

고압도 방전등의 아아크 특성에 대한 이론적 고찰

論 文
4-2-1

(A Theoretical Investigation of the Arc Characteristics of the High-Intensity Discharge Lamps)

金 燾*
(Hoon Kim)

요 약

고압 수은등의 전기적 특성을 예측하기 위한 컴퓨터 프로그램을 작성하였다. 즉 고압기체방전에 서 성립되는 단위체적당 에너지 평형식과 입자의 밀도에 대한 연속방정식을 방전관의 반경과 시간 에 대하여 풀어서 전류값을 예측하였다.

프로그램의 수행결과, 방전관에 입력된 에너지는 방사에너지로 가장 크게 손실되며, 전도손실은 시간에 무관하게 거의 일정한 것으로 나타났다. 또한 비교적 길이가 짧은 방전관의 특성을 예측하 기 위하여 음극강하를 고려하여 산정한 길이를 추정하는 방법을 개발하였다.

Abstract

A computer program to predict the electrical characteristics of the high-pressure mercury lamps was developed. Solving the energy balance equation of the unit volume in high-pressure discharge and the continuity equation of mass density, for arc tube radius and time, this program calculates the value of the rms current.

As a result, it is known that the input energy to the tube is consumed as radiation loss mostly, and conduction loss is almost constant without regard time. And to predict the arc characteristics of the relatively short discharge tube, a method to presume the hypothetical length to represent the cathode fall is developed.

1. 서 론

기체중에서의 방전은 여러 분야에서 이용되고 있

으며 그 전기적 특성이 고체, 액체와 매우 다르므 로 이를 예측하기 위한 연구가 여러 사람에게 의해 많이 수행되어져 왔다.기체 방전은 방전이 일어나는 기체의 압력에 따라 저압방전과 고압방전으로 나눌

*正會員：江原大學校 工科大学 電氣工學科・工博

수 있으며 특성의 차이가 있으므로 이에 대한 연구의 방법도 자연히 달라지게 된다.

저압방전은 기체를 구성하는 입자중 전자의 에너지가 다른 입자의 에너지에 비해 매우 높으며 열역학적 평형상태가 성립하지 않으므로 그 특성을 예측하기 위해서는 전자, 기저상태 및 여러 여기상태의 원자들에 대한 입자밀도의 평형식과 전자의 에너지 평형식을 구성하고 이들을 동시에 풀어야 한다.^{1),3)}

이에 비해 고압방전에서는 전자의 에너지가 다른 입자의 에너지와 거의 같으며 국부적 열역학적 평형(Local Thermodynamic Equilibrium)이 성립하므로 온도가 균일한 체적내의 모든 입자에 대한 하나의 에너지 평형식과 입자밀도에 관한 연속 방정식만을 풀어서 비교적 쉽게 그 전기적, 물리적 특성을 예측할 수 있다.^{4),9)}

그러나 기체에서의 제 물리량들—비열, 열전도율, 도전율 등—은 기체의 압력과 온도에 의해서 결정되나, 고압방전에서 방사에너지만은 방전이 일어나는 전체 체적에서의 온도 분포 형태에 의지하므로 그 계산이 대단히 복잡하고, 방전이 일어나는 전극사이의 거리가 저압방전에 비하여 대개 짧아 음극강하의 영향이 대단히 커서 그 특성을 예측하는데 어려움이 있다.

본 연구에서는 고압방전에서 가장 단순하고 기본적인 고압 수은방전관을 택하여, 방전관 내부에서 성립되는 이론식을 구성하고, 그 식을 풀어서 방전관의 전기적 특성을 예측하였다. 수식의 풀이과정에서 필요한 물리량들을 계산하였으며 음극강하의 고려를 위한 새로운 방법을 제시하였다.

2. 이론적 배경

2.1. 이론식

축방향으로 특성이 균일하고 국부적 열역학적 평형이 성립되는 원통형 방전관 내에서의 아아크는 다음 수식들은 만족시킨다.

