표본크기가 다른 정규모집단의 평균에 대한 부분집합선택절차론의 성질과 비교연구

손 중 권* 김 소 연* 김 영 훈**

요 약

표본의 크기가 동일하지 않으면서 등분산이 기지 또는 미지인 경우 k개의 정규모집단의 평균에 대한 부분집합선택절차론은 여러 사람들에 연구되었으나 재안된 부분집합선택절차들의 성질과 효율성을 비교한 결과가 미흡하다. 본 고에서는 제안된 절차들의 특성을 조사하고 여러가지 형태에서 효율성을 비교하였다.

1. 서 론

통계적 추론분야에서 매우 활발한 연구영역의 하나인 다중결정이론중에서 부분집합선택절차론은 중요한 역할을 하고 있다. 이 절차론은 K개의 모집단 중에서 최고의 모집단을 포함하는 부분집합을 선택하는 것으로 이에 관한 연구는 Gupta(1956)이래 여러 사람들에 의하여 수행되어 오고 있다. 그러나 많은 연구가 각 모집단에서 추출한 표본의 크기가 동일하거나 혹은 모집단이 등분산을 가진다는 가정하에서 이루어져 있으나 실제로 이런 가정을 만족하는 경우가 거의 없어 연구결과를 응용하는 데는 한계를 지니고 있다. 이와 같은 이유 때문에 표본의 크기가 동일하지 않으면서 기지의 등분산인 경우를 조사한 연구로는 Gupta와 Huang(1974, 1976)의 것이 있으며, 표본의 크기가 동일하지 않으면서 미지의 등분산을 가지는 경우에서는 Gupta와 Huang(1974, 1976)과 Chen, Dudewicz와 Lee(1976)가 연구하였다. 동일한 표본크기를 갖지 않으면서 분산도 동일하지 않는 경우에 대해서는 Gupta와 Wong (1976)이 부분집합선택절차를 제안하였다.

하지만 주어진 상황에서 적용가능한 여러 절차들 중 최적의 절차를 찾아주는 연구는 상당히 미흡한 편이라 하겠다. 부분적으로는 Sohn과 Gupta(1990)가 동일한 표본크기와 미지의 등분산을 가질 때 부분집합선택절차론의 운용특성에 관한 조사를 했으며, Gupta와 Huang (1976, 1977)이 기지와 미지의 등분산인 경우 몇몇 절차들의 효율을 비교하였으나 모집단의

*경북대학교 통계학과, 대구시 산격동 1370(702-701)

**안동대학 전산통계학과, 안동시 송천동 388(760-749)

갯수 K가 2인 경우에 국한되었다.

본 연구에서는 모집단의 갯수가 2보다 큰 경우 표본크기가 동일하지 않으면서 분산이 기지인 경우와 분산이 미지이면서 동일한 경우에서 기존 절차들의 성질을 조사하고 그 효율을 비교하고자 한다. 2절에서는 기존의 여러 부분집합선택절차를 소개하고 그 성질을 조사하며, 3절에서는 절차들의 효율을 여러가지 경우에서 비교한다.

2. 부분집합선택절차들의 성질

본 절에서는 먼저 비교하고자 하는 기존의 절차를 소개하고 그 성질을 알아보고자 한다.

$\Pi_1, \Pi_2, \cdots, \Pi_k(k \geqq 2)$는 미지의 평균 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k$와 모분산 σ^2을 가지는 독립인 정규모집단을 따른다고 하자. 모수공간 Ω는

$$\Omega = \{\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k) \in R^k \mid -\infty < \theta_i < \infty,\ i = 1, 2, \cdots, k,\ 0 < \sigma^2 < \infty\}$$

로 정의한다. θ_i의 크기 순서대로 나열한 것을 $\theta_{[1]} \leqq \theta_{[2]} \leqq \cdots \leqq \theta_{[k]}$라고 하고 $\Pi_{(i)}$는 $\theta_{[i]}(i=1, 2, \cdots, k)$에 해당하는 미지의 모집단이라고 표기하기로 한다. 여기서 Π_i와 $\theta_{[i]}$의 정확한 관계는 모른다고 가정한다.

