전문가 대체시스템에서의 퍼지추론에 관한 연구

A Study of Fuzzy Reasoning in Expert System

김 성 혁*

□ 목 차 □

Ⅰ. 서 론
Ⅱ. 퍼지집합 이론
Ⅲ. 퍼지집합의 연산
Ⅳ. 언어변수와 수식어
Ⅴ. 퍼지추론
1) 퍼지증거가 주어졌을 때의 퍼지추론
2) 확실한 정보가 주어졌을 때의 퍼지추론
Ⅵ. 확률적 추론방법에서 이용되는 퍼지추론
Ⅶ. 결 론

초 록

본 연구는 전문가 대체시스템에서 모호하거나 절대적인 정의가 없는 개념들을 퍼지논리를 이용하여 추론해 나가는 과정을 제시하고 있다. 확실한 정보가 주어졌을 때 전체적인 퍼지추론에 어떻게 영향을 미치는가를 검토하였으며, 구체적으로 확률적 추론에 이용되는 퍼지추론의 예를 제시하였다.

ABSTRACT

This paper shows the fuzzy reasoning process that is specifically designed to deal with the inexactness or fuzziness in the expert systems. The impact of overall fuzzy reasoning reviewed when knowledge with certainty is provided. Also, the example of fuzzy reasoning used at probabilistic inference is presented.

Ⅰ. 서 론

우리는 우리 자신의 의식의 흐름을 다른 사람에게 말로 전달하게 된다. 이때 마음속에 있는 개념을 어떻게 표현할 것인가 하는 문제는 논쟁의 대상이 될 수 있을 것이다. 예를 들어, '대부분'이라는 말을 생각해 보자. 일반적으로 이 말의 정의에 대하여 질문을 해보면 여러가지 형태의 대답이 있을 수 있을 것이다. 이러한 말들은 경우에 따라서는 확실하게 정의가 안될 수도 있다. '추운' 여름날은 '따뜻한' 겨울날보다 기온이 높을 수 있으며, '커다란' 쥐는 '작은' 코끼리보다 더 작다.

본 연구는 이와 같이 모호한, 절대적 정의가 없는 개념(fuzziness)들을 이용하여 추론해 나가는 과정을 보여주고자 한 것이며, 더 나아가 어떤 확실한(certainty) 정보가 주어졌을 때 전체적인 퍼지추론(fuzzy reasoning)에 어떻게 영향을 미치

* 대신경제연구소

는가를 살펴보고자 하였다.

Ⅱ. 퍼지집합 이론(Fuzzy set theory)

Zadeh의 퍼지집합 이론[1-4]은 일반적인 수학의 집합이론을 일반화한 것이다. 논의되는 전체집합 U에서 U의 퍼지 부분집합(fuzzy subset) A는 다음과 같은 멤버쉽 함수(membership function) μ_A에 의하여 정의된다.

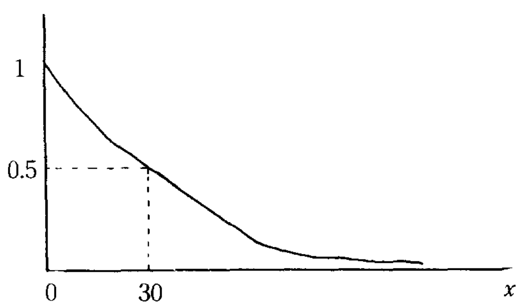
$\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$

여기서 멤버쉽 함수 $\mu_A(x_1)$는 퍼지 부분집합 A에 있는 각 원소 x_1의 멤버쉽의 정도(degree)를 표현하는 것이다. 즉, $\mu_A(x_1)=0$은 '멤버쉽'이 없음을 나타내는 것이고, $\mu_A(x_1)=1$은 '완전한 멤버쉽'을, $0<\mu_A(x_1)<1$은 '부분 멤버쉽'을 표시하는 것이다.

예를 들어 U가 0세에서 100세 사이의 모든 나이의 집합이라고 하고, 퍼지 부분집합 A를 「젊은층」이라고 하자. 이때 x는 U에 속한 어떤 주어진 나이라고 한다면 멤버쉽 함수 $\mu_A(x)$는 다음과 같이 될 수 있을 것이다.

$$\mu_A(x)=(1+(\frac{x}{30})^2)^{-1}, \quad x=0, 1, 2, \cdots\cdots, 100$$

이것을 그래프로 표현해 보면 〈그림 1〉과 같다.



