

# 유한 요소법에 의한 콘크리트 포장도로의 구조해석 프로그램개발\*\*

## Development of Finite Element Analysis Program for the Concrete Pavement

趙 炳 琬\*  
Jo, Byung Wan

### 요 약

근세 사회의 눈부신 산업발전과 함께 늘어나는 빈번한 차량 하중을 좀더 합리적으로 충분히 노반에 분산시키기 위하여 콘크리트포장이 근래 널리 이용 되어져 왔다.

아스팔트계 포장의 표층이 휨응력에 저항하지 못하고 하중을 받으면 표층의 변형이 그대로 노반에 전달 되어 일체로 되어 변형을 하지만 콘크리트 포장은 콘크리트 슬래브가 구조체로서의 높은 휨강도와 큰 탄성 계수에 의해 휨응력 및 전단력에도 저항을 하게 되므로 차량하중뿐만 아니라 주기적인 온도 변화에 의한 팽창, 수축, 습음, 노상 노반의 체적변화 등에 의한 복잡한 응력을 받게된다. 이러한 콘크리트 포장구조의 제응력 현상을 구조 역학적인 입장에서 좀더 정확하게 합리적으로 해석을 하기위해 유한요소법을 이용한 컴퓨터 구조해석 프로그램을 개발하여 모든 하중 조건하에서의 슬래브 처짐과 응력을 계산하고 예상함으로써 콘크리트 포장구조의 파괴현상을 연구하고 합리적인 설계자료를 제공하고자 한다.

### Abstract

As modern industry go further, a rigid concrete pavement has been widely constructed. The load-carrying capacity of the flexible asphalt pavements is brought about by a layered system, distributing the load over the subgrade, rather than by the bending action of the slab. On the other hand, the rigid pavement, because of its rigidity and high modulus of elasticity, tends to distribute the traffic load over wide subbases, and its capacity of the strength is supplied by the slab itself.

Thus, it is necessary to study the structural behavior of concrete slab under the variations of temperature changes and applied traffic loads.

It requires the development of finite element analysis program for the concrete highway pavement, which provides better understanding of concrete pavement behavior and effective design data to highway engineers.

\* 정회원, 한남대 토목공학과 조교수, 공박

\*\* 본 연구는 1989-1990년도 한국과학재단의 신진연구비 지원에 의한 것임.

□ 이 논문에 대한 토론을 1990년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1990년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

### 1. 기존 프로그램 고찰

1920년에 Westergaard<sup>2)</sup>가 박판이론(thin plate theory)을 근거로 강성포장을 해석하기 위한 고전적인 수치해석방법을 제시한 이후, 근래의 컴퓨터 발전과 함께 Tabatabaie 와 Barenberg 에 의한 ILLISLAB<sup>3)</sup>, Tabatabaie 와 Colly 에 의한 JSLAB<sup>4)</sup>, 미국육군 공병연구소에 의한 WESLIQUID AND WESLAYER<sup>5)</sup>, 켄터기 주립대학에서 개발되 KS-LAB, 후로리다 주립대학에서 개발된 FEACONS ... 등, 여러포장도로 구조해석용 프로그램들이 개발 되었다. 이들의 특징은 간단히 요약하면 다음과 같다.

#### 1) ILLISLAB.

1978년 Tabatabaie 와 Barenberg 는 기초지반을 dense liquid 로 보아 하나의 수직변위 자유도만을 허용하는 Winkler foundation 으로하고 이음부의 Dowel bar 는 수직변위와 회전변위를 갖는 두개의 자유도에 의해 하중과 모멘트를 인접슬래브에 전달하고, Aggregate interlock and Keyway joint 는 하나의 수직변위 자유도에 의해 하중을 전달하도록 하였다.

#### 2) WESLIQUID and WESLAYER.

미국육군 공병연구소(U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station)는 Zienkiewicz 와 Cheung 이 유도한 직사각형판 유한요소를 이용하여 기초지반의 모델링 방법에 따라 Winkler foundation 에 의한 하나의 수직변위 자유도에 구속되는 WESLIQUID 모델과 Elastic layered solid 에 의해 한 점뿐만 아니라 이웃하는 여러 절점의 수직변위 자유도에 구속되는 WESLAYER 모델을 개발하였다.