$X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{in_i}(i = 1, 2, \cdots, k)$는 모집단 Π_i에서 얻어진 n_i개의 독립인 확률표본이고 $\overline{X_i}$는 그 표본평균이라고 하자. $\theta_{[k]}$에 해당되는 모집단을 최고의 모집단이라 정의하면 우리의 목적은 최고의 모집단을 포함하는 부분집합을 선택하는 것이다. 여기서 올바른 선택 CS(Correct Selection)은 최고의 모집단을 포함하는 어떤 부분집합을 선택하는 것이며 주어진 절차 R에 대한 확률적 조건은 $\inf_{\underline{\theta} \in \Omega} P(CS \mid R) \geqq P^*(1/k < P^* < 1)$이고 이것을 P^*-조건(P^*-condition)이라고도 한다.

이제 모집단의 분산이 기지인 경우와 미지인 경우에서 여러 절차들을 소개하고 그 특성을 조사하고자 한다.

분산이 알려져 있는 경우 일반성을 잃지 않고 $\sigma^2 = 1$이라고 가정할 수 있다. 이 경우 Gupta와 Huang(1974, 1976)은 절차 R_1과 R_2를 다음과 같이 제안하였다.

$$R_1 : \Pi_i\text{를 선택할 필요충분조건은 } \overline{X}_i \geqq \max_{1 \leq j \leq k} \overline{X}_j - \frac{d_1}{\sqrt{n_i}} \text{ 이다.}$$

$$R_2 : \Pi_i\text{를 선택할 필요충분조건은 } \overline{X}_i \geqq \max_{\substack{1 \leq j \leq k \\ j \neq i}} \left[\overline{X}_j - d_2\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}\right] \text{ 이다.}$$

단, $d_1 \equiv d_1(k, P^*, n_1, n_2, \cdots, n_k)$과 $d_2 \equiv d_2(k, P^*, n_1, n_2, \cdots, n_k)$는 음이 아닌 상수로써 P^*-조건을 만족하도록 고안되어지며 d_1과 d_2의 값들은 그들의 논문에 주어져 있다.

분산이 알려져 있지 않은 경우에 Gupta와 Huang(1974, 1976)이 제안한 절차 R_3, R_4와 Chen, Dudewicz와 Lee(1976)이 제안한 절차 R_5는 다음과 같다.

R_3 : Π_i를 선택할 필요충분조건은 $\overline{X}_i \geqq \max_{1\leq j\leq k} \overline{X}_j - \frac{d_3 S_\nu}{\sqrt{n_i}}$ 이다.

R_4 : Π_i를 선택할 필요충분조건은 $\overline{X}_i \geqq \max_{1\leq j\leq k} \left[\overline{X}_j - d_4 S_\nu \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}\right]$이다.

R_5 : Π_i를 선택할 필요충분조건은 $\overline{X}_i \geqq \max_{1\leq j\leq k} \left[\overline{X}_j - d_5 S_\nu \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{a}}\right]$ 이다.

단, $d_3 \equiv d_3(k, P^*, n_1, n_2, \cdots, n_k)$, $d_4 \equiv d_4(k, P^*, n_1, n_2, \cdots, n_k)$, $d_5 \equiv d_5(k, P^*, n_1, n_2, \cdots, n_k, a)$는 음이 아닌 상수로 P^*－조건을 만족하도록 고안되어지며 S_ν^2는 합동표본분산(Pooled Sample Variance)이고, $\nu = \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)$이다. 절차 R_5에서 $a(\geqq 0)$는 임의의 고정된 상수이다.

이제 절차 R_1, R_2, R_3, R_4와 R_5가 가지고 있는 성질들을 알아보고자 한다. 먼저 $P_{(i)}$는 $\pi_{(i)}$가 선택되어질 확률이라 표기하면 $\theta_{[i]} \geqq \theta_{[j]} (1 \leqq i < j \leqq k)$일 때 $P_{(i)} \geqq P_{(j)}$이면 절차 R은 단조성(Monotonicity)을 가진다고 하며, $\theta_{[k]} \geqq \theta_{[i]} (i = 1, \cdots, k-1)$일 때 $P_{(k)} \geqq P_{(i)}$이면 절차 R은 불편성(Unbiasedness)을 가진다고 한다. 참고로 절차 R이 단조성을 지니면 불편이 된다는 것은 쉽게 알 수 있다. 그러면 절차 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5들의 성질들은 다음과 같음을 알 수가 있다.

결과 : $n_1 = \cdots = n_{k-1} = \alpha n_k$, $0 < \alpha < 1$이라 하자. 그러면 절차 R_1, R_2, R_3, R_4와 R_5에 대하여 다음과 같은 성질을 만족한다.

(1) 절차 R_1, R_2, R_3, R_4와 R_5는 단조성과 불편성을 가진다.