〈그림 1〉 멤버쉽 함수의 한 예

이와 같은 '멤버쉽 함수'는 「젊은층」이라는 퍼지 부분집합에 대한 정의가 다양하게 표현될 수 있음을 반영한 것이다. (예를 들어, 어떤 사람은 젊은층을 20대로 분류할 수 있을 것이고 또 어떤 사람은 그것의 범위를 좀 더 넓게 잡을 수도 있을 것이다)

Ⅲ. 퍼지집합의 연산

A와 B가 전체집합 U의 퍼지 부분집합이라고 하자. 그리고 C는 또 다른 전체집합 V의 퍼지 부분집합이라고 하자. 이때 $x \in U$, $y \in V$이다. 다음은 퍼지집합에 대한 일반적인 연산법칙이다.[5] 이것은 possibilistic logic rule이라고도 한다.

1) A의 여집합 : $\mu_{\neg A}(x)=1-\mu_A(x)$
2) A 합집합 B($\equiv A\cup B$) : $\mu_{A\cup B}(x)=\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
3) A와 B의 교집합($\equiv A\cap B$) : $\mu_{A\cap B}(x)=\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
4) A의 거듭제곱($\equiv A^\alpha$) : $\mu_{A^\alpha}(x)=\mu_A^\alpha(x)$
5) A와 C의 데카르트곱($\equiv A\times C$) : $\mu_{A\times C}(x \cdot y)=\min(\mu_A(x), \mu_C(y))$

1) Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets", Information and Control, 8, 338-353(1965).
2) Zadeh, L.A., "The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ", Information Sciences, 8, 199-249(1975), 8, 301-357(1975), 9, 43-80(1976).
3) Zadeh, L.A., "A Theory of Approximate Reasoning", Machine Intelligence 9, J. Hayes, D. Michie and L. Mikulich(Eds.), Elsevier, New York, 1979.
4) Dubois, D. and Prade, H., Fuzzy Sets and System : Theory and Application, Academic Press, 1980.
5) Graham, Ian and Jones, Peter Llewelyn, Expert Systems : Knowledge, Uncertainty and Decision, 137-142, Chapman and Hall, London, 1988.

6) R과 S의 Max-min 행렬곱(matrix product)

: $\mu_{R \cdot S}(x, y)$

$=\max_{y \in V}(\min(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z)))$

여기서 R과 S는 각각 U×V와 V×W의 퍼지 부분집합이다. ($x \in U$, $y \in V$, $z \in W$)

Ⅳ. 언어변수와 수식어 (Linguistic variables and modifier)

일반적인 용어로 표현되는 불확실성(혹은 모호성)은 퍼지집합으로 표시될 수 있다. 즉, 그 값들이 단어나 문장으로 된 변수 ψ(언어변수 : linguistic variable)의 용어집합(term-set) T(ψ)은 다음과 같은 형태의 언어변수들의 집합이다.

$$T(\psi)=\{t_1, t_2, \cdots\cdots, t_l\} \; U_0 m_1\{t_1, t_2, \cdots\cdots, t_l\} \; U_0 m_2\{t_1, t_2, \cdots\cdots, t_l\} \; U_0 \cdots\cdots m_l\{t_1, t_2, \cdots\cdots, t_l\}$$

여기서 U_0=일반적인 합집합을 표시

t_k=주용어(primary linguistic term)

m_k=수식어(linguistic modifier)

예를 들어 전체집합 U가 0세와 100세 사이의 모든 나이들의 집합이라고 하자. 그러면 용어집합 T(연령)은 다음과 같이 표현된다.

T(연령)={젊은, 늙은}U_0매우{젊은, 늙은}U_0다소{젊은, 늙은}U_0부정{젊은, 늙은}

={젊은, 늙은, 매우 젊은, 매우 늙은, 다소 젊은, 다소 늙은, 젊지 않은, 늙지 않은}

주용어(primary linguistic term)는 그 멤버쉽 함수가 사전적 확률(priori probability)로 정의되는 하나의 퍼지집합이며 수식어(매우, 다소 따위)들은 그것에 따라 계산된다. Zadeh의 퍼지집합 이론은 주용어들에 대한 수식어들의 영향을 근사적으로 구하기 위한 식을 제시하였다.