#### 3) JSLAB.

1981년 포틀란트 시멘트협회(Portland Cement Association)의 Tayabji 와 Colly 는 ILLISLAB 와 비슷한 방법으로 직사각형 유한 요소를 이용한 slab 해석, thick beam 또는 spring 요소를 이용한 조인트 연결부 처리, 수직 spring 을 이용하여 지반을 모델링한 JSLAB 을 개발하였다. 이때 슬래브를

구성하는 판요소(plate element)는 1층 또는 2층 구조로서 경계면에서의 부착(Bond)을 환산단면개념(Transformed Section Concept)을 사용하여 고려할 수 있도록 하였다.

위와 같은 특징을 살펴볼때 WESLIQUID and WESLAYER program 를 ILLISLAB 나 JSLAB 와 같은 직사각형 mesh 를 사용하여 해석을 하지만 근본적인 차이점은 지반을 모델링 하면서 WESLAYER model 은 Elastic Layered Solid 로 가정하고 WESLIQUID model 은 등분포로 설치된 일련의 탄성 스프링을 이용한 dense liquid material 로 가정하는 점이다.

#### 4) FEACONS.

후로리다 주립대학에서는 미연방정부와 주정부의 도로연구비를 받아 Dr. M. Tia, K.L. Toye and S. Lei (5)는 좀더 합리적이고 현장의 조건에 맞는 콘크리트 포장도로 구조해석용 프로그램인 FEACONS (Finite Element Analysis of Concrete Slab) 를 개발하기 시작하여 경사 조인트까지도 해석하고 컴퓨터 그래픽스와 연결되는 콘크리트 포장도로 구조해석용 프로그램이 완성 되었다.

이 프로그램에서 고려되는 입력데이터는 다음과 같다.

- (1) 콘크리트 슬래브의 자중
- (2) 콘크리트 슬래브밑 지반의 공동(subgrade voids) 유무
- (3) 수직 및 경사조인트
- (4) 콘크리트 슬래브의 가장자리에서의 마찰효과(Tie bars).
- (5) 온도변화에 의한 팽창, 수축효과
- (6) Dowel bar 의 강성
- (7) Dowel bar 의 slip distance
- (8) 지반의 비선형 해석

이상의 입력데이터에 의해 슬래브자중 및 온도 변화등에 의한 초기처짐 및 초기응력, 차량하중에 의한 처짐, 모멘트, 응력, 주응력과 그들의 최대치가 각 절점에서 계산되어 콘크리트 슬래브의 균열에 대한 파괴응력을 예측할 수 있다.