첫째로 축방향 전체의 세기와 아아크 전류는 오옴의 법칙에 의해 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$I = 2\pi E \int_0^{R_w} \sigma r dr \quad (1)$$

I: 아아크 전류 [A]

E: 축방향 전체의 세기 [V/m]

R_w: 방전관 반경 [m]

σ: 도전율 [Ω/m]

둘째로 아아크 내의 모든 체적소(體積素)에 대하여 국부적인 에너지 평형식이 성립된다.^{4),9)}

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \sigma E^2 - U + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} - \rho C_p \bar{v}_r \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2)$$

ρ: 봉입가스의 질량밀도 [kg/m³]

C_p: 정압비열 [J/kg K]

T: 체적소의 온도 [K]

U: 단위 체적당 방사에너지 [W/m³]

λ: 열 전도율 [W/m K]

v_r: 관경방향 대류속도 [m/sec]

(2)식의 우변은 순서대로 전기적 입력 에너지, 방사, 전도, 대류 에너지 손실을 나타낸다.

세째로 질량밀도에 관한 연속 방정식이 성립된다.^{4),7),9)}

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r r) = 0 \quad (3)$$

네째로 단위길이당 봉입된 수은의 양과 압력의 관계로서

$$m' = \int_0^{R_w} \rho \cdot 2\pi r dr$$

$$\int_0^{R_w} \frac{P}{kT} M \cdot 2\pi r dr$$

m': 단위길이당 봉입된 수은의 무게 [kg/m]

M: 수은 원자의 무게 (=3.332×10⁻²⁵kg)

p: 봉입 가스의 압력 [Pascal]

k: 볼츠만 상수 (=1.38×10⁻²³J/K)

로 나타내지며 압력 P는 반경에 무관하므로

$$m' = 0.1516p \int_0^{R_w} \frac{r}{T} dr \quad (4)$$

이 된다. 따라서 온도 T의 반경에 따른 분포를 알면 압력 p를 계산할 수 있다. 또한

$$p = \frac{P}{kT} M \quad (5)$$

이므로 ρ도 계산할 수 있다.

위의 5가지 식과 경계조건

$$v_r = (r=0) = 0$$

$$v_r = (r=R_w) = 0$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=0} = 0$$

$$T(r=R_w) = T_w = \text{constant} (1000K)$$

을 합하여 풀어서 고압방전의 특성을 예측할 수 있다.

이들 식을 풀기 위해서는 (1), (2)식에 들어있는 물리량 σ , C_p , U , λ 를 온도 및 압력의 함수로 나타낼 수 있어야 한다.

2.2 물리량의 계산

2.2.1 σ , C_p , λ 의 계산

도전율 σ 는 온도와 압력의 함수이며 계산과정에서 전자와 원자의 밀도, 전자-원자 및 전자-이온의 충돌 단면적을 필요로 한다. 본 연구에서는 Morris와 Walker가 제시한 방법에 의해 도전율을 계산하였다.^{10),11)}

