論文 한국정밀공학회지 제7권 4호 1990. 12
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 7, No 4 Dec. 1990.

산업용 로보트매니플레이터 제어기의 성능향상에 관한 연구

한 성현*, 이 만형**

A Study on the Performance Improvement of Industrial Robot Manipulator Controller

Sung-hyun Han*, Man-hyung Lee**

Abstract

Up to now, most robot control systems are very naive. They consist of a number of independent position-servo loops to control each joint angle separately. Those control systems have constant predefined gains and do not cover the complex dynamic interactions between manipulator joints. As a result, the manipulator is severely limited in range of application, speed of operation and variation of payload.

This study proposed a new method to design a robot manipulator controller capable of tracking the reference trajectories of joint angles in a reasonable accuracy to cope with actual situations of varying payload, uncertain parameters. The adaptive model following control method has been used to improve existing robot manipulator controllers. The proposed controller is operated by adjusting its gains based on the response of the manipulator in such a way that the manipulator closely matches the reference model trajectories defined by the designer. The stability of adaptive controller is based on the Second Method of Lyapunov. The coupling among joints and the nonlinearity in the dynamic equation are explicitly considered. The designed manipulator controller shows good tracking performance under various load variation and parameter uncertainties.

* 부산대학교 기계기술연구소 MECHATRONICS LAB. (정회원)
** 부산대학교 정밀기계공학과 교수

1. 서 론

현대제어이론을 이용하여 제어시스템을 설계하는 종래의 많은 방식은 플랜트의 정확한 수학적인 표현이 주어지는 것을 전제로 하고 있다. 그러나 많은 경우에 이것을 정확하게 안다는 것은 기대하기가 어렵다.

그러므로 기존의 로보트 제어기의 대부분은 동적모델 및 제어계에 대한 선형성의 가정 및 플랜트의 매개변수가 일정하게 유지된다는 여러 가정하에 설계되므로, 이러한 가정하에서 설계된 제어알고리즘은 부하의 변동 및 파라마터의 불확실성등이 존재하는 실제의 공정에서는 그 수렴특성을 상실하게 되어 좋은 제어성능을 내지 못하게 된다. 따라서 로보트매니플레이터의 동적모델링에 있어서 매개변수의 불확실성과 비선형성의 존재 및 부하의 변동 및 모델링 오차의 존재하에서도 좋은 제어성능을 낼 수 있는 진보된 제어방법이 절실하게 요구되어 그에 대한 많은 관심이 집중되어 왔다. 지난 10여년 동안에 산업용 로보트매니플레이터에 대한 제어시스템의 설계에 대하여 많은 연구가 진행되어 왔으며 그 설계방법은 크게 2가지로 분류할 수 있다.

첫째방법은 Paul, Markiewicz, Bejczy[2-4]등에 의해 제시된 방법으로서 로보트 동적모델에 비해 비선형성을 무시한 동적모델의 선형화를 바탕으로 한 비선형 피이드백제어방법이다. 두번째 방법으로서는 진보된 제어방법으로 Dubowsky와 Desforges[5-6] 등이 로보트매니플레이터의 제어에 적용한 이후 많은 연구가 집중되고 있는 적응제어(adaptive control)방법이다. 적응제어방식에는 기준모델적응제어방식과 자기동조 적응제어방식이 있다. 기준모델 적응제어방식은 Whitaker[1]등에 의해 1960년대 이후부터 본격적인 연구가 시작되었으며, 이 방식은 원하는 동특성을 갖는 기준모델을 설정하여 이 기준모델의 출력과 플랜트의 출력이 일치하도록 플랜트의 매개변수를 조종하는 방식이다. 그런데 기존의 산업용 로보트 제어시스템은 로보트매니플레이터의 동적특성이 완전히 고려되지 않고, 동적모델의 비선형성이 거의 무시된 상태에서 선형화된 모델을 바탕으로 각 관절의 독립적인 제어만으로 운용되는 고전적인 선형서보제어에 의존되고 있는 실정이므로, 실제의 산업공정에 사용되는 경우, 모델링 오차로 인한 관성상수 및 링크상수의 불확실성과 운전중 부하하중의 변동으로 인한 로보트매니플레이터의 역학적 특성의 변화 등으로 인하여 로보트시스템은 불확실성시스템의 특성을 지니게 되므로, 고속운전이나 빈번한 부하하중의 변동에 따라 역학적으로 나타나는 각 관절간의 비선형성 및 연성등의 영향으로 인하여 제어기능을 상실하게 된다. 그러므로 본 연구에서는 부하의 변동이 심하고 많은 외란이 존재하는 실제의 공정에서 두드러진 성능이 저하를 초래하는 기존의 로보트 제어시스템의 설계방법을 개선하여, 미지의 부하변동으로 인한 로보트모델의 역학적 특성의 변화, 모델링 오차에 기인하는 관성상수 및 링크상수 등의 파라미터 불확실성 등이 존재하는 경우에서도 견실하고 정확한 제어성능이 유지되는 새로운 로보트매니플레이터 제어시스템의 구현을 위한 연구를 수행하였다.

제어기의 설계방법은 로보트 매니플레이터의 동적모델의 강한 비선형성 및 연성을 고려한 상태에서 기준모델적응제어기법의 원리를 확장하여 적용하고, Lyapunov의 2차 방법에 의해 안정성을 해석하여, 부하의 변동 및 파라미터의 불확실성 등에 대해 매우 향상된 적응성을 갖는 새로운 적응제어알고리즘을 개발하여 적용하였다.

2. 제어기설계

2.1 부하상태의 로보트매니플레이터의 동적방정식

n개의 관절을 갖는 매니플레이터의 동적방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$D(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})+G(q)+H(\dot{q})=\tau(t) \qquad (1)$$

여기서

- $D(q)$: symmetric positive definite 관성행렬 $(n\times n)$
- $C(q,\dot{q})$: 코리올리스력 및 원심력 벡터 $(n\times 1)$
- $G(q)$: 중력하중벡터 $(n\times 1)$
- $H(\dot{q})$: 마마찰토크벡터 $(n\times 1)$
- $\tau(t)$: 입력토크벡터 $(n\times 1)$

식 (1)은 부하하중이 없는 상태에서 로보트 매니플레이터의 운동방정식을 나타내고 있다. X를 로보트매니플레이터의 공간좌표상의 위치 및 방향을 나타내는

벡터로 정의하면, end-effector의 공간좌표에서의 위치, 속도, 가속도는 관절각(q)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$X(t) = f(q) \tag{2-a}$$

$$\dot{X}(t) = \dot{J}(q)\,\dot{q}(t) \tag{2-b}$$

$$\dot{X}(t) = \dot{J}(q, \dot{q})\,q(t) + J(q)\ \ddot{q}(t) \tag{2-c}$$

여기서 f(q)는 전향운동학(forward kinematics)을 나타내는 벡터(n×1)이고, $J(q) = [\partial f(q)/\partial q]$는 매니플레이터의 Jacobian 행렬(n×1)을 나타낸다.

그러면 매니플레이터의 동특성에 부하하중의 영향을 고려하기 위해 매니플레이터의 end-effector가 점질량 m으로 표현되는 부하하중을 단단히 집었다고 가정하면, 중력장에서 부하하중이 X(t)의 가속도로서 움직이는데 필요한 end-effector에 가해져야 할 힘벡터는 다음식과 같이 정의된다.

$$f_o(t) = m[\ddot{X}(t) + g] \tag{3}$$

여기서 $f_0(t)$는 힘벡터(n×1)이고, g는 중력가속도 벡터(n×1)를 나타낸다. 그리고 end-effector의 힘 $f_0(t)$는 다음과 같이 주어지는 부가적인 관절토크를 요구한다.

$$\tau_f(t) = J^T(q)\ \ f_o(t) \tag{4}$$

그러므로 전체 관절토오크 벡터는 식 (2-a)와 (4)로부터 다음식과 같이 표현된다.

$$\tau(t) = J^T(q)\,f_o(t) + D(q)\,\ddot{q} + C(q, q) + G(q) + H(q) \tag{5}$$

식 (2-c)와 (3)으로부터의 $f_0(t)$를 위의 식 (5)에 대입하면 다음식과 같이 정리된다.

$$m\ N(q, \dot{q}, \ddot{q}) + D(q)\,\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + H(q) = \tau(t) \tag{6}$$

여기서 $N(q, \dot{q}, \ddot{q}) = J^T(q)[J(q)\,\dot{q} + J(\dot{q}, q)\,\dot{q} + g]$이고, 식 (6)은 매니플레이터의 동특성에서 부하질량 m의 영향을 명확하게 나타내 보이고 있다.

그러므로 부하상태의 로보트 매니플레이터의 동적방정식은 다음식과 같이 표현된다.

$$D(m, q)\,\ddot{q} + C(m, q, \dot{q}) + G(m, q) + H(\dot{q}) = \tau(t) \tag{7}$$

여기서 D, C, G는 다음과 같이 정의된다.

$$D(m, q) = D(q) + mJ^T(q)\ J(q) \tag{8}$$

$$C(m, q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) + mJ^T(q)\,J(q, q)\,\dot{q} \tag{9}$$

$$G(m, q) = G(q) + {}_mJ^T(q)\,g \tag{10}$$

2.2 제어기의 기본구조

본 절에서의 로보트관절 제어시스템의 기본구조는 역시스템[7)-10)]의 기본원리를 기초로 한다. 역시스템에 의한 제어시스템의 기본개념은 플랜트의 역이 제어시스템의 피이드포워드제어기로 사용되고, 그리고 기준궤적이 이 피이드포워드제어기의 입력으로 작용하는 원리로서, 본 연구에서는 역시스템의 원리를 사용하여 그림1과 같이 구성되는 제어구조를 토대로 제어시스템을 설계한다.

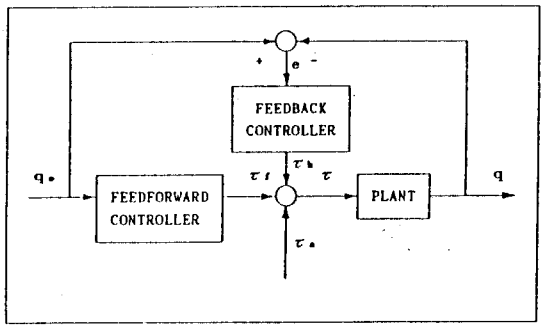

Fig. 1 Basic structure of manipulator control system

일반적으로 비선형플랜트는 미소시간간격 $t_i < t < t_i + \Delta t$에서 공칭점에서의 플랜트 변수의 미소변화에 대하여 선형시불변 모델로 근사화될 수 있다. 그러므로 이 시간간격 동안에서의 플랜터의 역은 그림 제어기 1에서와 같이 제어신호 τ_f를 생성하는 피이드포워드로 사용된다. 이 피이드포워드제어기가 실제 플랜트의 역의 값과 정확하게 일치될때 제어기의 출력과 실제 플랜트 출력의 오차가 0으로 수렴된다. 그러므로 추적오차 e(t)는 피이드포워드제어기와 플랜트 역의 실제 값과의 차이를 측정하는 요소로 작용된다. 그리고 이 오차에 대한 정보를 통하여 피이드포워드제어기가 실제플랜트의 역의 값으로 작동되고, 포워드제어기가 쇄신된다.