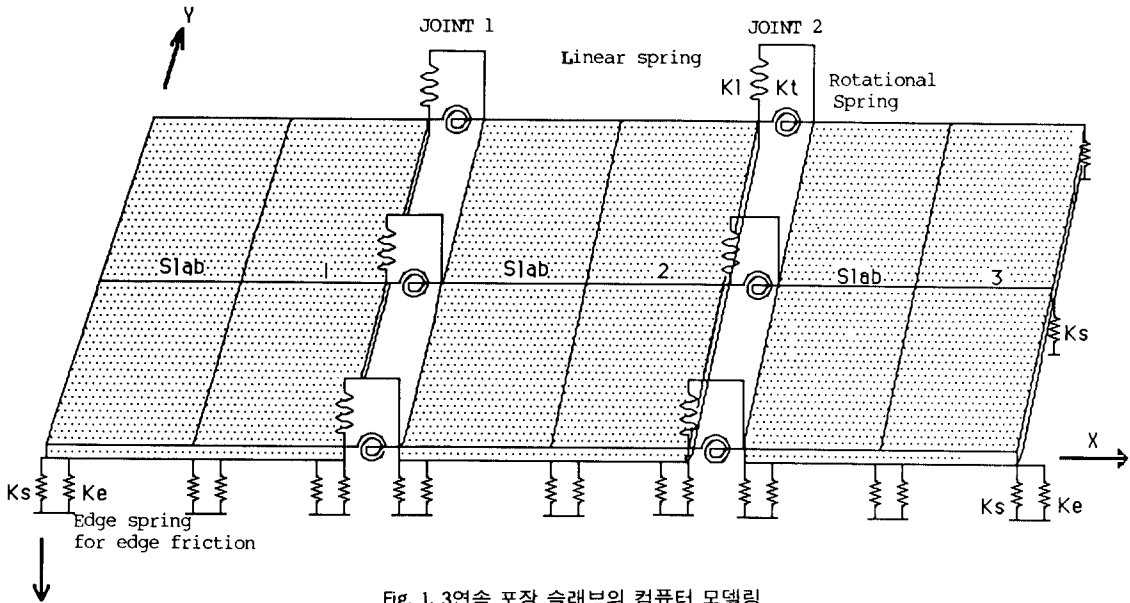


Fig. 1. 3연속 포장 슬래브의 컴퓨터 모델링

2. 콘크리트 포장구조의 모델링

콘크리트 포장도로의 주하중인 차량하중과 온도변화 및 건조수축에 의한 내부응력의 변화와 전달등을 고려하여 그림1 에서 보인 바와 같이 2개의 가로줄눈(two intermediate joints)을 가진 하나의 3연속슬래브 구조시스템으로 모델링을 하고 각 슬래브는 평행사변형 판요소(parallelogrammic plate bending element)의 무수한 조합으로 본다. 이때 2개의 슬래브를 연결하는 가로줄눈에서 하중전달 또는 내부응력의 전달은 가로줄눈의 경계점에서 수평(linear) 스프링과 회전(rotational) 스프링을 연결하여 구조적인 강성의 연속성을 부여하고, 세로 줄눈에서는 수직(shear) 스프링을 각절점마다 연결하여 tie bar 의 마찰, 억제효과를 고려하였다. 그리고 지반의 지지력을 Winkler foundation 으로서 일련의 수직(vertical) 스프링을 슬래브의 전하면에 배치하여 지반의 단위중량 및 강성을 고려하였다.

1) 노반(Subgrade)

노반은 유한요소의 각절점에서 일련의 수직스프링을 가진 윙클러지반(Winkler foundation)으로 해석을 한다.

콘크리트 비파괴실험으로 알 수 있는 노반의 공동부분(Subgrade voids)은 슬래브와 수직스프링사이의 초기간격으로 주어지고 스프링강성은 없는 것으로 한다.

지반의 선형해석의 경우에는 슬래브와 지반이 접촉해 있는한 지반의 강성은 일정하다고 보며, 비선형 해석의 경우 하중과 지반변형의 관계는 다음식으로 주어진다.

$$F = A \cdot d + B \cdot d^2$$

여기서,  $F$  = 하중/면적

$d$  = 변위

$A$  와  $B$  = 지반에 따른 상수

이때 지반의 강성계수는 지반변형( $d$ )에 따라 변하며  $A + 2Bd$  로 주어진다.

2) 슬래브 이음부(joints)

콘크리트 슬래브의 온도변화에 의한 수축응력이 생기는 경우 극한인장강도를 초과하는 경우에는 콘크리트 슬래브에 균열이 발생하므로 수축줄눈을 만들어 균열을 억제하게 되고 팽창줄눈의 간격인 슬래브의 길이는 보통 8-12M 정도를 사용하여왔다.<sup>6)</sup> 이때, 인접한 두 콘크리트 슬래브의 경

계면에서의 하중전달효과는 모든 내적, 외적하중 및 그에 따른 변위를 고려하여 경계면상의 유한요소 각 절점에서 선형스프링과 회전스프링을 사용하여 인접슬래브에서의 수직변위와 회전변위를 각각의 선형강성계수와 회전강성계수에 의해 아래 그림과 같이(Fig. 2) 전달하도록 하였다. 슬래브의 횡이음부에서의 마찰효과는 절점을 따라 전단스프링을 사용하여 마찰을 고려하였다.

### 3. FEACONS V 프로그램의 전개과정

FEACONS 프로그램의 전개과정은 아래와 같이 일반구조해석용 프로그램과 같다.

- 1) 슬래브의 크기와 두께 그리고 재료특성에 따른 강성요소 매트릭스 계산
- 2) 슬래브의 자중, 온도변화 그리고 차량하중에 의한 하중벡터계산
- 3) 하중벡터에 의한 슬래브의 하중계산

