

Labyrinth Seal 내 누수량에 미치는 축 회전속도의 영향

이관수* · 이상욱** · 김창호***

*한양대학교 기계공학과

**한양대학교 대학원 기계공학과

***한국과학기술연구원 기계공학부

An Effect of Shaft Speed on the Leakage in a Labyrinth Seal

Kwan Soo Lee*, Sang Ug Lee**, Chang Ho Kim***

**Hanyang Univ., Dept. of Mechanical Engineering*

***Hanyang Univ., Dept. of Mechanical Engineering*

****KIST, Div. of Mechanical Engineering*

Abstract—Incompressible turbulent flow in a single cavity of the stepped multi-cavity labyrinth seal is numerically analyzed to investigate an effect of the shaft speed on the leakage. SIMPLER algorithm is used to solve governing equations, and low-Reynolds $k-\epsilon$ turbulence model as outlined by Launder and Sharma is adopted to predict turbulent flow. Pressure drops for the cavity with and without the groove are evaluated for four different Reynolds numbers and three different shaft speeds.

1. 서 론

고성능 유체기계에서 일어나는 누수는 장치의 성능에 큰 영향을 주므로 이를 줄일 수 있는 labyrinth seal에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 일반적으로 누수는 총압력차, 기하학적 형상 그리고 축의 회전속도 등 여러 인자들의 함수로서, 최적의 seal을 설계하기 위해서는 이들 인자들의 영향을 정확히 알아야 한다.

1970년 이전의 대부분 연구에서는 각 인자들의 영향을 조사하기 위하여 주로 해석적 방법을 사용하였다. 따라서 seal 내의 상세한 유동특성보다는 총 압력강하나 누수량의 변화를 조사하는 데 중점을 두었다.

Martin[1]은 labyrinth seal에서 일어나는 누수를 연속된 오리피스를 통과하는 이상기체의 유동으로 생각하여 staggered seal과 radial seal에 대한 누수식을 얻었고, Eglil[2]는 마찰과 유동 단면적의 수축 정도를

고려하여 throttle의 수, 간극, 총 압력비 등의 함수로 유동계수를 구하였다.

그러나 최근에는 seal 내의 속도와 난류운동에너지의 분포 등을 상세히 구하는 추세이다. Stoff[3]는 straight seal 내의 난류유동장을 해석하기 위해 TEACH program에 표준 $k-\epsilon$ 난류모델을 도입하여 운동량 방정식을 풀었으며, 축의 회전속도에 따른 유동특성에 대한 조사는 Demko[4]에 의해서 수행되었다. Rhode 등[5]은 TEACH program에 QUICK scheme을 사용하여 stepped seal의 여러 형상에 대하여 parameter study를 한 결과 2개의 최적한 기하학적 형상을 얻었다. 그리고 이것을 제작하여 몇개의 압력비와 축 회전속도에 대하여 stator와 rotor의 축 방향위를 변화시켜 가면서 누수비와 압력분포를 측정하였다. Wittig 등[6]은 stepped seal의 여러 기하학적 형상과 압력비에 대하여 압력분포와 열전달계수를 구하였다.

이 연구에서는 누수를 최소로 하는 labyrinth seal의

설계를 위하여 stepped seal 내의 비압축성 난류유동장을 정확히 해석할 수 있는 computer program을 개발한 후, 3개의 축 회전속도와 4개의 Reynolds 수에 따른 압력강하의 변화를 조사한다. 그리고 cavity 내에 홈(groove)이 있을 때와 없을 때의 압력강하를 구한다.

2. 이 론

2-1. 모델의 설정 및 가정

이 연구에서는 Fig. 1과 같은 기하학적 형상을 가진 cavity에서 일어나는 난류 유동현상을 해석한다.

실제적인 물리현상을 기술하는 보존방정식을 다음과 같은 가정으로 단순화시켰다.

- (a) 정상, 축대칭 2차원 난류유동이다.
- (b) 점성계수가 일정한 비압축성유동이다.

