

# 전기 점화 방식에 있어서 초기 점화핵(Spark Kernel) 성장의 정압특성

## The Behavior of the Early Stage of the Spark Kernel Growth at Constant Pressure Surroundings

김 현 우\*, 정 인 석\*\*, 조 경 국\*\*  
H. W. Kim , I. S. Jeung , K. K. Cho

### ABSTRACT

To study on the behavior of the early stage of the spark kernel at constant pressure condition, the expressions of the thermal properties such as compressibility factor, thermal conductivity, and electrical conductivity of the high temperature air were newly suggested. The newly suggested simple expressions of the thermal properties of the high temperature air showed good results.

Under the assumption of constant pressure, one dimensional numerical analysis was executed by varying surrounding conditions and discharging current of electrical spark.

Numerical results show that high surrounding pressure suppresses the growth of the spark kernel but supplies much electrical energy into the air, on the other hand high surrounding temperature increases the growth of the spark kernel but supplies less electrical energy. Also the result shows that, in case of direct current discharge, deposited electrical energy is able to be expressed in linear function of time approximately.

### 1. 서 론

전기 방전에 의하여 가연성 혼합기내에 점화핵이 형성되고 이 점화핵이 성장하여 자발전과할 수 있는 화염으로 발전하기 까지는 매우 복잡한 물리적, 화학적 변화가 수반되어 있는 것으로 알려져 있다. 이러한 현상의 복잡성은 지금까지 이 분야에 대한 연구의 진전이 늦게된 원인중의 하나였으며 또한 이 때문에 이 분야에 대한 많지않은 연구의 대부분이 실험적 연구에 그치게 되었다. 이 분야에

대한 연구들은 초기 실험적 연구 단계들을 거쳐 이 결과를 토대로 전자계산기를 이용한 수치 해석의 단계로 나아가는 추세에 있으며, 내연기관에 있어서 연소 배출물의 억제 측면에서 유용한 많은 연구들이 행해지고 있다.<sup>1,2)</sup>

수치해석에 의한 연구는 정압과정을 가정한 모델<sup>3)</sup>과 방전 초기에 유도되는 충격파를 고려한 모델<sup>4)</sup>로 나눌 수 있다. 정압과정 가정 모델은 충격파 모델에 비해 전기 방전 개시후  $\mu s$  범위의 점화핵 거동 및 유동장의 계산에는 적합하지 않다는 단점이 있다. 그러나 전기 방전 개시후 수  $\mu s$ -수십  $\mu s$  사이에 다시 압

\*서울대학교 항공공학과

\*\*정회원, 서울대학교 항공공학과

력은 일정해지므로 전과정을 통하여 정압과정 가정을 사용하는 연구는 계산이 간단하여 계산시간을 줄일 수 있어 점화핵 성장에 미치는 여러 인자들의 영향을 연구하는 데에는 유리하다는 장점이 있다.

본 연구에서는 Maly의 실험결과<sup>5)</sup>를 초기 조건으로 하여 정압과정 가정 모델에 의한 1차원 수치해석을 행함으로써 초기 점화핵의 성장에 미치는 주위 온도, 주위 압력, 그리고 방전 전류의 파형등의 영향을 살펴보고자 한다.

## 2. 고온상태의 공기에 대한 상태량 표현식

본 연구에서 초기 조건으로 하는 Maly의 실험결과에 의하면 전기 방전 개시후 약 0.5  $\mu$ s에 점화핵은 지름이 0.4 mm, 내부 온도 10,000K 정도로 알려져 있다. 따라서 점화핵을 이루고 있는 고온의 공기에 대한 상태량들은 더 이상 이상기체 방정식에 의한 상태량들로 표현할 수 없으므로 이들 고온 공기의 상태량들을 표현할 수 있는 상태식이 필요하다.

Plooster의 제안에 의하면<sup>6)</sup>

$$P = \rho RT [1 + A_0 + 2(A_1 + A_2)]$$

$$e = RT \left[ \frac{1}{2}(5 + A_0) + 3(A_1 + A_2) \right]$$

$$+ A_0 I_0 + A_1 I_1 + A_2 I_2$$

$$A_0 = 2 / (1 + (1 + 2B_0)^{1/2})$$

$$B_0 = C_0 \rho T^{-1/2} \exp(I_0 / RT)$$

$$A_1 = 2 / (1 + (1 + 2B_1)^{1/2})$$

$$B_1 = C_1 \rho T^{-3/2} \exp(I_1 / 2RT)$$

$$A_2 = 2 / (1 + B_2 + (1 + 6B_2 + B_2^2)^{1/2})$$

$$B_2 = C_2 \rho T^{-3/2} \exp(I_2 / 2RT)$$

로 주어진다.