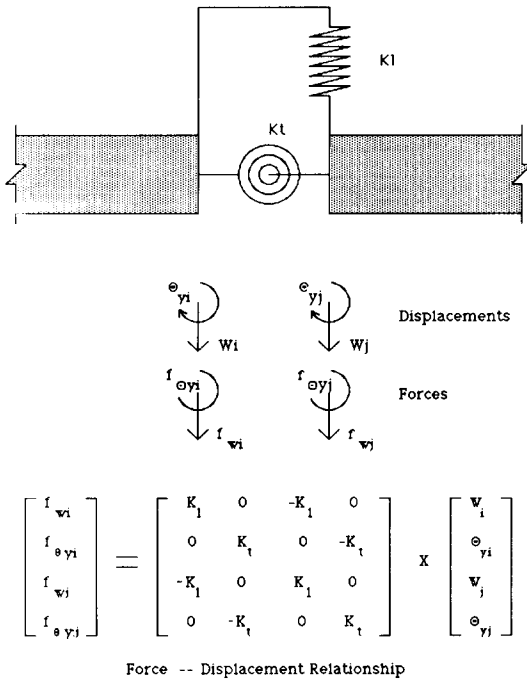


Fig. 2. Linear and Rotational Spring Elements Modeling Joint Behavior

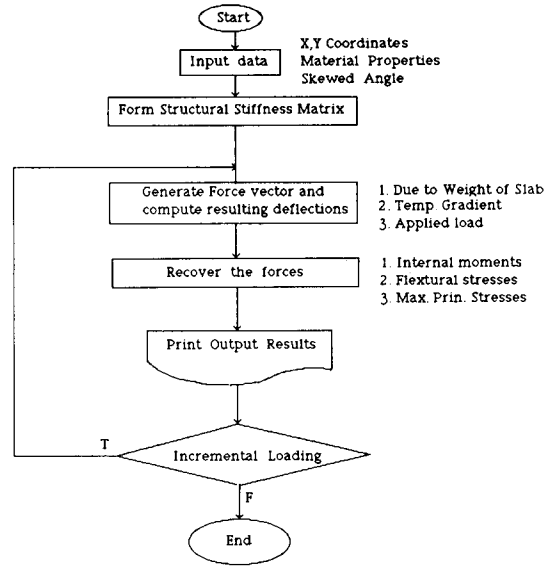


Fig. 3. Simplified Flow Chart of Feacons V Program

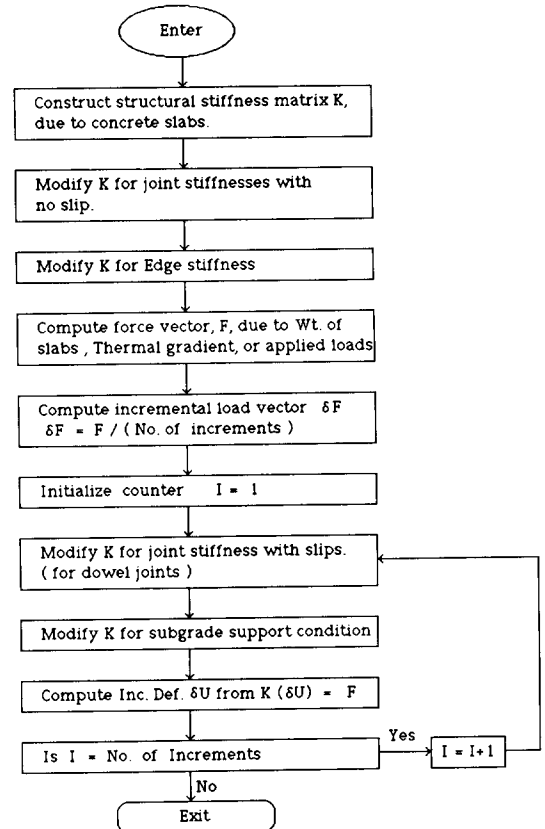


Fig. 4. Flow chart for computing slab deflections

- 4) 모멘트 및 최대모멘트 값 계산
  - 5) 휨응력 및 최대휨응력 값 계산
  - 6) 주응력, 방향, 최대주응력 값 계산
- 이를 위한 Flow-chart 가 Fig 3, 4에 주어졌다.

4. 프로그램의 적용 예

콘크리트 고속도로는 훌륭한 내구성과 경제성으로 세계 여러나라에서 많이 건설되어 한 국가의 대동맥으로서 잘 사용되어져 왔지만, 특히 일부 구간에서는 균열과 침하 등 파괴 현상 또는 보고되고 있고, 이에대한 해결책의 한 방법으로 경사 조인트를 콘크리트 고속도로에 도입하고 있는 실정이다. 이에, 경사 조인트의 효과와 파괴현상과의 관계를 역학적으로 규명하고자 Falling Weight Deflectometer 등을 이용한 많은 현상 실험 데이터가 주어진 미국의 Interstate-75 고속도로를 예로 들어 해석해 보기로 한다.

