

순수비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 거동에 관한 연구 —평형철근비를 중심으로—

A Study on the Behavior of Reinforced Concrete Beams
under Pure Torsion
—on the Torsional Balanced-Steel Ratio—

박 병 용* 음 성 우**
Park, Byong Yong Eum, Seong Woo

요 약

본 연구는 순수비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 파괴형태의 예측을 위해 이의 판단기준이 되는 평형철근비를 제시한 것이다. 제안식은 입체트러스 모델을 사용한 이론해석을 통해서 유도 하였으며, 해석과정에서는 사균열에 의해 발생하는 2축응력 상태하의 콘크리트 강도감소 효과를 고려하였다. 제안식의 타당성을 검토하기 위해 13개의 철근콘크리트 보 시험체를 제작하여 실험을 실시하였다. 제안식에 의한 예측파괴형태는 본 연구의 시험결과와는 상당한 차이를 보였으나 기존의 시험결과와는 잘 일치된 것으로 나타남을 알 수 있었다.

ABSTRACT

This paper proposes equations for balanced-steel ratio to predict the failure types in reinforced concrete beams under pure torsion. Equations are theoretically derived using a space truss model and considering a softening effect which reduces the strength of concrete due to the diagonal crack.

To investigate the validity of the proposed equations, experiments were conducted with 13 specimens. Correlation between predicted failure types by balanced-steel ratio and the experimental results in the literature was good, but not for beams tested in this paper.

1. 서 론

철근콘크리트 보에 발생하는 비틀림은 과거에는 보의 설계시에 이를 무시한 경향이 있었다. 그러나 근래들어 구조물의 설계법이 세련됨에 따라 안전율이 엄격한 제한을 받게 되었

고 층이 작고 스패이 긴 보가 출현함에 따라 보의 비틀림 강성이 문제가 되고 지진하중시에 발생된 구조물의 비틀림에 의한 피해 사례 등으로 인하여 비틀림이 구조물의 안전에 미치는 영향을 더 이상 무시할 수 없게 되었다.^{1), 2)} 이러한 이유로 철근콘크리트 보의 비틀림 문제는

* 정회원, 고려대학교 건축공학과 명예교수, 공학박사

** 정회원, CS구조연구소실장, 공학박사

·1990. 10.15접수, 본 논문에 대한 토론을 1991. 3. 30까지 본 학회에 보내주시면 1991.6월호에 그 결과를 게재해 드립니다.

은 연구자들의 관심의 대상이 되었고, 현재까지도 연구가 계속되고 있다.^{3), 4), 5), 6), 7), 8), 10)}

이 분야의 연구는 두가지 경우 즉, 순수비틀림의 경우 및 휨, 전단 등과의 복합된 비틀림의 경우로 대별된다. 이중에서도 특히 순수비틀림의 경우는 실제 구조물에서는 거의 드문 경우임에도 불구하고 복합하중시의 비틀림 거동을 규명하기 위해서 반드시 선결되지 않으면 안될 중요한 의미를 갖는다.

본 연구는 순수비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 비틀림 거동에 관한 연구⁶⁾의 일부로서 일반적인 휨 부재의 경우와 마찬가지로 비틀림 파괴형태를 예측하기 위해 이의 판단기준이 되는 평형철근비를 해석을 통하여 제시하고자한 것이다. 제안식은 입체트러스 모델(Space Truss Model)을 사용하여 휨의 평형조건 및 변형의 적합조건으로부터 유도하였다. 이때 철근콘크리트 보가 비틀림을 받을 경우에는 콘크리트는 2축응력 상태하에 놓이게 됨으로써 나타나게 되는 콘크리트 강도감소 효과(Softening effect)^{7), 8)}를 고려하여, 콘크리트의 응력-변형도 곡선은 Vecchio-Collins의 제안식⁹⁾을 따랐고, 철근의 응력-변형도 관계는 완전 탄소성 재료로 가정하였다.

제안식의 타당성을 검토하기 위하여 동일한 단면적으로 된 2종(단면 형상비 $\frac{y}{x}=1.0, 1.5$)의 시험체를 체적철근비를 0.5에서 2.0 사이에서 변화시켜 순수비틀림 실험을 실시하여 초기하중에서 극한하중에 이르는 각 하중단계에서 비틀림 모멘트, 비틀림 각, 철근 및 콘크리트의 변형도를 측정하고, 이 결과를 통해서 해석의 타당성을 검토하였다. 또한 기존의 다른 연구자^{10), 11), 12)}들에 의한 제안식 및 실험결과와의 비교를 통해서 제안식의 타당성을 검토하였다.

본 연구는 일반 콘크리트로 제한하였으며 저항도 및 고강도 콘크리트에 대해서는 별도의 연구가 뒤따라야 함을 밝혀둔다.

2. 기존의 연구 검토

일반적으로 잘 알려진 휨 부재의 파괴형태는

인장철근량에 의해 달라지게 되나 비틀림을 받는 보의 경우에는 비틀림으로 인해 보의 전면(全面)에 걸쳐 비틀림 전단응력이 발생하게 되므로 횡방향 철근과 축방향 철근이 동시에 배근되어야만 그 보강효과를 기대할 수 있으며 파괴형태는 양쪽방향 철근량에 의해 결정된다. 비틀림을 받는 보의 파괴시 보강근의 항복유무에 따라 과소철근 보, 부분과대철근 보 및 완전과대철근 보로 분류될 수 있다. 과소철근 보의 파괴시 횡방향 철근 및 축방향 철근이 모두 항복상태에 있는 경우이며, 부분과대철근 보의 한쪽방향 철근만이 항복상태에 있게 되는 경우이고, 완전과대철근 보의 파괴시 양쪽방향철근이 모두 항복하지 않는 경우이다.^{12), 13)}

지금까지 이에 대한 연구는 Hsu, Pandit, Mitchell et al, M. Chakrabarty 등에 의해 시도된 바 있다. 이들 기존 연구를 살펴보면 다음과 같다.

Hsu¹⁰⁾는 PCA 실험결과를 분석하여 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$p_{bt} = \frac{2.4\sqrt{F_c}}{F_y} \quad (1)$$

여기서

F_c, F_y : PSI

p_{bt} = 전체 평형철근비 (= $P_{tb} + P_{lb}$)

p_{lb} = 횡방향 평형철근비 = $2(x_1 + y_1)A_1 / (xys)$

p_{tb} = 축방향 평형철근비 = A_1 / xy

Hsu는 식(1)은 $0.7 \leq \frac{p_{lb}}{p_{tb}} \leq 1.5$ 의 범위에서 타당하다고 보고 $p_{lb}/p_{tb}=1.2$ 를 제시한 바 있다. 그러나 Hsu의 제안식은 불충분한 실험 데이터로 인해 수반되는 신뢰성에 문제점이 있음이 지적되었고 또한 횡방향 평형철근비는 y_1/x_1 의 함수임이 실험을 통해서 관측되었지만 이의 영향을 고려하지 못하였다.