(2) S를 절차에 의해 선택된 부분집합의 크기라고 하면

(i) $\sup_{\theta \in \Omega} E(S \mid R_1) \leqq k\Phi(d_1)$,

(ii) $\sup_{\theta \in \Omega} E(S \mid R_2) \leqq k\Phi(d_2)$,

(iii) $\sup_{\theta \in \Omega} E(S \mid R_3) \leqq k\int_0^\infty \Phi(d_3 x) dQ_\nu(x)$,

(iv) $\sup_{\theta \in \Omega} E(S \mid R_4) \leqq k\int_0^\infty \Phi(d_4 x) dQ_\nu(x)$,

(v) $\sup_{\theta \in \Omega} E(S \mid R_5) \leqq k\int_0^\infty \Phi(d_5 x) dQ_\nu(x)$, 이다.

3. 효율의 비교

여기서는 앞 절에서 설명한 절차 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5의 효율을 비교하려고 한다. 일반적으로 절차 R의 효율(Efficiency)은

$$\mathrm{Eff}(R) = \frac{kP(CS \mid R)}{E(S \mid R)}$$

로 정의되어지며, 여기서 $E(S \mid R) = \sum_{i=1}^{k} P\{\Pi_{(i)}$를 선택 $\mid R\}$이다.

여러 절차들의 효율의 비교는 모집단의 평균에 대한 두가지 배열인 스리피지배열(Slippage Configuration)

$$\theta_{[1]} = \cdots = \theta_{[k-1]} = \theta_{[k]} - \delta,\ \delta > 0$$

과 등간격 배열(Equi-spaced configuration)

$$\theta_{[i+1]} - \theta_{[i]} = \delta,\ \delta > 0,\ i = 1,\ \cdots,\ k-1$$

상에서 하기로 한다.

스리피지배열상에서 절차 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5의 $P(CS \mid R)$은 다음과 같이 주어진다.

$$P(CS \mid R_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}(y + d_1) + \delta\sqrt{n_{(j)}}\right) d\Phi(y)$$

$$P(CS \mid R_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y + \delta\sqrt{n_{(j)}} + d_2\sqrt{1 + \frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\right) d\Phi(y)$$

$$P(CS \mid R_3) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y + \delta\sqrt{n_{(j)}} + d_3 s\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

$$P(CS \mid R_4) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y + \delta_4\sqrt{n_{(j)}} + d_4 s\sqrt{1 + \frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

$$P(CS \mid R_5) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y + \sqrt{n_{(j)}}\,\delta + d_5 s\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}} + \frac{n_{(j)}}{a}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

또한 등간격 배열상에서 절차 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5의 $P(CS \mid R)$은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$P(CS \mid R_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}(y + d_1) - (j-k)\delta\sqrt{n_{(j)}}\right) d\Phi(y)$$

$$P(CS \mid R_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y - (j-k)\delta\sqrt{n_{(j)}} + d_2\sqrt{1 + \frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\right) d\Phi(y)$$

$$P(CS \mid R_3) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}(y + d_3 s) - (j-k)\delta\sqrt{n_{(j)}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

$$P(CS \mid R_4) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y - (j-k)\delta\sqrt{n_{(j)}} + d_4 s\sqrt{1 + \frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

$$P(CS \mid R_5) = \int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}}}\, y - (j-k)\delta\sqrt{n_{(j)}} + d_5 s\sqrt{\frac{n_{(j)}}{n_{(k)}} + \frac{n_{(j)}}{a}}\right) d\Phi(y)dQ_{\nu}(s)$$

여기서 여러 절차들의 효율을 비교하기 위해서 모분산 σ^2이 기지인 경우 $P^* = 0.90,\ 0.95$; $\delta = 0.1,\ 0.3,\ 0.5,\ 1.0$; $k = 2,\ 3,\ 5,\ 10$; $\alpha = \frac{1}{4},\ \frac{2}{3}$에서 절차 R_1과 R_2의 효율을 계산하였으며

그 결과는 표-1과 표-2에 수록되어 있다. 또한 모분산이 미지인 경우 $P^* = 0.90, 0.95$; $\delta = 0.1, 0.3, 0.5, 1.0$; $k = 2, 3, 4, 6$; $\alpha = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$에서 절차 R_3, R_4, R_5의 효율을 계산하였으며 그 결과는 표-3과 표-4에 수록되어 있다. 효율을 구할 때 필요한 $P(CS \mid R)$값 등의 적분을 계산하기 위하여 60점 Gauss-Hermite quadratures, 60점 Gauss-Laguerre quadratures와 IMSL 부프로그램 MDNOR을 사용하였으며, 모든 계산은 경북대학교 전자계산소의 CYBER 170-835를 사용하였다.