매우 $t_i \equiv t_i^2$

다소 $t_i \equiv \sqrt{t_i}$

부정 $t_i \equiv 1-t_i$

Ⅴ. 퍼지 추론(Fuzzy reasoning)

1) 퍼지증거가 주어졌을 때의 퍼지 추론

U와 V가 두개의 전체집합이라 하자. 그리고 A는 U의 퍼지부분집합이고 B와 C는 V의 퍼지부분집합들이라고 하면,

IF A THEN B ELSE C=(A×B) U (¬A×C)

이것을 퍼지 리즈닝의 한가지 모델이라고 한다.[6]

「IF A THEN B」라는 것은 앞 모델의 특별한 경우로 여기에서 C는 전체 집합 V가 된다. 따라서 「IF A THEN B」≡(A×B) U (¬A×V)이다. (「IF A THEN B」는 종종 A→B로 표시된다)

전통적인 논리에서 추론의 기본적인 규칙은 다음과 같다.

전제 A

관계 A → B

결론 B

그러나 퍼지논리적 추론(fuzzy logical reasoning) 에서는 「전제」에서의 A와 「관계」에서의 A가 같을 필요는 없다. 즉 A_1과 A_2가 U의 퍼지부분집합이고 B는 V의 부분 집합이면,

퍼지 전제 A_1

퍼지 관계 $A_2 \rightarrow B$

퍼지 결론 $A_1 \circ (A_2 \rightarrow B)$

6) Hart, Anna, Knowledge Acquistion for Expert System, 2nd ed., 98-118, Kogan Press, 1989.

여기서 $A_1 \circ (A_2 \rightarrow B) = A_1 \circ ((A_2 \times B) \cup (\neg A_2 \times V))$이다. 구체적으로 퍼지논리적 추론의 과정은 다음 2가지로 분류될 수 있다.[7]

첫째, '멤버쉽 함수'을 계산한다.

둘째, 몇가지 새로운 퍼지증거가 주어졌을 때 각 규칙에서 퍼지결론을 위한 멤버쉽함수를 유도한다.

다음의 추론 규칙을 생각해 보자.

규칙 1「만약 어떤 사람이 분명하게(definitely) 콧물을 흘리고, 그리고(AND) 분명하게 눈이 충혈되어 있다면, 그러면 그 사람은 아마도(probably) 감기에 걸려 있는 것이다.」

규칙 2「만약 어떤 사람이 분명하게 콧물을 흘리고, 그리고 분명하게 눈이 충혈되어 있다면 그러면 그 사람은 알레르기성 비염에 걸렸을 지도 모른다(may or may not).」

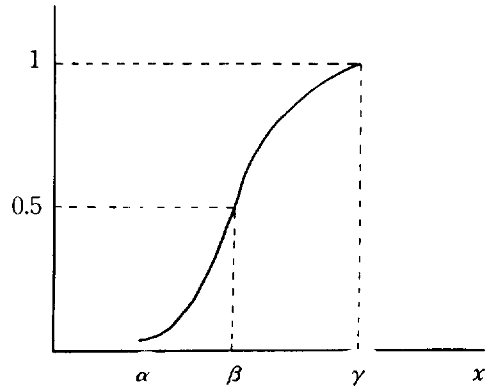
이 규칙에 대한 언어 변수 ψ는「분명하게」,「아마도」,「~지도 모른다」와 같은 값을 갖는 변수들이다. 이것을 갖고 다음과 같이 용어집합을 정의할 수 있다.

$T(\psi)$={definitely-not, probably-not, may or may not, probably, definitely}

첫번째 단계인 '멤버쉽 함수'를 계산하는 것은 언어변수를 [0, 1]과 매핑(mapping) 시키는 것이다. 즉 각 용어들, $t \in T(\psi)$, 에 대하여 하나의 멤버쉽함수 μ_t를 정의하는 것이다. μ_t의 정의는 일반적으로 주관적인 것이며, 상황에 따라 다양해 질 수 있지만 본 예에서는 다음과 같이 간단하게 정의하고자 한다. 표준함수(standard function) S가 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$S(x ; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & x \leq \alpha \text{일 때} \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \beta \text{일 때} \\ 1-2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & \beta \leq x \leq \gamma \text{일 때} \\ 1 & x \geq \alpha \end{cases}$$

여기서 $\beta = \frac{\alpha+\gamma}{2}$



〈그림 2〉 표준함수 S의 그라프

이것을 이용하여 모든 $t \in T(\psi)$에 대하여 μ_t를 정의해 보면 다음과 같다. 편의상 definitely-not를 t_1, probably-not을 t_2, may or may not를 t_3, probably을 t_4, definitely를 t_5로 놓자.