한편, Mitchell, Collins¹²⁾ 등은 압축장 이론(Diagonal Compression Field Theory)을 통해서 횡방향 및 축방향에 대한 평형철근비를 다음과 같이 제시하였다.

$$p_{tb} = \frac{0.85F_c(\beta_1/2)}{F_{ly}} \cdot \frac{\epsilon_{ds} \cdot E_s}{F_{ly} + \epsilon_{ds}E_s[1 - (\beta_1/2)](P_0/P_1)} \quad (2)$$

$$p_{tb} = \frac{0.85F_c(\beta_1/2)}{F_{ly}} \cdot \frac{\epsilon_{ds} \cdot E_s}{F_{ly} + \epsilon_{ds}E_s[1 - (\beta_1/2)]} \quad (3)$$

Mitchell, Collins의 평형철근비 식은 최초의 이론적 접근이라는 면에서 상당한 의미를 갖는다고 할 수 있겠으나 이들은 콘크리트 스트러트(Strut)의 2축응력 상태에서의 강도감소효과(Softening effect)를 고려하지 않았다는 점에서 문제점이 지적되었다.

또한 Chakraborty¹¹⁾는 입체트러스 모델을 이용하여 횡방향 철근과 콘크리트 스트러트에 대한 힘의 평형조건을 고려한 해석 결과를 PCA 실험결과¹⁰⁾의 회귀분석을 통해서 보완하여 다음과 같은 횡방향 평형철근비 식을 제시하였다.

$$p_{tb} = 0.71 \left(1 + \frac{x_1}{y_1}\right) \frac{x_1 y_1}{xy} \frac{\sqrt{F_c}}{F_{ly}} \quad (4)$$

여기서

$$F_c, F_{ly} : MPa$$

한편 축방향 평형철근비는 해석에 의하지 않고 식(5)로 정의되는 m_b 의 개념을 사용하여 철근 콘크리트 보의 축방향 평형철근비는 식(4)의 횡방향 평형철근비에 비례한다고 가정하였다.

$$m_b = \frac{p_{ly} F_{ly}}{p_{tb} F_{ly}} \quad (5)$$

Chakraborty는 PCA 시험체의 M계열만의 실험결과를 이용하여 축방향 및 횡방향 철근의 항복강도가 동일한 경우의 장방향 보에 대해서 $m_b = 1.3$ 이라 결론지음으로써 다음과 같은 축방향 평형철근비 식을 제시하였다.

$$p_{tb} = 1.3 p_{tb} = 0.92 \left(1 + \frac{x_1}{y_1}\right) \frac{x_1 y_1}{xy} \frac{\sqrt{F_c}}{F_{ly}} \quad (6)$$

Chakraborty의 제안식은 횡방향 평형철근비에

대해서는 PCA 실험결과와 잘 일치 한 것으로 기존의 문헌¹¹⁾에서 밝혀진 바있지만 그의 식은 PCA 실험결과만의 분석을 통해서 보완 된 것이기 때문에 다른 시험체에 대해서도 만족할 만한 결과를 나타낸다고 단언하기에는 미흡한 점이 있다고 보며, 특히 축방향 평형철근비에 대해서는 PCA 시험체의 M계열의 실험결과에만 의존하였다는 점이 문제점으로 지적될 수 있다.

본 연구는 앞서 살펴본 기존의 연구들에 대한 문제점에 입각하여 보다 합리적인 해석을 통해서 횡방향 및 축방향 평형철근비를 유도하고자 한 것이다.

3. 평형철근비의 해석

3.1 콘크리트의 압축응력-변형도 곡선

비틀림은 철근콘크리트 보의 전면(全面)에 순수비틀림 전단응력을 발생시키며 이들 응력은 철근콘크리트 보에 주인장 응력 및 주압축 응력을 발생시킨다. 이때 주인장 응력에 의해서 형성된 사균열(Diagonal Crack)사이의 일련의 콘크리트 스트러트(Strut)는 2축응력(Biaxial Stress)상태하에 놓이게 됨에 따라 1축응력 상태하의 콘크리트 실린더 압축강도 보다 감소된다.⁸⁾ 따라서 철근콘크리트 보의 해석에서 많이 사용되어 온 CEB-FIP Code¹⁴⁾의 제안식을 사용하는 것은 부적절하다고 판단되므로 본 연구에서는 순수전단 패널(Panel)에 대한 실험을 통해 제안한 바 있는 Vecchio-Collins⁹⁾의 2축응력상태하의 콘크리트의 압축응력-변형도 곡선 식(식(7), (8), (9))을 따른다.(그림 1.참조)

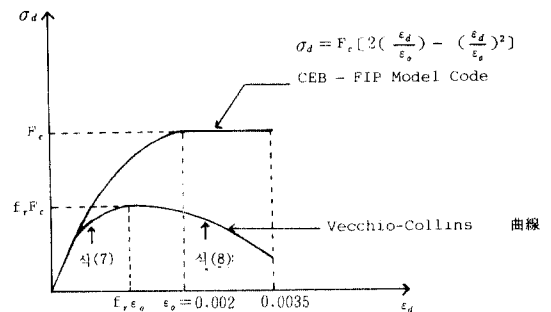


그림 1. 콘크리트의 압축응력-변형도 곡선

여기서

$\epsilon_{ds} \leq f_r \epsilon_0$ 의 경우

$$\sigma_d = f_r F_c \left[2 \left(\frac{\epsilon_d}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_d}{f_r \epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (7)$$

$\epsilon_{ds} > f_r \epsilon_0$ 의 경우

$$\sigma_d = f_r F_c \left[1 - \left(\frac{\epsilon_d - f_r \epsilon_0}{2 \epsilon_0 - f_r \epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (8)$$

f_r = 콘크리트 강도감소 계수

$$= \frac{1}{\sqrt{0.7 + \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_d} \right)}} \quad (9)$$

3.2 사균열간 콘크리트 스트러트의 압축응력의 합력과 작용점

철근콘크리트 보가 비틀림을 받게 되면 사균열간에 형성된 콘크리트 스트러트는 비틀림 전단응력에 의한 주압축응력과 더불어 부재표면이 Warping에 의한 힘을 받게 된다. 따라서 콘크리트 스트러트는 표면으로부터 부재중심 방향으로 일정한 깊이 만큼은 압축력을 받게 될 것이고 그 이상을 넘어선 부분은 인장응력을 받게 될 것이다. 이때 중립축 이하의 인장부분의 콘크리트 스트러트는 무시하고 압축력을 받는 콘크리트 스트러트만 비틀림 내력을 발휘하는 유효 벽두께로 간주하고 전단흐름(Shear flow)의 영역의 깊이는 유효 벽두께와 일치한 것으로 가정한다. 또한 이때의 콘크리트 스트러트의 압축변형도는 중립축으로부터 떨어진 거리에 선형비례한다고 가정하며(그림 2.(a)), 콘크리트 스트러트의 압축응력도는 콘크리트 강도감소 효과를 고려하면 그림 2.(b)와 같으나 해석목적상 이를 등가장방형 응력블록으로 보고 유효 벽두께 부분의 콘크리트 스

트러트는 일정한 압축응력을 받는 것으로 가정하며 그 합력의 작용점은 등가압축응력 블록의 중심에 둔다. 이상의 사항을 도시하며 그림 2와 같다.¹³⁾