2-2. 운동량 방정식

비압축성 난류유동장을 지배하는 시간평균 Navier-Stokes 방정식을 tensor 기호로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu_1 \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}) \quad (1)$$

윗 식에서 나타나는 $\overline{u'_i u'_j}$ 은 Reynolds 응력으로서 단위질량 당 난류운동에 의한 운동량의 전달을 의미하며, 방정식 (1)을 해석하기 위해서는 이에 대한 정보가 필요하다.

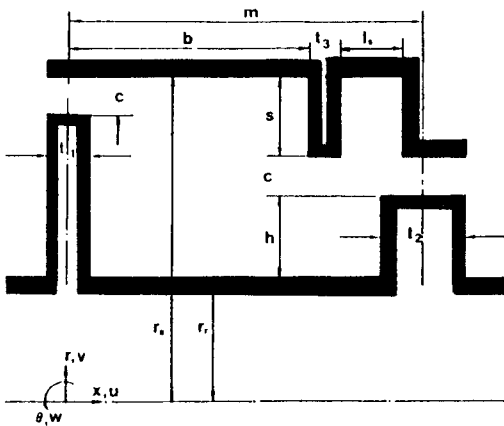


Fig. 1. Physical model and coordinate system

2-3. 난류 모델

Reynolds 응력항을 직접 미분방정식에서 구하는 Reynolds 응력모델은 계산시간 등의 이유로 많이 사용되지 않고 있으며, 공학적 측면에서는 Boussinesq의 가정을 근거로 한 표준 k-ε 난류모델이 많이 이용되고 있다. 이 모델은 완전히 발달한 난류영역에서만 유효한 것으로 벽면근방의 경계층에서는 유체의 점성이 증가하고 난류성분이 감소하여 모델 자체의 타당성이 없어진다. 따라서 벽면효과를 고려하기 위하여 벽면 함수를 사용하거나 low-Reynolds number k-ε 난류모델을 채택하여야 한다. 이 연구에서는 기하학적 형상이 복잡하여 Lanuder-Sharma[7]의 low-Reynolds number k-ε 난류모델을 사용하였으며, 그 완전한 방정식은 아래와 같다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu_k \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \nu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) - \epsilon - 2\nu_1 (\frac{\partial k^{1/2}}{\partial x_j})^2 \quad (2)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}) + C_1 \nu_t \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) - \frac{C_2 \epsilon^2}{k} + 2\nu_1 \nu_t (\frac{\partial^2 u_i}{\partial u_i \partial u_k})^2 \quad (3)$$

여기서

$$\nu_k = \nu_1 + \frac{\nu_t}{\sigma_k}, \quad \nu_\epsilon = \nu_1 + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}$$

방정식 (2)의 마지막 항은 물리적 의미보다는 계산상의 편의를 위하여 도입한 것이고, 방정식 (3)의 마지막 항은 벽면에서의 난류운동에너지 소산율(ε)이 0이 되도록 하는 보정항이다.

2-4. 확산계수와 생성항

cavity 내의 유동장을 기술하는 지배방정식은 다음과 같은 일반적인 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X_j} (U, \phi) = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j}) + S_\phi \quad (4)$$

윗 식에서는 φ는 U, V, W, K, ε* 중의 하나를 나타내는 변수이며, Γ_φ는 확산계수, 그리고 S_φ는 단위 체적 당 생성항이다. 각 방정식에 나타나는 확산계수와 생성항은 Table 1과 같고, low-Reynolds number k-ε 난류모델에 대한 정의식과 모델계수는 Table 2에 있다.