그림 1에서의 피이드백제어기는 폐루프 시스템의 안정성을 높이고 성능향상을 위하여 작동점 P에서의 플랜트에 대한 제어신호 $\tau_b(t)$를 생성하게 된다. 그리고 그림 1에서 $\tau_a(t)$는 작동점에 대한 보조신호로서 이것은 플랜트의 변화에 대한 빠른 적응성으로서 제어성능을 향상시켜 준다. 따라서 그림 1의 전체 제어칙은 피

이드포워드제어기 및 피이드백제어기에 의한 제어신호와 보조신호의 조합으로서 다음과 같이 주어진다.

$$\tau(t) = \tau_f(t) + \tau_b(t) + \tau_a(t)$$

이상의 제어시스템구조의 설계방법을 로보트매니플레이터의 제어에 적용한다. 식 (7)의 로보트 매니플레이터의 비선형모델은 미소의 시간간격 $t_i<t<t_i+\Delta t$에서 작동점 P에서의 플랜트변수의 미소변화에 대하여 다음 식과 같이 선형화될 수 있다.

$$K_A\, q_e(t) + K_B\, \dot{q}_e(t) + K_C\, q_e(t) = \tau_e(t) \qquad (11)$$

여기서 $q_e(t) = q_d(t) - q(t_i)$, $\tau_e(t) = \tau_d(t) - \tau(t_i)$ 이다.

그리고, $q(t_i)$ 및 $\tau(t_i)$는 작동점 $P = \{\tau(t_i), q(t_i), \dot{q}(t_i)\}$에서의 관절각 및 관절토오크의 공칭값(nomal value)을 나타내고, $q(t)$ 및 $\tau(t)$는 실제 플랜트의 관절각 및 관절 토오크를 나타낸다. 위의 식 (11)에서 K_A, K_B, K_C 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$K_A = [D(m, q)]_p,\quad K_B = \left[\frac{K_C(m, q, \dot{q}) + H(q)}{\partial \dot{q}}\right]_p,$$

$$K_C = \left[\frac{C(m, q, q) + G(m, q)}{\partial q}\right]_p \qquad (12)$$

에서의 관절각 및 관절토오크의 공칭값(nomal value)을 나타내고, $q(t)$ 및 $\tau(t)$는 실제 플랜트의 관절각 및 관절 토오크를 나타낸다. 위의 식 (11)에서 K_A, K_B, K_C 행렬은 다음과 같이 표현된다.

식 (11)의 선형화된 매니플레이터의 동적방정식 전달함수의 모델로 표현하면 다음과 같이 표현된다.

$$Q_e(s) = (K_C + K_B + K_A)^{-1}\, T_e(s) \qquad (13)$$

여기서 $Q_e(s)$ 및 $T_e(s)$는 $q_e(t)$ 및 $\tau_e(t)$의 라플라스변환이다.

따라서 피이드 백제어기 $L(s)$는 다음 식과 같이 플랜트의 역으로 선정하였다.

$$L(s) = [(K_C + K_B s + K_A s^2)^{-1}]^{-1}$$
$$= K_C + K_B\, s + K_A\, s^2 \qquad (14)$$

그리고, 피이드포워드 제어칙은 다음과 같이 표현된다.

$$T_f(s) = L(s)\, Q_r(s) = (K_C + K_B\, s + K_A\, s^2)\, Q_r(s) \qquad (15)$$

여기서 $T_f(s)$ 및 $Q_r(s)$는 각각 $\tau_f(t)$ 및 $Q_r(t)$의 라플라스변환을 나타낸다. 그리고 식 (15)의 피이드포워드 제어기의 제어칙을 시간영역으로 표현하면 다음과 같다.

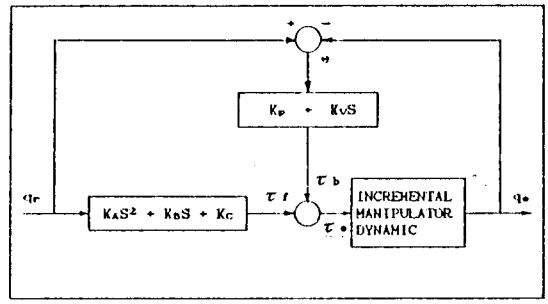

Fig. 2 Incremental manipulator control system

$$\tau_f(t) = K_C\, q_r(t) + K_B\, \dot{q}_r(t) + K_A\, \ddot{q}_r(t)$$

여기서 $q_r(t) = q_d(t) - q(t)$는 중분의 원하는 관절각 벡터(n×1)를 나타내고 있다. 피드백제어기는 다음과 같이 선정하였다.

$$K(s) = K_p + K_v\, s \qquad (16)$$

여기서, $K(s)$는 피드백제어기를 나타내고 K_p 및 K_v는 위치 및 속도 게인 행렬(n×n)을 나타낸다. 그림2에서와 같이 피이드백 제어칙은 다음과 같이 표현된다.

$$T_b(s) = K(s)[Q_r(s) - Q_e(s)] = (K_p + K_v\, s)\, e(s)$$

여기서 $T_b(s)$ 및 $Q_e(s)$는 각각 $\tau_f(t)$ 및 $Q_r(t)$의 터플라스변환을 나타내고 있다. 위의 피이드백 제어칙을 시간영역으로 표현하면 다음과 같다.

$$\tau_b(t) = K_p\, e(t) + K_v\, \dot{e}(t) \qquad (17)$$

여기서 $e(t) = q_r(t) - q_e(t)$는 중분의 위치추적오차벡타(n×1)를 나타낸다. 식 (17)는 $q_e(t)$ 및 $\dot{q}_e(t)$로부터의 피이드백이 포함되어 있으므로 선형화된 모델에 대한 상태피이드백 제어칙으로서는 아주 효과적이다. 그러므로 간단한 중분 관절제어시스템은 피이드백 제어기 $K(s)$와 피이드포워드제어기 $L(s)$의 조합으로 그림2에서와 같이 구성할 수 있다. 그러므로 중분관절제어시스템의 전체제어칙은 피이드포워드 제어칙과 피이드백 제어칙의 합으로서 다음과 같이 표현된다.

$$T_e(s) = T_f(s) + T_b(s)$$
$$= (K_p + K_v s) + (K_C + K_B s + K_A s^2) Q_r(s)$$

여기서 $T_e(s)$, $T_f(s)$ 및 $T_b(s)$는 각각 $\tau_e(t)$, $\tau_f(t)$, $\tau_b(t)$에 대한 라플라스변환을 나타낸다.

그러므로 위치 전체제어칙은 시간영역에서는 다음과 같이 표현된다.

$$\tau(t) = K_p e(t) + K_v \dot{e}(t) + K_C q_r(t) + K_B \dot{q}_r(t) + K_A \ddot{q}_r(t) \quad (18)$$

그러므로 증분제어칙을 선형모델에 적용하면 다음과 같은 오차 미분방정식을 얻는다.

$$\ddot{e}(t) + K_A^{-1}(K_B + K_V)\dot{e}(t) + K_A^{-1}(K_C + K_P) e(t) = 0 \quad (19)$$

위의 식은 피이드백 게인 K_p 및 K_v에 관한 추적오차 $e(t)$의 동적거동을 묘사하고 있다. 여기서 매니플레이터 모델의 역을 피이드 포워드제어기로 선정함으로써 오차미분방정식(19)의 우변이 0이 된다는 사실을 알 수 있다.

그러므로 식 (19)의 해는 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$e(t) = [\sum_{i=1}^{2n} \eta_{0i} \exp(\lambda_i t)] e(0) + [\sum_{i=1}^{2n} \eta_{1i} \exp(\lambda_i t)] \dot{e}(0) \quad (20)$$

여기서 $e(0)$ 및 $\dot{e}(0)$는 초기의 위치 및 속도오차이고, η_{0i}, η_{1i}는 어떤 상수행렬($n \times n$)이고, λ_i는 다음과 같이 기술되는 오차특성방정식의 근이다.

$$\Delta(s) = |I_n s^2 + K_A^{-1}(K_B + K_V) s + K_A^{-1}(K_C + K_P)| = 0 \quad (21)$$

피이드포워드제어기 $L(s)$는 식 (21)의 오차특성다항식 $\Delta(s)$의 영향을 전혀 받지 않으므로 추적오차의 동특성은 $L(s)$와 독립임을 알 수 있다.

피이드백 제어기의 게인 K_p, K_v는 식 (21)의 오차특성다항식의 근 λ_1, …, λ_{2n}이 음의 실수부를 가지도록 선정되기 때문에 식 (20)에서의 추적오차 $e(t)$는 모든 $e(0)$, $\dot{e}(0)$에 대하여 점근적 수렴상태가 된다. 실제적으로, 식 (21)의 근 λ_1, …, λ_{2n}을 원하는 위치에 배치시키므로서 추정오차 $e(t)$의 과도응답상태를 설계자의 요구대로 얻을 수 있게 된다. 그러므로 증분제어칙을 비선형 매니플레이터의 모델에 적용하면, 전체 제어칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\tau(t) = \tau(t_i) + \tau_e(t)$$
$$= \tau(t_i) + K_p e(t) + K_v \dot{e}(t) + K_C q_r(t) + K_B \dot{q}_r(t) + K_A \ddot{q}_r(t) \quad (22)$$

위의 식 (22)의 전체 제어칙은 공칭작동점 P에서 관절토오크벡터인 $\tau(t_i)$와 그리고 증분제어기인 피이드포워드제어기 $L(s)$ 및 피이드백제어기 $k(s)$의 조합으로 구성된다. 전체 기준궤적 백터 $q_d(t) = q(t_i) + q_r(t)$이고 전체 관절각벡터 $q(t) = q(t_i) + q_e(t)$이므로 이것을 식 (22)에 대입하면 전체 제어칙은 다음과 같이 기술된다.

$$\tau(t) = \tau^*(t_i) + K_P E(t) + K_V \dot{E}(t) + K_C q_d(t) + K_B \dot{q}_d(t) + K_A \ddot{q}_d(t) \quad (23)$$

여기서 $E(t) = q_d(t) - q(t)$는 전체 추적오차벡터($n \times 1$)를 나타낸다. 그리고 식 (23)의 전체 제어칙은 피이드백제어기 및 피이드포워드제어기에 의한 성분 이외에 $\tau^*(t) = \tau(t_i) - K_C q(t_i) - K_B \dot{q}(t_i) - K_A \ddot{q}(t_i)$의 공칭작동점의 영향도 반영하고 있다.