그러나 Plooster는 공기를 질소와 산소가 무게비로 4:1로 구성되어 있는 하나의 기체 단체로 가정하여 위의 계산에 따르는 모든 특성치들을 무게비로 산출 평균한 값으로 하였기 때문에 3000~9000 K 사이에서는 실제

공기의 열역학적 물성치들을 만족하게 구할 수 없다. 따라서 본 연구는 3000~9000 K 사이에서 실제 공기의 열역학적 물성치들에 보다 근접한 값들을 구하기 위하여 다음과 같은 모델을 사용하였다.

$$A_{\text{Air}} = 0.8 A_{N_2} + 0.2 A_{O_2}$$

$A_j$ : Dissociation factor or Ionization factor 와 같은 특성치

그리고 정압과정 가정을 사용하고, 수 만 K에서 영향을 보이는 2차 이온화 반응을 무시하면 고온 공기의 상태량들은 다음식으로 표시된다.

$$P = \rho RT (1 + A_0 + 2A_1)$$

$$h = RT (3.5 + 1.5A_0 + 5A_1)$$

$$+ \sum n_j A_{0j} I_{dj} + \sum n_j A_{1j} I_{ij}$$

$$C_p = R(3.5 + 1.5A_0 + 5A_1) + RT \left( 1.5 \frac{\partial A_0}{\partial T} + 5 \frac{\partial A_1}{\partial T} \right) + \sum n_j I_{dj} \frac{\partial A_{0j}}{\partial T} + \sum n_j I_{ij} \frac{\partial A_{1j}}{\partial T}$$

Dissociation Energy ( $I_{dj}$ )와 Ionization Energy ( $I_{ij}$ )는 Table 1에 나타나 있다.

Table 1 Values of dissociation energy and ionization energy [erg/g]

Gas	Dissociation	Ionization
$O_2$	$1.706 \times 10^{11}$	
$N_2$	$3.252 \times 10^{11}$	
$O$		$9.071 \times 10^{11}$
$N$		$9.688 \times 10^{11}$

열전도도는

$$k = 1000(1 - A_1)T^{1/2} + 0.1488\sigma T$$

$$+ 2.2 \times 10^{13} \rho \frac{\partial A_0}{\partial T}$$

여기서  $\sigma$ 는 electrical conductivity 로서

$$\sigma = \frac{4.173 \times 10^{-8} A_1 T^{-1/2}}{2 \times 10^{-16} (1 - A_1) + A_1 a_1} \left( \frac{1}{\Omega m} \right)$$

$$a_1 = 2.8 \times 10^{-6} T^{-2} \log \left( \frac{1.727 \times 10^{-4} A_1}{A_0^{4/3} \rho^{1/3}} \times T \right)$$

으로 표현된다.

### 3. 수치해석

#### 3.1 지배방정식

정압과정 가정에 의하여 지배방정식은 연속 방정식과 에너지 보존 방정식이 된다. 이를 수식으로 표현하면

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r) = 0$$

$$\frac{\partial (\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r h) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho k r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \dot{e} + \dot{R} = 0$$

이다. 여기서  $\dot{e}$ 는 전기적 에너지이고  $\dot{R}$ 는 복사에너지이다. 전기적 에너지의 유입은 Bradley 등<sup>4)</sup>이 사용한, Spark path 전체에 걸쳐 전 방전시간 동안 균등하게 에너지를 추가하는 방법을 사용하지 않고 전류파형을 추가함으로써 고온공기의 전기저항에 의한 Joule Heating의 방법을 이용하였다. 이때 전기저항은

$$\Omega(j) = \pi [r^2(j) - r^2(j-1)] \times \sigma(j)$$

$$I(j) = \frac{\Omega(j) I(t)}{\sum_j \Omega(j)}$$

$I(t)$ : time-dependent current

복사열전달의 유한차분식은 다음과 같다.

$$\dot{R} = 2r_j \epsilon (T_j^4 - T_{j+1}^4) - 2r_{j+1} \epsilon (T_{j+1}^4 - T_{j+2}^4)$$