이 계산결과를 통해 절차들의 효율비교에 대한 결론은 다음과 같이 요약되어진다.

모분산이 알려져 있는 경우 표-1과 표-2를 보면 δ와 α가 증가함에 따라 절차 R_1과 R_2의 효율도 증가함을 보여주며, 스리피지 배열과 등간격 배열, 그리고 k, P^*, δ와 α값의 모든 조합에서 절차 R_3가 절차 R_1보다 더 효율적임을 알 수 있다. 따라서 동일한 표본크기를 갖지 않으면서 모분산을 알고 있는 경우에는 절차 R_2를 사용함이 타당하다는 것을 알 수 있다.

모분산이 알려져 있지 않은 경우 표-3과 표-4에서 알 수 있듯이 δ와 α가 증가하면 절차 R_3, R_4, R_5의 효율도 증가하고, 절차 R_4는 절차 R_3보다 효율적이며, δ가 0.5보다 큰 경우 절차 R_4가 절차 R_5보다 더 효율적인 것으로 나타났다. 따라서 표본의 크기가 같지 않으면서 모분산을 모르는 경우에는 절차 R_3보다 절차 R_4를 사용하는 것이 타당하나, δ가 어느 정도 큰 경우에는 절차 R_4가 절차 R_5보다 더 효율적임을 알 수 있다.

표-1 스리피지 배열에서 절차 R_1과 R_2의 비교

		δ	0.1		0.3		0.5		1.0	
α	P^*	k	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)
1/4	.90	2	0.9981	1.0617	0.9998	1.2148	1.0004	1.4333	1.0265	1.9331
		3	0.9994	1.0521	0.9999	1.1998	1.0003	1.4640	1.0012	2.6348
		5	0.9998	1.0427	1.0000	1.1647	1.0000	1.4093	1.0000	3.3910
		10	0.9997	1.0341	1.0000	1.1229	1.0000	1.3056	1.0000	3.6582
	.95	2	0.9998	1.0348	1.0000	1.1321	1.0000	1.3000	1.0008	1.8636
		3	0.9999	1.0298	1.0000	1.1148	1.0000	1.3020	1.0000	2.4020
		5	1.0000	1.0249	1.0000	1.0954	1.0000	1.2577	1.0000	2.8455
		10	1.0000	1.0205	1.0000	1.0697	1.0000	1.8769	1.0000	2.8601
2/3	.90	2	1.0117	1.0532	1.0825	1.1792	1.1942	1.3530	1.6865	1.8510
		3	1.0043	1.0506	1.0555	1.1744	1.1439	1.3730	1.8082	2.3524
		5	0.9998	1.0467	1.0345	1.1542	1.0910	1.3359	1.7015	2.7323
		10	0.9969	1.0422	1.0192	1.1274	1.0477	1.2643	1.4592	2.7110
	.95	2	1.0027	1.0299	1.0332	1.1079	1.0923	1.2345	1.4817	1.7398
		3	1.0003	1.0282	1.0208	1.1005	1.0627	1.2331	1.4862	2.0688
		5	0.9989	1.0259	1.0121	1.0859	1.0369	1.2014	1.3828	2.2373
		10	0.9982	1.0235	1.0064	1.0688	1.0178	1.1532	1.2373	2.1349

표-2 등간격배열에서 절차 R_1과 R_2의 비교

		δ	0.1		0.3		0.5		1.0	
α	P*	k	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)	Eff (R_1)	Eff (R_2)
1	.90	2	0.9981	1.0617	0.9998	1.2148	1.003	1.4333	1.0265	1.9331
/		3	0.9996	1.0856	1.0000	1.3960	1.0010	1.8804	1.2391	2.8055
4		5	0.9999	1.1479	1.0001	1.9495	1.0388	2.8353	1.7597	4.4696
		10	1.0000	1.4465	1.0882	3.4621	1.7047	5.1265	3.1711	8.3841
	.95	2	0.9998	1.0348	1.0000	1.1321	1.0000	1.3000	1.0601	1.8639
		3	1.0000	1.0494	1.0000	1.2662	1.0000	1.6883	1.0562	2.6678
		5	1.0000	1.0894	1.0000	1.7431	1.0045	2.5732	1.6018	4.2039
		10	1.0000	1.3150	1.0234	3.1435	1.5338	4.7107	2.8385	7.8275
2	.90	2	1.0117	1.0532	1.0825	1.1792	1.1942	1.3530	1.6865	1.8510
/		3	1.0176	1.0803	1.1386	1.3325	1.4086	1.7360	2.2543	2.6362
3		5	1.0356	1.1442	1.3989	1.8143	2.0415	2.6149	3.3588	4.1375
		10	1.1369	1.4277	2.4057	3.2245	3.6213	4.7393	6.0158	7.6870
	.95	2	1.0027	1.0299	1.0332	1.1079	1.0923	1.2345	1.4817	1.7398
		3	1.0057	1.0446	1.0646	1.2116	1.2456	1.5445	1.9823	2.4418
		5	1.0139	1.0842	1.2468	1.6088	1.8069	2.3495	3.0023	3.8168
		10	1.0697	1.2866	2.1459	2.8903	3.2639	4.3063	5.5040	7.0812