2.3 적응제어계 구성

일반적으로 매니플레이터의 운동이 거친 운동(gross motion)의 경우에는 공칭작동점 P와 선형화된 모델의 매개변수 K_A, K_B, K_C는 실질적으로 시간에 따라 변하게 된다. 그러므로 전체제어칙에 의하여 안전성과 궤적추적을 보장하기 위하여 피이드포워드 제어기 및 피이드백 제어기의 게인이 적절히 조절되어지고 공칭작동점에 대한 항도 시간의 경과에 따라 조절되어야 한다. 앞에서의 부하하중을 고려한 매니플레이터의 동적방정식의 수학적 모델인 식 (7)를 다시 기술하면 다음과 같이 표현된다.

$$\tau(t) = K_A^*(m, q, \dot{q})\ddot{q}(t) + K_B^*(m, q, q)\dot{q}(t) + K_C^*(m, q, q) q(t) \quad (24)$$

여기서 K_A^*, K_B^*, K_C^*는 q, $\dot{q}$, m의 함수로 비선형 행렬($n \times n$)이다.

작동점의 변화에 대응하기 위하여 식 (23)에서의 제어기의 게인이 시간에 따라 변화되어지고 공칭작동점에 의한 성분인 $\tau^*(t)$에 해당되는 시변신호 $F(t)$가 제어칙에 포함되어야 한다. 여기서, $F(t)$는 적응 구조상으로 합성되어지는 보조신호로 고려된다. 그러므로,

위치 사항들을 바탕으로 적응제어칙은 다음과 같이 표현된다.

$$\tau(t) = F(t) + [K_p E(t) + K_v(t)\dot{E}(t)] + [K_C(t)q_d(t) + K_B(t)\dot{q}_d(t) + K_A(t)\ddot{q}_d(t)] \quad (25)$$

그림3은 제안된 로보트매니플레이터의 적응제어시스템의 구조를 나타내고 있다. 식 (25)의 적응제어칙을 그림3에서와 같이 비선형모델식(24)에 적용하면 다음의 오차미분방정식을 얻을 수 있다.

$$K_A^* \ddot{E}(t) + (K_B^* + K_v)\dot{E}(t) + (K_C^* + K_p)E(t) = -F(t) + (K_A^* - K_A)\ddot{q}_d(t) + (K_B^* - K_B)\dot{q}_d(t) + (K_C^* - K)q_d(t) \quad (26)$$

그리고 위치 및 속도오차벡터(2n×1)을 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon(t) = \begin{bmatrix} E(t) \\ \dot{E}(t) \end{bmatrix}$$

위의 정의에 의하여 식 (26)은 다음과 같이 상태공간방정식으로 표현될 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -[K_A^*]^{-1}[K_C^* + K_p] & -[K_A^*]^{-1}[K_B^* + K_v] \end{bmatrix}\varepsilon(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ [K_A^*]^{-1}[-F] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ [K_A^*]^{-1}[K_C^* - K_C] \end{bmatrix}q_d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ [K_A^*]^{-1}[K_B^* - K_B] \end{bmatrix}\dot{q}_d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ [K_A^*]^{-1}[K_A^* - K] \end{bmatrix}\ddot{q}_d(t) \quad (27)$$

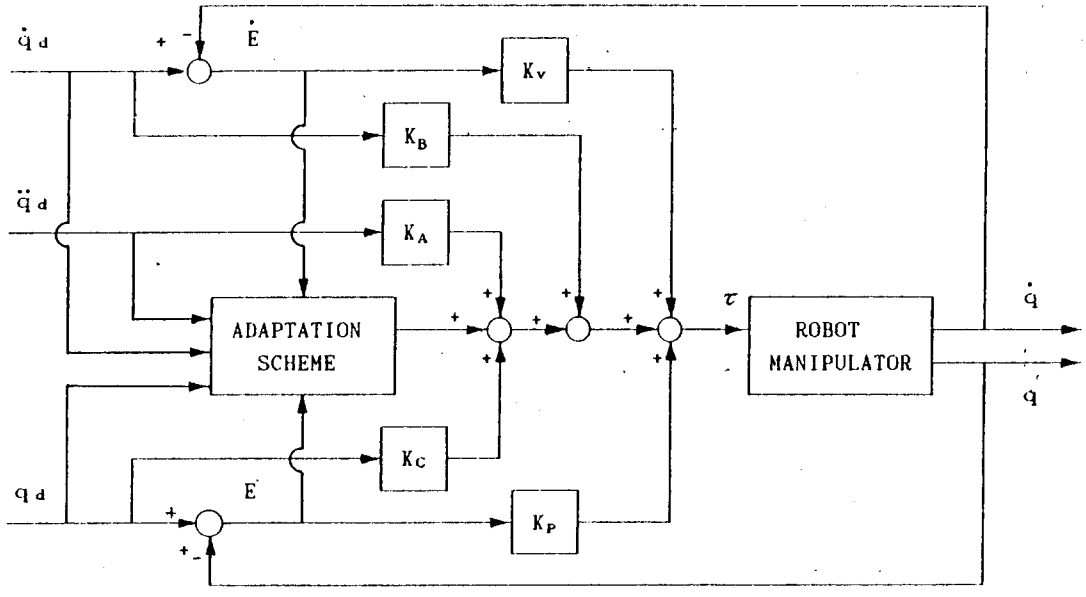

Fig. 3 Adaptive control system of robot manipulator

식 (27)는 기준모델 적응제어시스템의 구성에서 조절시스템(adjustable system)을 구성하고 있다. 매니플레이터의 원하는 성능을 나타낸는 기준모델을 추적오차 E(t)에 대하여 나타내기로 한다. 원하는 성능은 각 추적오차 $E_i(t)=q_{di}(t)-q_i(t)$가 서로 비연성의 특성을 지니게 되고, 그리고 다음 식과 같이 주어지는 2차 동차미분방정식을 만족하도록 하는 것이 이상적인 제어성능이라 할 수 있으므로 기준모델은 다음과 같이 설정하였다.

$$\ddot{E}_i(t)+2\xi_i W_i \dot{E}_i(t)+W_i E_i(t)=0 \tag{28}$$

여기서 ξ_i 및 ω_i는 각각 감쇠비 및 비감쇠 고유진동수로서 설계자에 의하여 결정된다. 식 (28)의 2차 동차 미분방정식은 다음과 같이 벡터행렬방정식으로 표현될 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_m(t)=\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -S_1 & -S_2 \end{bmatrix}\varepsilon_m(t)=S\ \varepsilon_m(t) \tag{29}$$

여기서 $S_1=\mathrm{diag}(\omega_i^2)$, $S_2=\mathrm{diag}(2\xi_i\omega_i)$인 상수행렬(n×n)을 나타내고, $\varepsilon(t)=[E_m(t),\ \dot{E}_m(t)]^T$는 원하는 위치 및 속도벡터를 나타내는 행렬 (2n×1)이고, 첨자 m은 기준모델을 나타낸다.

식 (29)의 기준모델은 안정하기 때문에 다음과 같이 정의되는 Lyapunov 방정식,

$$Q\ S+S^T Q=-H \tag{30}$$

의 해 Q가 존재하게 된다. 여기서 H는 symmetric positive definite 행렬(2n×2n)이다. 그리고 Q는 symmetric positive definite 행렬(2n×2n)로서 다음과 같이 정의된다.

$$Q=\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}$$

동차 기준모델방정식인 식 (29)의 해는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\varepsilon_m(t)=\exp[S\,t]\ \varepsilon_m(0) \tag{31}$$

여기서 $\varepsilon_m(0)$는 기준모델의 초기상태의 값이다. 그런데 기준모델과 실제궤적의 초기값은 보통 같은 값으로 고려될 수 있으므로 초기의 오차 $\varepsilon_m(0)=0$이 된다. 따라서 식 (31)로부터 다음의 결과를 얻는다.

$$\varepsilon_m(t)=0,\quad t>0$$

그러므로 기준궤적 $q_d(t)$에 대하여 조절시스템의 상태,

$$\varepsilon(t)=\begin{bmatrix} E(t) \\ \dot{E}(t) \end{bmatrix}$$

가 기준모델 $\varepsilon_m(0)=0$에 점근적으로 수렴하게 하는 적응제어칙을 구하여야 한다.

2.4 적응제어칙 유도

본 연구에서 항상된 Lyapunov 방정식을 기초로 한 MRAC방법을 기초로 하여 적응제어칙을 얻는다. 식 (27)과 같이 묘사되는 조절시스템을 다음 식으로 정의하자.

$$\dot{\varepsilon}=\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -\delta_1 & -\delta_2 \end{bmatrix}\varepsilon+\begin{bmatrix} 0 \\ \delta_0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ \delta_3 \end{bmatrix}q_d+\begin{bmatrix} 0 \\ \delta_4 \end{bmatrix}\dot{q}_d+\begin{bmatrix} 0 \\ \delta_4 \end{bmatrix}\ddot{q}_d \tag{32}$$

여기서,

$$\delta_1=[K_A^*]^{-1}[K_C^*+K_P],$$
$$\delta_2=[K_A^*]^{-1}[K_B^*+K_V]$$
$$\delta_3=[K_A^*]^{-1}[K_C^*+K_C],$$
$$\delta_4=[K_A^*]^{-1}[K_B^*+K_B],$$
$$\delta_5=[K_A^*]^{-1}[K_A^*+K_A],$$
$$\delta_0=-[K_A^*]^{-1}F$$

으로 정의된다. 그러므로 시스템의 원하는 성능은 다음 식과 같이 안정한 기준모델의 정의로 구체화될 수 있다.

$$\varepsilon_m(t)=\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -S_1 & -S_2 \end{bmatrix}\varepsilon_m(t) \tag{33}$$

MRAC의 기본원리는 원하는 목적인 기준궤적에 대하여 시스템응답인 $\varepsilon(t)$가 기준모델의 상태 $\varepsilon_m(t)$에 수렴하도록 하는 것이다. 그러므로 적응오차 $z(t)=[\varepsilon_m(t)-\varepsilon(t)]$를 정의하고, 이것을 식 (32)와 (33)에 적용하면 다음의 오차 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{z}(t)=\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -S_1 & -S_2 \end{bmatrix}z(t)+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \delta_1-S_1 & \delta_2-S_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ -\delta_0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ -\delta_3 \end{bmatrix}q_r+\begin{bmatrix} 0 \\ -\delta_4 \end{bmatrix}\dot{q}_r+\begin{bmatrix} 0 \\ -\delta_5 \end{bmatrix}\ddot{q}_r \tag{34}$$

제어기의 적응법칙은 식 (34)로 표현되는 오차동특성의 안정도를 보장되게 함으로서 유도되어진다. 이러

한 목적을 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의하였다.

$$\begin{aligned}V=&z^T Q\, z+[\delta_0-\delta^*_0]^T H_0[\delta_0-\delta^*_0]\\&+tr\{[\delta_1-S_1-\delta^*_1]^T H_1[\delta_1-S_1-\delta^*_1]\}\\&+tr\{[\delta_2-S_2-\delta^*_2]^T H_2[\delta_2-S_2-\delta^*_2]\}\\&+tr\{[\delta_3-\delta^*_3]^T H_3[\delta_3-\delta^*_3]\}+\\&+tr\{[\delta_4-\delta^*_4]^T H_4[\delta_4-\delta^*_4]\}\\&+tr\{[\delta_5-\delta^*_5]^T H_5[\delta_5-\delta^*_5]\}\end{aligned}\tag{35}$$

여기서 'tr'은 trace를 나타내고, Q는 Lyapunov 방정식 (30)의 해를 나타내며, $\{H_0,\cdots,H_5\}$는 임의의 symmetric positive 행렬(n×n)이다. 그리고 행렬 $\{\delta^*_0,\cdots,\delta^*_5\}$는 나중에 지정될 시간함수를 나타내고 있다.