$\epsilon$ : Stefan-Boltzmann constant

#### 3.2 계산과정

지배방정식을 유한차분화하는 방법은 fully-implicit scheme 을 사용하였으며, 온도, 밀도 등 스칼라 양들은 격자점에 위치하도록 하였고, 속도는 각 격자점들 사이에 위치시켰다. 시간의 증분은 1ns 이고 길이증분은 0.004cm 로 하여 0.5 μs에서 총 방전시간의 2배인 약 20 μs 정도까지 계산하였다. 이때 초기조건은

지름 0.04cm 점화핵에 대하여 12,000K 이며 전 영역의 속도는 0 으로 하였으며, 경계조건은 속도구배 및 엔탈피구배가 없는 것으로 하였다.

경계조건:

$$\frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad @ r = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad @ r = r_{max}$$

주위 압력의 영향을 조사하기 위하여 주위 압력이 1기압인 경우와 2기압인 경우를 계산하였으며, 주위 온도를 300K 와 1000 K 로 변화하며 주위 온도의 영향을 살펴보고, 방전전류의 파형은 방전시간인 10 μs 동안 동일한 전하량이 방전되도록한 감쇄진동형과 직류형의 두가지 경우에 대하여 살펴보았다.

### 4. 수치해석 결과

#### 4.1 고온 공기의 상태량

Fig.1에 Plooster의 모델과 본 연구에서 제안한 모델에 의한 온도의 변화에 따르는 dissociation factor, ionization factor, 그리고 300K에서의 정압비열에 대한 정압비열의 비를 보인다. Fig.1에서 보면 dissociation factor 는 0에서 1 까지 단조증가함을 알 수 있으며, 정압비열의 비는 6300K 부근에서 18을 보임을 알 수 있다. 반면에 Fig.2에서는 dissociation factor는 6000K 과 7000K 사이에서 변곡점을 보이며 증가하고 있고, 정압비열의 비 또한 Fig.1과는 다르게 두개의 극대값을 볼 수 있다. 이는 산소와 질소의 열 해리도의 차이에 기인한 것으로 산소가 질소보다 더 낮은 온도에서 열해리가 일어나 산소의 해리와 질소의 해리가 각각 나타나기 때문이다. Fig.3의 결과와 비교하면 Plooster의 모델보다 본 연구에서 제안한 모델이 보다 정확한 정압비열을 보임을 알 수 있다. Fig.4는 본 연구에서 제안한 모델로 압축성 인자를 계산한 결과이다. 온도가 높을수록 밀도변화에 대한 압축성 인자에 변화가 크며 온도가 4000K 이상으

로 높아지면 더이상 공기를 이상기체로 다룰 수 없음을 명확히 보여준다. Fig. 5는 열전도의 온도에 대한 변화를 보인 것이다. 이 결과 또한 Plooster의 결과에 비하여 질소와 산소의 해리에 의한 영향이 뚜렷하게 나타나 있다. Fig. 6은 전기적 에너지의 계산에 사용되는 전기적 전도도를 나타낸 것이다. 10, 000K 정도의 고온의 공기는 상당히 작은 저항값을 가지고 있어 더 이상 부도체가 아님을 알 수 있다.