표-3 스리피지 배열하에서 절차 R_3, R_4, R_5의 비교

α	P^*	k	0.1 Eff (R_3)	0.1 Eff (R_4)	0.1 Eff (R_5)	0.3 Eff (R_3)	0.3 Eff (R_4)	0.3 Eff (R_5)	0.5 Eff (R_3)	0.5 Eff (R_4)	0.5 Eff (R_5)	1.0 Eff (R_3)	1.0 Eff (R_4)	1.0 Eff (R_5)
2/3	.90	2	1.0098	1.0411	1.0355	1.0812	1.1267	1.1188	1.1600	1.2219	1.2113	1.4162	1.5131	1.4976
		3	0.9961	1.0146	1.0156	1.0185	1.0479	1.0462	1.0422	1.0891	1.0833	1.1508	1.2831	1.2596
		5	0.9972	1.0058	1.0023	1.0052	1.0188	1.0059	1.0127	1.0357	1.0103	1.0515	1.1359	1.0370
		6	0.9996	1.0006	1.0013	1.0004	1.0020	1.0024	1.0010	1.0041	1.0039	1.0042	1.0226	1.0178
	.95	2	1.0033	1.0285	1.0238	1.0502	1.0890	1.0819	1.1032	1.1595	1.1494	1.2968	1.4035	1.3857
		3	0.9976	1.0089	1.0095	1.0108	1.0291	1.0279	1.0244	1.0551	1.0508	1.0882	1.1868	1.1679
		5	0.9986	1.0031	1.0014	1.0031	1.0103	1.0038	1.0072	1.0198	1.0065	1.0271	1.0800	1.0205
		6	0.9998	1.0003	1.0005	1.0003	1.0010	1.0011	1.0007	1.0019	1.0018	1.0021	1.0101	1.0078
1/2	.90	2	0.9892	1.0321	1.0243	1.3260	1.1005	1.0887	1.0809	1.1811	1.1645	1.2675	1.4597	1.4318
		3	0.9901	1.0454	1.0137	1.0038	1.1638	1.0377	1.0157	1.2979	1.0682	1.0717	1.7910	1.2330
		4	0.9952	1.0047	1.0082	1.0004	1.0157	1.0171	1.0039	1.0314	1.0286	1.0190	1.1358	1.1094
		6	0.9995	1.0004	1.0014	1.0000	1.0015	1.0021	1.0003	1.0031	1.0031	1.0011	1.0216	1.0145
	.95	2	0.9909	1.0216	1.0155	1.0173	1.0689	1.0590	1.0466	1.1276	1.1127	1.1714	1.3572	1.3273
		3	0.9945	1.0370	1.0083	1.0023	1.1307	1.0222	1.0088	1.2391	1.0406	1.0378	1.6674	1.1495
		4	0.9977	1.0024	1.0044	1.0005	1.0082	1.0090	1.0024	1.0169	1.0151	1.0096	1.0805	1.0620
		6	0.9998	1.0002	1.0005	1.0000	1.0006	1.0008	1.0002	1.0012	1.0012	1.0007	1.0084	1.0053