Table 1. The form of the diffusion coefficient and source term in the general equation for ϕ

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
U	ν_e^*	A
V	ν_e^*	$\frac{W^2}{R} - \nu_e^* \frac{V}{R^2} - \nu_t^* \frac{V}{R^2} + B$
W	ν_e^*	$-\frac{VW}{R} - \nu_e^* \frac{W}{R^2} - \frac{W}{R} \frac{\partial \nu_t^*}{\partial R}$
K	ν_e^*/σ_k	$G - \epsilon^* - D$
ϵ^*	ν_e^*/σ_ϵ	$(C_1 G \epsilon^* - C_2 \epsilon^{*2}) / (K + E)$

Table 2. Constants and functions for the low Reynolds number k- ϵ model[7]

C_1	1.44
σ_k	1.00
σ_ϵ	1.30
R_t	$k^2/\nu_t \epsilon$
C_2	$1.92 \{1 - 0.3 \text{Exp}(-R_t^2)\}$
C_μ	$0.09 \text{Exp}\left\{\frac{-3.4}{(1+R_t/50)^2}\right\}$

여기서

$$A = \frac{\partial}{\partial X} (\nu_t^* \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\nu_t^* R \frac{\partial V}{\partial X})$$

$$B = \frac{\partial}{\partial R} (\nu_t^* \frac{\partial U}{\partial R}) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\nu_t^* R \frac{\partial V}{\partial R})$$

$$G = \nu_t^* [2 \{ (\frac{\partial U}{\partial X})^2 + (\frac{\partial V}{\partial R})^2 + (\frac{V}{R})^2 \} + (\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial X})^2 + \{ R \frac{\partial}{\partial R} (\frac{W}{R}) \}^2 + (\frac{\partial W}{\partial X})^2]$$

$$D = 2\nu_t^* [(\frac{\partial K^{1/2}}{\partial X})^2 + (\frac{\partial K^{1/2}}{\partial R})^2]$$

$$E = \frac{2\nu_t^* \nu_t^*}{\rho} [(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2})^2 + (\frac{\partial^2 V}{\partial X^2})^2 + (\frac{\partial^2 U}{\partial R^2})^2 + (\frac{\partial^2 V}{\partial R^2})^2 + 2 \{ (\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial R})^2 + (\frac{\partial^2 V}{\partial X \partial R})^2 \} + \{ \frac{\partial}{\partial X} (\frac{V}{R}) \}^2 + \{ \frac{\partial}{\partial R} (\frac{V}{R}) \}^2 + (\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial R})^2 + (\frac{\partial^2 W}{\partial X^2})^2 + [\frac{\partial}{\partial R} \{ R \frac{\partial}{\partial R} (\frac{W}{R}) \}]^2 + [\frac{\partial}{\partial X} \{ R \frac{\partial}{\partial R} (\frac{W}{R}) \}]^2]$$

2-5. 경계조건

각각의 경우에 따른 압력강하의 변화를 비교하기 위하여 입구에서의 축 방향속도 U_m 은 일정하게 놓았고, 난류운동에너지(K)는 U_m 의 제곱에, 그리고 소산율(ϵ^*)은 K의 제곱에 비례한다고 가정하였다.

벽면에서 속도 U, V에는 점착조건(no-slip condi-

tion)을 주었으며, 속도 W는 그에 상응하는 값을 직접 지정하였다. 그리고 난류운동에너지와 소산율은 벽면에서 0으로 놓았다. 또 고체영역에 해당하는 블럭 부분들은 확산계수를 무한대로 주어 그 곳에서의 모든 값들이 거의 0이 되도록 하였다.

출구에서 속도 U는 유량경계조건을, 그리고 다른 양들에 대하여는 단열 경계조건을 사용하였다.

3. 수치해석 및 검증

유동장 내의 원시 변수들을 계산할 수 있는 여러 알고리즘 중 현 연구에서는 Patankar의 SIMPLER 알고리즘[8]을 채택하였다. 이 알고리즘은 엇갈린 격자망을 사용하여 반복적으로 운동량방정식을 풀며, 직접 연속방정식을 풀지는 않지만 압력방정식과 압력보정방정식에서 이것을 고려한다.

이 연구에서는 low-Reynolds number k- ϵ 난류 모델을 채택하였기 때문에 벽면 근처에 많은 격자점들을 놓았다. 그리고 하나의 검사체적 면적이 근방에 비하여 갑자기 커지거나 작아지지 않도록 주의하면서 60×60개의 격자들을 비균일하게 놓았다.

