

경계요소법에 의한 포물선형 인장과 비틀림을 받는  
유한폭 판재의 혼합Mode 표면균열에 대한 해석

박 성완\*, 홍 재학\*\*

Analysis of Mixed Mode Surface Crack in Finite-Width Plate Subjected to Parabolic Tension and Twisting by Boundary Element Method

S. O. Park\* and J. H. Hong\*\*

Key Words : Surface Crack(표면균열), Boundary Element Method(경계요소법), Fundamental Solution(기본解), Kelvin's Solution(켈빈解), Stress Intensity Factors(응력확대계수)

Abstract

Mixed mode surface crack in finite-width plate subjected to parabolic tension and twisting has been analyzed in 3-D problem by using boundary element method. The calculations were carried out for the surface crack angle( $\alpha$ ) of 0°, 15°, 30°, 45°, 60° and 75°, and for the aspect ratio( $a/c$ ) of 0.2, 0.4, 0.6 and 1.0 to get stress intensity factors at the boundary points of the surface crack. For the aspect ratio of 1.0 and the surface crack angles, finite element method was used to check the results in this study. Comparison of the results from both methods showed good agreement.

$a$  : 표면균열의 깊이

$2c$  : 표면균열의 길이

$F_I, F_{II}$  : 무차원 계수

$K_I, K_{II}$  : Mode I, Mode II 응력확대계수

$Q$  : 반타원 균열에 대한 형상계수

$H$  : 판재의 높이

$W$  : 판재의 폭

$t$  : 판재의 두께

$\alpha$  : 표면균열의 각도

\* 단국대학교 대학원 박사과정(정희원)

\*\* 단국대학교 기계공학과(정희원)

## 1. 서 론

용접般의 산성 파괴 연구에서 시작한 파괴역학이 현재와 같이 보급되어온 하나의 요인으로 수치해석방법의 발달을 들 수 있으며 여기서 이제까지 그 주된 적용 분야는 파괴역학이 시작된 시기에 고안된 2차원 소형 표준 시험편에 대한 해석으로 한정되어져 있다. 확실히 2차원 시험편의 해석결과와 실험 Data에 어느 정도의 보정을 가한 후 실제 구조물에 적용하여 다시 그 성과를 시험편으로의 연구에 반영시키는 것으로 실제 구조물내 균열문제의 상세한 Simulation을 목표로 하는 경우 2차원 해석의 결과만으로는 부족한 것을 부정할 수 없다. 해석의 3차원화가 필요로 되고 있다.

3차원의 수치해석법으로는 순차 근사법<sup>(1)</sup> (Alternating Method), 유한요법<sup>(2)</sup> (FEM), 경계요소법<sup>(3)</sup>, 체적력법<sup>(4)</sup> (Body Force Method) 등이 있지만 정도, 비용, 범용성의 면에서 일장일단이 있고 그 특징에 있어서 각각의 용도를 가지고 있다.

유한판재에 존재하는 반타원형 표면균열의 응력확대계수(Stress Intensity Factor : SIF) 값은 Raju<sup>(2)</sup> 등의 유한요소 수치해석 결과가 비교적 신뢰성이 있는 것으로 알려져 있으며 이들의 방법들은 제한된 조건 아래서 사용가능하다는 단점도 있다.

또한 여러 연구자들의 표면균열에 대한 응력확대계수의 이론해석, 수치해석 및 실험해석 등을 통하여 구했으나 그 결과는 서로가 5~100% 차이를 나타내고 있으며 현재까지 이것에 대한 정설이 설정되지 못한 실정이다. 대부분 표면균열의 거동에 대한 연구는 균열면에 수직방향의 하중이 작용하는 Mode I 부하 및 직선균열에 대해서 행하였다. 그러나 실제문제로서는 Mode I 부하만이 아니고 균열면의 수평방향에 전단이 작용하는 혼합부하를 받는 동시에 균열이 경사진 형태로도 존재한다. 그러므로 혼합 Mode 3차원 균열문제로 되는 경우가 많다고 생각된다. 혼합부하를 받는 3차원 균열은 균열선단에 따라서 Mode 가 변화하는 지극히 복잡한 균열로 되고 이 균열거동을 2차원 관통균열의 거동에서 예측하는 방법은 확립되지 않았다. 여기서 최근 급속한 발전을 이루고 있는 경계요소법(Boundary Element Method)은 요소분할이 표면만으로 가능하고 3차원 해석에서도 Data의 준비가 용

이하는 특징을 가지고 있으며 탄성문제, 특히 균열문제의 해석에서 우수한 성과를 올리고 있다.

따라서 본 연구는 3차원 문제인 표면균열(Surface Crack)을 해석대상으로 하여, 무한영역에 대한 해석인 Kelvin解를 기본解(Fundamental Solution)로 해서 3차원 경계요소법에 의한 선형 파괴역학의 수치해석용 program을 개발하여 정입방체의 内點(Inner Point)에 대한 응력값을 계산 및 검토하고 혼합 Mode I (Mode I + Mode II) 표면균열에 직접 적용하여 문제가 되고 있는 유한판재내에 존재하는 표면균열 결합평가의 해석에 유용한 응력확대계수의 解를 얻는 것을 목적으로 한다.

## 2. 경계적분방정식, 기본解

균질등방의 정탄성문제의 경계적분방정식은 물체력을 고려하지 않을 때 다음과 같이 된다.

$$C_{ki}(P)u_i(P) + \int_{\Gamma} T_{ki}^*(P, Q)u_i(Q) d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ki}^*(P, Q)t_i(Q) d\Gamma(Q) \quad (1)$$

여기서  $U_{ki}^*(P, Q)$ ,  $T_{ki}^*(P, Q)$ 는 點 P에 k방향으로 단위 집중력이 작용한 경우의 點 Q에서의 i방향의 기본解이며 内點(Inner Point) 계산에 필요한 3차원의 Kelvin解<sup>(4)</sup>는

$$U_{ki,j}^*(P, Q) = \frac{1}{16\mu(1-\nu)r^2} \left[ -r_{,k}\delta_{ij} + (3-4\nu)r_{,j}\delta_{ki} + 3r_{,k}r_{,i}r_{,j} \right]$$

$$T_{ki,j}^*(P, Q) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^3} \left[ 3(r_{,k}\delta_{ij} + r_{,i}\delta_{jk} - 5r_{,k}r_{,i}r_{,j}) \frac{\partial r}{\partial n} + 3r_{,k}r_{,i}r_{,j} + (1-2\nu) [\delta_{ki}n_j + \delta_{ij}n_k - \delta_{jk}n_i + 3(-n_kr_{,i}r_{,j} + n_i r_{,j}r_{,k} - r_{,j}\delta_{ki} \frac{\partial r}{\partial n})] \right] \quad (3)$$

이다.