식 (34)의 오차궤적에 따라 V를 미분하여 그 결과를 요약하면 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned}\dot V=&-z^T Hz+2\delta_0^T[M+H_0(\dot\delta_0-\dot\delta^*_0)]\\&-2\delta^{*T}_0 H_0[\delta_0-\dot\delta^*_0]+2tr\{[\delta_1-S_1]^T\\&[-M\,E^T+H_1(\dot\delta_1-\dot\delta^*_1)]-\delta^{*T}_0 H_1\\&[\dot\delta_1-\delta^*_1]\}+2tr\{[\delta_2-S_2]^T\\&[-M\,E^T+H_2(\dot\delta_2-\dot\delta^*_2)]-\delta^{*T}_2 H_2\\&[\dot\delta_2-\dot\delta^*_2]\}+2tr\{\delta_3^T[M\,q_d^T+H_3(\dot\delta_3-\dot\delta^*_3)]\\&-\delta^{*T}_3 H_3[\dot\delta_3-\delta^*_3]\}+2tr\{\delta_4^T[Mq_d^T+H_4\\&(\dot\delta_4-\delta^*_4)]-\delta^{*T}_4 H_4[\dot\delta_4-\dot\delta^*_4]\}\\&+2tr\{\delta_5^T[M\,q_d^T+H_5(\dot\delta_5-\delta^*_5)]\\&-\delta^{*T}_5 H_5[\dot\delta_5-\dot\delta^*_5]\}\end{aligned}\tag{36}$$

여기서 H는 식 (30)의 Lyapunov 방정식에 의하여 주어진다.

$$M=-[Q_2\ Q_3]z=[Q_2\ Q_3]\varepsilon=Q_2E+Q_3\dot E\tag{37}$$

으로 정의된다. 여기서 $\varepsilon_0=0$, 그리고 $z=-\varepsilon$이다. 또한 적응오차 e(t)가 점근적으로 사라지게 하기 위해서는, 함수 V가 e에 관하여 음으로 정의되어야 한다. 이러한 목적을 얻기 위하여 식 (36)으로부터 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned}&M+H_0(\dot\delta_0-\dot\delta^*_0)=0\\&-ME^T+H_1(\dot\delta_1-\dot\delta^*_1)=0\\&-ME^T+H_2(\dot\delta_2-\dot\delta^*_2)=0\\&Mq_d^T+H_3(\dot\delta_3-\delta^*_3)=0\\&M\dot q_d^T+H_4(\dot\delta_4-\delta^*_4)=0\\&M\ddot q_d^T+H_5(\delta_5-\dot\delta^*_5)=0\end{aligned}\tag{38}$$

식 (38)로부터 다음의 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned}M&=-H_0[\dot\delta_0-\dot\delta^*_0]\\ME^T&=H_1[\dot\delta_1-\dot\delta^*_1]\\ME^T&=H_2[\dot\delta_2-\dot\delta^*_2]\\Mq_d^T&=-H_3[\dot\delta_3-\dot\delta^*_3]\\Mq_d^T&=-H_4[\dot\delta_4-\dot\delta^*_4]\\Mq_d^T&=-H_5[\dot\delta_5-\dot\delta^*_5]\end{aligned}\tag{39}$$

식 (39)으로부터 식 (37)은 다음과 같이 기술한다.

$$\begin{aligned}\dot V=&-z^T H\,z+2\delta^{*T}_0 M-2tr[\delta^{*T}_1 M\,E^T]\\&-2tr[\delta^{*T}_2 M\,\dot E^T]+2tr[\delta^{*T}_3 M\,q_d^T]\\&+2tr[\delta^{*T}_4 M\,\dot q_d^T]+2tr[\delta^{*T}_5 M\,q_d^T]\end{aligned}\tag{40}$$

그리고 $\delta^*_0,\cdots,\delta^*_5$를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}\delta_0^*&=-H_0^*M & \delta_3^*&=-H_3^*\,M\,q_d^T\\\delta_1^*&=H_1^*\,M\,E^T & \delta_4^*&=-H_4^*\,M\,\dot q_d^T\\\delta_2^*&=H_2^*\,M\,\dot E^T & \delta_5^*&=-H_5^*\,M\,\ddot q_d^T\end{aligned}\tag{41}$$

여기서 $H^*_0,\cdots,H^*_5$는 symmetric positive semi-definite 상수행렬이다.

식 (41)로부터 식 (40)의 방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\dot V=&-z^T H\,z-2M^T H_0^*\,\dot M-2(M^TM)E^T H_1^*\,E\\&-2(M^TM)\dot E^T H_2^*\,\dot E-2(M^TM)q_d^T H_3^*\,q_d\\&-2(M^TM)\dot q_d^T H_4^*\,\dot q_d-2(M^TM)\ddot q_d^T H_5^*\,\ddot q_d\end{aligned}\tag{42}$$

식 (42)는 $H_0,\cdots,H_5$의 positive semi-definitenes s의 견지에서 z(t)의 negative definte 함수이다. 따라서 오차미분방정식 (34)은 점근적인 안정상태가 된다. 그러므로, 식 (39), (41)로부터 제어법칙은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\dot\delta_1&=-H_0^{-1}M-H_0^*M\\\dot\delta_1&=-H_1^{-1}[ME^T]+H_1^*\frac{d}{dt}[ME^T]\\\dot\delta_2&=-H_2^{-1}[M\dot E^T]+H_2^*\frac{d}{dt}[M\dot E^T]\\\dot\delta_3&=-H_3^{-1}[Mq_d^T]-H_3^*\frac{d}{dt}[Mq_d^T]\\\dot\delta_4&=-H_4^{-1}[M\dot q_d^T]-H_4^*\frac{d}{dt}[M\dot q_d^T]\\\dot\delta_5&=-H_5^{-1}[M\ddot q_d^T]-H_5^*\frac{d}{dt}[M\ddot q_d^T]\end{aligned}\tag{43}$$

그런데, 샘플링 간격 사이에서 로보트 모델행렬의 상대적변화는 제어기 게인의 변화보다 작다고 가정한다.

위의 가정하에서는, 로보트모델의 행렬 K_A^*, K_B^*, K_C^*은 불확실성으로 간주될 수 있고, 제어기의 게인에 비하여 느리게 변화되는 것으로 간주될 수가 있다. 이 가정은 실제적으로 로보트모델은 급속한 운동중에서 10^{-1}초 정도의 시간간격에서 두드러지게 변화하지만, 제어기의 게인은 10^{-3}초의 샘플링간격 동안에서도 매우 많이 변화되기 때문에 실질적으로 합리성이 있는 것이라고 볼 수 있다. 그리고 이러한 가정이 제법 많이 위배된다 하더라도, 적응제어기는 좋은 성능을 유지할 수 있게 된다. 위위 가정으로부터

$$\begin{aligned}
\dot{\delta}_0 &= -[K_A^*]^{-1} F \\
\dot{\delta}_1 &= [K_A^*]^{-1} K_P \\
\dot{\delta}_2 &= [K_A^*]^{-1} K_V \\
\dot{\delta}_3 &= -[K_A^*]^{-1} K_C \\
\dot{\delta}_4 &= -[K_A^*]^{-1} K_B \\
\dot{\delta}_5 &= -[K_A^*]^{-1} K_A
\end{aligned} \tag{44}$$

제어기의 적응법칙을 로보트행렬 K_A^*와 독립적인 관계로 만들기 위하여, 식 (43)의 행렬을 다음과 같이 선정하자.

$$H_0 = a_1^{-1} K_A^*;\ H_1 = b_1^{-1} K_A^*;\ H_2 = c_1^{-1} K_A^*$$
$$H_3 = \alpha_1^{-1} K_A^*;\ H_4 = \beta_1^{-1} K_A^*;\ H_5 = \gamma_1^{-1} K_A^*$$
$$H^*_0 = a_2[K_A^*]^{-1};\ H^*_1 = b_2[K_A^*]^{-1};$$
$$H^*_2 = c_2[K_A^*]^{-1};\ H^*_3 = \alpha_2[K_A^*]^{-1};$$
$$H^*_4 = \beta_2[K_A^*]^{-1};\ H^*_5 = \gamma_2[K_A^*]^{-1}$$

여기서, $\{a_1, b_1, c_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1\}$은 양의 스칼라 적응게인이고, $\{a_2, b_2, c_2, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2\}$는 0 혹은 양의 스칼라이다. 그러므로 식 (43)-(45)으로부터 제어기의 적응칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{F} = a_1 M + a_2 \dot{M}$$

$$\dot{K}_P = b_1[M E^T] + b_2 \left\{\frac{d}{dt}[M E^T]\right\}$$

$$\dot{K}_V = c_1[M E^T] + c_2 \left\{\frac{d}{dt}[M E^T]\right\}$$

$$\dot{K}_C = \alpha_1[M q_d^T] + \alpha_2 \left\{\frac{d}{dt}[M q_d^T]\right\} \tag{46}$$

$$\dot{K}_B = \beta_1[M \dot{q}_d^T] + \beta_2 \left\{\frac{d}{dt}[M \dot{q}_d^T]\right\}$$

$$\dot{K}_A = \gamma_1[M \ddot{q}_d^T] + \gamma_2 \left\{\frac{d}{dt}[M \ddot{q}_d^T]\right\}$$

여기서 $M(t)$는 다음 식으로 정의되는 가중치 오차벡터$(n\times 1)$이다.

$$M(t) = Q_2 E(t) + Q_3 \dot{E}(t) = W_P S_1 S_2 E(t) + W_V S_1 \dot{E}(t) \tag{47}$$

식 (47)에서, Q_2, Q_3는 Lyapunov 방정식의 해를 나타내고, 가중치행렬 $W_p = \mathrm{diag}(W_{pi})$ 및 $W_v = \mathrm{diag}(W_{vi})$는 위치 및 속도오차의 상태적인 중요성을 반영하기 위하여 설계자에 의해 결정된다. 그러므로 식 (41)-(46)로부터 요구되는 보조신호 및 제어기의 게인이 다음과 같이 얻어진다.

