = \Psi - y \dots\dots\dots (22)$$

으로 유체를 고정시키고 원주가 운동하는 상대적 유동함수이다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이  $K=5$ 의 경우에는 보오텍스 웨딩을 볼 수 없으며 보오텍스 전개과정은 완전히 대칭적이다. 이러한 연유로 하여  $C_y$ 는 작은 값으로 나타난다.

Fig. 7, 8은  $K=10$ 의 경우이다. 불규칙성을 보이기 위하여 1.5주기 동안의 경과를 나타내었다.  $t=140 \sim 148$ 의 동안에는 원주의 하부에서 하나의 보오텍스가 완전히 웨딩되는 모양을 볼 수 있다. 그리고 이 과정에서 웨딩된 보오텍스는 원주로부터 점점 떨어져 하부로 옮겨지며 이동한다. 이는 이미 그 앞에서 웨딩된 보오텍스들이 하향유동을 발생시키고 있기 때문이다. 이러한 하향유동은  $40 \leq t \leq 169$ 의 전 기간 동안 상향유동으로 변하지 않고 유지되고 있는 것 같다.  $150 \leq t \leq 160$ 의 과정은  $140 \leq t \leq 150$ 의 과정과 비교해 볼 때 전혀 그 유사성을 찾을 수 없다. 이는  $140 \leq t \leq 150$  사이에 웨딩된 보오텍스가 그 전의 보오텍스와 다른 양상으로 작용하기 때문이다. 보오텍스와 원주의 충돌은  $165 \leq t \leq 169$  과정에서 볼 수 있다. 이 과정에