정압비열 C_p 는 기본 정의식에 따라 저자가 개발한 방법을 이용하여 계산하였다.¹¹⁾ C_p 도 온도와 압

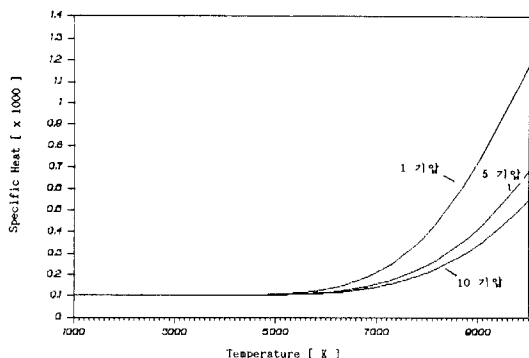


그림 1. 수은 증기의 정압비열
Fig. 1. Specific heat C_p for mercury vapour

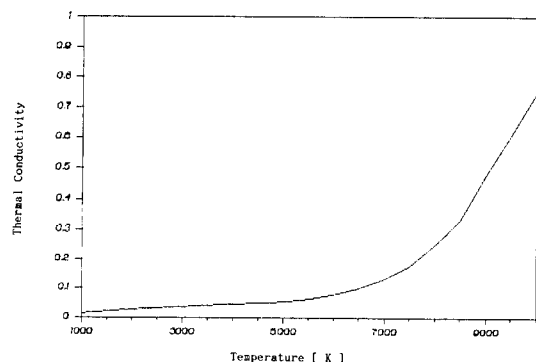


그림 2. 수은 증기의 열전도율
Fig. 2. Thermal conductivity of mercury vapour

력의 함수이나 방전관 내에서 수은의 압력은 주기 중에 크게 변화하지 않고 C_p 의 값도 압력에 크게 의존하지 않으므로 본 연구에서는 10기압에서의 C_p 를 온도에 따라 계산하여 데이터로 저장하고 필요시에 이를 사용하였다. 그림 1은 압력이 1기압, 5기압, 10기압일 때 온도 1,000-10,000K사이에서의 C_p 값의 변화를 도시한 것이다.

열전도율 λ 는 온도에 크게 의존하며 압력에는 거의 무관하므로 5000K 이하의 경우는 Svehla의 자료를¹²⁾, 5000K 이상에는 Lowke 등의 자료를 이용하였다.⁶⁾ 그림 2에 본 연구에서 사용한 λ 값을 도시하였다.

2.2.2 U 의 계산

서론에서도 언급한 바와 같이, 방사에너지는 그 위치의 온도뿐 아니라 전체 온도 분포의 형태에 의존한다. 이는 방사에너지의 가장 큰 부분을 차지하는 광학적으로 두꺼운 공진선들(Optically thick lines)이, 기저상태의 원자에 의해 매우 잘 흡수되기 때문이다. 따라서 수 기압 정도의 수은 방전에서 이 공진에 의한 방사에너지를 계산하기 위해서는 우선 주어진 온도와 압력에서 공진선의 퍼짐(broadening)을 계산한 뒤, 주어진 온도 분포에 따라 방사전달 방정식(radiation transfer equation)을 풀어야 하며, 이는 대단히 긴 시간을 요하는 작업이다.

Stormberg와 Schafer는 실제 컴퓨터로 방전관의 특성을 예측하는 과정에서 방사에너지의 계산에 많은 시간을 뺏기는 것을 막기 위하여 주어진 온도분포, 압력, 방전관 중심온도, 방전관 반경에 대하여 방사 에너지를 계산하고, 이를 르잔드르 다항식(Legendre polynomial)을 이용하여 근사화 하였다.⁹⁾ 즉 이들은 원통형 방전관에서 r 위치의 온도가

$$T(r) = T_0 - (T_0 - T_w) \left[\frac{r}{R_w} \right]^\beta \quad (6)$$

T_0 : 방전관의 중심온도 [K]

β : 1.8-4.3 사이의 상수

와 같이 계산되는 포물선형의 온도분포를 가지며 T_0 가 4700-6300K, 압력이 1기압-20기압, R_w 가 0.25-1.25cm의 범위 내에 있는 수은 방전에 대하여 방사에너지 U 를 계산하고 이를 근사화하여, 온도 T 에서의 방사에너지가

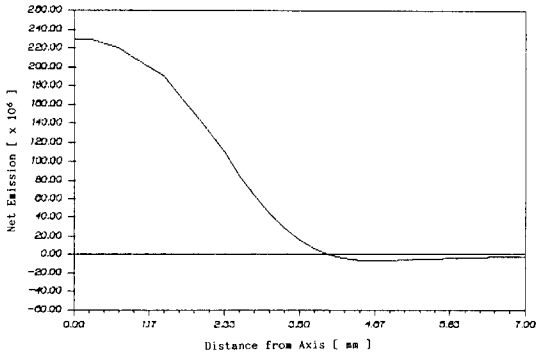


그림 3. 방전관 내의 방사에너지
Fig. 3. Radiation power per unit volume of the discharge tube

$$U(T) = U_0 \frac{\sum_{n=0}^8 a_n P_{2n}(\tau)}{\sum_{n=0}^{18} a_n} \quad (7)$$

U_0, a_n : T_0, β, p, R_w 에 따른 상수

P_n : Legendre polynomial

$$\tau = \frac{(T - T_w)}{(T_0 - T_w)}$$

의 식으로 간편히 계산되도록 하였다. 본 연구에서는 (7)식에 의해 방사에너지를 계산하였다. 그림 3은 $T_0=5500K, \beta=2.5, p=1013180$ Pascal, $R_w=0.7cm$ 인 경우 방전관 내 각 위치의 U값을 나타낸 것이다.