$\mu_{t1}(x) = 1 - S(x : 0.1, 0.2, 0.3)$

$\mu_{t2}(x) = 1 - S(x : 0.2, 0.3, 0.4)$

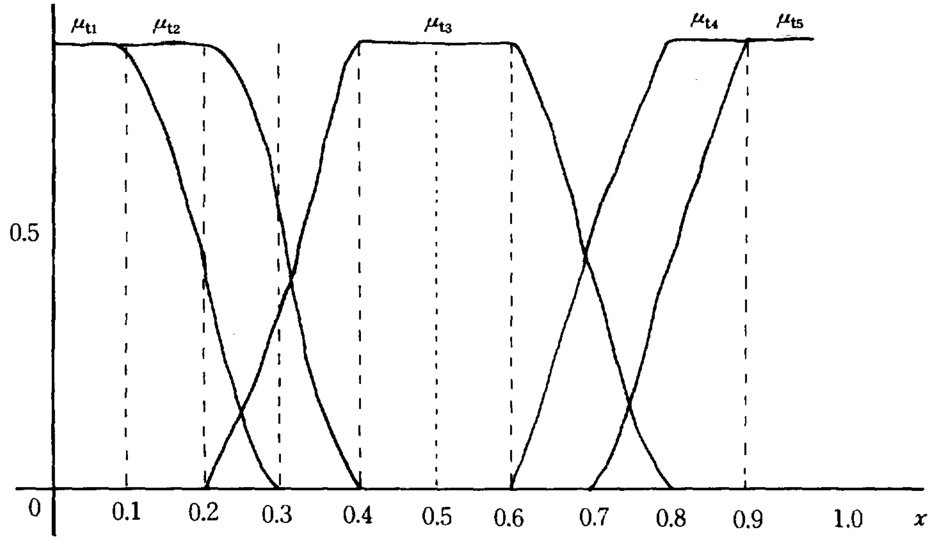
$$\mu_{t3}(x) = \begin{cases} S(x : 0.2, 0.3, 0.4) & x \leq 0.5 \text{일 때} \\ 1 - S(x : 0.6, 0.7, 0.8) & x \geq 0.5 \text{일 때} \end{cases}$$

$\mu_{t4}(x) = S(x : 0.6, 0.7, 0.8)$

$\mu_{t5}(x) = S(x : 0.7, 0.8, 0.9)$

이것을 그림으로 그려보면 〈그림 3〉과 같다.

7) Lee Newton S., Grize, Yves L., and Dehnad, Khosrow, "Quantitative Models for Reasoning under Uncertainty in Knowledge-Based Expert System", Int. J. of Intelligent Systems, II, 15-38(1987).



〈그림 3〉 멤버쉽 함수

(보다 확실하게 긍정하고 있는 것은 1에 가까운 값을 주고, 보다 부정적인 것은 0에 가까운 값을 부여하고자 하는 의미로 해석될 수 있는 함수라 하겠다.)

이제 다음과 같이 퍼지 부분집합을 정의하자.

A=어떤 사람이 분명하게 콧물을 흘리고 있다.(definitely)

B=어떤 사람이 분명하게 눈이 충혈되어 있다.(definitely)

C=어떤 사람이 아마도 감기에 걸렸을 것이다.(probably)

그러면 규칙 1은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

「IF(A AND B) THEN C」

용어 'AND'는 퍼지 교집합(∩)에 의하여 대체될 수 있다.

「IF(A∩B) THEN C」

$=[(A\cap B)\times C) \text{ U } (\neg(A\cap B)\times U)]$

여기서 U=[0, 1]인 전체집합이다.