여기서,  $r$  : 點 P와 點 Q의 거리

$r_{,i}$  :  $(Q_i - P_i)/r$ 인 방향여현

$n_{,i}$  : 경계의 외향단위법선의 i 방향성분

$\delta_{ki}$  : Kronecker Delta

3. 선형요소에 의한 이산화

경계의 요소의 갯수를 N으로 하여 式(1)을 이산화 해서 기술하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_{11}(P) & C_{12}(P) & C_{13}(P) \\ C_{21}(P) & C_{22}(P) & C_{23}(P) \\ C_{31}(P) & C_{32}(P) & C_{33}(P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(P) \\ u_2(P) \\ u_3(P) \end{bmatrix} \\ & + \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} \begin{bmatrix} T_{11}^*(P, Q) & T_{12}^*(P, Q) \\ T_{21}^*(P, Q) & T_{22}^*(P, Q) \\ T_{31}^*(P, Q) & T_{32}^*(P, Q) \\ T_{13}^*(P, Q) \\ T_{23}^*(P, Q) \\ T_{33}^*(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(Q) \\ u_2(Q) \\ u_3(Q) \end{bmatrix} d\Gamma(Q) \\ & = \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} \begin{bmatrix} U_{11}^*(P, Q) & U_{12}^*(P, Q) \\ U_{21}^*(P, Q) & U_{22}^*(P, Q) \\ U_{31}^*(P, Q) & U_{32}^*(P, Q) \\ U_{13}^*(P, Q) \\ U_{23}^*(P, Q) \\ U_{33}^*(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1(Q) \\ t_2(Q) \\ t_3(Q) \end{bmatrix} d\Gamma(Q) \end{aligned} \quad (4)$$

u(Q), t(Q)의 변화가 요소내에서 선형으로 있고  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ 를 내삽함수로 하여 다음의 Matrix형으로 정의하면

$$\{[C_{ki}] + [H_{ki}]\} \{u_i\} = [G_{ki}] \{t_i\} \quad (5)$$

여기서  $n_p$ 를 총 절점수로서  $[C_{ki}]$ ,  $[H_{ki}]$ ,  $[G_{ki}]$ 는  $3n_p \times 3n_p$ 의 행렬이다. 따라서 式(5)를 경계상의 적분방정식 式(1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} & C_{ki} u_i + \sum_{i=1}^N (h_{ki} \cdot u_{i1} + h_{ki} \cdot u_{i2} + h_{ki} \cdot u_{i3} + h_{ki} \cdot u_{i4}) \\ & = \sum_{i=1}^N (g_{ki} \cdot t_{i1} + g_{ki} \cdot t_{i2} + g_{ki} \cdot t_{i3} + g_{ki} \cdot t_{i4}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 강체변위조건<sup>(6)</sup>  $h_{kk} = - \sum_{i=1, i \neq k}^N h_{ki}$  으로 하면

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N (h_{ki} \cdot u_{i1} + h_{ki} \cdot u_{i2} + h_{ki} \cdot u_{i3} + h_{ki} \cdot u_{i4})$$

$$= \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N (g_{ki} \cdot t_{i1} + g_{ki} \cdot t_{i2} + g_{ki} \cdot t_{i3} + g_{ki} \cdot t_{i4}) \quad (7)$$

으로 된다. 이것에 의해서 절점에 관해서 정리하면

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N H_{ki} \cdot u_i = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N G_{ki} \cdot t_i \quad (8)$$

이것을 간단히 표현하면

$$[H] \{u\} = [G] \{t\} \quad (9)$$

이다.

여기서 {u}는 전절점 변위 Vector, {t}는 전절점 표면력 Vector이다. 실제로 이산화한 적분방정식에 있어서는 특이적분은 式(9)의 Matrix의 대각성분으로 된다. [H]에 관해서는 강체변위조건을 사용하는 것에 의해 특이적분을 피해서 간접적으로 평가 가능하고  $C_{ii}$ 는 자동적으로 결정된다.

3.1 内點에서의 계산식의 이산화

點 P를 内點, 點 Q를 경계상의 點으로 하는 경우 내점의 변위와 응력의 계산식<sup>(7)</sup>은 다음과 같이 표시되어진다.

$$\begin{aligned} U_{k,i}(P) &= \int_{\Gamma} U_{k,i,j}^*(P, Q) t_j(Q) d\Gamma \\ &- \int_{\Gamma} T_{k,i,j}^*(P, Q) u_j(Q) d\Gamma \end{aligned} \quad (10)$$

응력계산식

$$\begin{aligned} \sigma_{ki}(P) &= \int_{\Gamma} D_{kij}(P, Q) t_j(Q) d\Gamma \\ &- \int_{\Gamma} S_{kij}(P, Q) u_j(P) d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $D_{kij}(P, Q)$ ,  $S_{kij}(P, Q)$ 는 다음의 것을 의미한다.

$$\begin{aligned} D_{kij}(P, Q) &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} [(1-2\nu)\{r, i\delta_{jk} \\ &+ r, \kappa\delta_{ij} - r, j\delta_{ki}\} + 3r, \kappa r, i r, j] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} S_{kij}(P, Q) &= \frac{\mu}{4\pi(1-\nu)r^3} [3\frac{\partial r}{\partial n} \{(1-2\nu) \\ &r, j\delta_{ki} + \nu(r, i\delta_{kj} + r, \kappa\delta_{ij}) \\ &- 5r, \kappa r, i r, j\} + 2\nu(r, i r, j n_{\kappa} \\ &+ r, \kappa r, j n_i) + (1-2\nu)(3r, \kappa r, \\ &i n_j + n_i \delta_{ki} + n_{\kappa} \delta_{ij}) - (1-4\nu) \\ &n_j \delta_{ki}] \end{aligned} \quad (13)$$

내점 P에 대해서는 式 (10)을 다음식과 같이 이산화해서 내점의 변위가 얻어진다.

$$u_p = g_{p1}t_1 + g_{p2}t_2 + \dots + g_{pn}t_n - (h_{p1}u_n + h_{p2}u_2 + \dots + h_{pn}u_n) \quad (14)$$

내점의 응력은 式 (11)을 이산화하면

$$\sigma_{ki}(P) = D_{1ki}t_1 + D_{2ki}t_2 + \dots + D_{nki}t_n - (S_{1ki}u_1 + S_{2ki}u_2 + \dots + S_{nki}u_n) \quad (15)$$

이다.

#### 4. 수치해석

3차원 경계요소법에 의한 수치해석용 Program의 Algorithm을 Fig. 1에 나타내며 그 효용성을 검증하기 위해 굽힘응력장에서의 내점의 응력계산으로 Fig. 2는 한변이 120의 정입방체가 면 ABFE에서 고정되고 면C DHG에 굽힘을 발생하는 표면력이 주어진 문제로 정 입방체의 대칭성을 이용하여 입방체의 중앙(X=Y=60)인 직선 I-I' 응력분포를 구했다.