그림 2.(b)의 사균열간 콘크리트 스트러트의 응력도를 그림 2.(c)의 등가압축응력 블록으로 바꾸게 될 때 k_1 은 식 (7), (8)를 변형도에 대해서 적분함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$\epsilon_{ds} \leq f_r \epsilon_0$ 의 경우

$$k_1 = \frac{\epsilon_{ds}}{f_r \epsilon_0} \left(1 - \frac{\epsilon_{ds}}{3 f_r \epsilon_0} \right) \quad (10)$$

$\epsilon_{ds} > f_r \epsilon_0$ 의 경우

$$k_1 = \left(1 - \frac{f_r^2}{(2 - f_r)^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \frac{f_r \epsilon_0}{\epsilon_{ds}} \right) + \frac{f_r^2}{(2 - f_r)^2} \frac{\epsilon_{ds}}{f_r \epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon_{ds}}{f_r \epsilon_0} \right) \quad (11)$$

따라서 콘크리트 스트러트의 평균 압축응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_d = k_1 f_r F_c \quad (12)$$

앞의 식 (10), (11)의 k_1 은 $\epsilon_0 = 0.002$ 로 놓게 되면 k_1 은 f_r 과 ϵ_{ds} 의 함수임을 알 수 있다. 표 1은 f_r 과 ϵ_{ds} 의 변화에 따른 k_1 값을 나타낸 것이다.

3.3 횡방향 평형철근비의 해석

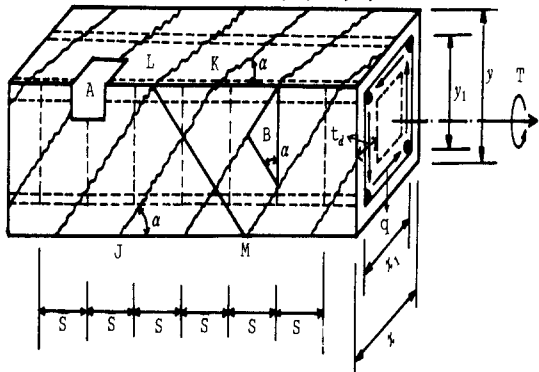


그림 3. 평형철근비 해석모델-1

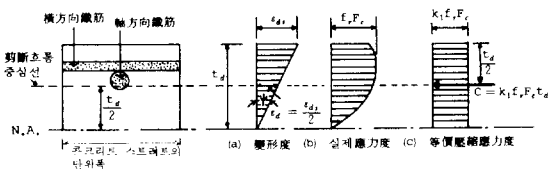


그림 2. 사균열간의 콘크리트 스트러트의 압축응력의 합력과 작용점

표 1

2축응력 상태하의 콘크리트의 ϵ_{ds} 및 f_r 의 함수값 ; k_1

$f_r \backslash \epsilon_{ds}$	0.0005	0.001	0.0015	0.002	0.0025	0.003	0.0035
0.10	0.8654	0.9215	0.9218	0.0894	0.8610	0.8089	0.7439
0.20	0.7333	0.8611	0.8883	0.8806	0.8513	0.8048	0.7429
0.30	0.6018	0.7980	0.8526	0.8604	0.8409	0.8005	0.7419
0.40	0.4948	0.7331	0.8147	0.8385	0.8294	0.7956	0.7407
0.50	0.4167	0.6667	0.7747	0.8148	0.8167	0.7901	0.7394
0.60	0.3588	0.6019	0.7325	0.7891	0.8026	0.7840	0.7379
0.70	0.3146	0.5442	0.6889	0.7613	0.7870	0.7771	0.7362
0.80	0.2799	0.4948	0.6445	0.7314	0.7698	0.7693	0.7342
0.90	0.2521	0.4527	0.6018	0.6997	0.7506	0.7603	0.7319
1.00	0.2292	0.4167	0.5625	0.6667	0.7292	0.7500	0.7292

註) $\epsilon_o = 0.002(F_c$ 에서의 변형도)

f_r = 콘크리트강도감소 계수

ϵ_{ds} = 콘크리트 표면의 압축변형도

해석모델은 그림 3과 같이 입체트러스 모델을 택하여, 비틀림 균열간 형성된 임의 경사각 α 의 콘크리트 스트러트는 압축력을 부담하고 철근은 인장력만 부담한다고 가정한다.

비틀림에 의해 발생한 사균열 JK가 평면 LM에 수직이라 할 때, 보의 파괴시 평면 LM의 장변측면에 있는 횡방향 철근의 항복에 의한 수직력 V_s 는 다음과 같다.

$$V_s = A_t F_{ty} \left(\frac{y_1 \tan \alpha}{S} \right) \quad (13)$$

한편 평면 LM과 교차된 사방향 콘크리트 스트러트의 수직분력 V_c 는 \overline{LM} 단위길이 당 사방향 압축력을 V_d 라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_c = V_d \overline{LM} \sin \alpha \quad (14)$$

여기서 $\overline{LM} = y_1 / \cos \alpha$

식(13), (14)는 각각 콘크리트 파괴시 보의 장변측 횡방향 철근이 항복한다는 전제하에 나타낸 것이다. 따라서 힘의 평형조건 식(13) = 식(14)로부터 콘크리트 스트러트 단위길이 당 사방향 압축력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_d = \frac{A_t F_y}{S} \quad (15)$$

식(15)의 V_d 가 앞의 그림 2와 같이 중립축 상부의 유효 벽두께 t_d 에 걸쳐 일정하게 분포한다고 보면, 콘크리트 스트러트에 작용하는 평균 압축응력도는 식(12)와 같게 놓을 수 있다. 이상을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\left(\sigma_d = \frac{V_d}{t_d} \Rightarrow \right) \frac{A_t F_{ty}}{t_d S} = k_1 f_r F_c \quad (16)$$

한편, 비틀림을 받는 보의 경우에 있어서 평형철근비는, 휨 부재의 경우와는 다르게, 콘크리트 체적당 철근의 체적비의 형태로 나타내는 것이 편리한 경우가 있으므로 이에 입각하여 횡방향 평형철근비를 정의하면 다음과 같다.

$$\rho_{tb} = \frac{2A_t(x_1 + y_1)}{Sx_y} \quad (17)$$

따라서 식(16)으로 부터 $\frac{A_t}{S}$ 값을 식(17)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\rho_{tb} = \frac{2k_1 f_r F_c t_d}{F_{ty}} \frac{(x_1 + y_1)}{x_y} \quad (18)$$

여기서

- k_1 = 등가압축응력 블록 계수
- f_r = 강도감소 계수
- t_d = 유효 벽두께 (전단흐름의 두께)
- x, y = 콘크리트 단면의 단변 및 장변길이
- x_1, y_1 = 횡방향 철근(스터럽)의 중심거리, 각각 단변 및 장변길이
- S = 횡방향 철근(스터럽)의 간격