$\mu_A=\mu_B$임으로

$$\begin{aligned}\mu_{A\cap B}(x)&=\min(\mu_A(x),\ \mu_B(x))\\&=\mu_A(x)\\&=S(x:0.7,\ 0.8,\ 0.9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{(A\cap B)\times C}(x,\ y)&=\min(\mu_{A\cap B}(x),\ \mu_C(y))\\&=\min[S(x:0.7,\ 0.8,\ 0.9),\\&\qquad S(y:0.6,\ 0.7,\ 0.8)]\end{aligned}$$

$\mu_{(A\cap B)\times C}(x,\ y)$는 다양한 x, y에 대하여 다음과 같은 11×11 행렬로 표시할 수 있다.($x,\ y\in\{0,\ 0.1,\ 0.2,\cdots\cdots,\ 1.0\}$)

$$\mu_{(A\cap B)\times C}(x,\ y)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0.5&0.5&0.5&0.5\\0&0&0&0&0&0&0&0.5&1.0&1.0&1.0\\0&0&0&0&0&0&0&0.5&1.0&1.0&1.0\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\mu_{(\neg(A\cap B))\times V}(x,\ y)&=\min(\mu_{\neg(A\cap B)}(x),\ \mu_V(y))\\&=\mu_{\neg(A\cap B)}(x)\ \ (\because\ \mu_V(y)=1)\\&=1-S(x:0.7,\ 0.8,\ 0.9)\end{aligned}$$

따라서 $\mu_{(\neg(A\cap B))\times V}(x, y)$도 다양한 x, y에 대하여 다음과 같은 11×11 행렬로 표시된다.

$$\mu_{(\neg(A\cap B))\times V}(x, y)=\begin{bmatrix} 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$\mu_{((A\cap B)\times C)\cup(\neg(A\cap B))\times V}(x, y)$는 $\max\{\mu_{(A\cap B)\times C}(x, y), \mu_{(\neg(A\cap B))\times V}(x, y)\}$ 임으로 다음과 같은 11×11 행렬의 결과를 얻게 된다.

$$\mu_{((A\cap B)\times C)\cup(\neg(A\cap B))\times V}(x, y)=\begin{bmatrix} 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\ 0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5&0.5\\ 0&0&0&0&0&0&0&0.5&1&1&1\\ 0&0&0&0&0&0&0&0.5&1&1&1 \end{bmatrix}$$

이제, 다음과 같은 퍼지논리관계를 이용하여 규칙 1에 대한 결론을 유도할 수 있다.

$$\frac{\begin{matrix} A' \cap B' \\ A \cap B \rightarrow C \end{matrix}}{(A' \cap B') \circ (A \cap B \rightarrow C)}$$

여기서 A′=어떤 사람이 아마도 콧물을 흘릴 것이다.(probably)

B′=어떤 사람이 아마도 눈이 충혈되어 있을 것이다.(probably)

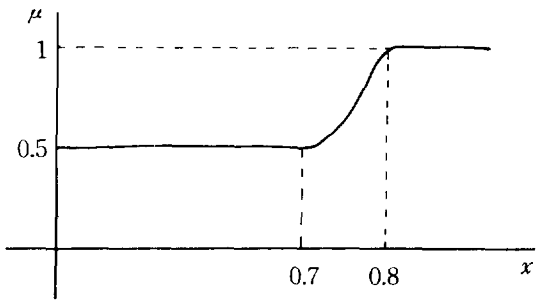
$\mu_{A}{}'=\mu_{B}{}'=S(x : 0.6, 0.7, 0.8)$ 임으로

$\mu_{A'\cap B'}(x)=\min(\mu_{A}{}'(x), \mu_{B}{}'(x))$

$=S(x : 0.6, 0.7, 0.8)$

이것은 선형벡터 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.5, 1.0, 1.0, 1.0]로 나타낼 수 있다. 따라서 $\mu_{(A'\cap B')\circ(A\cap B\rightarrow C)}(x, y)$는 max-min 행열 곱 연산을 수행하는 것이며, 그 결과는 다음과 같다.[8]

{0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 1.0, 1.0, 1.0}



〈그림 4〉 max-min 행렬 곱 연산 그래프

이와 같은 결과의 분포는 μ_{t4}의 형태와 유사하다고 하겠다. 즉 말로 표현하면 「그 사람은 아마도

8) 퍼지집합의 연산 (6) 참조.

감기에 걸린듯 하다」이다.

본 논문에서는 퍼지집합 이론을 적용하는 아주 간단한 방법을 제시하였는데, 보다 세련된 방법들은 Kania,[9] Zadeh,[10] Martin-Clouaire와 Prade[11]에서 찾아볼 수 있을 것이다.

2) 확실한 정보가 주어졌을 때의 퍼지 추론

이것은 퍼지 증거가 주어졌을 때의 퍼지 추론에 대한 확장이라고 할 수도 있다. 다음과 같은 예를 생각해 보자.