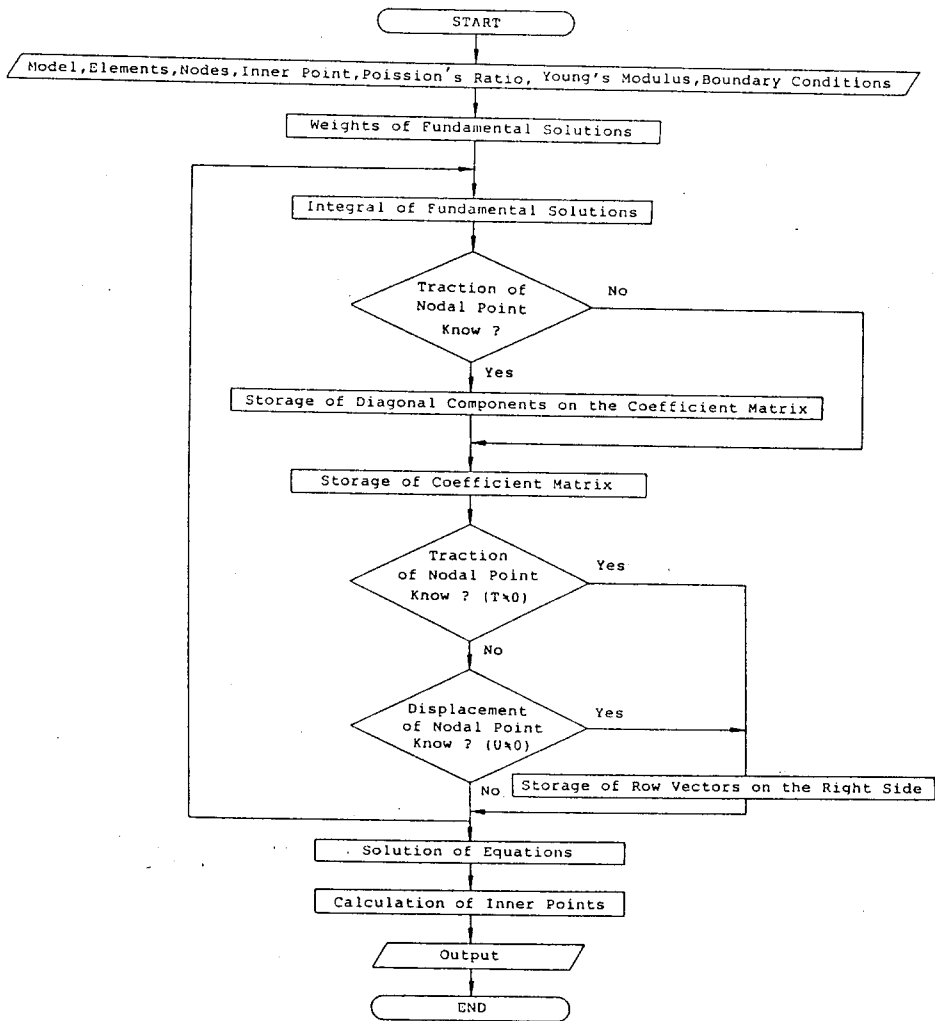


Fig. 1 Algorithm

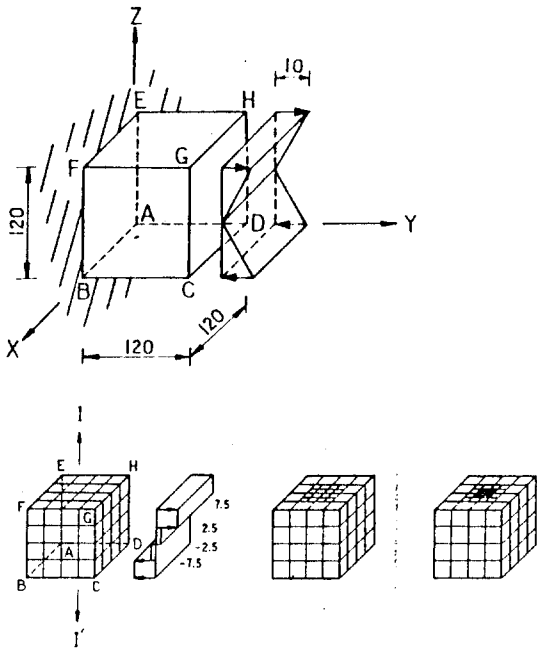
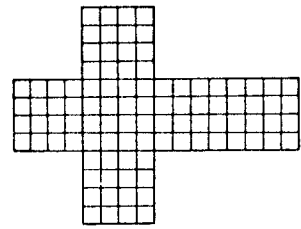


Fig. 2 Test Problem Geometry

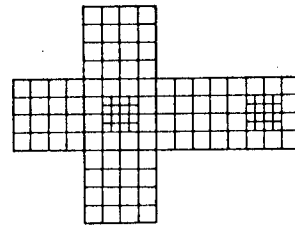
Fig. 3은 각 Model에 대한 요소분할을 나타낸 것으로 요소수 96, 절점수 98인 Model I, 직선 I-I'의 표면부분만을 한변의 길이 15인 정방형 요소로한 요소수 120, 절점수 130의 Model II, 직선 I-I'인 표면부분만을 한변의 길이 7.5인 정방형요소로한 요소수 144, 절점수 162인 Model III으로 하여 계산한다. 경계조건으로서는 면 ABFE의 요소는 XYZ방향의 모든 변위를 0으로 하고 면 CDHG의 요소는 Y방향에 평행한 표면력을 작용시킨다. Fig. 4는 각 Model의 내점의 계산결과를 나타낸 것이다.

직선 I-I'의 내점 계산결과 Y방향의 응력은 표면에서 떨어져 있는 내점의 오차는 작고 경계근방 즉 직선 I-I'의 표면에 가까운 내점에 있어서는 큰 오차를 나타내고 있다. 이들의 표면에 가까운 내점에서는 직선 I-I'의 표면치수를 작게 설정한 Model만큼 계산결과에 포함된 오차는 작게된다.

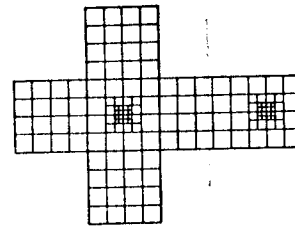
대부분 표면균열의 연구는 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ$ 인 Mode I에 대한 해석이었으며  $\alpha=15^\circ-75^\circ$ 인 혼합 Mode에 대한 연구는 별로 찾아볼 수 없었다. 따라서



(A) Model I



(B) Model II



(C) Model III

Fig. 3 Test Problem Boundary Segments

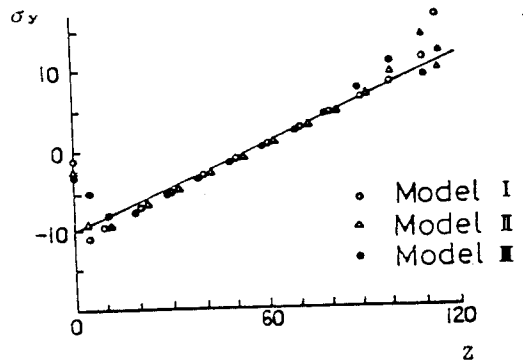
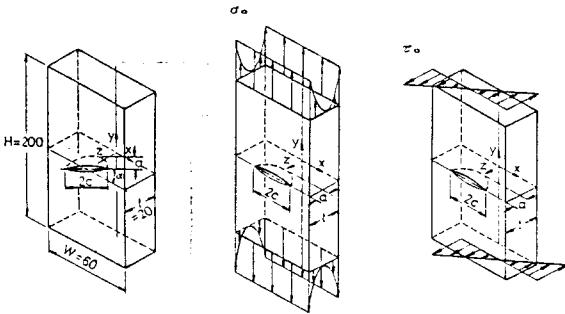


Fig. 4 Stress Values of Inner Point



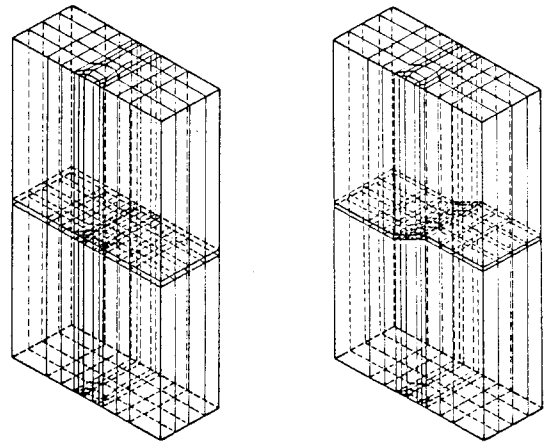
(A) Parabolic Tension (B) Twisting

Fig. 5 Coordinate System and Surface Crack Modeling

본 해석에서는 표면균열에 대한 것으로 Fig. 5와 같이 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 로 변화시킨 폭=60, 높이=200, 두께=20인 평판에 반타원 표면균열을 요소수 185, 절점수 196, 내점(Inner Point)수 199로 요소분할하여 포물선형 인장과 비틀림의 하중조건으로 수치해석하였다.

Fig. 6(A)는  $\alpha=0^\circ$ 에 대한 요소분할이며 (B)는  $\alpha=15^\circ-75^\circ$ 에 대한 요소분할을 나타낸 것이다. 또한 해석결과를 비교하기 위해 FEM Package(ALGOR SUPER SAP 386 Version)를 동일한 Model로 하여 해석하였으며 Fig. 7은 요소수 876, 절점수 1264로 분할한 FEM의 요소분할을 나타낸 것이다. 응력확대 계수값은 응력법과 변위법을 혼합한 점속의삼법<sup>(3)</sup>(Hybrid Extrapolation Method)을 사용하였으며 Crack의 비대칭성으로 인하여 평판전체를 요소분할했다. 해석 Parameter는 Aspect Ratio( $a/c$ )=0.2, 0.4, 0.6, 1.0의 4종류로서  $a/t=0.2$ 이며 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 로 변화시켜 적용하여 표면균열 전체에서 각  $\phi$ 에 따라 해석했다.