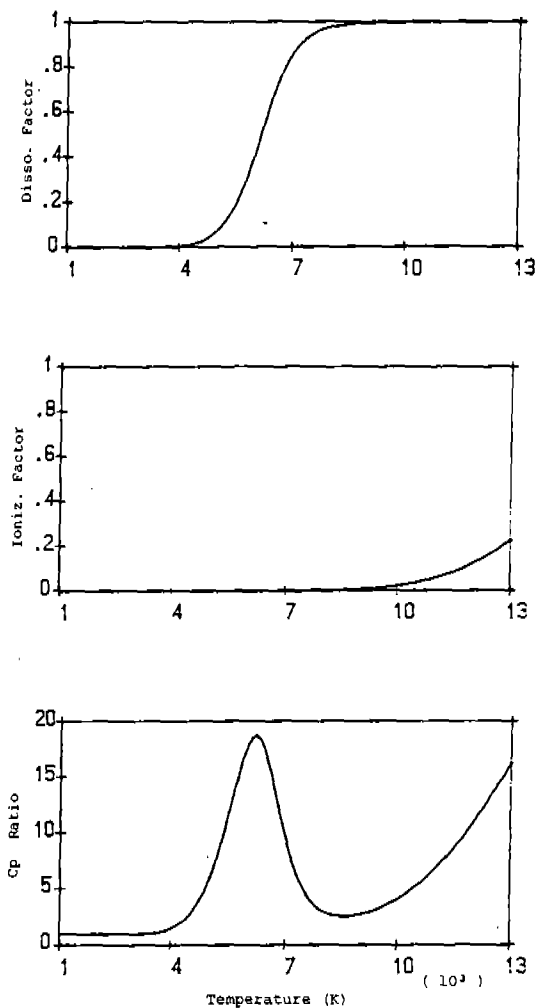


Fig. 1 Characteristics of High Temperature Air calculated by Plooster

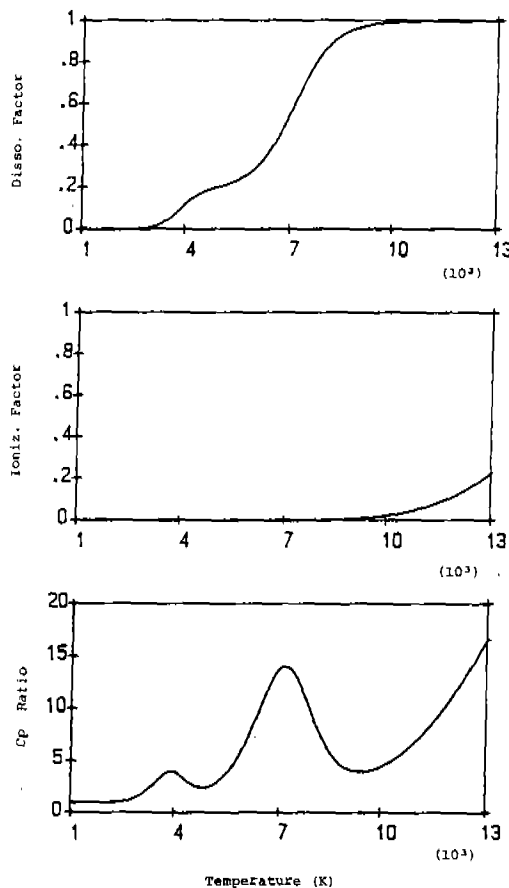


Fig. 2 Characteristics of High Temperature Air of Presented Model

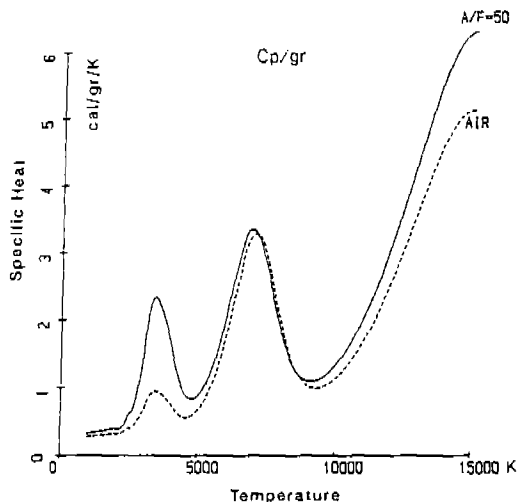


Fig. 3 Specific Heat of Air calculated by Kuratani and Tanatsugu<sup>7)</sup>

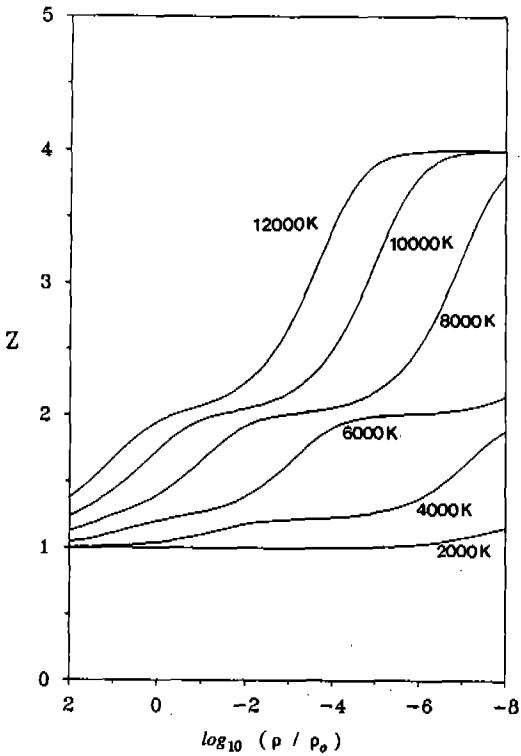


Fig. 4 Compressibility factor of Air

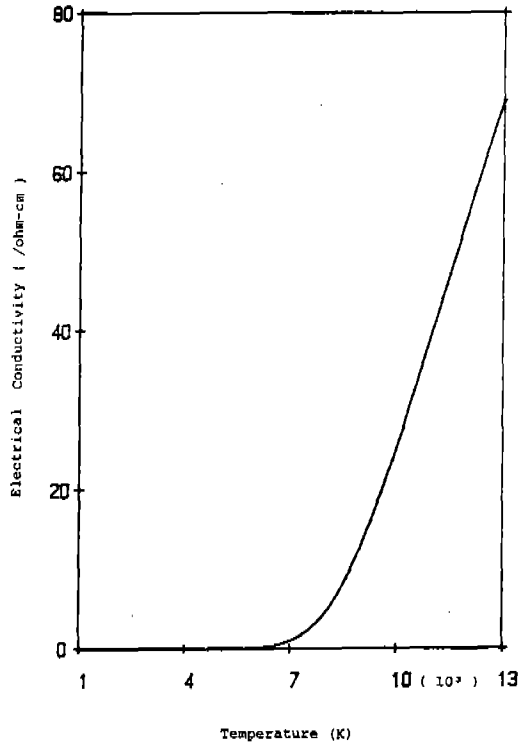


Fig. 6 Electrical Conductivity of Air

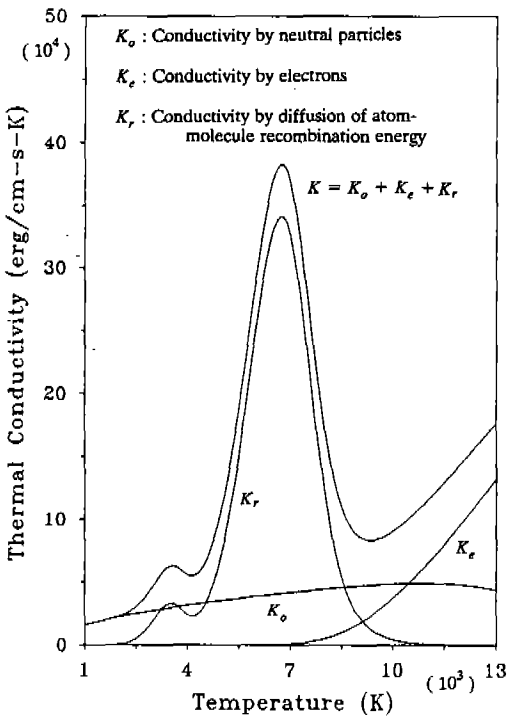