1) 입력 자료

- 슬래브 길이: 22ft (6.7 m)
- "    폭 : 12ft (3.6 m)
- "    두께: 9inch(23cm)
- 경사조인트 경사각: 0°, 9.46°, 18°
- 콘크리트 단위중량: 140pcf(2.24 t / m<sup>3</sup>)
- "    탄성계수: 5290ksi(370000kg/cm<sup>2</sup>)
- "    포아송비: 0.2
- 스프링 강성계수: 지반=0.175 kci (4.85kg/cm<sup>2</sup>)
- 회전=160000/in (2860 t / cm)
- 선형=10 ksi (7000kg/cm<sup>2</sup>)
- Edge=10 ksi (7000kg/cm<sup>2</sup>)
- 온도차(슬래브 윗면-슬래브 아랫면): -10°F
- (밤)
- + 20°F
- (낮)

2) 결과분석

컴퓨터 입력을 위해 3연속 콘크리트 포장슬래브를 Fig. 5에 보인바와 같이 절점과 요소에 번호를 부여하고, 차량하중으로는 AASHTO HS-20(32 kips per axle)을 적용하여 사용가능한 최대하중으로 축당 40kips(18.16ton)를 1.8m 떨어진 20kips

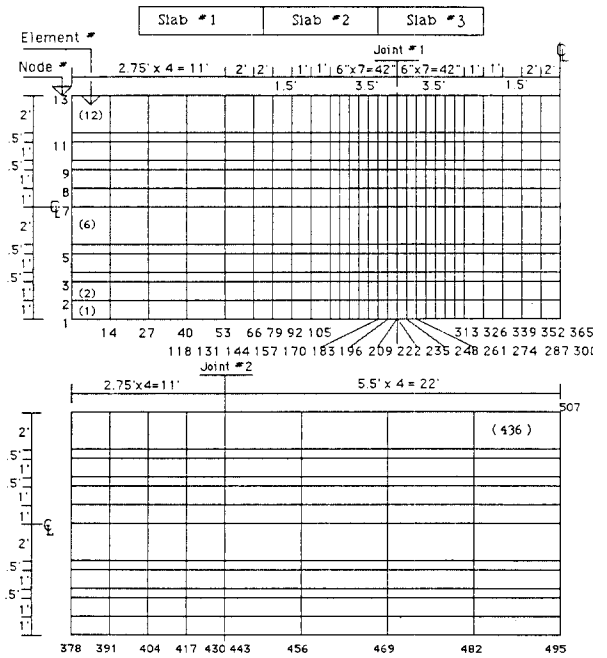


Fig. 5. Input Meshes for Joint Loadings

Input Data : Slab Dimension Length=22 ft  
 Width = 12ft Thick = 9 in Skew = 9.46°  
 Material Property Ec = 5290 PR = 0.2  
 Stiffness Ks = 0.1 Kr=1000, Kj=10 Ke=10  
 dT = -10 °F Wheel Load = EJE 40 kips

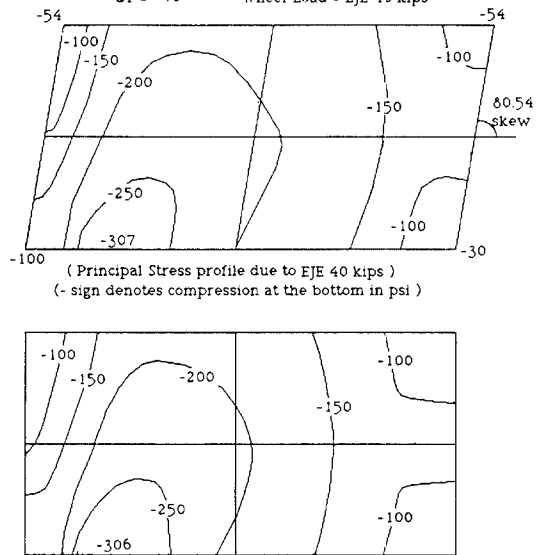


Fig. 6. Effects of Skewed Joint on Principal Stress Profile

두개의 차륜하중으로 경사 조인트의 양쪽에 재하하여 기존의 수직방향 조인트와 비교하였다. 이에따

**Table 1. Maximum Stresses due to a Joint Edge 40 Kips Axle loading . (18, 16ton)**

Skew Angle	Maximum Stress ( $P_{st}$ )		
	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$
$\alpha=0$	598 $P_{st}$ (42kg/cm <sup>2</sup> )	678 ( 47)	93 ( 7)
$\alpha=9.46$	607 (43)	743 ( 52)	105 ( 8)
$\alpha=18.4$	665 (47)	628 ( 44)	127 ( 9)

\* The numbers in Parenthesis denote the Stresses in MKS unit (km / cm<sup>2</sup>).