3. 측정과 프로그래밍

3.1 측 정

본 연구에서는 두 개의 수은등을 이용하여 측정을 행하였다. 두 수은등의 방전관 반경은 같으나 전극간 거리와 봉입된 수은의 무게는 다르다. 이 수은등을 고역률형 수은램프용 안정기에 연결하고

60Hz의 전원전압을 인가한 뒤 수은등의 등전압과 등전류 파형을 디지털 스토리저스코우프(Digital Storagescope)로 $10\mu sec$ 마다 샘플링하여 측정하였다. 스코우프에 저장된 전압, 전류의 순시치들을 컴퓨터에 전송하여 저장시켰다. 다른 수은등에도 동일한 작업을 수행하였다.

표 1에 두 수은등의 제원과 측정치를 나타내었다.

3.2 프로그래밍

본 연구는 앞에서 주어진 식들에 의해 고압 수은 방전의 전기적 특성을 예측할 수 있는지를 검증하는 것이 목적이므로 다음과 같은 순서의 프로그램을 작성하였다.

- ① 방전관 내 각 위치의 온도 T , 봉입가스의 질량밀도 ρ 와 반경방향의 대류속도 v_r 에 적절한 초기치를 준다.
- ② 시간 $t=\Delta t$ 로 한다.
- ③ 이때의 전계의 세기 E 를, 측정된 등전압을 적당한 거리로 나누어 계산한다.
- ④ 주어진 온도 분포에 따른 방전과 내의 압력을 (4)식에 의해 계산한다.
- ⑤ 온도와 압력에 따라 방전관 내 각 위치의 $\rho, \sigma, C_p, \lambda$ 값들을 구한다.
- ⑥ (3)식을 이용하여 각 위치의 v_r 를 계산한다.
- ⑦ 온도분포를 나타내는 값 β 를 구하고, T, p 의 값을 대입하여 각 위치의 U값을 계산한다.
- ⑧ (1)식에 의해 등전류 I 를 계산한다.
- ⑨ $T, \rho, v_r, \sigma, \lambda, E, C_p, U$ 값들을 (2)식에 넣어 새로운 T 값을 계산한다.
- ⑩ 전원전압의 한 주기가 될때까지 시간 t 를 Δt 씩 증가하며 ③-⑨의 과정을 반복한다.
- ⑪ 한 주기가 끝나면 T, v_r 의 값을 초기치와 비교하여 오차를 계산하고 전류 I 의 실효치를 계산하

표 1. 수은등의 제원과 측정치.

Table 1. The specification and the measured values of mercury lamps.

구 분	방전관반경 (cm)	전극간거리 (cm)	봉입된수은량(mg)	등전압 (V)	등전류 (A)	등전력 (W)
LAMP A	0.7	2.2	32.3	121.5	2.13	236
LAMP B	0.7	2.5	30.2	124.5	2.07	235

여 측정치와 비교한다.

⑫ T, v_r 의 오차가 무시할 수 있을 정도로 될 때까지 ②-⑪의 과정을 반복하고, 이때 초기치는 ⑩에서 계산된 한 주기 끝에서의 T, ρ , v_r 값이 된다.

실제 프로그램 작성시 이용한 사항들은 다음과 같다.

1) 초기치로 주어진 온도분포는 $T_0=5500K$, $\beta=2$ 로 하고 ρ 값은 이 분포에 의해 계산하였으며 v_r 의 초기치는 모두 0으로 하였다.

2) 한 주기를 3000개의 구간으로 나누어 Δt 는 $5.56\mu\text{sec}$ 정도이다.