Fig. 5 Thermal Conductivity of Air

#### 4. 2 주위 압력이 점화핵 성장에 미치는 영향

Fig. 7은 감쇄진동형의 방전을 할 때 주위 온도 300K, 주위 압력이 1기압일 경우의 온도분포도이다. 온도분포가 초기에는 급격했다가 점차 감소하므로 점화핵의 경계를 확실하게 구분할 수 없지만  $T=2000\text{K}$ 로 구분하면 점화핵 반경은 점차 그 성장속도가 감소함을 알 수 있다.  $10\mu\text{s}$ 의 방전시간동안에는 중심부의 온도가 가장 높으며 이 중심부의 온도는 시간에 따라 많은 차이를 보인다. Fig. 8은 Fig. 7과 동일 조건에 주위 압력이 2기압일 경우이다. Fig. 7과 비교하여 방전시간동안에는 유사한 온도분포를 보이나 방전 후인  $20\mu\text{s}$ 에서의 점화핵의 지름은 1기압 조건에 비하여 약 15%정도 작다. 이는 압력이 높아 상대적으로 1기압에 비하여 밀도가 높고 비체적은 작으므로 더 작은 체적을 가지기 때문이다. 따라서 점화핵의 성장은 주위 압력이 낮은 편이 더 유리하다는 것을 알 수 있다.