식(18)의 횡방향 평형철근비는 철근 및 콘크리트의 강도는 물론, 유효 벽두께, 단면형상, 강도감소 계수 및 콘크리트의 등가압축응력 블록 계수의 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 식(18)의 k_1 은 식(10), (11)을 통해서 f_r 의 함수임을 보인 바 있다. 기존의 문헌에⁽³⁾ 따르면 비틀림을 받는 보는 대부분이 f_r 이 $0.4 \leq f_r \leq 0.6$ 의 범위에서 변함을 알 수 있는 데 콘크리트의 파괴시에 압축변형도 ϵ_{ds} 가 $0.002 \leq \epsilon_{ds} \leq 0.03$ 에서 변한다고 가정하면 f_r 과 ϵ_{ds} 의 변화에 따른 k_1 값은 표 1로부터 평균값 0.8을 택할 수 있다. 따라서 f_r 의 중간값 0.5와 k_1 의 평균값 0.8을 식(18)에 대입하고, 이때의 유효 벽두께는 CEB-FIP Code를 참고로 하여 $t_d = \frac{x_1}{6}$ 을 택하여 식(18)에 대입하므로써 다음과 같은 제안식을 얻을 수 있다.

$$p_{tb} = \left(\frac{2}{15}\right) \left(1 + \frac{x_1}{y_1}\right) \frac{x_1 y_1}{xy} \frac{F_c}{F_{ty}} \quad (19)$$

3.4 축방향 평형철근비의 해석

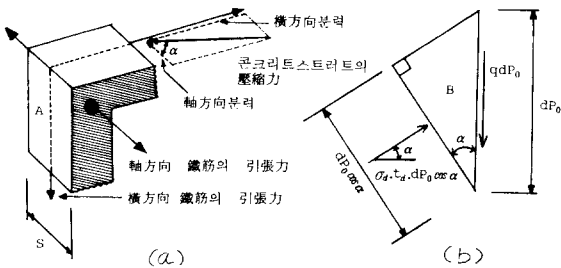


그림 4. 평형철근비 해석모델-2

- (a) 그림 3의 A부분 평형
- (b) 그림 3의 B부분 평형

그림 3에서 보인 바와 같이 사균열간 형성된 콘크리트 스트러트에 걸린 압축력은 그림 4(a)와 같이 축방향 및 횡방향 철근에 인장력을 발생시킨다고 볼 수 있다. 따라서 힘의 평형조건을 이용하여 콘크리트 스트러트에 걸린 압축력을 구하고 이로부터 축방향 철근에 걸린 응력을 구할 수 있다.

그림 3의 미소요소 B는 그림 4(b)와 같은 힘의 평형상태에 있다. 즉, 전단흐름의 주장(周長)의 미소길이 dP_0 에 작용하는 수직 전단력은 qdP_0 로서 이것은 콘크리트 스트러트에 압축력을 발생시킨다. 이때 콘크리트 스트러트에 발생하는 평균 압축응력을 σ_d 라 하고 이 응력이 두께 t_d 에 일정하게 분포한다고 가정하면 수직 전단력 qdP_0 에 의해 콘크리트 스트러트가 받게 되는 압축력은 $\sigma_d t_d \sum dp_0 \cos \alpha$ 즉, $\sigma_d t_d P_0 \cos \alpha$ 가 되며 이 압축력의 축방향분력은 그림 4(a)로부터 $\sigma_d t_d P_0 \cos^2 \alpha$ 가 된다. 이 분력에 의해 축방향 철근이 항복한다고 가정하면 다음과 같은 식을 쓸 수 있다.

$$\sigma_d t_d P_0 \cos^2 \alpha = A_1 F_{ty} \quad (20)$$

여기서 P_0 = 전단흐름 중심선의 주장(周長)

A_1 = 축방향 철근 전체 단면적

F_{ty} = 축방향 철근의 항복강도

식(20)의 σ_d 의 응력분포 및 콘크리트 스트러트의 변형도가 그림 2를 따른다고 가정하면 변형의 적합조건으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\phi = \theta \sin 2\alpha = \frac{\epsilon_{ds}}{t_d} \quad (21)$$

여기서 ϕ = 콘크리트 스트러트의 휨곡률

θ = 비틀림 각

한편, 가상(假想)일의 원리⁽⁵⁾를 이용하면 비틀림 각은 다음과 같이 구해진다.

$$\theta = \frac{P_0}{2A_0} \left(\frac{\epsilon_1}{\tan \alpha} + \epsilon_1 \tan \alpha + \frac{\epsilon_d}{\sin 2\alpha} \right) \quad (22)$$

여기서 ϵ_1 = 축방향 철근의 변형도

ϵ_d = 횡방향 철근의 변형도

ϵ_d = 콘크리트 스트러트의 평균 압축 변형도

식(22)를 살펴보면 비틀림 각 θ 는 변형도가 주어질 경우 사균열각 α 에 좌우됨을 알 수 있다. 사균열각 α 는 내부 변형에너지가 최소가 될 때 결정된다고 가정하면 내부 변형에너지가 최소가 될 때 보의 변위는 최소가 되는 데 이것은 $d\theta/d\alpha=0$ 을 의미하게 되므로 이에 대한 해는 다음과 같다.

$$\tan^2 \alpha = \frac{\epsilon_d + \epsilon_i}{\epsilon_d + \epsilon_t} \quad (23)$$

앞서 구한 힘의 평형조건 및 변형의 적합조건을 이용하여 축방향 평형철근비는 아래의 절차에 의해 구할 수 있다. 즉 식(20)으로부터 P_o 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_o = \frac{A_1 F_{ly}}{\sigma_d t_d \cos^2 \alpha} \quad (24)$$

식(24)에서 σ_d 는 횡방향 평형철근비 해석의 경우와 동일하게 강도감소 효과를 고려하여 $\sigma_d = k_1 f_r F_c$ 를 식(24)에 대입하면 P_o 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_o = \frac{A_1 F_{ly}}{k_1 f_r F_c t_d \cos^2 \alpha} \quad (25)$$

한편, 식(23)으로부터 ϵ_i 는 다음과 같다.

$$\epsilon_i = \frac{\epsilon_d + \epsilon_t}{\tan^2 \alpha} - \epsilon_d \quad (26)$$

또한 그림 2(a)로부터 ϵ_d 는 다음과 같다.

$$\epsilon_d = \frac{1}{2} \epsilon_{ds} \quad (27)$$

θ 는 식(21)로부터 다음과 같다.

$$\theta = \frac{\epsilon_{ds}}{\sin 2\alpha \cdot t_d} \quad (28)$$

따라서, 식(22)에 식(25), (26), (27)을 대입하고 그 결과를 식(28)과 함께 놓으면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_{ly} = \frac{\epsilon_{ds} k_1 f_r F_c}{2 A_1 F_{ly}} A_o - \frac{\epsilon_{ds}}{2} \quad (29)$$

식(29)에, 철근의 응력-변형도 관계를 이용하여 $\epsilon_{ly} = \frac{F_{ly}}{E_s}$ 를 대입하고 A_1 에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$A_1 = \frac{E_s \frac{\epsilon_{ds}}{2} k_1 f_r F_c}{(F_{ly} + \frac{1}{2} E_s \epsilon_{ds}) F_{ly}} A_o \quad (30)$$