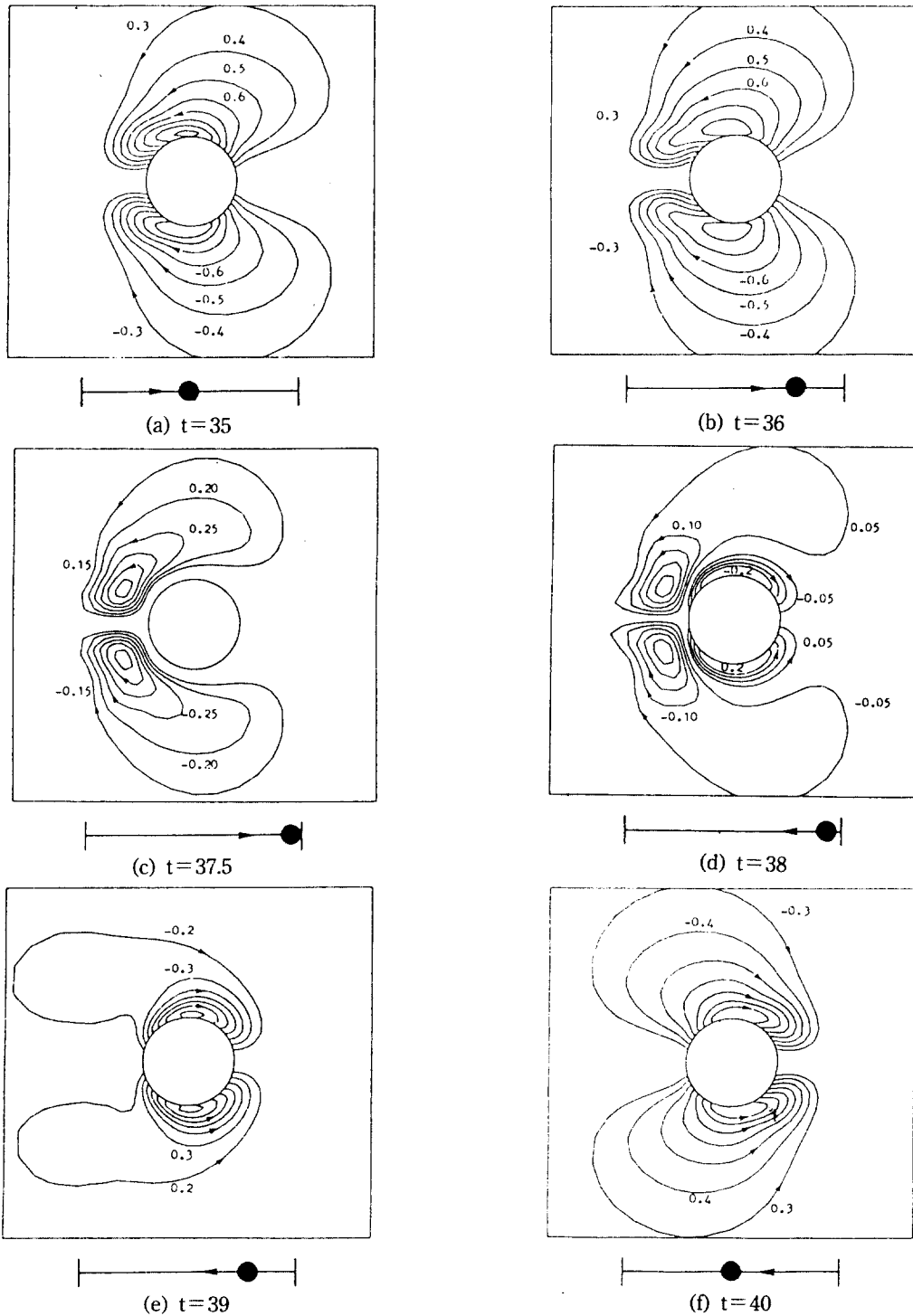


Fig. 5 Development in the distributions of the stream function  $\psi$  at  $K=5$ . Arrows refer to the cylinder motion and black dots refer to the cylinder position