이 수치계산에서는 먼저 층류로 가정하여 U, V, W를 계산한 다음 이 값들을 난류 계산의 초기치로 하였으며, 해의 수렴을 빠르게 하기 위하여 relaxation factor를 사용하였다. 먼저 층류로 가정하여 계산할 때는 relaxation factor를 속도 U와 V에 대하여 각각 0.7을, 그리고 난류로 계산할 때는 U, V, K, ϵ^* , ν_e^* 에 대하여 각각 0.4, 0.5, 0.3, 0.3, 0.5를 사용하였다. 매번 반복 계산할 때마다 각 검사체적에 들어오고 나가는 유량의 차이가 10^{-4} 이하이고, 임의 위치에서 모든 유동량의 상대 오차가 유효숫자 4자리 안에서 1%

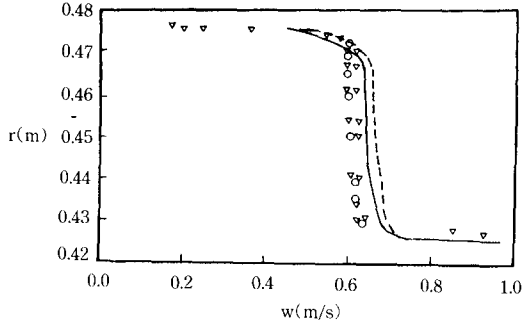


Fig. 2. Radial distribution of the mean circumferential velocity
 (a) Stoff's computation (---)
 (b) Stoff's measurement (○, △)
 (c) Current computation (—)

미만일 경우를 수렴한 것으로 생각하였다.

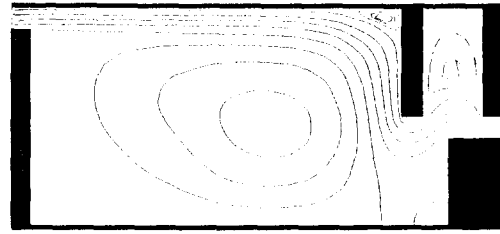
현 수치결과의 타당성을 검증하기 위하여 Stoff[3]의 실험 및 수치결과와 비교하였다.

Fig. 2는 cavity 중앙에서의 r방향에 따른 swirl velocity를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 것처럼 전반적으로 실험치와 거의 일치한 경향을 보이며, 벽면함수를 사용한 Stoff의 수치해석보다 더 정확함을 알 수 있다.

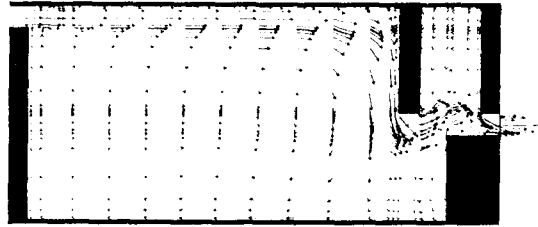
4. 결과 및 고찰

labyrinth seal은 일정한 압력차가 존재하는 영역 사이에서 일어나는 유체의 누수량을 줄이기 위하여 사용된다. 따라서 입구와 출구에 서로 다른 압력을 주었을 때 생기는 누수량을 계산하여야 하지만, 압력 경계조건을 사용할 때 생기는 어려움때문에 편의상 본 연구에서는 누수량을 일정하게 하고 입·출구의 무차원 압력차를 계산하는 방법을 사용하였다. 이때 무차원 압력은 좌측 모서리 격자점에 대한 상대압력을 의미한다. 그리고 하나의 계산영역 안에 seal 내 모든 cavity가 포함되어야 하지만 계산시간 등 여러가지 이유로 하나의 cavity만을 고려하였다. 이때 작동유체로서는 30℃ 물을 사용하였다. 이 연구에서는 4개의 Reynolds 수(10000, 20000, 30000, 50000)와 3개의 축회전속도(0 rpm, 5000 rpm, 10000 rpm)에 대하여 cavity에 홈이 있는 경우와 없는 경우 각각에 대한 유동특성 및 압력강하를 조사하였다.