퍼지부분집합 A=어떤 전문가가 시장추세가 분명히 이탈되었다고 한다.

관찰지 E=higher top, highter bottom,[12]

여기서 P(상승 | E)=0.6, P(E | 상승)=0.9, P(상승)=0.2라고 하자.

B=주식시장에 분명히 상승추세에 있다.

이제 다음의 퍼지논리관계를 이용하여 시장추세에 대한 결론을 유추해 낼려고 한다.

$$\frac{\begin{array}{l} A' \\ A\cap E \rightarrow B \end{array}}{(A') \circ ((A\cap E) \rightarrow B)}$$

(여기서 A′=어떤 전문가가 시장추세가 아마도 이탈된 듯 하다고 함.)

본 예에서도 앞에서의 멤버 쉽 함수를 그대로 이용하려고 한다.

「IF(A AND E) THEN B」

$\Rightarrow((A\cap E)\times B)\cup(\neg(A\cap E)\times V)$

여기서 V=전체집합 [0, 1]

$$\begin{aligned}\mu_{A\cap E}(x) &= \min(\mu_A(x), P(E)) \\ &= \min(S(x : 0.7, 0.8, 0.9), 0.3) \\ &\left(\because P(E)=\frac{P(E \mid 상승)\,P(상승)}{P(상승 \mid E)}\right) \\ &= [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.3, 0.3, 0.3]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{(A\cap E)\times B}(x, y) &= \min(\mu_{A\cap E}(x), \mu_B(y)) \\ &= \min(S(x : 0.7, 0.8, 0.9), 0.3, \\ &\quad S(y : 0.7, 0.8, 0.9))\end{aligned}$$

여기서 $x, y \in \{0, 0.1, 0.2, \cdots\cdots, 1.0\}$

$$따라서\ \mu_{(A\cap E)\times B}(x, y) = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0.3&0.3&0.3 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0.3&0.3&0.3 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0.3&0.3&0.3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\mu_{(\neg(A\cap E)\times V)}(x, y) &= \min(\mu_{\neg(A\cap E)}(x), \mu_V(y)) \\ &= 1-\mu_{\neg(A\cap E)}(x) \quad (\because \mu_V(y)=1)\end{aligned}$$

---

9) Kania, A. A., "Fuzzy transformation in terms of possibilistic measure", Fuzzy set and Probability theory : Recent Developments, R.R. Yanger ed., Pergamon, New York, 1982.

10) Zadeh, L.A., "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy sets and systems, 1, 3-28 (1978).

11) Martin-Clouaire, R. and Prade, H."SPII-1: A simple inference engine of accommodating both imprecision and uncertainty", Computer Assisted Decision-Marking, G. Mitra(Ed.), North-Holland, Amsterdam, 1986.

12) 종합주가지수 그래프의 모양으로 지수의 고점과 저점이 높아지는 형태

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \end{bmatrix}$$

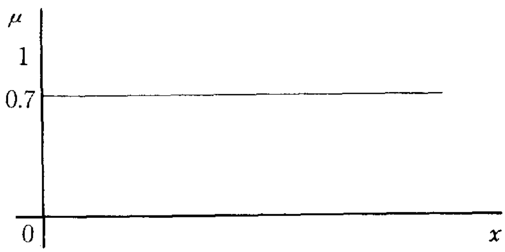
$$\because \mu_{(\neg(A\cap E)\times B)\cup(\neg(A\cap B)\times V)}(x, y)=$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mu_{A}'(x) &= S(x : 0.6, 0.7, 0.8) \\ &= [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0{,}5, 1, 1, 1] \end{aligned}$$

$A' \circ (A \cap E) \rightarrow B$를 계산하기 위하여 앞에서와 마찬가지로 max-min 행렬곱연산을 수행하게 된다. 그 결과는 다음과 같이 요약된다.

[0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.7]



〈그림 5〉 max-mix 행렬곱연산 그래프

여기서의 멤버쉽함수의 형태는 앞에서의 멤버쉽 함수의 어느 형태와도 닮지 않은 것이다. 따라서 앞에서의 어떤 용어집합으로도 표현할 수 없게 된다. 그러나 우리는 모든 $x \in U$에 대하여 동일한 멤버쉽 함수를 갖게 되며 이것은「시장이 분명하게 상승추세에 있다」고 결론지을 때의 맞을 확률로 간주할 수 있을 것이다. 이와같은 방법으로 전문가들의 장세전망과 흔히 관찰할 수 있는 정보를 연결하여 추론을 해나갈 수 있을 것이며, 멤버쉽함수의 형태에 의존하여 결론을 내려야하는 단점을 어느정도 보완할 수 있을 것이다.