$$F(t) = F(0) + a_2 M(t) + a_1 \int_0^t M(t)\,dt \tag{48}$$

$$k_p(t) = k_p(0) + b_2 M(t) E^T(t) + b_1 \int_0^t M(t) E^T(t)\,dt \tag{49}$$

$$k_v(t) = k_v(0) + c_2 M(t) \dot{E}^T(t) + c_1 \int_0^t M(t) \dot{E}^T(t)\,dt \tag{50}$$

$$K_C(t) = K_C(0) + \alpha_2 M(t) \dot{q}_d^T(t) + \alpha_1 \int_0^t M(t) \dot{q}_d^T(t)\,dt \tag{51}$$

$$K_B(t) = K_B(0) + \beta_2 M(t) \ddot{q}_d^T(t) + \beta_1 \int_0^t M(t) \ddot{q}_d^T(t)\,dt \tag{52}$$

$$K_A(t) = K_A(0) + \gamma_2 M(t) \ddot{q}_d^T(t) + \gamma_1 \int_0^t M(t) \ddot{q}_d^T(t)\,dt \tag{53}$$

식 (48)-(53)로부터 적응제어칙은 다음과 같이 기술된다.

$$\tau(t) = F(t) + K_p(t) E(t) + K_v(t) \dot{E}(t) + K_C(t) q_d(t) + K_B(t) \dot{q}_d(t) + K_A(t) \ddot{q}_d(t) \tag{54}$$

그런데 식 (48)-(53)의 적응법칙 및 식 (54)의 적응동작은 식(24)의 매니플레이터의 동적모델보다는 주로 $q(t)$ 및 $q_d(t)$를 통하여 관측된 매니플레이터의 성능에 기초를 두고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 식 (29)의 기준모델은 단지 식 (47)의 가중치 오차에만 영향을 받는다는 사실을 알 수 있다. 식 (47)-(48)로부터 보조신호 $F(t)$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F(t) = F(0) + a_2[Q_2 E(t) + Q_3 \dot{E}(t)] + \int a_1[Q_2 E(t) + Q_3 \dot{E}(t)]\,dt$$

그러므로,

$$F(t)=F(0)+[a_2Q_2+a_1Q_3]E(t)+[a_2Q_3]\dot{E}(t)+[a_2Q_3]\int E(t)dt \quad (55)$$

여기서, 보조신호 F(t)는 위치추적오차 E(t)에 의해서 유도되는 PID 피이드백제어기에 의해 생성됨을 알 수 있다. 그러므로, 식 (54)의 적응제어칙에서 F(t)는 다음과 같은 제어동작을 만드는 식 (55)의 PID제어동작으로 대치될 수 있다.

$$\tau(t)=F_0+K_1^*(t)\int_0^t E(t)dt+K_p^*(t)E(t)+K_v^*(t)\dot{E}(t)+K_C(t)q_d(t)+K_B(t)\dot{q}_d(t)+K_A(t)\ddot{q}_d(t) \quad (56)$$

여기서 $K_p^*=K_p+\delta_2Q_2+\delta_1Q_3$, $K_v+\delta_2Q_3$, 그리고 $K_1^*=\delta_1Q_2$는 PID 피이드백 제어기게인이며, $F_0=F(0)$는 적분항의 초기조건을 나타낸다. 그리고 식 (48)-(53)으로부터 피이드백 및 피이드포워드신호 V(t)로 작동하는 전형적인 제어기의 게인 K(t)에 대한 일반적인 표현은 다음 식과 같이 기술된다.

$$K(t)=K(0)+\rho_2[M(t)V^T(t)]+\rho_2\int[M(t)V^T(t)]dt \quad (57)$$

여기서 ρ_1 및 ρ_2는 스칼라적응게인이다.

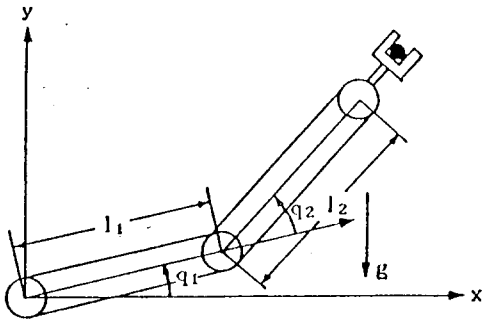

Fig. 4 Coordinate frame of robot manipulator

3. 시뮬레이션

앞절에서 제안된 적응제어시스템의 이론을 2링크 매니플레이터에 적용하여 성능시험을 하였다. 그림4와 같은 수직평면상에서 end-effector가 질량 m의 부하를 잡고 있는 2링크 매니플레이터를 고려하였다. 이 경우에 대해 매니플레이터의 동적 운동방정식을 기술하면 다음과 같이 표현된다.

$$\tau(t)=D(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})+G(q)+H(\dot{q})+mN(q,\dot{q},\ddot{q}) \quad (58)$$

여기서 $\tau(t)$는 관절토오크벡터, $q=[q_1,q_2]^T$는 관절각을 나타내고 있다. 그리고 D, C, G, H, mN(q, q, q)는 다음과 같이 정의된다.

$$D(q)=\begin{bmatrix} a_1+a_2\cos q_2, & a_3+(a_2/2)\cos q_2 \\ a_3+(a_2/2)\cos q_2, & a_3 \end{bmatrix}$$

$$C(q,q)=\begin{bmatrix} -(a_2\sin q_2) & (\dot{q}_1\dot{q}_2+\dot{q}_2^2/2) \\ (a_2\sin q_2) & (q_1^2/2) \end{bmatrix}$$

$$G(q)=\begin{bmatrix} a_4\cos q_1+a_5\cos(q_1+q_2) \\ a_5\cos(q_1) \quad (q_1^2/2) \end{bmatrix}$$

$$H(q)=\begin{bmatrix} v_1\dot{q}_1-v_2\mathrm{sgn}(\dot{q}_1) \\ v_3\dot{q}_2+v_4\mathrm{sgn}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

$$mN(q,\dot{q},\ddot{q})=mJ^T(q)\,[J(q)\ddot{q}+J(q,\dot{q})\dot{q}+g]$$

Jacobian 행렬 J(q)

$$J(q)=\begin{bmatrix} -l_1\sin q_1-l_2\sin(q_1+q_2), & -l_2\sin(q_1+q_2) \\ l_1\cos q_1+l_2\cos(q_1+q_2), & l_2\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

시뮬레이션에 사용된 모델은 PUMA560의 모델을 사용하였다. 위에서 $a_1,\cdots,a_5$는 로보트링크의 질량$\{m_1,m_2\}$와 길이 $\{l_1,l_2\}$로부터 얻어지는 파라미터이고, $\{v_1,v_3\}$ 및 $\{v_2,v_4\}$는 각각 점성 및 클롱마찰계수를 나타내며, 로보트의 링크들은 링크 중앙에 중력중심이 위치한 균일 상태라고 가정하였다. 그리고 로보트의 수학적모델의 파라미터 값, 부하질량의 값은 단지 로보트의 동작을 시뮬레이션하기 위하여 사용되었고, 제어동작의 생성을 위하여 사용되지 않았다. 즉, 로보트의 동특성은 적응제어기에 의하여 "블랙박스"로 취급되고 있다. 관절 $q_1(t)$ 및 $q_2(t)$가 추종해야 할 기준궤적을 다음과 같이 정의하였다.

$$q_{d1}=q_{d2}=45[1+5\exp(-t/0.4)-6\exp(-t/0.3)] \quad (59)$$

기준 궤적은 초기값 $\{q_1=q_2=-45°\}$에서 최종값 $\{q_1=q_2=45°\}$까지 변화된다고 가정하였다.

관절각의 원하는 성능인 기준모델의 파라미터는 ω_1

$=\omega_2=1$ rad/sec, $\xi_1=\xi_2=1$로 선정하였고, 이에 따라 $S_1=100\ I_2$, $S_2=20\ I_2$가 된다.

그러므로 선형제어칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\tau(t)=F(t)+K_p(t)E(t)+K_v(t)\dot{E}(t)+K_C(t)q_d(t)+K_B(t)\dot{q}_d(t)+K_A(t)\ddot{q}_d(t) \quad (60)$$

여기서 $E(t)=q_d(t)-q(t)$는 관절각 추적오차벡터이고, $q_d(t)=[q_{d1}(t),\ q_{d2}(t)]^T$는 원하는 관절각이다.

식 (3.87)에서의 적응게인은 다음과 같다.

$$F(t)=F(0)+a_2M(t)+a_1\int_0^t M(t)\,dt=0.5M(t)+\int_0^t M(t)\,dt \quad (61)$$

$$K_p(t)=K_p(0)+b_1\int_0^t M(t)E^T(t)\,dt=2\int M(t)E^T(t)\,dt \quad (62)$$

$$K_v(t)=K_v(0)+c_1\int_0^t M(t)\dot{E}^T(t)\,dt=2\int_0^t M(t)\dot{E}^T(t)\,dt$$

$$K_C(t)=K_A(0)+\alpha_1\int_0^t M(t)q_d(t)\,dt=2\int_0^t M(t)q_d^T(t)\,dt \quad (64)$$

$$K_B(t)=K_B(0)+\beta_1\int_0^t M(t)\dot{q}_d^T(t)\,dt=2\int_0^t M(t)\dot{q}_d^T(t)\,dt \quad (65)$$

$$K_A(t)=K_A(0)+\gamma_1\int_0^t M(t)\ddot{q}_d^T(t)\,dt=2\int_0^t M(t)\ddot{q}_d^T(t)\,dt \quad (66)$$

여기서,

$$M(t)=W_pS_1S_2E(t)+W_vS_1\dot{E}(t)=0.6S_1S_2E(t)+3.2S_1\dot{E}(t)$$ 이다.

보조신호 및 피이드백과 피이드포워드게인의 초기값은 0으로 선정하였다.