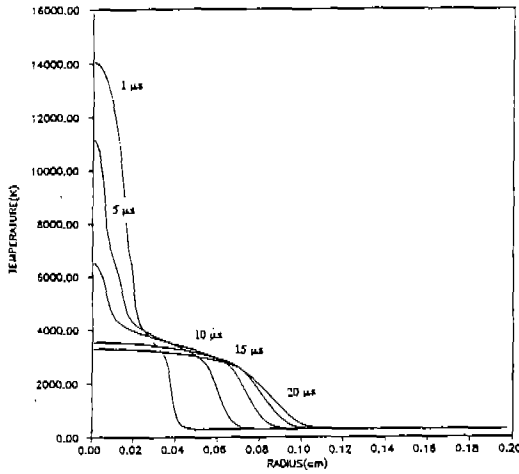


Fig. 7 Temporal Distribution of Temperature (1atm, 300K, sinusoidally decayed current)

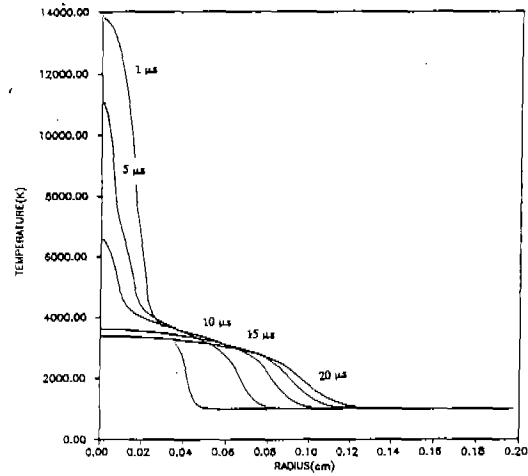


Fig. 9 Temporal Distribution of Temperature (1atm, 1000K, sinusoidally decayed current)

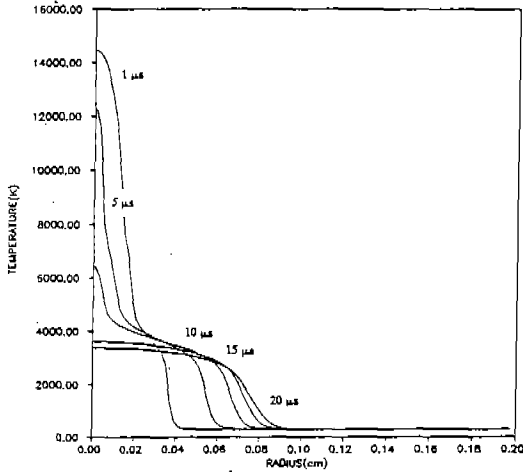


Fig. 8 Temporal Distribution of Temperature (2atm, 300K, sinusoidally decayed current)

### 4. 3 주위 온도의 영향

Fig. 9는 주위 온도가 1000K일때 감쇄진동형 방전을 한 경우이다. 20 $\mu$ s에서의 점화핵의 지름이 300K 조건의 경우보다 약 20% 정도 크다. 이는 주위 압력이 높을때 점화핵의 지름이 작아졌던 것의 반대의 이유때문이며 본 연구에서는 전극으로의 열손실을 고려하지 않았기 때문에 이런 경향을 보이는 것은 타당하다. 방전시간 이후에는 방전시간동안 공급된 에너지가 주위로 열전달기구에 의하여 전달되므로 급격한 온도구배는 보이지 않고

최고온도는 약 3500K정도로 주위 압력과 온도에 영향 받지 않는다.

### 4. 4 방전전류파형의 영향

Fig. 10은 방전 전류의 파형을 보인것이며 이때 방전시간은 10 $\mu$ s이다. Fig. 11은 직류 파형의 전류가 방전되는 경우이다. 앞에서 살펴본 감쇄진동형의 경우 중심부의 최고온도가 시간에 따라 점차 감소하였으나 직류파형의 경우 방전시간동안 중심부의 최고온도는 약 11000K로 거의 일정하고 방전종료후 급격히 중심부의 온도가 감소하는 경향을 보인다. 따라서 방전시간동안 점화핵의 크기는 감쇄진동형보다 작게되고 온도구배는 더 급격함을 알 수 있다. Fig. 12~Fig. 15는 공급된 전기적 에너지양인데 주위 조건이 미치는 영향의 경향이 점화핵의 크기에 미치는 영향의 경향과는 반대이다. 이는 전기적 에너지를 결정하는 공기의 전도도가 밀도의 함수이어서 밀도의 영향을 받기 때문으로 사료된다. 방전전류가 직류형인 경우 공급되는 전기적 에너지의 양을 일정하게 증가하고 이때 전극간 전압강하도 거의 일정하므로 전극간 고온공기의 전기저항은 거의 일정함을 알 수 있다.