Fig. 3은 Reynolds 수가 20000이고, 축이 5000 rpm



(a) streamline



(b) velocity vector

Fig. 3. The streamline and velocity in the cavity with groove (Re = 20,000 and shaft speed = 5000 rpm)

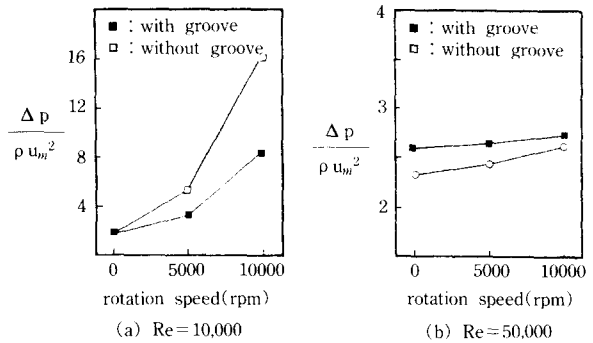


Fig. 4. Pressure drop for shaft speed

으로 회전할 경우 stator 위에 홈이 있는 것에 대한 유선과 속도 벡터를 나타낸 것이다.

그림에서 보듯이 cavity 안에는 한개의 큰 재순환 영역이 존재하며, 홈 안과 step 앞 그리고 하류 tooth 앞에 조그마한 재순환영역이 있다. 재부착점의 위치는 0.95b이며, 이 점이 왼쪽으로 이동할 수록 큰 압력강하를 유발하여 보다 작은 누수를 가져오게 된다.

Fig. 4는 여러 축회전속도에 따른 압력강하의 변화를 나타낸 것이다(여기서는 Reynolds 수가 20000과 30000일 때의 그림은 생략하였다).

Reynolds 수가 작은 경우 압력강하는 축 회전속도에

상당히 큰 영향을 받는다. 이것은 축 회전속도(축의 선속도)가 Reynolds 수(입구속도)에 비하여 상대적으로 크기 때문이다. 그러나 입구속도가 증가할 수록 압력강하에 대한 축 회전속도의 영향은 감소한다.

흠의 유무가 압력강하에 어떠한 영향을 주는가를 살펴보는 것은 상당히 흥미롭다. Rhode 등[5]은 Reynolds 수가 70000이고 축이 회전하지 않을 때 흠의 설치가 20% 정도의 압력강하를 크게 한다고 하였다.

현 연구에서도 Reynolds 수가 50000이고, 축이 회전하지 않을 때는 Rhode의 결과와 비슷하게 흠이 약 10% 정도의 압력강하를 크게 하였다. 그러나 그 영향은 축의 회전속도가 증가함에 따라 약간 감소하였으며, 입구속도가 작으면($Re=30000$ 또는 $U_m=60$ m/s 이하) 흠의 설치가 오히려 압력강하를 작게 하고 축이 회전할 수록 그 정도가 더욱 더 심해졌다. 따라서 Reynolds 수가 큰 경우에만 흠이 누수를 작게 함을 알 수 있다.

Fig. 5는 흠이 있는 cavity에 대하여 Reynolds 수가 10000 일 때 축이 0 rpm, 10000 rpm으로 회전할 경우에 대한 유선을 각각 도시한 것이다.