표－4 등간격 배열하에서 절차 R_3.R_4. R_5의 비교

		δ	0.1			0.3			0.5			1.0		
α	P*	k	Eff (R_3)	Eff (R_4)	Eff (R_5)	Eff (R_3)	Eff (R_4)	Eff (R_5)	Eff (R_3)	Eff (R_4)	Eff (R_5)	Eff (R_3)	Eff (R_4)	Eff (R_5)
2	.90	2	1.0098	1.0411	1.0355	1.0812	1.1267	1.1188	1.1600	1.2219	1.2113	1.4162	1.5131	1.4976
/		3	1.0021	1.0239	1.0236	1.0399	1.0839	1.0799	1.0995	1.1842	1.1729	1.4505	1.6568	1.6225
3		4	1.0017	1.0130	1.0044	1.0244	1.0620	1.0186	1.0874	1.1891	1.0653	1.5846	1.8484	1.5102
		6	1.0005	1.0027	1.0034	1.0098	1.0394	1.0379	1.0988	1.2436	1.2275	1.8342	2.1662	2.1125
	.95	2	1.0033	1.0285	1.0238	1.0502	1.0890	1.0819	1.1032	1.1595	1.1494	1.2968	1.4035	1.3857
		3	1.0012	1.0140	1.0144	1.0231	1.0523	1.0495	1.0588	1.1213	1.1124	1.3189	1.5124	1.4865
		4	1.0011	1.0071	1.0028	1.0131	1.0356	1.0107	1.0484	1.1216	1.0364	1.4447	1.6925	1.3858
		6	1.0003	1.0012	1.0015	1.0041	1.0193	1.0182	1.0512	1.1599	1.1462	1.6874	1.9985	1.9480
1	.90	2	0.9892	1.0321	1.0243	1.0326	1.1005	1.0887	1.0809	1.1811	1.1645	1.2675	1.4597	1.4318
/		3	0.9940	1.0188	1.0201	1.0147	1.0724	1.0669	1.0465	1.1699	1.1523	1.3079	1.6582	1.6048
2		4	0.9981	1.0108	1.0139	1.0086	1.0574	1.0544	1.0397	1.1914	1.1712	1.4389	1.8833	1.8156
		6	1.0000	1.0020	1.0032	1.0024	1.0384	1.0360	1.0398	1.2584	1.2298	1.6596	2.2144	2.1283
	.95	2	0.9909	1.0216	1.0155	1.0171	1.0689	1.0590	1.0460	1.1276	1.1127	1.1693	1.3572	1.3273
		3	0.9967	1.0111	1.0121	1.0081	1.0445	1.0406	1.0250	1.1122	1.0984	1.2015	1.5232	1.4720
		4	0.9992	1.0056	1.0074	1.0045	1.0328	1.0308	1.0195	1.1257	1.1095	1.3187	1.7349	1.6706
		6	1.0000	1.0007	1.0012	1.0010	1.0171	1.0156	1.0143	1.1651	1.1412	1.5144	2.0305	1.9499

참 고 문

(1) Gupta, S. S. (1956), On a Decision Rule for a Problem in Ranking Means, Mimeo. Ser. No. 150. Inst. of Statis. North Carolina Univ. Chapel Hill, NC.

(2) Gupta, S. S. and Huang, W. T. (1974), A Note on Selecting a Subset of Normal Populations with Sample Sizes, Sankhya, Ser. A 36, 389 − 396.

(3) Gupta, S. S. and Huang, D. Y. (1976), Subset Selection Procedures for the Means and Variances of Normal Populations with Unequal Sample Size Case, Sankhya, Ser. B 38, pt. 2 ; 112 − 128

(4) Gupta, S. S. and Wong, W. Y. (1976), Subset Selection Procedures for the Means of Normal Populations with Unequal Variances with Unequal Sample Sizes Cases, Mimeo. Ser. No. 473, Dept. of Statist. Purdue Univ. West Lafayette, Indiana 47907.

(5) Gupta, S. S. and Huang, D. Y. (1977), Some Multiple Decision Problems in Analysis of Variance, Commun, Statist. Theor, meth, A 6(11), 1035 − 1054.

(6) Sohn, J. K. and Gupta, S. S. (1990), Operating Characteristics of a Subset Selection Procedure for Selecting the Best Normal Population with Common Unknown Variance, To appear in The Korean Journal of Applied Statistics, Vol. 3, No. 1.

Comparisions of some Subset Selection Procedures for K Normal Populations with Unequal Sample Size

Joong Kweon Sohn* So Yeon Kim* Yeung-Hoon Kim**

Abstract

The problem of selecting a nonempty subset of K(>2) normal means with unknown variances has been studied by many authors. But the comparisions of the properties and the efficiencies of the proposed subset selection procedures have not been carried out. Thus we investigate properties of the proposed procedures and compare their performances for various cases.

* Department of Statistics, Kyungpook National University Taegu 702 − 701

** Dept. of Computer Science and Statistics Andong National University Andong 760 − 749