Fig. 16에 주위 조건에 따른 점화핵의 성장을 나타내었다. 여기서  $r_0$ 는 초기 조건의 고온부 반경이며  $r$ 은 임의 시간에 있어 주위 온

도보다 10% 상승된 온도를 가지는 경계부의 반경이다. 여기에서보면 방전 전류의 파형에 관계없이 경계부의 성장속도는 일정함을 알 수 있는데 이는 점화핵의 성장이 정압 조건하에서는 열확산에만 의하기 때문이다.

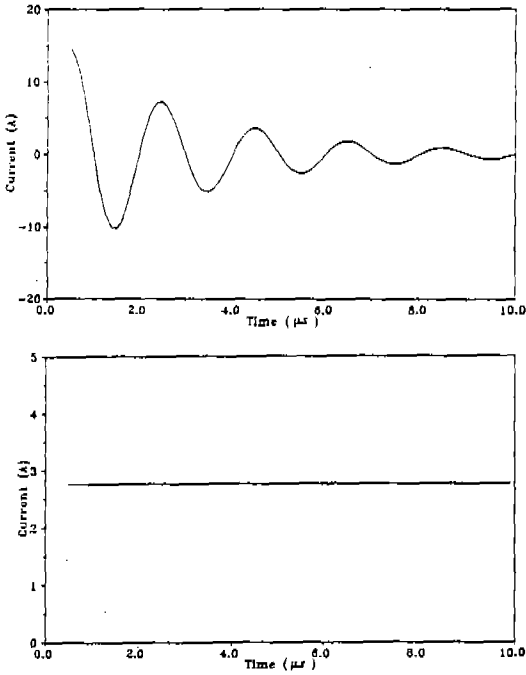


Fig. 10 Spark Current Profile of Computation Sinusoidally decayed (above) Direct (below)

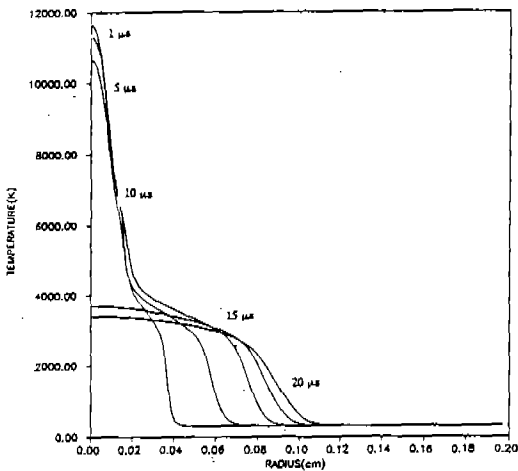


Fig. 11 Temporal Distribution of Temperature (1atm, 300K, Direct current)

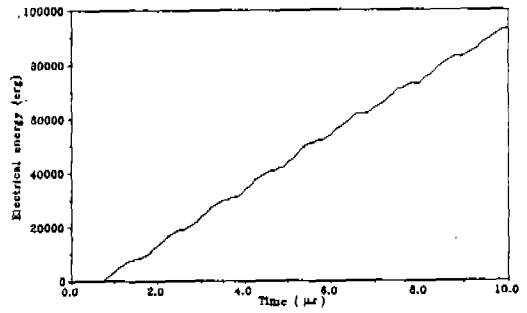


Fig. 12 Electrical Energy and Voltage Drop Histories (1atm, 300K sinusoidally decayed current)

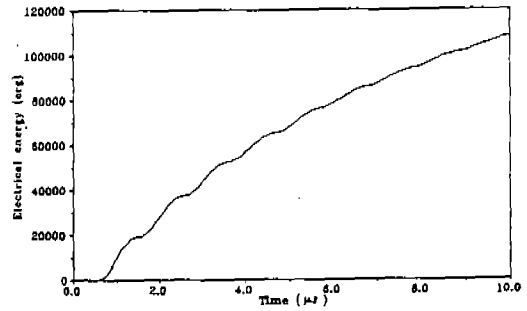


Fig. 13 Electrical Energy and Voltage Drop Histories (2atm, 300K sinusoidally decayed current)