Ⅵ. 확률적 추론방법에서 이용되는 퍼지추론

본장에서는 퍼지논리가 확률적 추론에 어떻게 이용되는가를 검토해보자. 퍼지추론규칙은 다음과 같은 함수로 표시한다.

$f : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$[13)]

13) $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$과 같은 개념

퍼지논리는 일반적으로 표 1에서 보여주는 것과 같은 2개의 퍼지논리가 있다.

〈표 1〉 퍼지논리

A	B	¬A	A∩B	A∪B	A→B	A○B
F	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
T	T	F	T	T	T	F
a	b	1−a	min(a, b)	max(a, b)	max(1−a, b)	xor(a, b)[14]
a	b	1−a	ab	a+b−ab	1−a+ab	xor(a, b)[15]

여기서

$xor(a, b)=\max(\min(a, 1-b), \min(1-a, b))$

$xor(a, b)=a+b-3ab+a^2b+ab^2-a^2b^2$

본 연구에서는 'possibilistic logic rule'을 이용하여 설명을 전개해 나가고자 한다.(이것은 퍼지집합연산과 같은 것이다.)

다음의 자동차고장진단시스템의 예를 들어보자. 아래와 같은 네가지 증상이 고려될 수 있을 것이다.

S_1 : 엔진에서 잡음이 난다.

S_2 : 낮은 소음이 발생하고 있다.

S_3 : 엔진이 문제를 일으키기 시작하고 있다.

S_4 : 부품을 구하기가 어렵다.

여기서 추론하고자 하는 것은 최종결론 C_1의 확률이다.

C_1 : 수리비 추정액이 25만원이다.

S_1, S_2, S_3로부터 C_1을 직접 추론하기가 어렵기 때문에 다음 5개의 가설들을 설정하게 된다.

H_1 : 연결노드가 엔진에서 이탈되어 있다.

H_2 : 리스트 핀이 풀어져 있다.

H_3 : 자동차가 작동이 잘 안된다.

H_4 : 엔진이 수리를 요한다.

H_5 : 엔진의 조정이 필요하다.

이제, 퍼지논리 규칙들을 이용하여 H_1, H_2, H_3에 대한 H_4, H_5의 종속성을 다음과 같이 모형화 할 수 있다.

$H_4=H_1\cup H_2$

$H_5=\neg(H_1\cup H_2)\cap H_3$

$\Rightarrow P(H_4 \mid S)=\max[P(H_1 \mid S), P(H_2 \mid S)]$

$P(H_5 \mid S)=\min\{1-\max[P(H_1 \mid S), P(H_2 \mid S), P(H_3 \mid S)\}$

(여기서 S는 S_1, S_2, S_3 상태의 어떠한 조합을 의미한다.)

결국 C_1은 H_4, H_5, S_4에 의존하기 때문에 다음과 같은 표현이 가능하다.

$C_1=H_4\cup(H_5\cap S_4)$

따라서

$P(C_1 \mid S)=\max[P(H_4 \mid S), \min(P(H_5 \mid S), \upsilon)]$

여기서 $\upsilon=\begin{cases}1 & S_4\text{가 T일때}^{16)} \\ 0 & S_4\text{가 F일때(T : True, F : False)}\end{cases}$

표 2와 같은 확률들이 주어졌다고 하고, S_1, S_2,

14) Possibilistic logic rule
15) Probabilistic logic rule
16) T는 True, F는 False을 의미함.