3) 등전압은 양광주에서의 전압강하와 음극강하(Cathode Fall)의 합이므로

$$V = E \cdot l + V_c$$

V: 등 전압 [V]

l: 전극간 거리 [m]

V_c : 음극 강하 [V]

의 식으로 표현되어진다. 실제로 측정 가능한 값은 V이므로 E를 알기 위해서는 V_c 의 값을 알아야 하나, 음극 근처에서 일어나는 현상들은 현재 확실히 구명되어 있지 않다. 따라서 일반적으로 주기중에서의 V_c 값의 변화는 대략 E의 변화에 비례하는 것으로 보아

$$V = E \cdot l + E \cdot l_c = E(l + l_c) \quad (8)$$

로 되고 실제의 전극간 거리에 적절한 거리 l_c 를 더하여 이 값으로 V를 나누어 E값으로 이용하고 있다.^{9)~11)} 본연구에서는 적당한 l_c 값을 찾기 위하여 LAMP A에 대하여 $l_c=0.6-1.0\text{cm}$ 범위의 값들을 대입하여 위의 프로그램을 수행하였다.

4) 적분기법은 Simpson법을 사용하였다.

5) 방전관의 반경은 30등분하여 각 위치에서의 합수값들을 계산하였다.

6) (3)식은

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \rho v_r = 0$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_r \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \right] \right]$$

의 미분 방정식으로 변형되며 $v_r(r=0) = v_r(r=R_w) = 0$ 의 경계조건을 가지므로 유한 차분법의 음적 차분에 의해 v_r 값을 계산하였다.¹³⁾

7) ρ , λ 의 값이 주어졌을 때 이들의 r에 대한 미

분치는 차분 연산자에 의한 수치미분을 이용하여 계산하였다.¹³⁾

8) (6)식은

$$\ln \left[\frac{T_0 - T(r)}{T_0 - T_w} \right] = \beta \cdot \ln \left[\frac{r}{R_w} \right]$$

의 형태로 변형되므로 온도 분포가 주어졌을 때 β 값은 최소 제곱법으로 계산할 수 있다.

9) (2)식은

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho C_p} \left[\sigma E^2 - U + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \rho C_p v_r \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

로 정리되며 이는 포물형(Parabolic type)의 편미분 방정식이다. 이 식은 유한 차분 해법의 양적 차분 근사식(Explicit difference equation)을 이용하여 풀었으며¹³⁾, 시간과 반경의 구간수는 Lowke가 제시한 수렴조건을⁶⁾ 만족한다.

4. 프로그램의 수행결과

LAMP A에 대하여 l_c 값을 바꾸어 가며 프로그램을 수행시킨 결과 $l_c=0.7\text{cm}$ 일 때 계산된 전류의 실효치가 측정치와 1%의 오차를 갖고 수렴하였다. 이 실효치는 최종값에 진동 수렴하며 대략 50주기 정도를 계산하면 T, v_r , 전류의 변화가 더 이상없어 수렴하였다고 볼 수 있었다. 또한 l_c 의 길이를 0.01cm만 증감시켜도 측정치와의 오차가 4% 정도 증가하였고 l_c 가 0.8cm 정도이면 전류는 0으

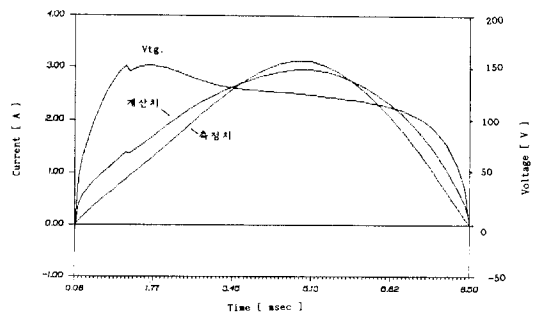


그림 4. 시간에 따른 등전류의 계산치, 측정치와 등전압

Fig. 4. Measured and calculated lamp current and measured lamp voltage as functions of time