그리고 부하변동에 대한 적응성능을 다음과 같이 표현되는 기존의 제어기[8]와 비교하였다.

$$\tau(t)=\tau^*+K_pE(t)+K_v\dot{E}(t)+K_1\int_0^t E(t)\,dt+C\,q_d(t)+B\,\dot{q}_d(t)+A\,\ddot{q}_d(t)$$

4. 결과 및 고찰

(그림5)-(그림10)은 부하질량 m의 변동과 기준궤적의 변화에 대하여 제안된 적응제어기의 관절각의 추종상태를 시뮬레이션한 결과를 나타내고 있다. 그림 5(a)는 2kg의 부하가 걸린 상태에서 제안된 적응제어칙에 의한 로보트 매니플레이터의 두 관절각의 추종오차를 나타내고 있다. 2kg의 부하상태에서의 제안된 적응제어기에 의한 매니플레이터의 각 관절은 약 0.5초 이내에 0.1° 이하의 궤적추종오차를 나타내므로 2kg의 부하가 걸린 상태에서는 매우 빠른 시간에 정확한 궤적을 추종하는 매우 양호한 제어성능을 나타내고 있다. 이것은 그림 5(b)와 같이 1kg의 부하상태에서 1.3초의 경과시간에서도 1.5° 이상의 추종오차를 나타내고, 그림 5(c)에서와 같이 2kg의 부하상태에서는 2초의 경과시간에서도 약 3° 이상의 추종오차를 나타낸 기존의 선형제어기[8]에 비하여 부하변동에 대하여 매우 향상된 제어성능을 보여주고 있다. 그리고 매니플레이터가 적응제어칙 (60)에 의해 작동되는 동안에 로보트 제어시스템의 갑작스런 부하변동에 대한 적응성을 시험하기 위하여 2kg의 부하상태에서 t=1.2초에서 질량을 갑자기 떨어지게 하여 부하하중을 영으로 감소시켰다. 그림6은 갑작스런 부하변동에 대한 제안된 적응제어기에 의한 추종오차를 나타내고 있다. 제안된 적응제어기는 부하하중의 갑작스런 변화에 대해서 초기에 추종오차가 약 0.9° 정도 발생하지만 약 0.5초 이내에 정상상태로 돌아오므로 갑작스런 부하의 변동하에서도 궤적추종의 수렴성을 잃지않고 아주 양호한 제어성능을 보여주었다. 그러므로 본 연구에서 제안된 적응제어기에 의한 매니플레이터 각 관절의 궤적 $q_1(t)$ 및 $q_2(t)$는 기준궤적 $q_{d1}(t)$ 및 $q_{d2}(t)$를 부하질량 m의 갑작스런 변화에서도 아주 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. 위와 같은 갑작스런 부하의 변화는 로보트 파라미터의 변화가 적응구조에 비하여 천천히 변화된다는 가정을 완전히 위배하고 있다. 이러한 위배에도 불구하고, 제안된 적응제어알고리즘은 갑작스런 부하변동에 대하여 둔감한 견실성을 유지하면서, 계속 좋은 제어성능을 얻을 수 있었다.

그림7은 4kg의 부하상태에서 제안된 선형적응제어기에 의한 매니플레이터의 두 관절각의 추종상태를 나타내고 있다. 4kg의 부하상태에서의 제안된 적응제어기에 의한 매니플레이터의 각 관절은 0.25초 부근에서 발생하는 최대추종오차는 약 1.2°로 2kg 부하에 비해 약 1.4배 정도 증가하였으나 0.6초 이내에 약 0.2°

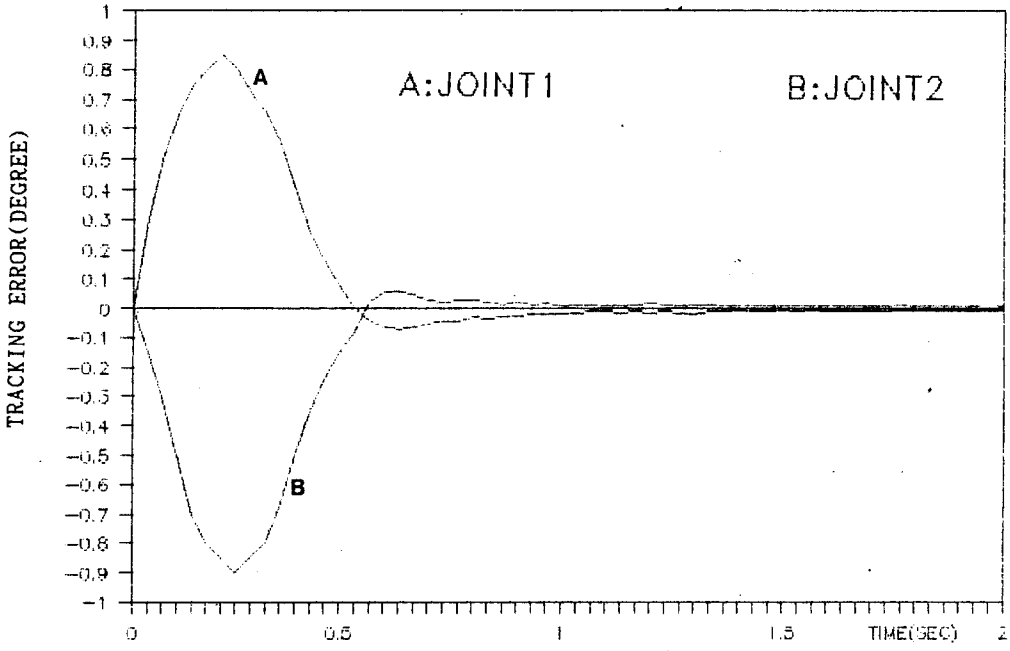

Fig. 5(a) Tracking error of each joint for presented adaptive controller with 2kg load

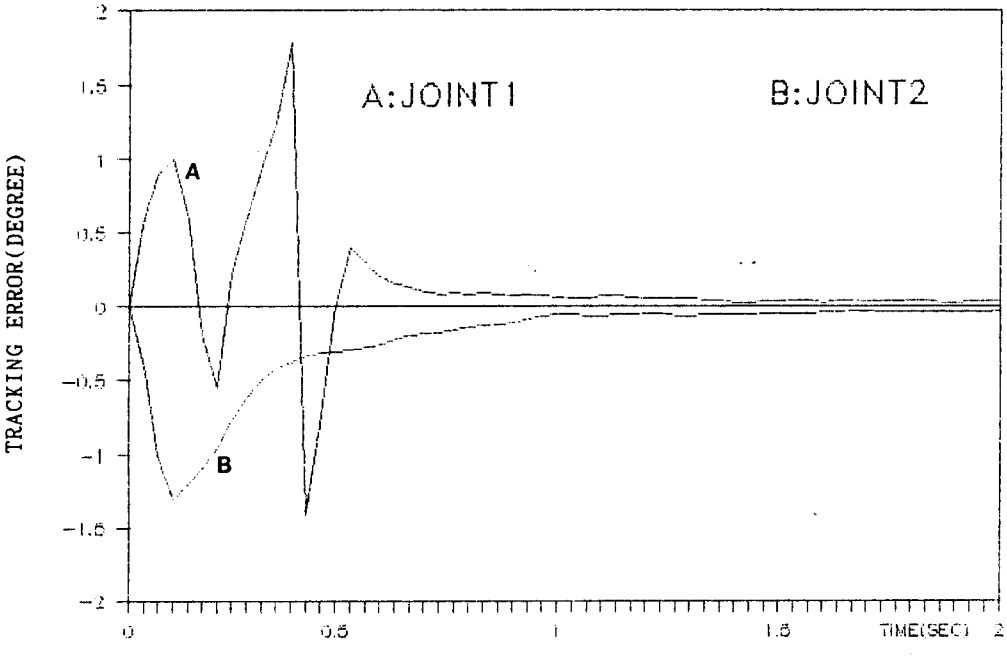

Fig. 5(b) Tracking error of each joint for existing linear controller with 1 kg load

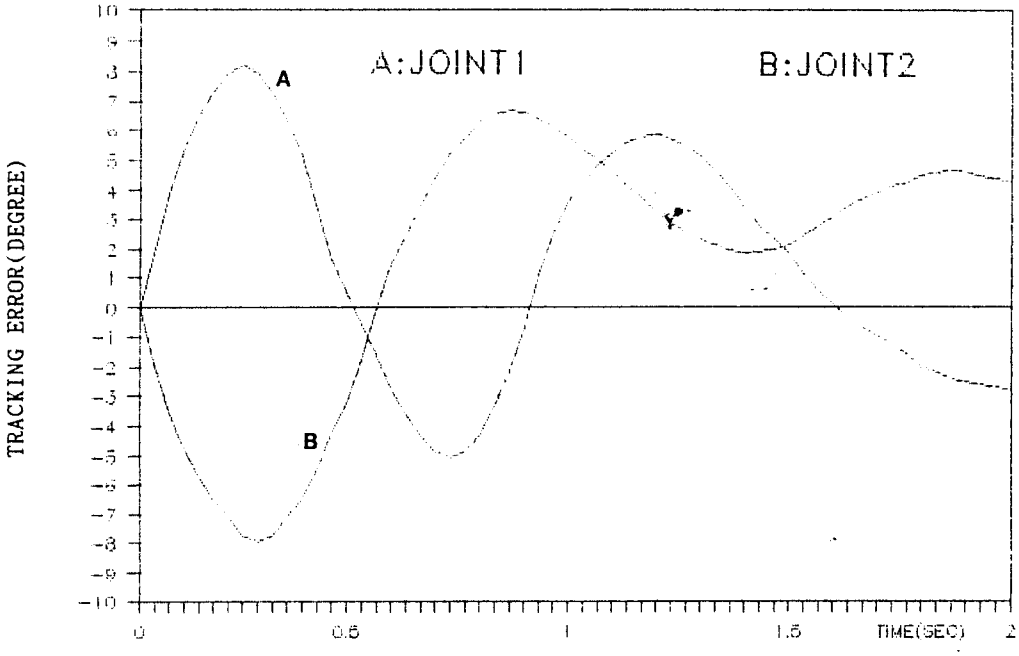

Fig. 5(c) Tracking error of each joint for existing linear controller with 2 kg load