지금  $K_I, K_{II}$ 는 Parabolic Tension일 때  $F_I=K_I/[\sigma_0\sqrt{\pi a/Q}]$ ,  $F_{II}=K_{II}/[\sigma_0\sqrt{\pi a/Q}]$ 이고 Twisting일 때,  $F_I=K_I/[2\tau_0\sqrt{(\pi a/Q)}]$ ,  $F_{II}=K_{II}/[2\tau_0\sqrt{(\pi a/Q)}]$ 로서 무차원화 했다. 여기서,  $Q=[E(k)]^2$ 으로  $E(k)$ 는 제 2종 완전 타원적분식<sup>(3)</sup> 즉  $k^2=1-(a/c)^2$ ,  $E(k)=\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-k^2\sin^2\phi}d\phi$ 이며,  $E(0)=\pi/2$ ,  $E(1)=1$ 이다.



(A) (B)

Fig. 6 Surface Crack Modeling Segments

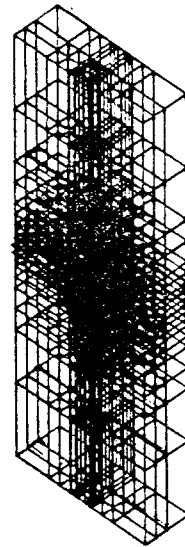


Fig. 7 Finite Element Model for a Semi-Elliptical Surface Crack

경계요소법은 영역의 문제를 경계상의 방정식으로 변환해서 풀기 때문에 차원이 일차원 낮아지게 되고 문제를 풀기 위하여 필요한 입력 Data는 유한요소법보다 적게되므로 Data의 준비와 Check에 시간과 노력이 크게 절약된다. 그러나 계산시간은 유한요소법의 Matrix가 Band형으로 되는 것에 대해서 경계요소법

은 Full-Populated로 되기 때문에 큰 차이는 없었다. 사용된 Computer는 IBM PC-386(25MHz, OS:DOS 4.01/UNIX V3.2)이다.

Fig. 8은 비교검토를 위해서 반타원 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ$ 에 대해 등분포 인장을 작용시킬 때 현재 표면균열의 해석에서 비교적 신뢰성이 높게 평가받고 있는 Raju등의 유한요소법에 의한 解, Smith등의 순차근사법에 의한 解와 FEM Package에 의한 해석결과를 도시한 것이다. Fig. 8로부터 전체적인 경향은 비교적 잘 일치하고 있지만  $a/c=0.2$ 에서 본해석의 결과가  $R_{\omega u}$ 등과 Smith등의 解중간에 존재하는 것을 알 수 있다.  $a/c=0.4-1.0$ 에서 표면點( $2\alpha/\pi = 1.0$ )에서는 본 해석의 결과가 Raju등의 결과보다 높은 값을 나타내고 가장 깊은點( $2\alpha/\pi=1.0$ )에서는 반대로 낮은 값을 나타내고 있으며 그 차이가 5% 이내이다. 균열길이가 길어질수록 가장 깊은點에서의  $F_1$  값은 증가하고 있으나 표면點에서는 오히려 감소하는 경향을 보여주고 있다.

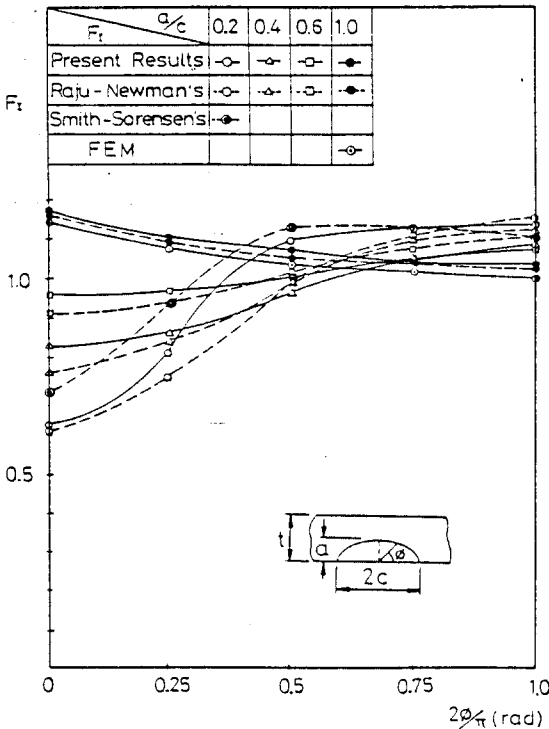
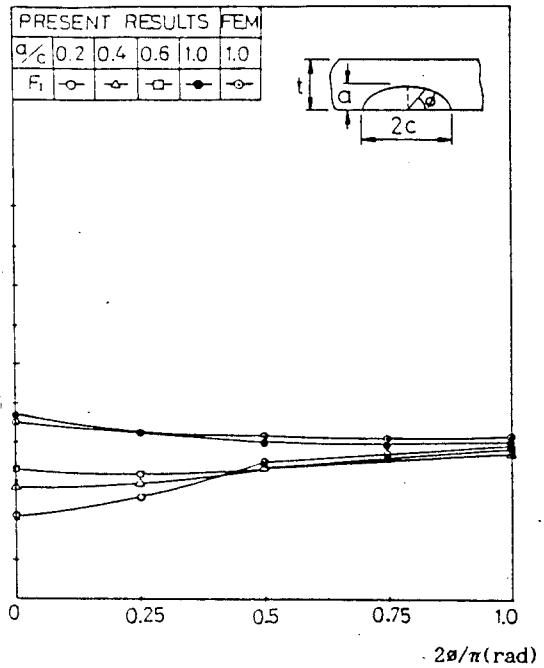
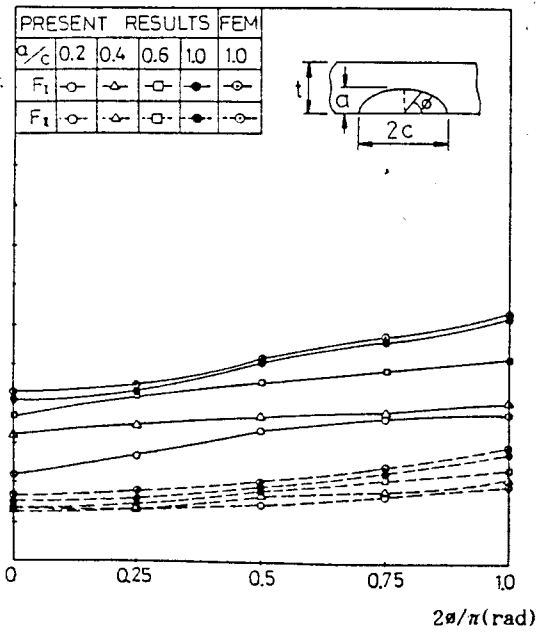
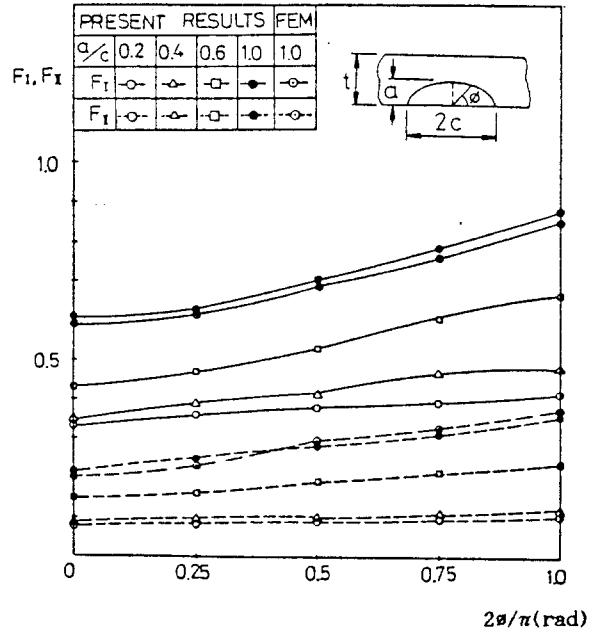