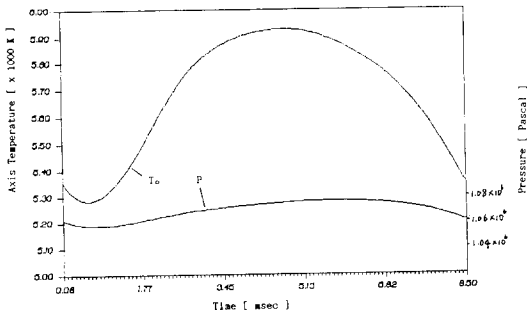


그림 5. 시간에 따른 관 중심온도와 수은 증기압
Fig. 5. Calculated axis temperature and mercury vapour pressure as functions of time

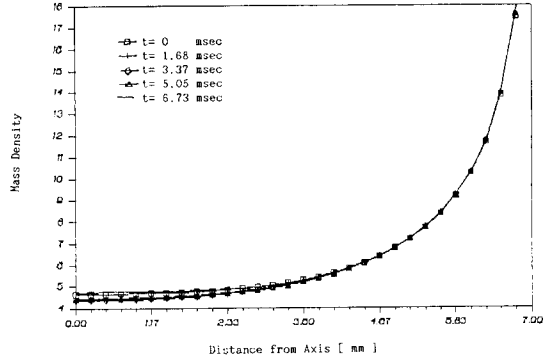


그림 8. 관경방향의 ρ 변화
Fig. 8. ρ as a function of distance from axis

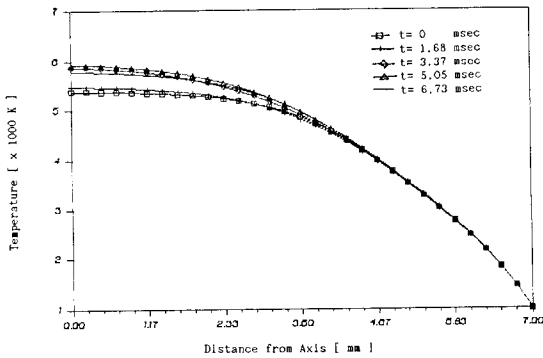


그림 6. 관경 방향의 온도 분포
Fig. 6. Radial temperature profile

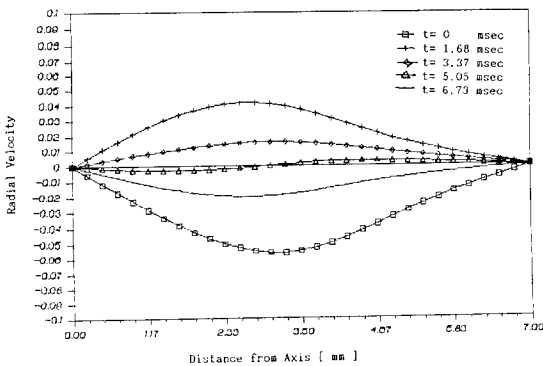


그림 7. 관경방향의 v_r 변화
Fig. 7. v_r as a function of distance from axis

그림 4는 등전압과 함께 등전류의 계산치와 측정치를, 그림 5는 관중심온도 T_0 와 수은증기압 p 의 변화를 그린 것이다.

관중심온도는 Stormberg⁹⁾의 측정치와 잘 일치하지만 전류의 zero-crossing 이후 부분에서는 측정치보다 약간 높다. 또한 그림 6, 7, 8에는 T , v_r , ρ 가 반경에 대해 어떤 분포를 갖는지를 나타내었다.

관경방향의 온도분포는 김 상용¹⁴⁾의 측정결과와 그 형태가 유사하다.

그림 9는 방전관의 전기적 입력에너지와 방사, 전도, 대류에너지의 변화를 그린 것이다. 손실중에는 방사에너지의 크기가 가장 크고 전도에너지는 주기중에 거의 변화가 없어, Elenbaas¹⁵⁾의 전도에

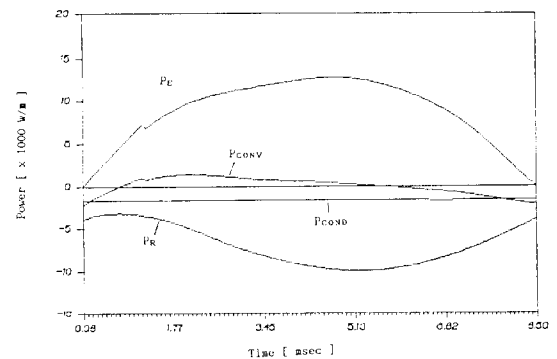


그림 9. 전기적 입력, 방사, 전도, 대류에너지의 변화
Fig. 9. Electrical input, radiation, conduction, convection energy as functions of time

로 발산하였다.