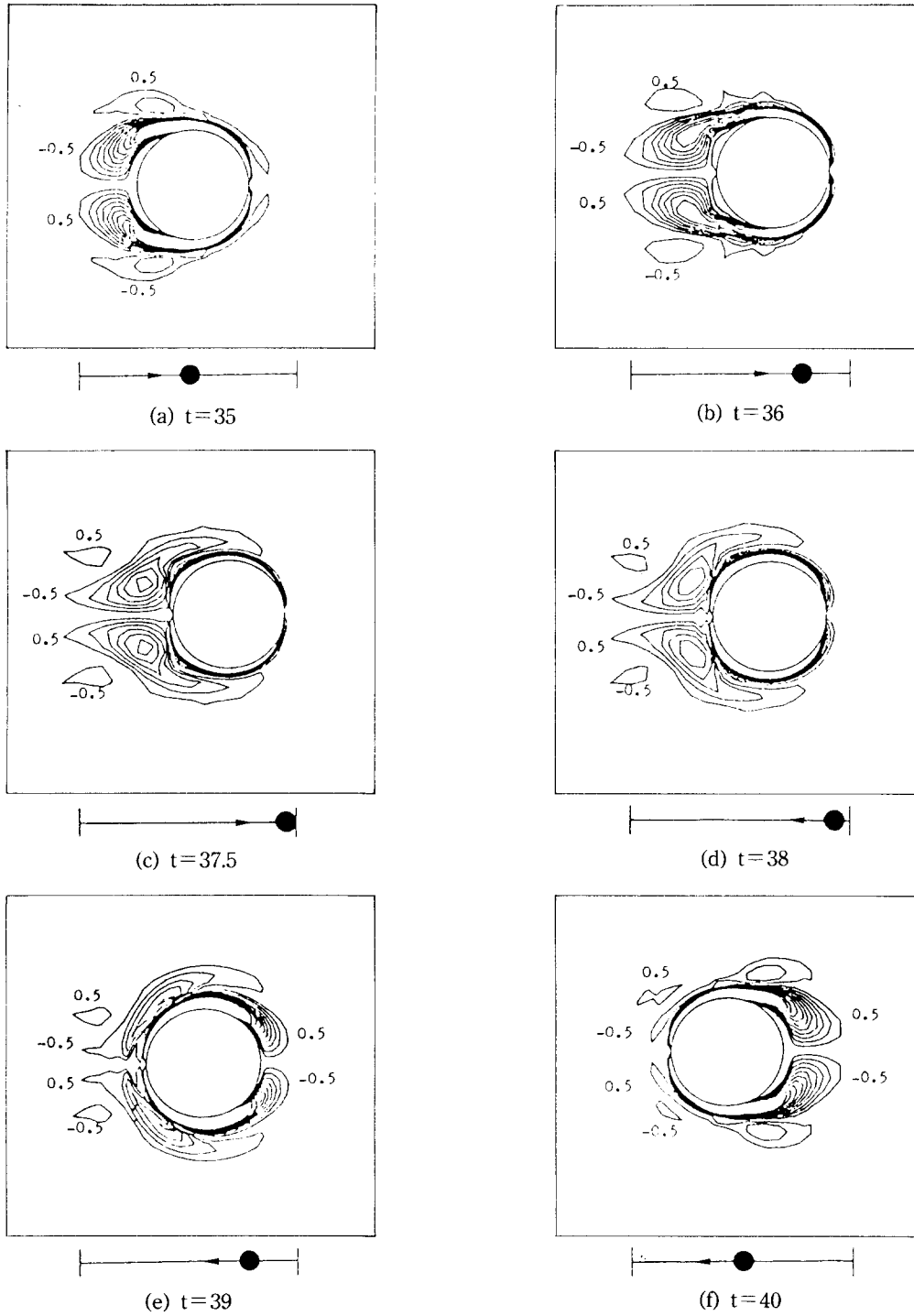


Fig. 6 Development in the distributions of the vorticity  $\zeta$  at  $K=5$ . Increments of vorticity are 0.5