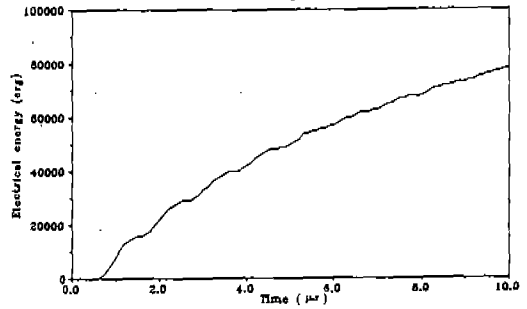


Fig. 14 Electrical Energy and Voltage Drop Histories (1atm, 1000K sinusoidally decayed current)

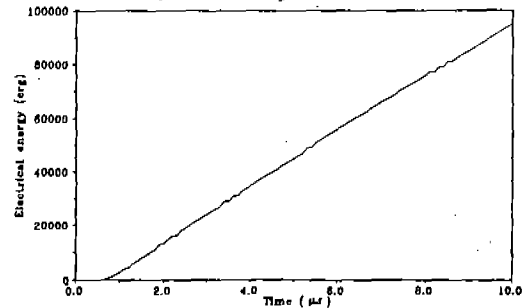


Fig. 15 Electrical Energy and Voltage Drop Histories (1atm, 300K Direct current)

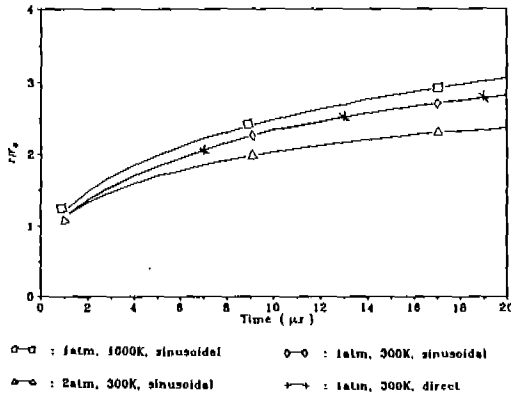


Fig. 16 Spark Kernel Growth

## 5. 결 론

고온공기의 상태량을 결정할 수 있는 표현식을 구하여 주위의 압력, 온도 및 방전전류의 파형이 초기 점화핵의 성장에 미치는 영향을 살펴본 결과는 다음과 같다.

(1) 방전시간동안 주위 압력의 영향은 작지만 방전 종료 후에는 주위 압력이 낮을수록 초기 점화핵의 성장에 유리하다.

(2) 주위 온도가 높을수록 초기 점화핵의 성장은 빨라지나 중심부의 최고온도는 영향을 받지 않는다.

(3) 방전전류의 파형이 직류형인 경우 중심부의 최고온도는 거의 일정하며 따라서 방전 시간동안 공급되는 에너지의 양은 시간에 대한 일차함수로 나타낼 수 있다.

## 후 기

본 논문은 1989년도 한국과학재단 목적기초 연구비의 지원으로 수행된 과제번호 890203의 일환으로 연구되었으며, 한국과학재단의 재정적 지원에 심심한 사의를 표한다.

## References

1. M.T. Lim, R.W. Anderson, and V.S. Arpaci: "Prediction of Spark Kernel Development in Constant Volume Combustion," *Combustion and Flame*, 69, 303-316, 1987.
2. M. Champion, B. Deshaies, G. Joulin, and K. Kinoshita: "Spherical Flame Initiation Theory versus Experiments for Lean Propane-Air Mixtures," *Combustion and Flame*, 65, 319-337, 1986.
3. S. Refael, and E. Sher: "A Theoretical Study of the Ignition of a Reactive Medium by Means of an Electrical Discharge," *Combustion and Flame*, 59, 17-30, 1985.
4. D. Bradly, and F. K-K. Lung: "Spark Ignition and the Early Stages of Turbulent Flame Propagation," *Combustion and Flame*, 69, 71-93, 1987.
5. R. Maly: "Spark Ignition: Its Physics and Effect on the Internal Combustion Engine," Plenum Press, 1984.
6. M.N. Plooster: "Numerical Simulation of Spark Discharges in Air", *The Physics of Fluids*, 14(10), 1971.
7. K. Kuratani, and N. Tanatsugu: "Equilibrium Compositions and Transport Properties of High Temperature Air," *일본우주과학 연구소보고* 58, 1988.