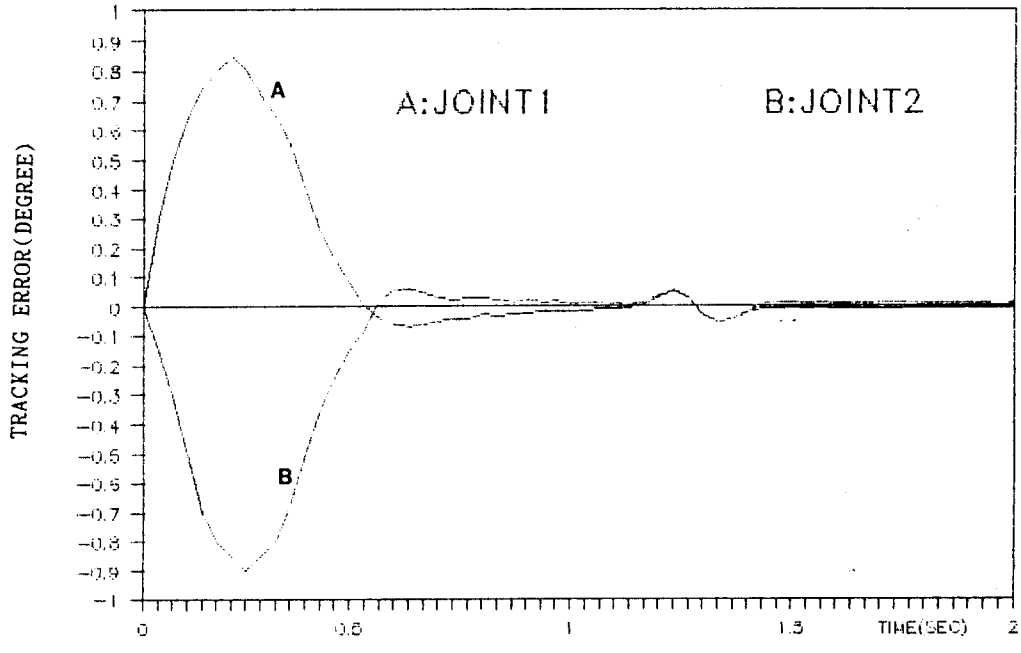

Fig. 6 Tracking error of each joint for sudden load variation

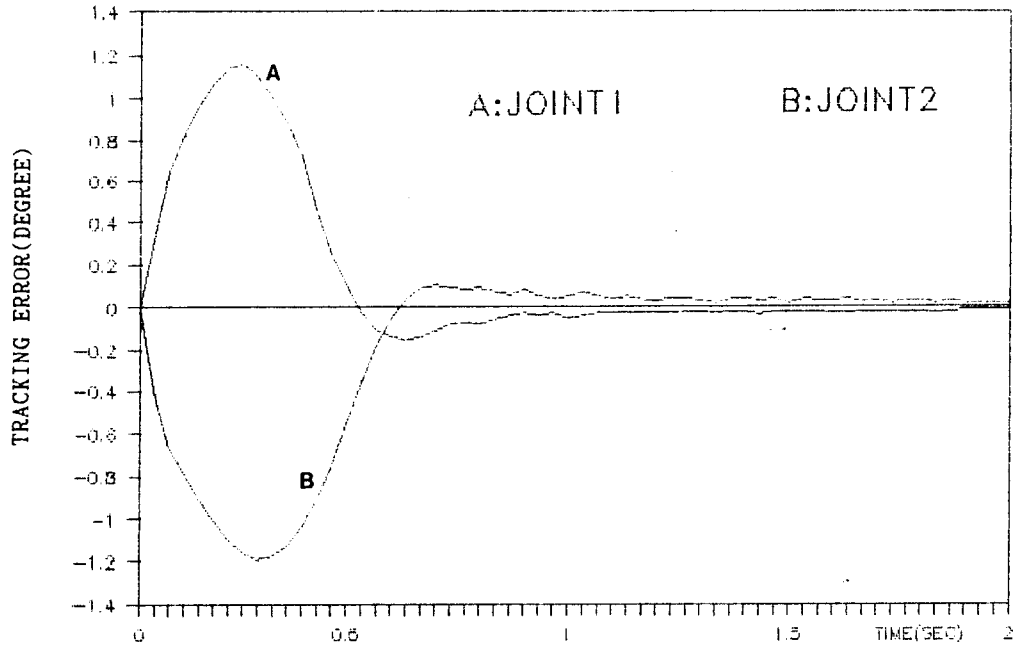

Fig. 7 Tracking error of each joint for presented adaptive controller with 4kg load

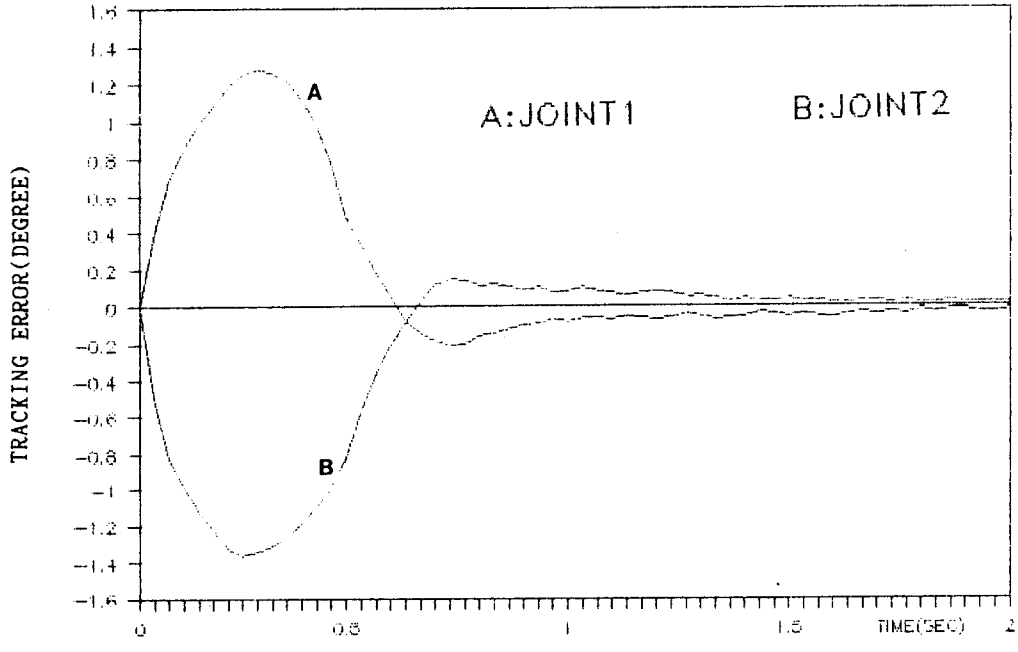

Fig. 8 Tracking error of each joint for reference trajectory change with 4kg load

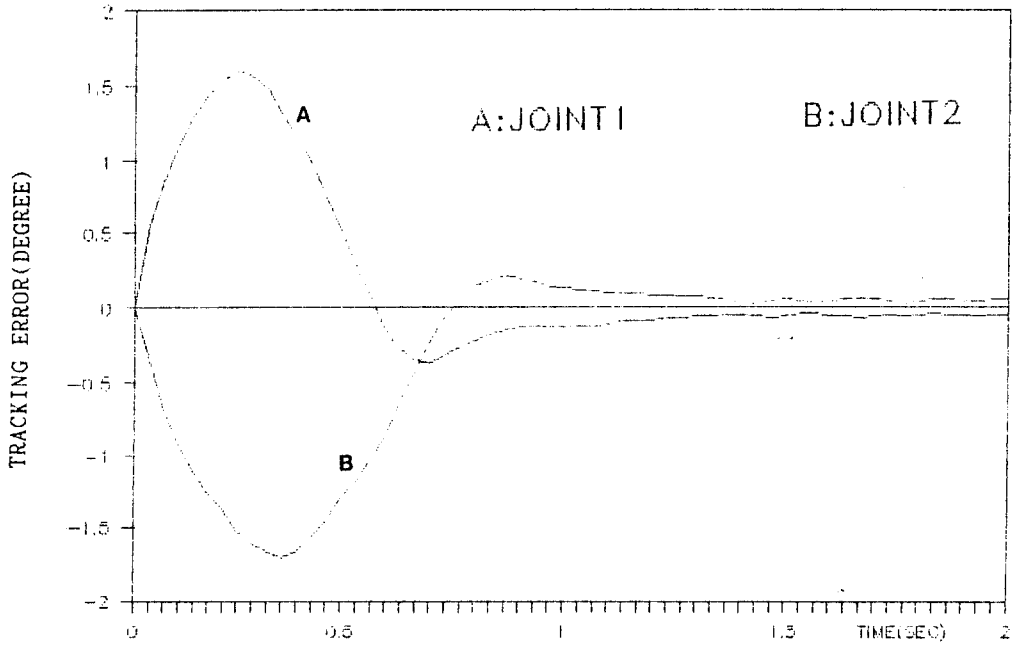

Fig. 9 Tracking error of each joint for presented adaptive controller with 6kg load

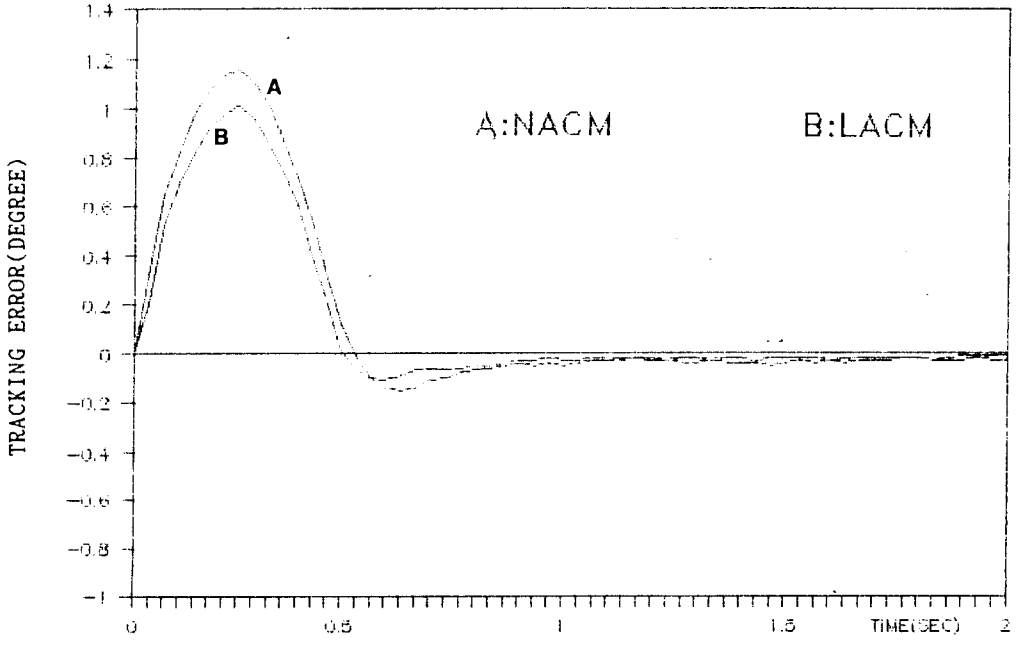

Fig. 10(a) Comparasion of tracking error of joint 1 for two controller with parameter uncertainies(5%)

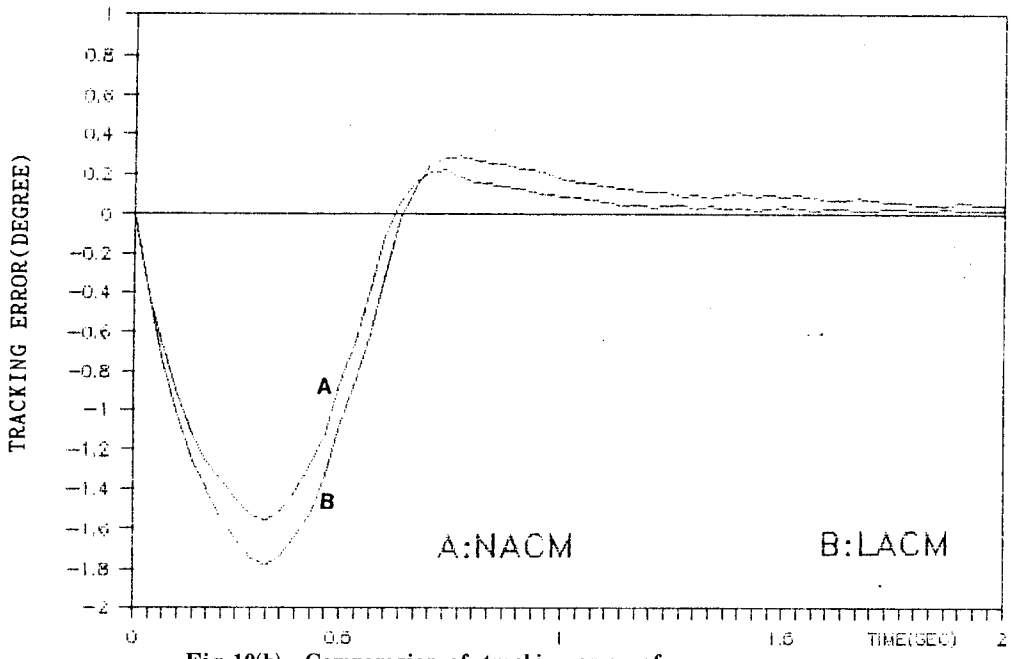

Fig. 10(b) Comparasion of tracking error of joint2 for two controller with parameter uncertainties(5%)