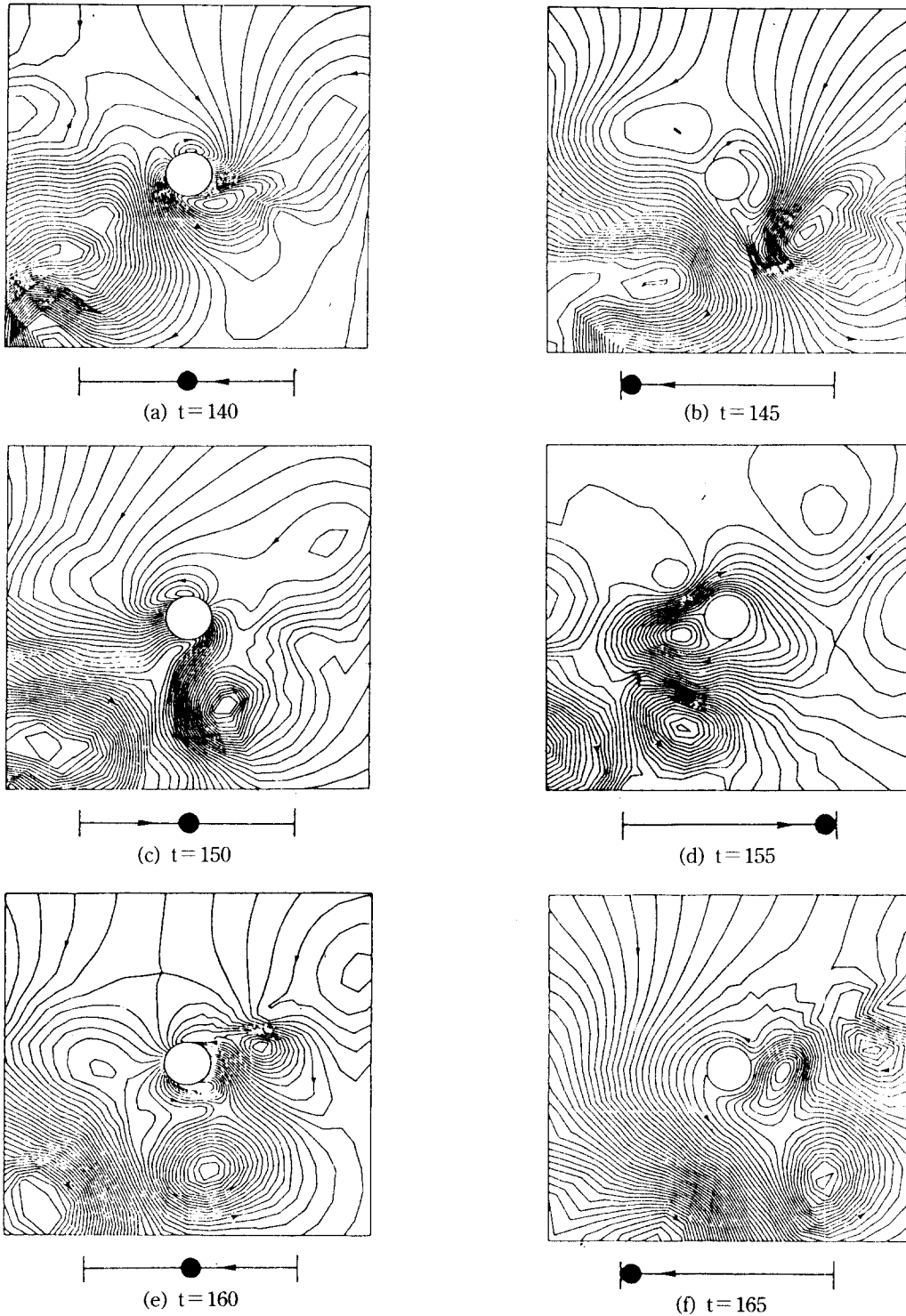


Fig. 7 Development in the distributions of the stream function  $\psi$  at  $K=10$ .  
 Increments of stream functions are 0.1