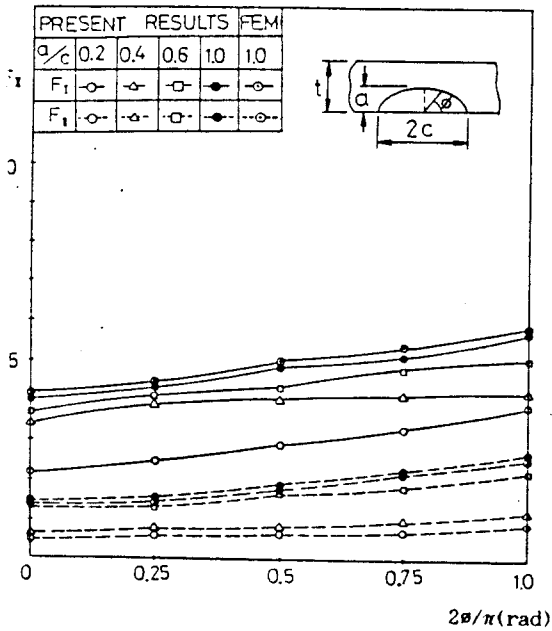
Fig. 8  $F$  Versus  $2\phi/\pi$  for Various  $a/c$  (Uniform Tension)



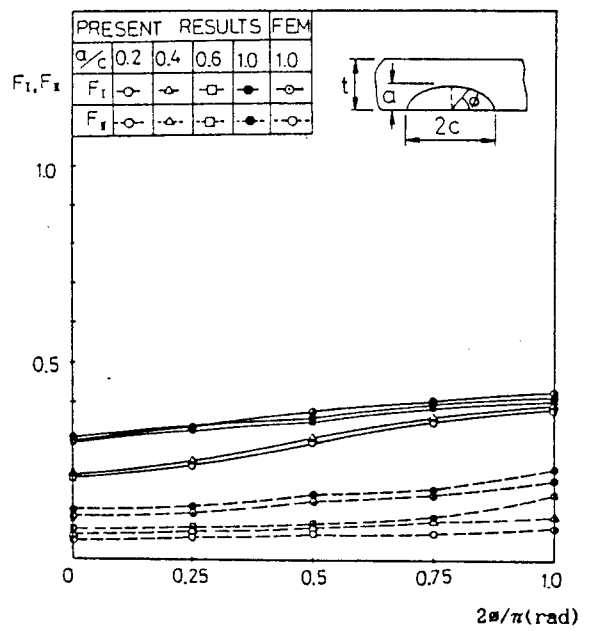
(C) Surface Crack ( $\alpha=30^\circ$ )



(D) Surface Crack ( $\alpha=45^\circ$ )



(E) Surface Crack ( $\alpha=60^\circ$ )



(F) Surface Crack ( $\alpha=75^\circ$ )

Fig. 9 F Versus  $2\theta/\pi$  for Various  $a/c$   
(Parabolic Tension)

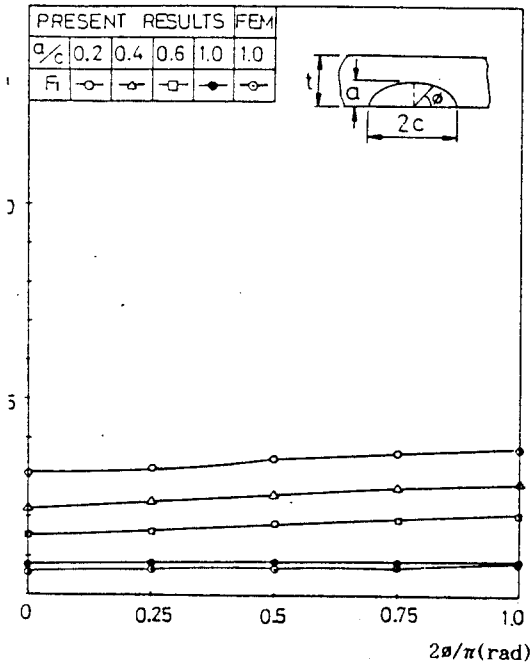


4.1 포물선형 인장

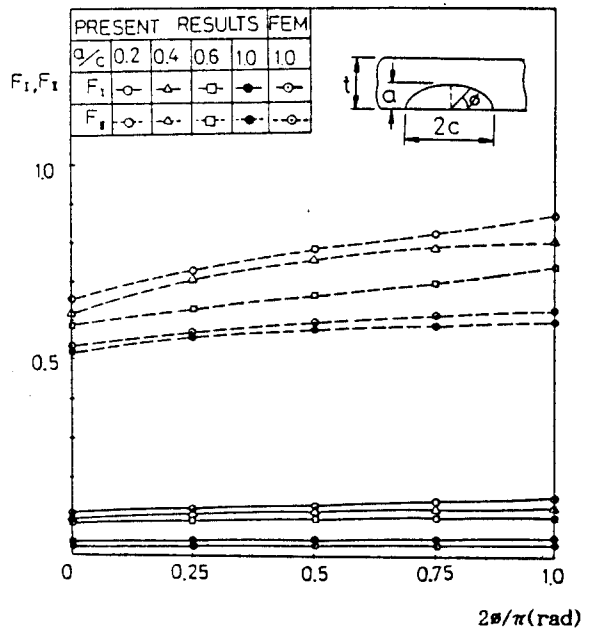
해석 Model 및 경계조건은 Fig. 5(A)와 같다. Fig. 9(A)는 해석 Parameter  $a/c=0.2, 0.4, 0.6, 1.0$  으로하여 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ$ 에 대한 해석결과와 비교를 위해 FEM Package를 사용하여  $a/c=1.0$ 일 때의 결과를 도시한 것이다.  $\alpha=0^\circ$ 일때 등분포 인장의 解와 비교하면  $a/c$ 가 0.6 이하에 있어서는 포물선형 인장하중분포의 평균을 취하면  $1/3\delta_0$ 로 있기 때문에  $1/3$ 의 등분포인장으로 보아도 무난할 것이다. 그러나  $a/c=1.0$ 에서는 완전히 다른 경향을 나타내고 있다.  $F_I$ 값은 등분포인장의 경우와 마찬가지로 가장 깊은 點 ( $2\phi/\pi=1.0$ )에서 크게 되지만  $a/c=1.0$ 에서는 반대로 표면點( $2\phi/\pi=0.0$ )에서  $F_I$ 값이 크게 된다. Fig. 9(B)-(F)는 표면균열의 각도  $\alpha=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 인 혼합 Mode (Mode I + Mode II)에 대한 해

석결과를 도시한 것으로  $F_I, F_{II}$ 값은 Aspect Ratio에 관계없이 가장 깊은點( $2\phi/\pi=1.0$ )에서 큰 값을 나타내며  $F_I$ 값은 전체적으로  $\alpha=45^\circ$ 를 기준으로 증가하다가 이후 다시 감소한다.