따라서 본 해석에서 구하고자 하는 축방향 평형철근비는 식(30)의 등식의 좌우변을 콘크리트 단면적 A_c 로 나누어 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_{lb} = \frac{E_s \frac{\epsilon_{ds}}{2} k_1 f_r F_c}{(F_{ly} + \frac{1}{2} E_s \epsilon_{ds}) F_{ly}} \frac{A_o}{A_c} \quad (31)$$

식(31)은 콘크리트가 파괴시 축방향 철근이 동시에 항복하게 되는 의미를 갖고 있다. 식(31)에서 ϵ_{ds} 는 콘크리트의 최대 압축변형도를 의미하는 데 본 해석에서는 일반 휨 부재의 경우와 마찬가지로 $\epsilon_{ds} = 0.003$ 으로 가정하며 k_1 과 f_r 은 횡방향 평형철근비 해석의 경우와 동일하게 각각 0.8, 0.5를 택한다. 한편 A_o 는 전단흐름의 중심선으로 둘러 싸인 면적이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_o \cong A_c - \frac{t_d}{2} P_c \quad (32)$$

여기서, A_c = 콘크리트 단면적 = xy

P_c = A_c 의 주장 = $2(x+y)$

$t_d = \frac{x_1}{6}$ (CEB-FIP Code⁽⁴⁾를 참조)

따라서 식(31)에 앞서 언급한 $k_1, f_r, \epsilon_{ds}, A_o$ 의 값들을 대입하면 축방향 평형철근비에 대한 제안식은 다음과 같이 된다.

$$p_{lb} = \frac{(0.003 E_s / 2) 0.4 F_c}{(F_{ly} + 0.003 E_s)} \left(1 - \frac{x+y}{x} \frac{x_1}{6}\right) \quad (33)$$

3.5 평형철근비와 파괴형태와의 관계

앞서 구한 횡방향 및 축방향 평형철근비를 이용하면 철근콘크리트 보의 파괴형태의 예측이 가능해진다. 즉, 보에 실제로 배근된 횡방향 및 축방향 철근비를 앞서 구한 식(19), 식(33)과 각각 비교하여 그림 5를 통해서 판단할 수 있다.

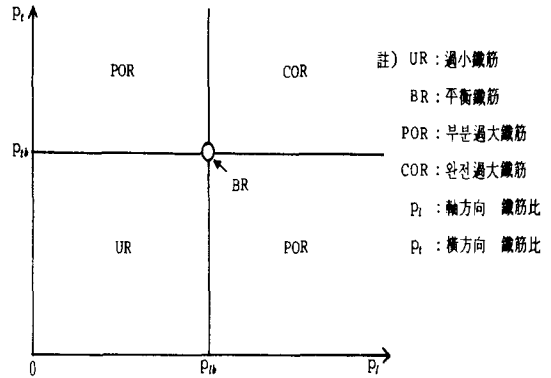


그림 5. 평형철근비와 파괴형태와의 관계¹²⁾

표 2.

시험체의 종류와 상세

시험체 단면	시험체	형명	축방향 철근	(p _l) 축방향 철근 비 (%)	(S) D10스터 립 간 격 (cm)	(p _t) 스터 립 철 근 비 (%)	(p _t /p _l) 적 체 철 근 비 (%)	(p _l +p _t) 체 전 철 근 비 (%)
	RP	—	—	—	—	—	—	—
	R-05	4-D10	0.586	9.0	1.136	0.52	1.722	
	R-0.75	4-D13	1.045	7.5	1.364	0.77	2.409	
	R-1.0A	4-D13	1.045	10.0	1.023	1.02	2.068	
	R-1.0B	4-D16	1.638	6.5	1.573	1.04	3.211	
	R-1.25	4-D13	1.045	12.0	0.852	1.23	1.897	
	R-1.5A	4-D13	1.045	14.5	0.705	1.48	1.750	
	R-1.5B	4-D16	1.638	9.5	1.076	1.52	2.714	
	R-1.75	4-D16	1.638	11.0	0.930	1.76	2.568	
	R-2.0	4-D19	2.362	8.5	1.203	1.96	3.565	
	SP	—	—	—	—	—	—	
	S-0.75	4-D13	1.050	7.5	1.425	0.74	2.475	
	S-1.0	4-D16	1.645	6.5	1.663	0.99	3.308	
	S-1.5	4-D16	1.645	9.5	1.108	1.48	2.753	
	S-2.0	4-D19	2.372	8.5	1.174	2.02	3.546	

의 종류와 상세는 표 2와 같고 배근도는 그림 6과 같다.

4. 철근콘크리트 보의 비틀림 실험

4.1 실험 계획

순수비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 거동을 살펴보기 위해 단면형상비와 체적철근비를 변화시켜 일련의 실험을 실시하였으며 시험체

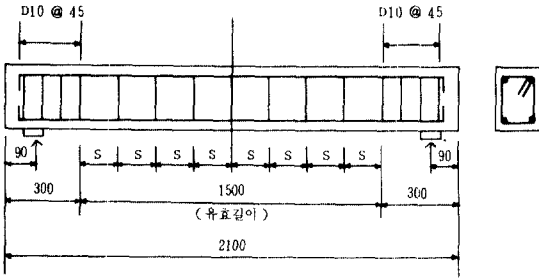


그림 6. 시험체의 배근도

4.2 사용 재료

시험체 제작시 사용된 철근의 인장시험 결과는 표 3과 같고 콘크리트의 성질은 표 4와 같으며 표 4에서 탄성계수는 실험값이 아닌 규준식에 의한 값이다.

표 3. 철근의 인장강도 실험결과

구분 종류	F_y (kg/cm^2)	E_s (kg/cm^2)	ϵ_y ($\times 10^{-6}$)	파괴강도 (kg/cm^2)
D10	2880	1.80×10^6	1600	3005
D13	4138	2.07×10^6	2000	6441
D16	3542	1.98×10^6	1789	5276
D19	3491	1.85×10^6	1887	5261

표 4. 콘크리트의 성질

시험체명	슬럼프(cm)	압축강도 (kg/cm^2)	탄성계수 ($\times 10^5 \text{kg/cm}^2$)
RP	7.5	270	2.44
R-05	15.0	246	2.33
R-0.75	15.0	246	2.33
R-1.0A	12.5	255	2.37
R-1.0B	7.5	270	2.44
R-1.25	12.5	255	2.37
R-1.5A	7.0	270	2.44
R-1.5B	7.0	270	2.44
R-1.75	12.2	246	2.33
R-2.0	7.5	270	2.44
SP	10.2	270	2.44
S-0.75	12.2	246	2.33
S-1.0	12.2	246	2.33
S-1.5	12.2	246	2.33
S-2.0	10.2	270	2.44
			평균 2.39×10^5

4.3 시험장치 및 시험 방법

시험체의 시험장치는 사진 1 과 같이 시험체의 양단부를 강재로 제작한 비틀림프레임 속에 고정시켜 시험체와 비틀림프레임이 일치되도록 한 다음 지점(支點)위에 프레임을 안치시킨 후 H형강 양단부를 시험체 단면의 중심으로 부터 45cm 지점의 비틀림프레임 위에 놓고 UTM을 통해 H형강 보의 중앙에 하중을 가하여 순수 비틀림이 발생되도록 하였다.