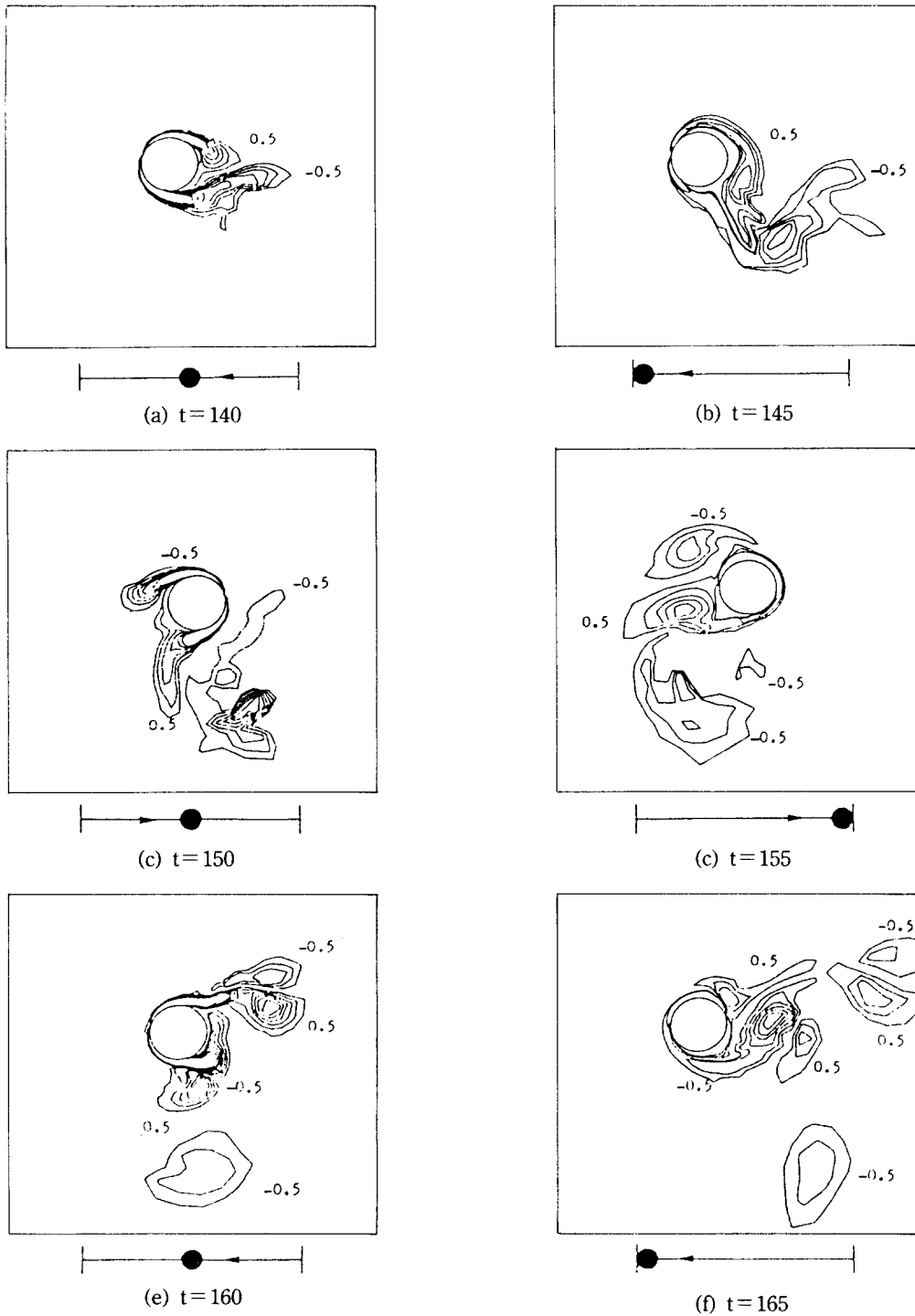


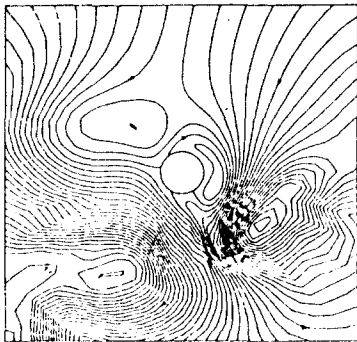
Fig 8 Development in the distributions of the vorticity  $\zeta$  at  $K=10$   
 Increments of vorticity are 0.5

서 원주와 충돌한 보오텍스는 둘로 갈라지며 상부로 갈라진 보오텍스는 상부에서 형성되는 보오텍스와 통합되나 그 하부로 갈라진 보오텍스는 약한 세력으로 확산되어 간다.”

Fig. 9는 대표적으로  $K=10$ 의 경우에 있어서의 가시화 촬영 결과와 본 수치해석 결과를 비교한 것이다. (a)는  $Re=1600$ 에서의 실험결과이고, (b)는  $Re=100$ 에서의 수치해석 결과로서  $Re$ 수는 다르지만 비슷한 유동양상을 보임을 알 수 있다.



(a) Experimental result



(b) The present numerical result

Fig. 9 Comparison in the formation of vortex patterns at  $K=10$ :  $Re=1600$  for the experiment and 100 for the numerical result

## 7. 결 론

본 연구를 통하여 얻어진 큰 결실중의 하나는 비정상 유동문제를 위한 4계 Runge-Kutta방법의 개발이다.

본 연구에서 개발한 Runge-Kutta의 방법은 안정성과 정확성 면에서 큰 장점을 갖고 있는 것으로 생각된다. 그러나 상대적으로 Poisson방정식을 푸는데 대부분의 시간(80% 이상)이 소요되어 이 식의 보다 더 효과적인 처리방법(예를들면 Spectral 방법)이 요구된다.

본 연구에서 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

1) 원주 주위에 발생한 보오텍스는 그 생성 및 발달 과정이  $K$ 수의 값에 따라 특이한 양상을 보이며 이것이 양력에 미치는 효과는 지대하다.

2) Runge-Kutta 방법을 비정상 Navier-Stokes 방정식에 사용한 결과 정도면에서 보장되며 안정성 면에서도 뛰어났다.

3) 수치해석 결과, 계산된 하중계수(rms)는 측정된 값의 20%~30% 정도로 과대 예측하였다. 이의 원인으로서는, 첫째 격자계의 불충분함, 둘째  $\xi_m$ 의 크기 및 그곳에서의 경계조건 문제 등과 같은 수치해석상의 근본적 문제점을 들 수 있다.

4)  $K=5$ 에서의 유동은 규칙적이거나  $K=10$ 에서의 유동은 불규칙적임이 수치해석 결과 나타났다.