너지에 대한 가정이 타당함을 알 수 있다.

이렇게 $l_c=0.7\text{cm}$ 로 놓고 LAMP A에 대하여 프로그램을 수행시킨 것이 측정치와 일치하는 결과를 가져왔으므로 LAMP B에 대해서는 다음과 같이 생각하였다.

Elenbaas에 의하면 고온 수은증기 방전에서의 전계 E는 다음과 같은 식으로 주어진다.¹⁵⁾

$$E = A \frac{P'^{1/2} m'^{7/12}}{(P' - 900)^{1/3} d^{3/2}} \quad (9)$$

A: 비례상수

P': 단위길이상 전기적 입력 [W/m]

d: 방전관 직경 [m]

(8)식과 표 1에 의해 LAMP A의 E, P', m', d를 알고 있으므로 (9)식의 비례상수 A를 계산할 수 있다. E, P' 계산시에는 측정된 V, W를 $(l+l_c)$ 로 나누었으며, m'은 봉입수은량의 90%가 전극사이에 있다고 가정하여 그 값을 l로 나누었다. 이렇게 하여 비례상수 A의 값으로 70.63을 얻었다. 이 A값과 LAMP B의 l_c 를 미지수로한 값들을 (9)식에 넣어 계산한 결과 LAMP B의 l_c 는 0.92cm였다. 이 값을 넣어 LAMP B에 대하여 프로그램을 수행

시킨 결과 계산된 전류의 실효치는 측정치와 16.6%의 오차를 보였다. 실제로 LAMP B의 경우에는 l_c 를 0.96cm로 놓으면 오차가 -0.74%로 측정치와 일치한다.

표 2에는 측정에 사용된 수은등의 특성들을 정리 하였으며 그림 10에 l_c 를 0.92cm, 0.96cm로 했을 때 계산된 전류의 파형을 보였다. 이러한 결과는 (9)식을 이용해 계산된 l_c 의 값이 0.04cm의 오차를 갖고 있다고 할 수 있다.

본 연구에서는 방전관의 반경과 전극간 거리를 레이저빔 중에서 방전등을 수직, 수평이동 시키며 나타나는 상을 보고 측정하였으나 외관, 방전관의 굴곡과 불균일한 두께로 인하여 0.1cm 이상의 정확도를 갖기는 힘들었다. 따라서 l_c 에서의 0.04cm의 오차는 전극간거리를 측정하는 방법을 개선함으로써 없앨 수 있을 것이다.

5. 결 론

본 연구에서 프로그램의 수행결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

① 방전등에 입력된 에너지는 방사에너지로 가장 많이 방출된다.

② 전도에너지는 주기중에도 변화없이 단위길이에 대하여 일정하다.

③ 에너지 평형식을 이용해 전류를 계산할 때 그림 4보다 정확한 파형을 얻기 위해서는 새로운 항의 추가가 필요하며, 이는 $\partial p/\partial t$ 의 항이 될 것이다.

④ 에너지 평형식에서 전기적 입력과 손실의 평형관계를 고려할 때 전기적 입력에 민감한 영향을 미치는(전극간거리+음극강하를 고려한 거리)가 전체 계수중 가장 큰 영향을 미친다.

④ 또한 음극강하를 고려한 거리 l_c 는 p', m', R_w

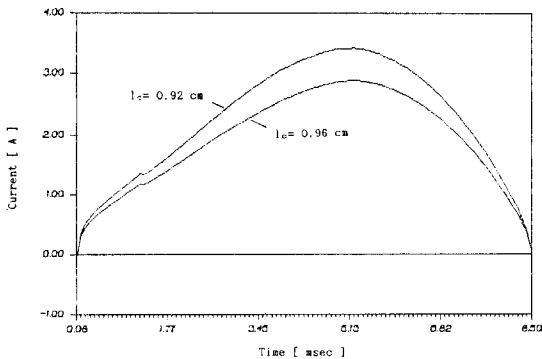


그림 10. l_c 값에 따른 등전류의 계산치

Fig. 10. Calculated lamp current, varying l_c .