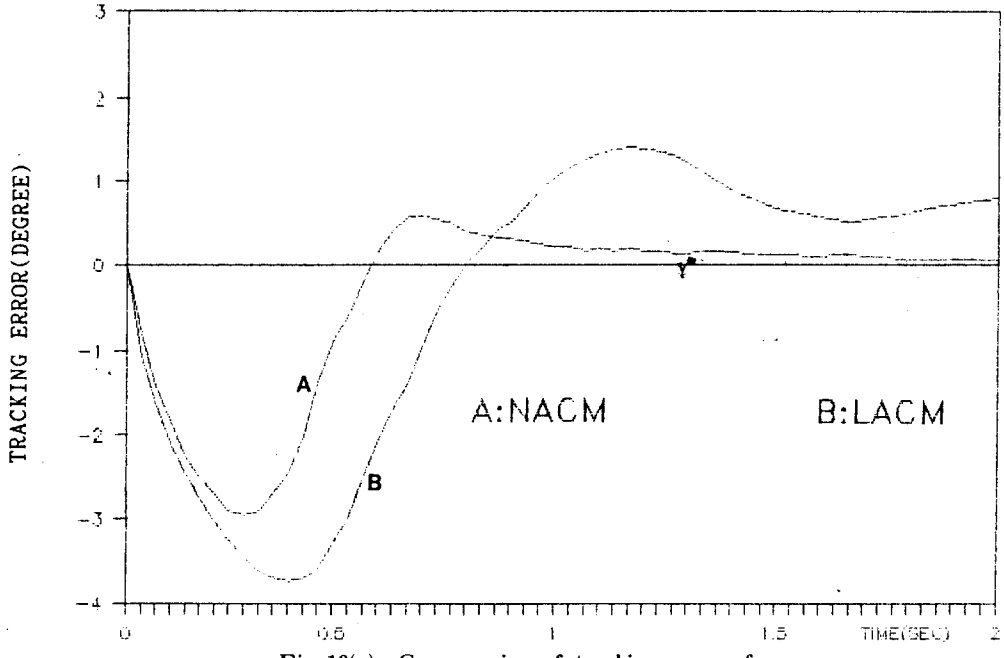

Fig. 10(c) Comparasion of tracking error of joint 2 for two controller with parameter uncertainties(10%)

이하의 궤적추종오차를 나타냄으로써 2kg의 하중에 비하여 2배의 부하의 증가에 대해서도 예민하지 않는 부하변동에 대하여 견실한 궤적추종의 성능을 보여주고 있다.

그리고 기준궤적의 변경하에서도 똑같은 제어칙 (61)-(66)의 사용으로 양호한 제어동작을 얻을 수 있을 것인지를 시험하기 위해 기준궤적을 식 (59)의 기준궤적에서 시정수를 2배하여 다음과 같이 변경하였다.

그림8은 4kg의 부하상태에서 기준 궤적의 변경에 대한 각 관절의 궤적추종상태를 보여주고 있다. 그 결과 제안된 적응제어기에 의한 매니플레이터의 각 관절은 기준궤적의 변화에 대해서도 민감하지 않고 0.7초를 기준으로 약 0.2° 이하의 궤적추종오차를 나타내었고, 1초 이후부터는 추종오차가 약 0.1° 이하로 수렴하는 궤적추종오차를 보여주므로서 변경전의 기준궤적의 추종상태와 거의 비슷한 궤적추종 상태를 보여주었다. 그러므로 제안된 적응제어기는 기준궤적의 변화에 대해서도 견실한 제어성능을 보여 주었다.

그림9는 부하를 6kg으로 증가시켰을 때의 제안된 제어시스템의 제어성능을 나타내고 있다. 6kg의 부하상태에서는 2kg의 부하 상태와 비교하여 처음 약 0.5초 동안에서는 2kg의 부하상태에서보다 약 0.4°의 초대 추종오차의 증가상태를 나타내면서 궤적추종의 수렴속도는 약간 늦었지만 약 0.7초 이후부터는 약 0.2° 이하의 추종오차를 나타냄으로써 4kg의 부하상태에서와 거의 비슷한 추종상태를 보여주므로 부하의 증가상태에서도 양호한 궤적추종 성능을 유지하는 견실한 제어성능을 보여주고 있다.

그림10은 로보트 매니플레이터의 링크상수 및 관성상수값에 불확실성을 부여한 경우에 대하여 제안된 제어기의 각 관절의 궤적추종 성능과 기존의 제어기[8]의 성능을 나타내고 있다. 그림10(a), (b)는 관성상수 및 링크상수 값에 5%의 오차를 부여한 경우에서의 제안된 제어기와 기존의 제어기의 성능을 나타내고 있다. 그 결과 제안된 제어기는 기존의 제어기에 비하여 보다 적은 궤적추종오차를 나타내는 향상된 제어성능을 보여주고 있다. 그리고 그림10(c)는 관성상수 및 링크상수에 10%의 오차를 부여한 경우에서의 제안된 제어기와 기존의 제어기의 성능을 나타내고 있다. 그 결과 기존의 제어기는 관성상수 및 링크상수값의 오차의 증가에 대하여 매우 예민한 반응을 보이면서 추종오차의 급격한 증가현상을 보이지만, 제안된 제어기는 관성상수 및 링크상수의 오차 즉, 불확실성의 증가에 대하여 매우 둔감한 반응을 보여주므로서, 기존의 로보트 제어기에 비하여 매우 향상된 제어성능을 유지하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 로보트 매니플레이터에 대하여 부하변동에 대하여 기존의 제어기보다 향상된 제어성능이 유지되는 새로운 적응제어기법이 제안되었다. 적응제어법칙은 향상된 Lyapunov 함수를 사용한 MRAC 이론으로부터 유도되었고, 제어시스템은 실질적인 궤적 $q(t)$가 기준궤적 $q_d(t)$를 점근적으로 추종하는 수렴성을 보장해 주었다. 그리고 제안된 제어시스템의 일반적인 특징은 향상된 궤적추적성능을 낳는 적응피이드포워드신호 및 보조신호를 합성한 점으로서, 제안된 제어시스템의 장점은 로보트 매니플레이터의 복잡한 동특성의 정확한 수학적 모델이나 매니플레이터의 파라미터 및 부하하중 등의 사전정보를 필요로 하지 않고, 제어시스템은 단지 직접 이용되는 실제시스템이나 기준궤적에서 포함된 정보만을 사용하므로, 적응법칙은 단순한 수학적 연산에 의하여 연어지므로, 적응동작의 계산은 극히 간단하고 매우 빠르다. 이러한 특징은 제안된 제어시스템이 큰샘플링율을 사용하여 로보트 매니플레이터의 온라인 제어의 실행에 적합하게 한다. 특히, 매니플레이터의 모든 물리적인 파라미터가 정확하게 측정될 수 없거나 혹은 부하 질량이 실질적으로 매우 많이 변화할 때 사용이 적합하다. 따라서, 제안된 적응제어기는 향상된 Lyapunov 함수를 사용한 MRAC의 원리를 이용하여 부하변동 및 파리미터의 변화에 대한 적응성능이 고정된 게인을 갖는 기존의 선형제어기에 비하여 매우 향상된 견실성과 정밀성을 나타냄으로써 미지의 큰 부하변동이나 시스템의 불확실성이 존재하는 실제의 생산공정에서도 우수한 제어성능이 유지될 수 있는 매우 향상된 로보트제어기임을 확인하였다.

REFERENCE

1) H. P. Whitaker, J. Yamron, and A. Loezer,

"Design of Model Reference Adaptive Systems for Aircraft", Instrumentation Laboratory MIT Cambridge, 1958.

2) R. Paul, "Modelling, Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm", Stanford Artificial Intellgence Laboratory A. I. Memo. 177, 1972.
3) B. R. Markiewicz, "Analysis of a Computed Torque Drive Method and Comparision with Conventional Position Servo for a Computer Controlled Manipulator", Technical Memorandum 33-601, Jet Propulsion Laboratory, 1973.
4) A. K. Bejczy, "Robot Arm Dynamics and Control", Technical Memorandum 33-669, Jet Propulsion Laboratory, 1974.
5) S. Dubowsky and D. T. DesForges, "The Application of Model Reference Adaptation Control to Robot Manipulators", ASME J. Dyn. Syst., Meas., Contr., Vol. 101, pp. 193-200, 1979.
6) S. Dubowsky and T. N. Gardner, "Dynamic Interaction of Links Elasticity and Clearance Connection in Planar Mechanical System", ASME J. Eng., Industry, pp. 652-661, May 1975.
7) P. C. Parks, "Lyapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. AC-11, No. 3, pp. 362-367, July 1966.
8) H. Seraji, "An Approach to Multivariable Control of Manipulator", ASME J. Dyn. Syst., Contr., Vol. 109, pp. 485-493, 1987.
9) I. D. Landau and B. Courtiol, "Design of Multivariable Adaptive Model Following Control System", Automatica, Vol. 10, pp. 483-494, Pergamon Press, 1974.
10) I. D. Landau, Adaptive Control-The Model Reference Approach, Marcel Dekker, New York, 1979.
11) Y. K. Choi, M. J. Chang, and Z. Bien, "An Adaptive Control Schemes for Robot Manipulators", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. 44, No. 4, pp. 1185-1191, 1986.
12) L. Mabius and H. Kaufman, "An Implicit Adaptive Algorithm for a Linear model Reference Control Algorithm", in Proc. IEEE Int. Conf. on Decision and COntrol, pp. 864-865, Dec. 1975.
13) K. Y. Lim, "Model Reference Adaptive Control for Linear System with Improved Convergence Rate-Signal Synthesis Method", Trans. KIEE, Vol. 37, No. 10, pp. 733-739, ct. 1988.
14) A. Balestrino, G. D. Maria, and L. Sciavco, "n Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators", ASME J. Dyn. Syst., Meas., Contr., Vol. 105, pp. 143-151, 1983.
15) K. V. Monopoli and V. N. Subbaro, "A New Algorithm for Model Reference Adaptive System for System Identification and Control-Part I", IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Vol. SMC-4, No. 6, pp. 542-551, Nov. 1974.