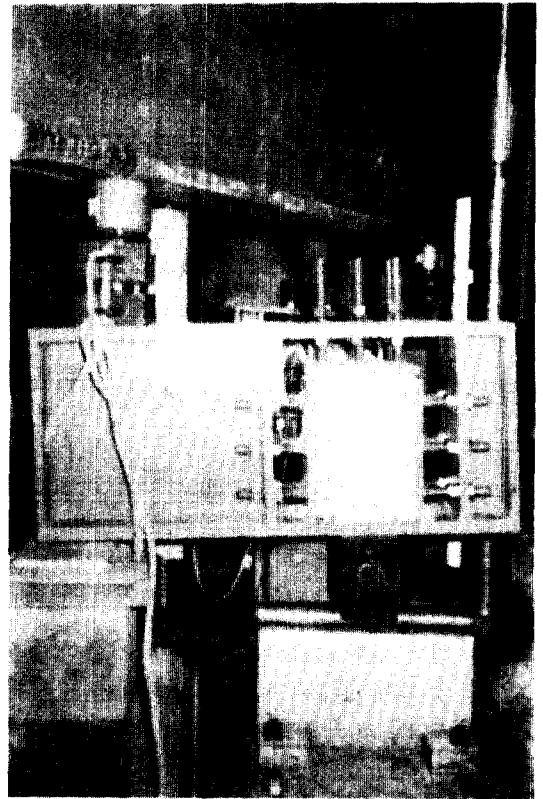


사진 1 시험 장치

4.4 측정사항 및 측정방법

철근 및 콘크리트 표면의 변형도를 측정하기 위해 소정의 위치에 스트레인게이지를 붙여 측정하였다. 비틀림 각은 시험체의 4곳에 변위계를 설치하여 측정하였다(그림 7).

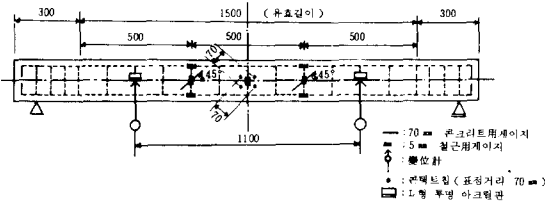


그림 7. 스트레인 게이지 및 변위계 설치위치

4.5 실험 결과의 고찰

1) 균열 특성

그림 8의 균열도에서 나타난 바와 같이 각 시험체의 균열분포 상황은 일반 휨 부재와는 다

$\times 10^{-6}$

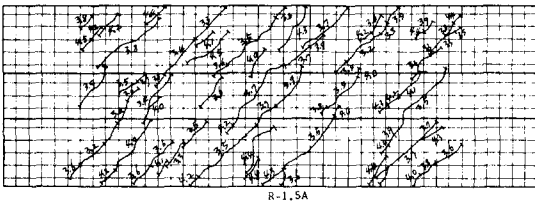
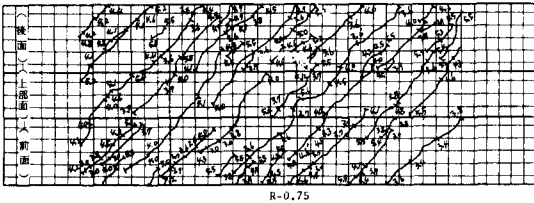


그림 8. 시험체의 균열도

르게 시험체 전면(全面)에 걸쳐서 나선형 형태를 보이고 있으며 균열의 방향은 시험체에 따라서 약간씩 차이를 보이고 있으나 보의 재축방향에 대해서 45° 전후의 균열각을 이루고 있음을 알 수 있었다. 균열의 진행과정을 보면 최초의 균열은 장방형 단면의 경우 단면의 장변측 중앙

부에서 대부분 나타났으며 정방형 단면의 경우는 측면 또는 상부면에서 균열이 나타남을 알 수 있었다. 한편 균열 수는 스테럽의 간격과 관계가 있음을 알 수 있었는데 대표적인 예로써 그림 8의 R-0.75 시험체의 스테럽 간격은 7.5cm 이고 R-1.5A 시험체의 스테럽 간격은 14.5cm로서 스테럽 간격이 클수록 균열 수는 적게 나타나며, 균열간 간격이 넓어짐을 알 수 있었다.

2) 비틀림 파괴 형태

극한 비틀림모멘트에서 각 시험체의 철근과 콘크리트에 발생하는 변형도는 표 5에 나타난 바와 같이 콘크리트의 재축에 대한 45° 방향의 압축변형도는 콘크리트 실린더 강도 F_c 에서의 압축변형도 $\epsilon_0=0.002$ 에 모두 미치지 않고 있음을 볼 수 있었다. 이러한 현상은 2축 응력하의 콘크리트 강도감소 현상으로 판단된다. 시험체의 파괴형태는 극한 비틀림모멘트에서의 철근의 변형도를 통해서 살펴볼 수 있다. 물론 시험체에 부착된 스트레인 게이지의 위치에 따라 철근의 항복유무가 달라질 수 있기 때문에 균열의 진행과정 및 비틀림모멘트-비틀림 각 곡선의 극한 이후의 거동을 주시할 필요가 있다. 특히 극한 하중 이후의 비틀림모멘트-비틀림 각 곡선의 정확한 파악을 위해서는 재하 시험은 변형제어형 시험장치를 사용함이 타당할 것으로 판단된다. 본 연구의 실험에서는 실험실 주변 여건상 부득히 응력제어형 시험장치를 이용하여 실험을 실시하므로써 극한하중 이후의 비틀림거동을 확실히 파악하지 못한 점을 밝혀둔다(각시험체의 비틀림모멘트-비틀림각 관계곡선은 Ref.6)을 참조). 비틀림 파괴형태에 대한 실험결과와는 표 5와 같다.

표 5. 극한 비틀림모멘트時 철근과 콘크리트의 변형도 및 파괴형태

시험체 구분	R 계열										S 계열			
	0.5	0.75	1.0A	1.0B	1.25	1.5A	1.5B	1.75	2.0	0.75	1.0	1.5	2.0	
ϵ_{ds}	1384	1409	1336	1581	1802	1280	1551	1584	1077	1703	1660	1660	1265	
	1980	1368	2193	1156	1135	1055	1458	779	2147	1722	1783	1783	1104	
	2081	1527	2004	1522	1419	1875	1063	440	1610	3228	1670	1670	1099	
파괴형태	UR	COR	UR	COR	COR	POR	POR	COR	COR	POR	POR	POR	COR	

표 6.