〈표 2〉 자동차 고장 진단시스템에서 이용할 확률

S_1	S_2	S_3	$P(S \mid H_1)$ $P(H_1)=0.0001$	$P(S \mid H_2)$ $P(H_2)=0.0002$	$P(S \mid H_3)$ $P(H_3)=0.1$	$P(S)$
F	F	F	0.0001	0.2	0.2	0.4405
F	F	T	0.0003	0.1	0.2	0.25
F	T	F	0.0006	0.1	0.2	0.109
F	T	T	0.15	0.1	0.396	0.20
T	F	F	0.04	0.125	0.001	0.0001
T	F	T	0.06	0.125	0.001	0.0001
T	T	F	0.11	0.125	0.001	0.0001
T	T	T	0.63	0.125	0.001	0.0002

S_3, S_4가 모두 T이라면 위에서 제시한 예는 다음과 같이 계산된다.

$$P(H_1 \mid S)=\frac{P(S \mid H_1)\ P(H_1)}{P(S)}$$

$$=\frac{0.63\times0.0001}{0.0002}\quad=0.315$$

$$P(H_2 \mid S)=\frac{P(S \mid H_2)\ P(H_2)}{P(S)}$$

$$=\frac{0.125\times0.0002}{0.0002}\quad=0.125$$

$P(H_3 \mid S)=0.5$

$P(H_4 \mid S)=0.315$

$P(H_5 \mid S)=\min(0.685,\ 0.5)=0.5$

$P(C_1 \mid S)=\max(0.315,\ 0.5)=0.5$

따라서 C_1이 T일 확률은 50%인 것이다.(S가 주어졌을 때) 이와 같이 퍼지논리규칙을 이용하여 확률적 추론도 진행해 나갈 수 있다.

Ⅶ. 결 론

퍼지집합의 아이디어가 우리에게 관심을 끄는 이유는 아마도 그것이 엄밀하지 않은 용어들이 잘 정제된 수학적 방법으로 표현되고 처리되기 때문일 것이다. 본 연구에서도 그러한 퍼지 집합을 이용하여 추론하는 몇가지 방법을 제시하였으나 전문가시스템 추론상의 문제를 해결하기 위하여 퍼지집합이론을 적용하는 데에는 일반적으로 몇가지 중요한 결점들이 있다.

1) 멤버쉽 함수들은 상황마다 변할 수 있다. 따라서 어떠한 멤버쉽 함수가 맹목적으로 이용될 수 없다.

2) 각 멤버쉽 함수의 구조에 의존하여 퍼지논리시스템의 계산상의 복잡성이 더해질 수 있다.

3) 퍼지 결과에 대한 해석을 하기 위한 표준적인 예가 없을 때 퍼지논리관계로부터 얻어진 멤버쉽 함수를 해석하기가 어렵다.

그러나 퍼지집합 이론에 어떤 알려진 정보(확실성을 갖는, 또는 확실성에 대한 확률을 갖는)를 첨가하여 추론해 나감으로써 퍼지결과에 대한 해석의 명확하지 못한점을 보완할 수 있을 것으로 생각된다.

〈참 고 문 헌〉

1) Dubois, D. and Prade, H., Fuzzy Sets and System: Theory and Application Academic Press, 1980.
2) Graham, Ian and Jones, Peter Llewelyn, Expert Systems: Knowledge, Uncertainty and Decision, Chapman and Hall, London, 1988.
3) Hart, Anna, Knowledge Acquisition for Expert System, 2nd ed., Kogan Press, London, 1989.
4) Lee, Newton S., Grize, Yves L., and Dehnad, Khosrow, "Quantitative Models for Reasoning under Uncertainty in Knowledge-Based Expert System", Int. J. of Intelligent systens, Ⅱ, 15-38 (1987).
5) Kandel, A., Fuzzy Techniques in Pattern Recognition, Wiley, New York, 1982.
6) Kania, A.A., "Fuzzy Transformation in terms of Possibilistic Measure", Fuzzy Set and Probability Theory: Recent Developments, R.R, Yager ed., Pergamon, New York, 1982.
7) Martin-Clouaire, R. and Prade, H., "SPⅡ-1: A Simple Inference Engine of Accommodating Both Imprecision and Uncertainty", Computer Assisted Decistion-Making G. Mitra ed., North-Holland, Amsterdam, 1986.
8) Tanimoto, Steven L., The Elements of Artificial Intelligence: An Introduction using LISP, Computer Science Press, 1987.
9) Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", Fuzzt Sets and Systems, 1, 3-28(1978).
10) Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets", Information and Control, 8, 338-333(1965)
11) Zadeh, L.A., "The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ", Information Science, 8, 199-249(1975), 8, 301-357(1975), 9, 43-80(1976).
12) Zadeh, L.A., "A Theory of Approximate Reasoning", Machine Intelligence 9, J. Hayes, D. Michie and L. Mikulich, eds., Elsevier, New York, 1979.