**Table 2. Maximum Stresses due to a Mid-slab loading of 40 Kips (18, 16 ton per axle)**

Skew Angle	Maximum Stress ( $P_{st}$ )		
	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$
$\alpha=0$	744 ( 52.1)	565 ( 40 )	78 ( 5)
$\alpha=9.46$	748 ( 52.4)	576 ( 40.3)	102 ( 7)
$\alpha=18.4$	580 ( 40.6)	603 ( 42.2)	120 ( 8)

\* The numbers in Parenthesis denote the Stresses in MKS unit (kg / cm<sup>2</sup>)

른 구조 해석의 결과는 Table 1 과 Table 2 에 주어졌으며, 이를 살펴보면 경사 조인트의 경사각과 함께 모서리 부근에서는 최대 주응력( $\sigma_1$ )은 조금 증가 하다가 감소하며, 전단 응력은 꾸준히 증가하는 현상을 보여 경사 조인트를 사용한 콘크리트 포장도로에서의 모서리 부근의 균열 현상을 이론적으로 규명하고 있으며, 이의 효과를 좀더 이해하기 쉽게 Fig. 6 에서 최대 주응력도의 변화를 보여주고 있다(Ref. 6)

### 5. 결론 및 장래 연구사항

FEACONS V 프로그램을 위하여 유도된 평형 사변형판 유한요소는 한절점에서 하나의 수직변위와 두개의 회전변위를 갖는, 총 12개의 자유도로 이루어졌다.

Melosh, Zienkiewicz 와 Chung 에 의해 유도된 MZC 직사각형판과 같이 경계면에서의 normal slope 가 일치하지 않고, 불연속(discontinuities)이 생겨

nonconforming 하지만 판의 휨이론에서 Constant strain 을 유지하고, 완전하고 안정된 변위함수(Displacement Function)를 가지기 때문에 converge 하는데는 문제가 없다.

콘크리트슬래브밀의 지반을 모델링하면서 Winkler 5 Foundation 에 의한 일련의 수직스프링을 사용하였지만 여러층으로 이루어진 노반을 고려할 때 이의 개선이 요망되고 프로그램 내부에서의 기억용량 축소를 위해 Dynamic storage 개념을 사용하여 프로그램을 변경중에 있으며, 유한요소의 수많은 절점으로 이루어진 슬래브의 처짐 및 응력의 결과등을 좀더 체계적으로 연구할 수 있겠끔 컴퓨터 그래픽스를 이용한 Stress Profile 과 Deflection Profile 을 그려주는 Data Base 를 만들고 인공지능(Artificial Intellegence)의 전문가시스템(Expert System)에 의한 좀더 합리적인 콘크리트 포장도로 구조해석용 프로그램이 되도록 하겠다.

### 6. 감사의 말씀

본 연구는 "1989~90년도 한국과학재단 연구비 지원(신진연구)"에 의하여 이루어진 것으로 이에 관계기관에 감사드린다.

### 7. References

1. Westergaard, H. M., "Stresses in Concrete Pavements Computed by theoretical analysis", Public Roads, Vol. 7, No.2, April, 1926.
2. Tabatabaie, A. and Barenberg, E.J., Finite Element Analysis of Jointed or Cracked Concrete Pavements, Transportation Research Board (676), 1978, pp. 11-19.
3. Tayabji, S.P. and Colley, B.E., Analysis of Jointed Concrete Pavements, Federal Highway Administration, National Technical Information Service, 1981.
4. Chou, Y.T., Structural Analysis Computer Programs for Rigid *Multicomponent Pavement Structures with Discontinuities*, WESLIQUID and WESLAYER, Technical Reports 1, 2, and 3, U.u. Army Engineering Waterways Experiment Station, C.V. Vicksverg Miss.,

*May, 1981.*

5. Tia, Mang, Armaghani, J.M., Wu, C., Byung Wan Jo, Field Evaluation of Rigid Pavements for the Development of a Rigid Pavement Design System—Phase I, University of Florida Final Report, Project, 245—D54, submitted to Florida Department

of Transportation, July, 1986.

6. Jo, Byung—Wan, “A Finite Element Analysis for the Concrete Highway Pavements with Skewed Joints.” 대한토목학회 논문집, 제8권 제4호, 1988.

(접수일자 : 1990. 5. 10)