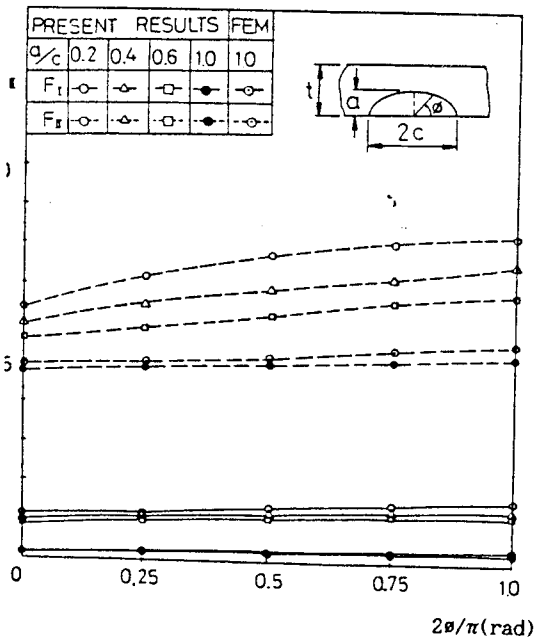
$F_{II}$ 값은  $a/c=0.2$ 에서  $a$ 가 증가할수록 점점 감소하기 시작하여 거의 0에 가깝게 되고  $a/c>0.2$ 부터  $F_I$ 값과 같은 경향을 나타낸다. 이것은 표면균열의 기하학적 형상이 응력확대계수에 영향을 미치는 것을 나타낸다.  $F_{II}/F_I$ 는  $a/c=0.4$ 까지  $a$ 가 증가할수록 증가하지만  $a/c=0.6$ 부터 거의  $1/2$ 에 접근하고 있다. 또한  $a/c=1.0$ 에서 FEM Package값과 2~3%의 차이를 나타내고 있으며 Fig. 11은  $a/c=1.0$ 에서의 FEM에 의한 Stress Contours를 나타낸 것으로  $\alpha$ 가 증가할수록 표면點보다 가장 깊은 點의 응력등고선 밀도가 조밀함을 보여주고 있다.



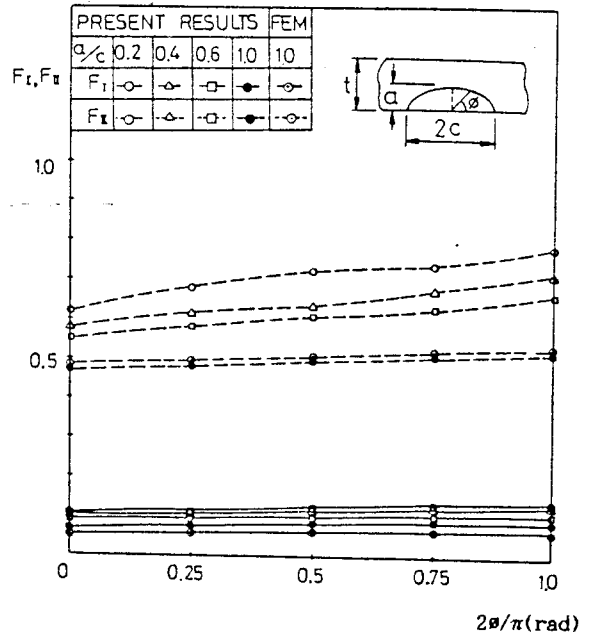
(A) Surface Crack ( $\alpha=0^\circ$ )



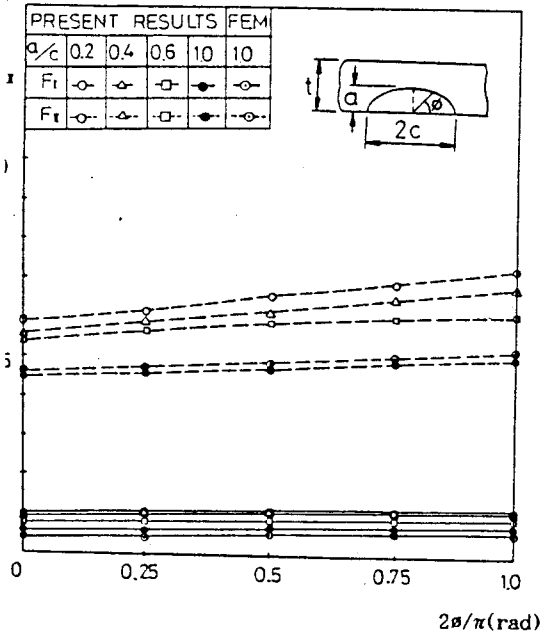
(B) Surface Crack ( $\alpha=15^\circ$ )



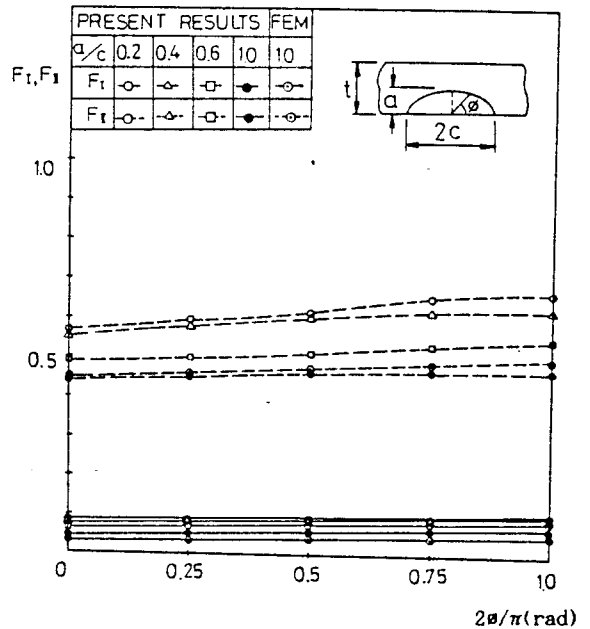
(C) Surface Crack ( $\alpha=30^\circ$ )



(D) Surface Crack ( $\alpha=45^\circ$ )



(E) Surface Crack ( $\alpha=60^\circ$ )



(F) Surface Crack ( $\alpha=75^\circ$ )

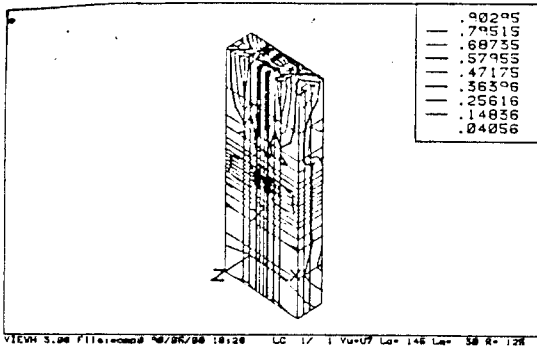
Fig. 10 F Versus  $2\phi/\pi$  for Various  $a/c$  (Twisting)

4.2 비틀림

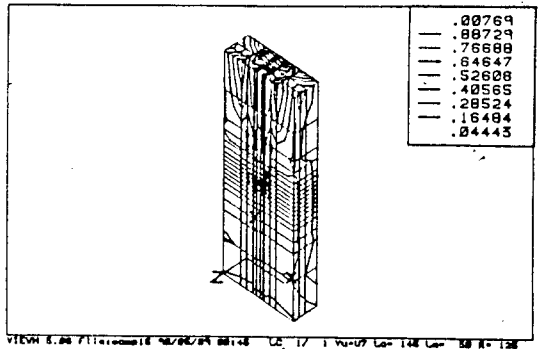
해석 Model 및 경계조건은 Fig. 5(B)와 같고 Fig. 10(A)는 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ$ 에 대한 해석결과와 비교를 위해서 FEM Package를 사용하여  $a/c=1.0$ 일 때의 해석결과를 나타내었다. 표면균열의 각도  $\alpha=0^\circ$ 에 대해서는 등분포인장이나, 포물선형 인장과 동일하게 가장 깊은 點( $2\phi/\pi=1.0$ )에서  $F_{II}$  값이 크며  $a/c=1.0$ 일 때  $F_{II}$  값은 거의 0에 가깝다. 이것이 등분포인장이나 포물선형인장에서 볼 수 없었던 경향으로 비틀림에 의한 현상이다. Fig. 10(B)-(F)는 표면균열의 각도  $\alpha=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 인 혼합Mode (Mode I + Mode II)에 대한 해석결과를 도시한 것으로 등분포인장이나 포물선형인장에서는 나타나지 않는 현상으로  $\alpha$ 의 크기에 관계없이  $F_{II}$  값이  $F_I$  값보다 크며 또한  $F_I, F_{II}$  값은  $\alpha$ 가 작을수록 큰 값을 나타낸다.  $F_I$  값

은 전체적으로  $a/c=1.0$ 에서  $\alpha$ 의 크기에 무관하게 거의 0에 가깝게 되고  $\alpha=75^\circ$ 에서는 Aspect Ratio에 관계없이 거의 0에 가깝게 된다. 이것은 비틀림이  $F_{II}$  값에 큰 영향을 미치기 때문에 표면균열의 기하학적 형상에 의한 응력확대계수의 변화는 감소된다고 생각 된다.