각시험체에 대한 예측파괴와 시험결과의 비교

시험체	F _c (kg/cm ²)	F _{1y} (kg/cm ²)	F _{1y} (kg/cm ²)	p ₁ (%)	p _t (%)	$\frac{p_t}{p_1}$	제안식에의 한값		파괴형태	
							p _{1b} (%)	p _{tb} (%)	시험결과	예측결과
R-0.5	246	2880	2880	0.586	1.136	0.52	O 1.07	U 1.32	UR	POR(t)*
R-0.75	246	4138	2880	1.045	1.364	0.77	O 1.07	O 0.81	COR	COR
R-1.0A	255	4138	2880	1.045	1.023	1.02	U 1.11	O 0.84	UR	POR(l)*
R-1.0B	270	3542	2880	1.638	1.573	1.04	O 1.17	O 1.11	COR	COR
R-1.25	255	4138	2880	1.045	0.852	1.23	U 1.11	O 0.85	COR	POR(l)*
R-1.5A	270	4138	2880	1.045	0.705	1.48	U 1.17	O 0.89	POR(t)	POR(l)*
R-1.5B	270	3542	2880	1.638	1.076	1.52	U 1.17	O 1.11	POR(t)	POR(l)*
R-1.75	246	3542	2880	1.638	0.930	1.76	U 1.07	O 1.01	COR	POR(l)*
R-2.0	270	3491	2880	2.362	1.203	1.96	O 1.17	O 1.10	COR	COR
S-0.75	246	4138	2880	1.050	1.425	0.74	O 1.36	O 0.757	POR(l)	COR*
S-1.0	246	3542	2880	1.645	1.663	0.99	O 1.36	O 0.941	POR(t)	COR*
S-1.5	246	3542	2880	1.645	1.108	1.48	U 1.36	O 0.941	POR(l)	POR(l)
S-2.0	270	3491	2880	2.372	1.174	2.02	U 1.49	O 1.02	COR	POR(l)*

註) UR : (U+U의 경우), POR : (U+O 또는 O+U의 경우)
 COR : (O+O의 경우), U : (p_t ≤ p_{1b}, p_t ≤ p_{tb}의 경우),
 O : (p_{1b} < p_t, p_{1b} < p_t의 경우), * 불일치

표 7.

평형철근비에 의한 파괴형태 예측결과와 기존의 시험결과¹⁰⁾와의 비교

시험체	p ₁ (%)	p _t (%)	제안식				파괴형태	
			p _{1b}		p _{tb}		시험결과	예측결과
B1	0.534	0.537	U	1.31	U	1.34	UR	UR
B2	0.827	0.823	U	1.35	U	1.49	UR	UR
B3	1.17	1.17	U	1.27	U	1.46	UR	UR
B4	1.60	1.61	O	1.41	O	1.57	POR	COR*
B5	2.11	2.13	O	1.27	O	1.50	COR	COR
B6	2.67	2.61	O	1.26	O	1.49	COR	COR
B7	0.534	1.17	U	1.20	U	1.35	UR	UR
B8	0.534	2.61	U	1.23	O	1.38	POR	POR
B9	1.17	0.537	U	1.34	U	1.40	UR	UR
B10	2.67	0.537	O	1.14	U	1.32	POR	POR
M1	0.827	0.549	U	1.34	U	1.40	UR	UR
M2	1.17	0.781	U	1.35	U	1.42	UR	UR
M3	1.60	1.07	O	1.23	U	1.36	POR	POR
M4	2.11	1.42	O	1.24	O	1.35	POR	COR*
M5	2.67	1.81	O	1.21	O	1.40	COR	COR
M6	3.16	2.13	O	1.37	O	1.53	COR	COR
C1	0.440	0.440	U	1.06	U	1.53	UR	UR
C2	0.800	0.808	U	1.08	U	1.49	UR	UR
C3	1.24	1.24	O	1.11	U	1.57	UR	POR*
C4	1.76	1.76	O	1.09	O	1.60	COR	COR
C5	2.40	2.36	O	1.14	O	1.60	COR	COR
C6	3.16	3.20	O	1.22	O	1.62	COR	COR

註) * : 불일치 B, M 계열 : $\frac{y_1}{x_1} = 1.6$, C 계열 : $\frac{y_1}{x_1} = 1$

표 8. 횡방향 평형철근비에 대한 기존의 시험결과¹⁰⁾와 이론결과의 비교(Ref. 11 참조)

시험체	F _c (MP _a)	p _{1b} 시험결과 (%)	p _{1b} 계산 결과 (%)				(p _{1b} 시험결과)/(p _{1b} 계산결과)			
			제안식	Hus	Chakra- borty	mittchell	제안식	Hsu	Chakra- borty	Mitchell et al.
B	28.8	1.45	1.48	1.49	1.45	1.60	0.98	0.97	1.00	0.91
D	27.9	1.37	1.39	1.43	1.39	1.50	0.99	0.96	0.99	0.91
I	45.2	1.81	2.27	1.84	1.79	2.10	0.80	0.98	1.01	0.86
J	15.8	1.01	0.79	1.08	1.05	0.80	1.28	0.94	0.96	1.26
G	28.9	1.30	1.45	1.47	1.32	1.60	0.90	0.88	0.99	0.81
N	28.6	1.25	1.25	1.39	1.24	1.50	1.00	0.90	1.01	0.83
K	29.6	0.98	1.02	1.47	0.98	1.40	0.96	0.67	1.00	0.70
C	27.1	1.88	1.57	1.42	1.6	1.40	1.20	1.32	1.18	1.34
$\frac{\sum F_c}{n} = 28.5 \text{ MP}_a$ (I, J군 제외)						평 균	(1.00)1.01	(0.95)0.95	(1.03)1.02	(0.92)0.95
						표준편차	(0.093)0.145	(0.19)0.167	(0.068)0.063	(0.20)0.21

註) ()의 값은 I, J를 제외한 경우

5. 실험결과와 해석결과의 비교

본 연구에서 제시한 평형철근비 제안식을 사용하여 각 시험체의 평형철근비를 구하고 각 시험체의 실제 철근비를 평형철근비와 비교하여 파괴형태를 예측(그림 5 참조)한 결과와 표 5의 실험결과를 비교해 보면 표 6과 같다. 또한 기존의 문헌¹⁰⁾에서 밝힌 실험결과와 비교해 보면 표 7과 같다. 표 6과 표 7를 통해서 볼 때 제안식에 의한 파괴예측 결과는 본 연구의 실험결과에 대해서는 13개 시험체 중에서 4개의 일치율 보인 반면 기존의 실험결과와¹⁰⁾와 비교해 보면 22개 시험체 중에서 19개의 좋은 일치율을 보여, 본 실험결과와는 30%, 기존의 실험결과와는 86%의 일치도를 나타냈다. 일치도 측면에서 차이가 난 원인에 대한 검토는 추후의 과제로 미루기로 한다. 한편 단면형상비 $\frac{y_1}{x_1}$ 은 평형철근비에 영향을 미친다는 점은 Hsu의 연구에서 밝혀진 바 있는 데, Hsu¹⁰⁾는 식(1)에서 이의 영향을 고려하지 못했다. 반면 제안식은 해석을 통해 이의 영향이 고려되어있으며, 표 7에서 B, M계열의 시험체는 $\frac{y_1}{x_1} = 1.6$ 으로서, 이들 시험체에 대한 예측결과는 16개의 시험체에 대해서 14개가 일치하여 87.5%의 일치도를 보였으며, C계열의 시험

체는 $\frac{y_1}{x_1} = 1.0$ 으로서 제안식의 예측결과는 6개의 시험체에 대해서 5개가 일치하여 83.3%의 일치도를 보였다. 위의 비교결과를 놓고 볼 때 제안식은 $\frac{y_1}{x_1} = 1.6$ 과 1.0의 두 경우에 대해서 일치도 면에서 외관상 약 4% 정도의 차이를 나타내고 있다. 이상의 결과를 통해서 볼 때 제안식은 단면형 상비 $\frac{y_1}{x_1}$ 의 변화가 평형철근비에 미치는 영향을 효과적으로 반영하고 있음이 확인할 수 있다.