재부착점의 위치를 살펴보면 축이 회전하지 않을 때 b이고, 10000 rpm으로 회전할 때 0.78b이다. 즉

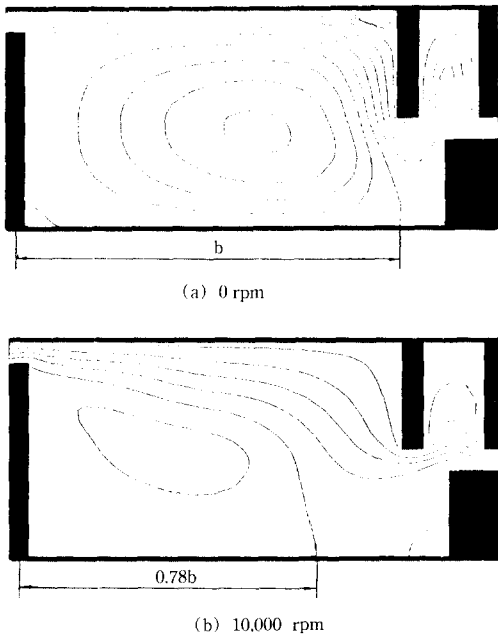


Fig. 5. The streamline of the cavity with groove at $Re = 10,000$

축의 회전속도가 증가하게 되면 재부착점의 위치가 왼쪽으로 상당히 이동하게 된다. 따라서 입구속도가 작은 경우에는 앞서 언급하였듯이 축 회전속도가 증가함에 따라 압력강하는 급격히 상승한다.

Fig. 6은 흠이 있는 cavity에 대하여 Reynolds 수가 50000일 때, 축이 0 rpm, 10000 rpm으로 회전할 경우에 대한 유선을 나타낸 것이다.

앞에서 설명하였듯이 Reynolds 수가 클 때는 주 흐름방향의 속도가 커져 축 회전속도에 따른 영향이 별로 없어 두 유선의 모양이 거의 비슷하고, 재부착점의 위치도 0.93b와 0.92b로 거의 같다. 따라서 Reynolds 수가 크면 축 회전속도에 따른 압력강하의 변화가 미미함을 알 수 있다.

Fig. 7은 흠이 없는 cavity에 대하여 Reynolds 수가 10000일 때, 축이 0 rpm, 10000 rpm으로 회전하는 경우에 대한 유선을 도시한 것이다.

이것과 Fig. 5를 비교하여 보면 축이 회전하지 않을 때는 두 유선의 형태와 재부착점의 위치가 거의 비슷하여 압력강하의 차이가 거의 없음을 알 수 있다.

그러나 축이 10000 rpm으로 회전할 때는 유선의 형태는 거의 유사하지만 재부착점의 위치는 흠이 없는 경우가 상대적으로 왼쪽에 치우쳐 있어 더 큰 압력

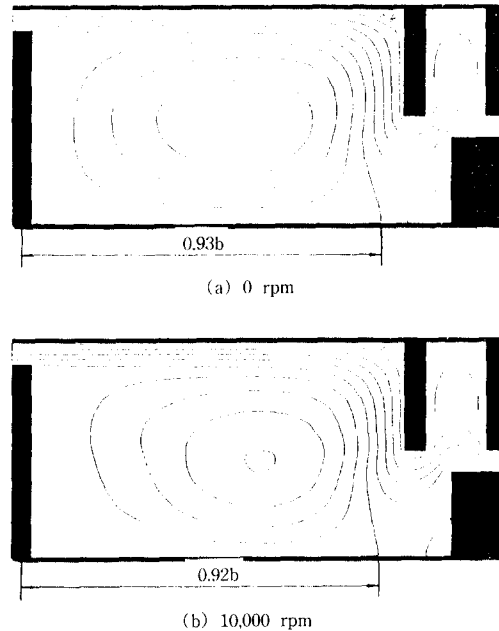


Fig. 6. The streamline of the cavity with groove at $Re = 50,000$

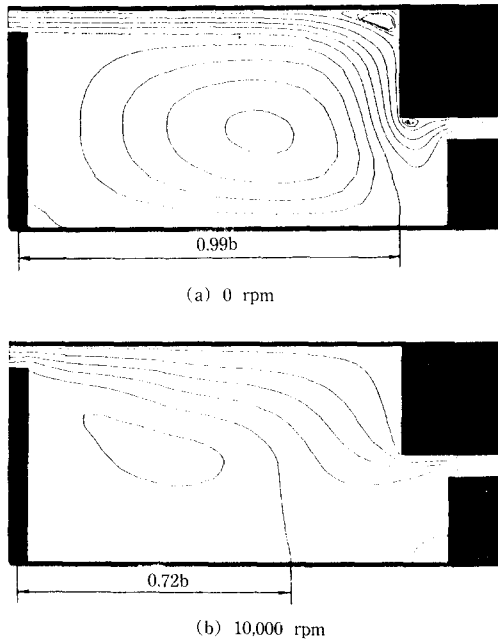


Fig. 7. the streamline of the cavity without groove at $Re = 10,000$

강하를 유발함을 알 수 있다.