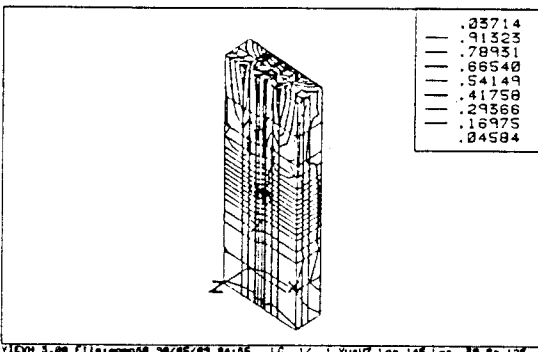
$F_{II}$  값은  $\alpha$ 의 크기에 관계없이 가장 깊은 點에서 큰 값을 나타내며  $a/c=0.2$ 일 때 가장 크다.  $F_{II}/F_I$ 는  $\alpha=15^\circ\sim 60^\circ$ 까지  $a/c=1.0$ 을 제외하고 약 5에 접근하고 있다. 또한  $a/c=1.0$ 에서 FEM Package 값과 3% 이내의 차이를 나타내고 있으며, Fig. 12는  $a/c=1.0$ 에서의 FEM에 의한 Stress Contours를 나타낸 것으로 가장 깊은 點의 응력 등고선 밀도가 조밀하고  $\alpha$ 가 증가할수록 표면點의 응력등고선은 거의 나타나지 않는다.



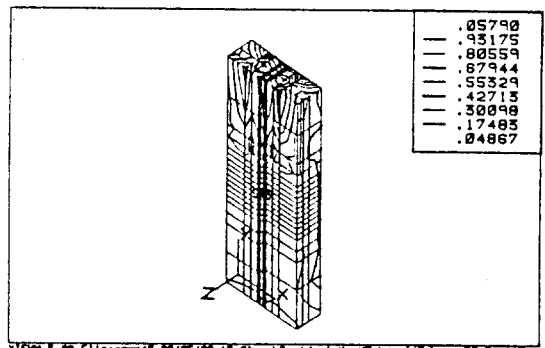
(A) Surface Crack ( $\alpha=0^\circ$ )



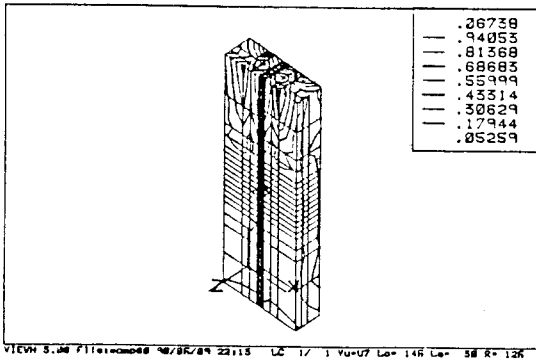
(B) Surface Crack ( $\alpha=15^\circ$ )



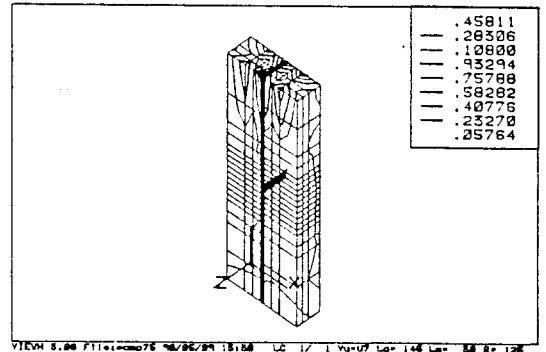
(C) Surface Crack ( $\alpha=30^\circ$ )



(D) Surface Crack ( $\alpha=45^\circ$ )

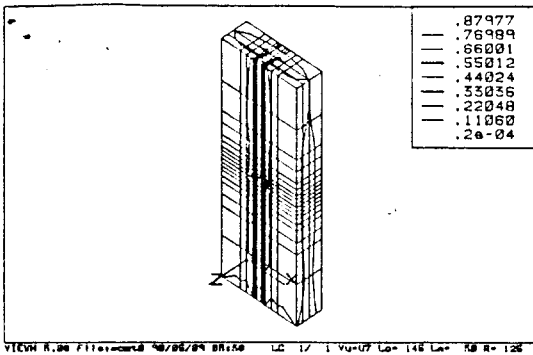


(E) Surface Crack ( $\alpha=60^\circ$ )

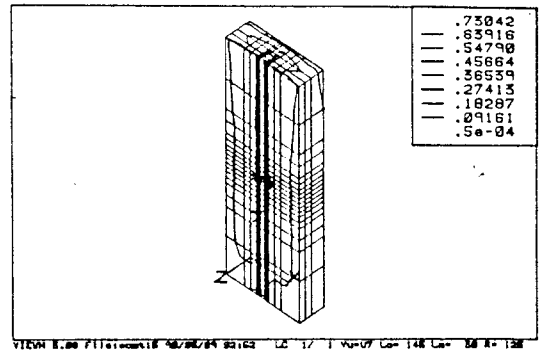


(F) Surface Crack ( $\alpha=75^\circ$ )

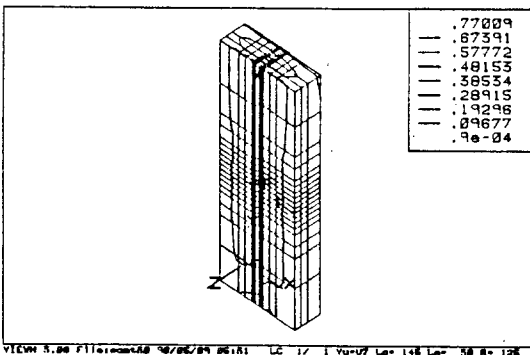
Fig. 11 Contours for in the Surface Cracks  
Obtained Using ALGOR SUPERSAP for  
post Processing (Parabolic Tension)



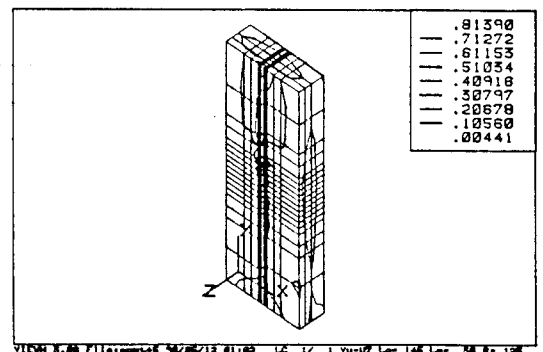
(A) Surface Crack ( $\alpha=0^\circ$ )