한편, 기존의 실험결과에서¹⁰⁾에서 보인 횡방향 평형철근비를 이론결과와 비교해 보면 표 8과 같다. 표를 통해서 볼때 제안식은 Hsu와 Mitchell의 식에 비해 확실히 개선된 점을 확인할 수 있다. 한편 고강도(I군) 및 저강도(J) 콘크리트를 포함한 전시험체에 대해서 Chakraborty식은 실험결과와 잘 일치한 반면 제안식은 저강도 및 고강도콘크리트에는 잘못지 않은 것으로 나타나는 데, 본 연구의 범위는 일반콘크리트에 한하므로 I, J군 시험체를 제외한 실험결과에 대해서는 제안식은 충분히 만족할만한 일치도를 나타냄을 알 수 있다. 비록 제안식이 저강도 및 고강도 콘크리트에서는 잘못지 않지만, 해석시 접근과정이 상이함에도 불구하고 I, J군 시험체를 제외한 시험체군에 대해서 제안식이 실험결과 및 Chakraborty식과 거의 동일한 결과를 보이고 있음에 주목할 필요가 있다.

한편 Mitchell의 식은 표 8에서 본 바와 같이 제안식에 비해서 평형철근비가 높게 나타나고 있음을 볼 수 있고, 또한 표에서 나타난 실제 평형철근비 보다 높게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 현상은, 본 연구에서 이미 지적한 바와 같이 Mitchell의 제안식은 해석과정에서 2축응력 상태하의 콘크리트의 강도감소효과(Softening effect)를 고려하지 않고 콘크리트의 실린더 강도 F_c 를 그대로 사용하므로써, 이 효과를 고려한 제안식에 비해 상대적으로 콘크리트 강도를 과대평가 한 데서 그 원인이 있다고 판단된다.

6. 결 론

1) 평형철근비 해석에서 도입한 콘크리트 Softening effect는 본 연구의 실험결과와 고찰 및 기존의 제안식과의 비교고찰을 통해서 확인할 수 있었다.

2) 본 연구에서 제시한 평형철근비 식을 이용한 파괴형태 예측결과는 본 연구의 실험결과와는 상당한 차이를 보인 반면 기존의 실험결과와는 거의 정확하게 일치하였다.

3) 제안식은 단면형상비의 변화가 평형 철근비에 미치는 영향을 효과적으로 반영하고 있음을 기존의 실험결과와의 비교를 통해서 확인할 수 있었다.

4) 횡방향 평형철근비의 제안식은 기존의 Chakraborty의 제안식과는 해석시 접근과정의 다름에도 불구하고 일반콘크리트에 대해서는 거의 同一한 결과를 보였다.

본 연구에서 밝힌 제안식은 일반콘크리트를 대상으로 한 것이며 저강도 및 고강도 콘크리트에 대해서는 추후의 연구가 뒤따라야 할 것으로 본다.

부 호

F_x, F_y = 횡방향 및 축방향 철근의 항복강도
 F_c = 철근의 항복강도

F_c = 콘크리트 설계기준 강도

x, y = 콘크리트 단면의 단변 및 장변길이

x_i, y_i = 스테럽 중심거리, 각각 단변 및 장변 길이

S = 횡방향 철근(스테럽)의 간격

p_x, p_y = 콘크리트 단위체적당 각각 횡방향 및 축방향 철근 체적비

p_{lx}, p_{ly} = 각각 횡방향 및 축방향 평형철근비

A_t = 횡방향 철근 한개의 단면적

A_l = 축방향 철근 전체 단면적

ϵ_t, ϵ_l = 횡방향 및 축방향 철근의 변형도

ϵ_d = 콘크리트 스트러트의 평균 압축변 형도

σ_d = 콘크리트 스트러트의 평균 압축응력

A_0 = 전단흐름 중심선으로 싸인 면적

$P_0 = A_0$ 의 주장(Δp_0)

f_r = 콘크리트 강도감소 계수

k_1 = 동가압축응력 블록 계수

t_d = 전단흐름 영역의 두께(유효벽두께)

θ = 단위길이당 비틀림 각

α = 균열각

E_s = 철근의 탄성계수

E_c = 콘크리트의 탄성계수

<참고문헌>

- 1) 박병용, "콘크리트 부재의 비틀림에 관한 연구", 대한건축학회지, 제21권, 제77호, pp. 14-23, 1977
- 2) 박병용, "횡과 비틀림을 받는 철근콘크리트 보", 대한건축학회지, 제23권, 제88호, pp.51-54, 1979
- 3) 박병용, 음성우, "철근콘크리트 부재의 비틀림 보강에 관한 연구" 대한건축학회 학술발표 논문집, 제3권, 제1호, pp.89-92, 1983
- 4) 서상교, 음성우, "콘크리트 부재의 순수 비틀림에 관한 연구" 충북대학교 논문집, 제31집, pp.315-323, 1986
- 5) 신현목, 김은겸, 김선일, "순수비틀림을 받는 철근콘크리트 부재의 내력", 대한 토목학회 논문집, 제8권, 제2호, pp.125-126, 1988
- 6) 음성우, "순수비틀림을 받는 철근콘크리트

- 보의 거동에 관한 연구”, 박사학위 논문, 고려대학교 pp.1-122, 1990
- 7) 長瀧重義. 李承漢, 岡本亨久, “鐵筋コソクリ一ト部材のねじり耐荷機構に關する一考察”, 日本土木學會論文集, 第390號/V-8, pp.179-188, 1988
 - 8) Hsu, T.T.C. and MO, Y.L. “Softening of Concrete in torsional members”, Research Report No. ST-TH-001-83, Dept. of Civil engineering Univ. of Houston, pp.1-107, 1983
 - 9) Vecchio, F. and Collins, M.P., “Stress-Strain characteristic of Reinforced Concrete in Pure Shear”, IABSE Colloquium Advanced Mechanics. No.115, pp.113-122, 1981
 - 10) Hsu, T.T.C., “Torsion of Structural Concrete—Behavior of Reinforced Concrete Rectangular Members”, ACI Publication sp-18, pp.261-306, 1968
 - 11) Chakraborty, M., “Torsional—Balanced steel in Concrete Beams”, Journal of ASCE, Structural Division, V.103, ST11, pp.2181-2191, 1977
 - 12) Collins, M.P. and Mitchell, D. “Diagonal Compression Field Theory—A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion”, Journal of ACI pp.396-408, 1974
 - 13) Hus, T.T.C, “Torsion of Reinforced concrete”, Van Nostrand Reinhold Company Inc., pp.1-516, 1984
 - 14) CEB-FIP, “Model Code for Concrete Structures”, CEB-FIP Int. Recom., 3rd ed. 1978
 - 15) Collins, M.P., “Torque—Twist Characteristics of Reinforced Concrete Beams”, Inelasticity and Non-Linearity in Structural Concrete, Univ. of Waterloo Press, pp.211-232, 1972