여기에 나타내지는 않았지만 Reynolds 수가 50000 일 때 흡이 없는 것의 유동형태는 모든 축 회전속도에서 Fig. 6과 거의 비슷하고, 단지 재부착점의 위치가 상대적으로 조금 오른쪽에 치우쳐 있다. 따라서 Reynolds 수가 클 때는 흡의 설치가 압력강하를 크게 함을 알 수 있다.

5. 결 론

labyrinth seal 내의 여러 cavity 중 하나에 대하여 4개의 Reynolds 수(10000, 20000, 30000, 50000)와 3개의 축 회전속도(0 rpm, 5000 rpm, 10000 rpm) 각각의 경우에서의 압력강하와 흡의 영향을 조사한 결과는 다음과 같다.

1. Reynolds 수가 일정할 때 회전수가 증가하면 압력강하는 커진다. 특히 Reynolds 수가 작으면 그 증가폭이 매우 크지만, Reynolds 수가 증가할 수록 그 폭은 작아진다.

2. Reynolds 수가 클 때만 cavity 내에 흡을 설치하는 것이 바람직하다.

NOMENCLATURE

- c : annular clearance
- C_1, C_2, C_μ : empirical turbulent model constants
- k : turbulent kinetic energy
- K : dimensionless turbulence kinetic energy, k/u_m^2
- p : pressure
- P : dimensionless pressure, $p/\rho u_m^2$
- Re : Reynolds number, $2u_m c/\nu_l$
- R_t : turbulent Reynolds number, $k/\nu_l \epsilon$
- U : (U, V, W) dimensionless time-mean velocity, u/u_m
- u : (u, v, w) time-mean velocity (in x, r, θ direction)
- u_m : axial entrance velocity
- u' : fluctuation velocity
- x, r, θ : axial, radial and circumferential coordinates
- X, R : dimensionless axial and circumferential coordinates, x/c and r/c , respectively
- ϵ : energy dissipation rate
- ϵ^* : dimensionless energy dissipation rate, $\epsilon/(u_m^3/c)$
- ν^* : dimensionless dynamic viscosity, $\nu/u_m c$
- ν_e : effective dynamic viscosity, $\nu_1 + \nu_t$
- ν_1 : dynamic viscosity
- ν_t : turbulent dynamic viscosity, $C_\mu k^2/\epsilon$
- ρ : density
- σ_k : Prandtl-Schmidt number for k
- σ_ϵ : Prandtl-Schmidt number for ϵ

참 고 문 헌

1. H.M. Martin, 1908, "Labyrinth packings", Engineer, pp.35-36
2. A. Egli, 1935, "The Leakage of Stream through Labyrinth Seals", Trans. ASME, Vol.57, pp.115-122.
3. H. Stoff, 1980, "Incompressible Flow in a Labyrinth Seal", Journal of Fluid Mechanics, Vol.100, pp.817-829.
4. J.A. Demko, G.L. Morrison, and D.L. Rhode, 1987, "Effect of shaft Rotation on the Incompressible Flow in a Labyrinth Seal", accepted by the AIAA Journal of Propulsion and Power.

5. D.L. Rhode, G.L. Morrison, S.H. Ko, and S.P. Waugh-tal, 1987, "Design Improvement of a Pump Wear Ring Labyrinth Seal", Final Report Contract for Nas 8-36161.
6. S. Wittig, K. Jacobsen, U. Schelling and S. Kim, 1988, "Heat Transfer in Stepped Labyrinth Seal", J. of Eng. for Gas Turbines and Powder, Vol.110, pp.63-69.
7. B.E. Launder and B.I. Sharma, 1974, "Application of the Energy Dissipation Model of Trubulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc", Letters in Heat and Mass Transfer, Vol.1, pp.131-138.
8. S.V. Patankar, 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York.