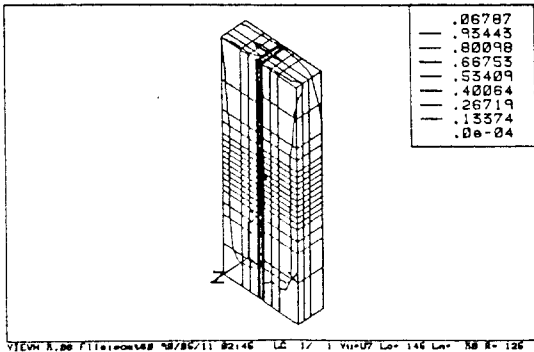
(B) Surface Crack ( $\alpha=15^\circ$ )



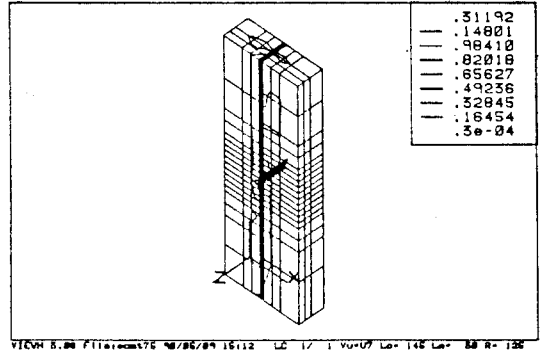
(C) Surface Crack ( $\alpha=30^\circ$ )



(D) Surface Crack ( $\alpha=45^\circ$ )



(E) Surface Crack ( $\alpha=60^\circ$ )



(F) Surface Crack ( $\alpha=75^\circ$ )

Fig. 12 Contours for in the Surface Cracks  
Obtained Using ALGOR SUPERSAP for  
for Post Precessing (Twisting)

## 5. 결 론

경계요소법을 적용하여 3차원 문제인 표면균열을 포물선형 인장과 비틀림에 대해서 해석하고 표면균열의 각도  $\alpha=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 로 변화시켜 혼합 Mode 인 표면균열로 확장하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 포물선형 인장의 경우  $\alpha=0^\circ$ 에서  $F_I$ 값은  $a/c=0.2\sim 0.6$ 일때 등분포 인장과 마찬가지로 가장 깊은 점( $2\phi/\pi=1.0$ )에서 크게 되지만  $a/c=1.0$ 에서 반대로 표면점( $2\phi/\pi=0.0$ )에서 크게 된다. 혼합 Mode 에서  $F_I$ 값은  $\alpha=45^\circ$ 일때 가장 큰 값을 나타내며  $F_{II}$ 값은  $a/c=0.2$ 에서  $\alpha$ 가 증가할수록 점점 감소하기 시작하여 거의 0에 가깝게 되고  $a/c>0.2$ 부터  $F_I$ 값과 같은 경향을 나타낸다.  $F_{II}/F_I$ 은  $a/c=0.6$ 부터 거의 1/2에 가깝게 된다.

(2) 비틀림의 경우  $\alpha=0^\circ$ 에서  $F_I$ 값은 등분포인장이나 포물선형 인장과 동일하게 가장 깊은 점( $2\phi/\pi=1.0$ )에서 크며  $a/c=1.0$ 일때  $F_I$ 값은 거의 0에 가깝다. 혼합 Mode 의 경우  $F_I$ 값은 전체적으로  $a/c=1.0$ 에서  $\alpha$ 의 크기에 무관하게 거의 0에 가깝게 되고  $\alpha=75^\circ$ 에서는 Aspect Ratio에 관계없이 거의 0에 가깝게 된다.  $F_{II}$ 값은  $\alpha$ 의 크기에 관계없이 가장 깊은 점( $2\phi/\pi=1.0$ )에서 큰 값을 나타내며  $a/c=0.2$ 일때 가장 크다.

또한  $F_{II}/F_I$ 는  $\alpha=15^\circ\sim 60^\circ$ 까지  $a/c=1.0$ 을 제외하고 약 5에 접근하고 있다.

(3) 본 해석으로 혼합 Mode 표면균열의  $F_I, F_{II}$ 값을 계산했으며 이상의 결과 중첩법을 이용하여 용접부의 잔류응력 해석이 가능할 것이다. 따라서 경계요소법은 복잡한 기하학적 형상을 가진 3차원 문제에 효율적이다.

## 參考文獻

- (1) F. W. Smith and D. R. Sorensen, 1976, "The semi-elliptical surface crack-A Solution by the alternating method", Int. J. Fract., Vol. 12, No. 1, pp. 47~57.
- (2) I. S. Raju and J. C. Newman, Jr., 1979, "Stress-intensity factors for a wide of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plate", Eng. Fract. Mech., Vol. 11, pp. 817~829.
- (3) 結城良治, 木順博行, 松本敏郎, 1984, "境界要素法における 應力擴大係數の決定法", 第1回 境界要素法 シンポジウム, pp. 85~90.
- (4) 石田誠, 野口 薄司, 1983, "體積力法による三次元き裂問題の 解析について, 日本機械學會論文集, Vol. 49, No. 442, pp. 707~716.

- (5) C. A. Brebbia, J. C. F. Telles and L. C. Wrobel, 1984, "Boundary Element Techniques", Springer-Verlag, Berlin, pp. 180~233.
- (6) J. C. Lachat and J. O. Waton, 1976, "Effective numerical treatment of boundary integral equations: A formulation for three-dimensional elasto-statics", Int. J. Numerical Method in Engineering, Vol. 10, pp. 991 - 1005.
- (7) P. K. Banerjee and R. Butterfield, 1981, "Boundary Element Methods in Engineering Science", McGraw-Hill, New York, pp. 138~165.
- (8) T. A. Cruse, 1988, "Boundary Element Analysis in Computational Fracture Mechanics", Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 45~55.

## FA전용 기계 용어 해설

### CAD(Computer Aided Design)

컴퓨터를 이용해서 보다 효율적으로 행해지는 설계방식, 설계대상이 되는 도형데이터의 입출력의 간이화, 설계계산의 처리, 이를 제데이터의 축적이나 편집 결과의 표시 등의 관련된 설계자가 CRT 디스플레이 등을 통해 대화를 하면서 처리하는 경우가 많다.

### FMS(Flexible Manufacturing System)

생산성을 떨어뜨리지 않고 수 종류의 제품형상으로 가공처리가 가능한 유연성이 풍부한 자동 생산라인을 말한다.

### FIMS(Flexible Intelligent Manufacturing System)

다품종 소량제품생산에 대응할 수 있는 제조라인 NC공작기계와 반송장치를 조합한 가공공정의 제어에서 산업용로봇을 도입한 조립가공까지의 일련의 제조라인

### PIM(Product Information System)

제품을 구성하는 부품을 최소단위까지 전개해서 그속성(가격, 도면, 구매 등) 데이터를 데이터베이스화한 시스템을 말한다.

### LAN(Local Area Network)

기업내 통합통신망, 기업이나 대학구내등에 시설되는 통신망

### NW(Net Work)

컴퓨터 네트워크를 말한다. 컴퓨터 상호간이나 다른 정보기기와의 정보교환을 하면서, 고도의 컴퓨터 처리를 지시한 회선망

### TM(Tranfer Machine)

대량생산되는 부품은 싸값으로 가공하는 것을 목적으로 한 기계시스템 부품가공 공정에서는 공정순으로 가공한다. 전용기계가 늘어져 있으며 이기계를 사이에 공작물을 운반하기 위해 사용되는 장치

### EWS(Engineering Work Station)

기술을 워크스테이션으로 그 전체가 목적으로 하는 작업을 처리할 수 있는 기능을 가지며 디스플레이 장치를 지닌 디스크롬의 소형 컴퓨터

### OA(Office Automation)

사무의 기계화에서부터 오피스 전체를 대상으로 신기술을 대상으로한 시스템편성에 관한 기술을 가리킨다.

### NC(Numerical Control)

주된 정보처리가 디지털(수치)의 형식으로 행해지는 제어방법

### MAP(Manufacturing Automation Protocol)

FA용 LAN의 국제기준에 따르려하는 통신규약