## 후 기

본 논문은 1988년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구된 결과임.

## 참 고 문 헌

- 1) Sarpkaya, T., "Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough Circular Cylinder at High Reynolds Numbers", Naval Postgraduate School, Monterey, NPS 59 SL 76021, 1976

- 2) Maull, D.J. and M.G. Milliner, "Sinusoidal Flow past a Circular Cylinder", Coastal Engineering, Vol. 2, pp. 149~168, 1978
- 3) Keulegan, G.H. and L.H. Carpenter, "Forces on Circular Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid", J. Res., Nat. Bur. Std., Vol. 60, No. 5, pp. 423~440, 1958
- 4) Graham, J.M.R., "The Forces on Sharp-Edged Cylinders in Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers", J. Fluid Mech., Vol. 97, pp. 331~346, 1980
- 5) Stansby, P.K., "An Inviscid Model of Vortex Shedding from a Circular Cylinder in Steady and Oscillatory for Flows", Proc. Instn. Civ. Engrs., Vol. 63, pp. 865~880, 1977
- 6) Murashige, S., T. Kinoshige, and M. Ginatsu, "Direct Calculations of the Navier-Stokes Equation for Forces acting on a Cylinder in Oscillatory Flow", Proc. 8th Int. Conf. Off-shore Mech. Art. Eug'g, pp. 411~418, 1989
- 7) 서용권, 서이수, 박춘근, 문종춘, "왕복운동하는 원주 주위의 유동특성에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제3권 제1호, pp. 377~388, 1989
- 8) Williamson, C.H.K., "Sinusoidal Flow relative to Circular Cylinders", J. Fluid Mech., Vol. 155, pp. 141~174, 1985
- 9) Bearman, P.W., J.M.R. Graham, and S. Singh, "Forces on Cylinders in Harmonically Oscillating Flow", Mech. of Wave Induced Forces on Cylinders, (ed. T. L. Shaw), 1989
- 10) Kawaguti, M., "Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations for the Flow around a Circular Cylinder at Reynolds Number 40", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 8, P. 747, 1953
- 11) Tritton, D.J., "Experiments on the Flow past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers", J. Fluid Mech., Vol. 6, pp. 547~567, 1959
- 12) Apelt, C.J., "The Steady Flow of a Viscous Fluid past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers 40 and 44", Aero. Res. Coun. Rep. Mem. (GB) 3175, 1961
- 13) Kawaguti, M. and P.C. Jain, "Numerical Study of a Viscous Fluid past a Circular Cylinder", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 21, pp. 2055, 1966
- 14) Thoman, D.C. and A.A. Szewczyk, "Time-Dependent Viscous Flow over a Circular Cylinder", The Phys. Fluids, Supp. II, II 76-II 87, 1969
- 15) Son, J.S. and T.J. Hanratty, "Numerical Solution for the Flow around a Cylinder at Reynolds Numbers of 40, 200 and 500", J. Fluid Mech., Vol. 35, pp. 369~386, 1969
- 16) Takami, H. and H.B. Keller, "Steady Two-Dimensional Viscous Flow of an Incompressible Fluid past a Circular Cylinder", The Phys. Fluids, Supp. II, II 51-II 56, 1969
- 17) Jain, P.C. and K.S. Rao, "Numerical Solution of Unsteady Viscous Incompressible Fluid Flow past a Circular Cylinder", The phys. Fluids, Supp. II, II 57-II 64, 1969
- 18) Dennis, S.C.R. and G.Z. Chang, "Numerical Solutions for steady Flow past a Circular Cylinder at Reynolds Numbers up to 100", Vol. 42, pp. 471~489, 1970
- 19) Dennis, S.C.R., "The Numerical Solution of the Vorticity Transport Equation", Proc. 3rd Int. Conf. Num. Meth. Fluid Mech., Vol. 2, Lecture notes in Physics, Vol. 19, pp. 120, 1973
- 20) Fornberg, B., "A Numerical Study of Steady Viscous Flow past a Circular Cylinder" J. Fluid Mech., Vol. 98, pp. 819~855, 1980