표 2. 수은등의 계산된 특성치

Table 2. The calculated values of mercury lamps.

구 분	m' (kg/m)	p' (W/m)	(9)식우변 (A제외)	$E = V/(l+l_c)$ (V/m)	$V_c = E \times l_c$ (V)
LAMP A	1.32×10^{-3}	8137	58.9	4190	29.33
LAMP B	1.09×10^{-3}	6871	51.6	3598	34.54

에 따라 램프마다 다른 값이 된다.

⑥ 램프의 제원 중에서도 전극간 거리가 중요한 영향을 미치며, 그 거리를 정확히 유지하며 제작하고 또한 제작된 램프에서 거리를 0.01cm의 자리까지 정확히 측정하는 기술이 필요하다.

⑦ 본 연구에서 수행한 프로그램을 램프를 점등하는 회로의 회로방정식과 결합시켜 가상적인 램프 및 회로의 전기적 특성을 예측할 수 있다.

앞으로는 램프의 광학적 특성, 즉 스펙트럼 분포와 광속까지도 예측할 수 있도록 프로그램을 확장하여야 할 것이며, 고압 나트륨 램프와 메탈할라이드 램프의 특성 예측, 또 경계조건이 달라질 때의 아아크특성 예측 등도 과제로 남아있다.

*이 연구는 1989년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임

*과제번호 : 893-0705-003-1

참 고 문 헌

1) P.C. Drop, J. Polman, "Calculations on the effect of supply frequency on the positive column of a low-pressure Hg-Ar AC discharge", J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 5, 1972, pp. 562-568

2) A. J. Davies, "Computer model of gas discharges", Proc. 15th conf. on phenomena in ionized gases, Minsk, July 1981, pp.13-24

3) L. Vriens, "Energy balance in low-pressure gas discharges", J. Appl. Phys., Vol. 44, No. 9, 1973, pp. 3980-3989

4) C.L. Chalek, R.E. Kinsinger, "A theoretical investigation of the pulsed high-pressure sodium arc", J. Appl. Phys., Vol. 52, No.2, 1981, pp. 716-723

5) J. T. Dakin, T. H. Rautenberg, "Frequency dependence of the pulsed high-pressure sodium arc spectrum", J. Appl. Phys., Vol. 56, No. 1, 1984, pp.118-124

6) J. J. Lowke, R. J. Zollweg, and R.W. Liebermann, "Theoretical description of ac arcs in mercury and argon", J. Appl. Phys., Vol. 46, No. 2, 1975, pp. 650-660

7) R. O. Shaffner, "Theoretical properties of several metal halide arcs assuming LTE", Proc. IEEE., Vol. 59, No. 4, 1971, pp. 622-628

8) H. E. Lee, H.K. Messerle, and A.D. Stokes, "New method for solving the energy-balance equation for moving-boundary a. c. arcs", Proc. IEE., Vol. 122, No. 2, 1975, pp. 227-231

9) H. P. Stormberg, R. Schäfer, "Time-dependent behavior of high-pressure mercury discharges", J. Appl. Phys., Vol. 54, No. 8, 1983, pp. 4338-4347

10) J. C. Morris, J. H. Walker, "Electron-neutral transport cross section of mercury", J. Appl. Phys., Vol. 44, No. 10, 1973, pp. 4558-4561

11) 김훈, "에너지 평형식을 이용한 고압도 방전등의 교류특성 해석에 관한 연구", 서울대학교 박사학위논문, 1988

12) R. A. Svelha, "Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures", Technical Report R-132, Lewis Research Center, Cleveland, Ohio

13) 김창효, "수치해법과 전산프로그래밍", 교학사, 1988, 서울

14) 김상용, "분광분석법에 의한 고압수은등의 온도분포 측정", 서울대학교 석사학위논문, 1990

15) W. Elenbaas, "Light Sources", MACMILLAN, 1972, London