

지구 비대칭 중력장 내에서 에너지 최적화 궤도전이

문인상 · 박종욱 · 서영수 · 최규홍

연세대학교 천문대기과학과

(1990년 3월 3일 접수; 1990년 5월 1일 수리)

OPTIMAL ORBIT TRANSFER UNDER EARTH ZONAL POTENTIAL

In-Sang Moon, Jong-Uk Park, Young-Soo Seoh and Kyu-Hong Choi

Dept. of Astronomy and Atmospheric Sciences, Yonsei University,

Seoul 120-749

(Received March 3, 1990; Accepted May 3, 1990)

Abstract

It was investigated that the effect of zonal harmonics to transfer orbit. Since parking orbit is located at low altitude, the zonal harmonics affects transfer orbit relatively high sense. So under the zonal harmonics, eccentricity and semi-major-axis which were related orbit altitude at the first hand, were investigated.

As a result the zonal harmonics increases the altitude of apogee of transfer orbit. So if the zonal harmonics is considered in orbit transfer the fuel can be saved a little.

요약

인공위성을 주차궤도(parking orbit)에서 최종궤도(final orbit)에 진입시키기 위해서는 많은 연료가 소모되고 또한 잔여 연료는 위성의 수명을 좌우하므로 궤도전이에 사용되는 연료의 효율을 극대화시키기 위한 한 가지 일환으로 지구의 비대칭 중력장이 궤도전이에 미치는 효과에 대하여 연구해 보았다.

주차궤도는 매우 낮은 고도에 위치하고 있으므로 지구의 비대칭 중력을 주차궤도로부터 최종궤도로 진입하기 위한 전이궤도(transfer orbit)에 비교적 커다란 영향을 미친다. 이러한 영향을 알아보기 위해 6가지 궤도요소 중에서 위성의 고도에 직접 관련이 있는 궤도의 이심률과 반장경의 변화를 토대로 위성의 고도와 속도의 변화량을 알아보았다. 그 결과 전이궤도의 원지점은 비대칭 중력장의 섭동으로 인해 고도가 증가하게 되고, 고도가 증가

함에 따라 원지점에서의 속도는 감소하게 된다. 따라서 지구 비대칭 중력을 고려했을 경우에는 그렇지 않은 경우보다 연료의 소모가 적은 것으로 나타났다.

I. 서 론

지상에서 인공위성을 발사하면 낮은 고도의 궤도에 인공위성을 올려 놓은 뒤 발사체의 3단 모우터 또는 근지점 분사 모우터(apogee kick motor) 등을 분사시켜 최종궤도로 진입하게 된다. 이 때 발사체가 모우터를 분사하기 전인 낮은 고도의 궤도를 주차궤도(parking orbit)라고 하고, 최종궤도로 진입하기 위해 발사체의 모우터를 분사시켜 얻은 새로운 궤도를 전이궤도(transfer orbit)라 한다. 주차궤도는 일반적으로 지상고도 100km~300km 상공의 저고도에 위치하고 있고, 전이궤도는 주차궤도와 최종궤도의 궤도요소를 고려하여 결정된다.

2개의 궤도 사이를 전이하는 방법 중 하나로 Hohmann 궤도전이를 들 수 있는데, 일반적으로 이 Hohmann 전이궤도는 가장 적은 양의 pulse를 사용하여 궤도를 전이하는 방법으로 알려져 있다. Hohmann은 1957년 이 Hohmann 궤도가 동일한 평면상에 놓여 있는 2 개의 원궤도 사이를 최소의 에너지를 사용하여 전이할 수 있는 궤도라 발표하였고, 그 후 Hinz(1963), Nishimura와 Pfeiffer(1970), Brusch(1979), 그리고 Vinh과 그의 동료들(1988) 등 여러 학자들에 의해 그 밖의 다양한 종류의 전이궤도가 연구되었다.

따라서 궤도전이는 각 궤도의 궤도요소와 분사하는 pulse 횟수를 조합하여 많은 방법을 생각할 수 있겠으나 위성에 적재된 추진제의 양은 제한이 되어 있으므로 적재된 추진제를 최대한 효과적으로 사용하는 최적의 전이궤도에 대한 연구가 필요하게 되었다. 그리하여 이러한 연구(Roy 1962, Kinney *et al.* 1979)로 인해, 궤도전이 도중 오차가 발생할 경우에는 Hohmann 궤도가 최적의 전이궤도가 아니라는 것이 밝혀지게 되었을 뿐만 아니라 궤도전이 도중 발생할 수 있는 오차들과 이를 오차가 궤도전이에 미치는 영향을 고려한 최적 궤도전이에 대해서도 연구가 수행되었다. 이 연구에서는 궤도전이 도중 받는 섭동량 가운데 저고도 위성에 가장 많은 영향을 미치는 지구 비대칭 포텐셜인 J_2 항에 의한 편차와 이 섭동이 전이궤도에 미치는 영향에 대해서 살펴보았으며, 이러한 결과는 로켓의 모우터가 고추력 모우터로서 위성의 속도변화가 순간적으로 일어난다는 가정하에 수행이 되었다.

II. 섭동력이 전이궤도에 미치는 영향

지구와 위성을 점질량이라 가정하고 또한 다른 외부의 힘이 이 두 물체에 작용하지 않는다고 가정하면 이는 이상적인 2체 문제로 케플러 운동으로 설명이 가능하나 실제 지구-위성계

OPTIMAL ORBIT TRANSFER

에서는 여러 가지 종류의 섭동력이 작용하게 된다. 위성이 궤도를 전이하기 위해 1차로 진입하는 주차궤도는 일반적으로 고도 100km~300km 이내의 저고도에 위치하고 있는 것이 보통이므로, 이 궤도에서의 대기 밀도는 이정숙(1988)의 연구에서 나타난 바와 같이 정지궤도의 그것에 약 10⁶배로 매우 높게 나타난다. 그러나 비교의 대상이 된 정지궤도의 대기밀도는 거의 0에 가깝고 인공위성이 주차궤도에 머무르고 있는 시간은 1주기 비만의 대단히 짧은 시간이므로 주차궤도상에서 위성이 대기로부터 받는 섭동은 무시할 수 있다.

그리고 태양이나 달 등과 같은 제3의 물체에 의한 섭동과 태양 복사압 등에 의한 섭동 역시 무시될 수 있을 만큼 적은 양이다. 그러나 지구의 포텐셜을 Legendre 다항식으로 전개하였을 때, 비대칭 포텐셜을 나타내는 J_2 항에 의한 섭동은 기타 다른 섭동에 비해 인공위성에 매우 커다란 영향을 미치게 되므로 섭동을 계산할 때 가장 먼저 고려해야 될 항이다.

J_2 항에 의한 섭동은 Danby(1962), Kozai(1959) 등에 의해 자세히 연구되었다. 특히 Kozai는 J_2 항에 의한 섭동력을 6개의 궤도성분으로 분리시킨 뒤 각 궤도 요소와 섭동력과의 관계를 해석적으로 구하였다.

J_2 항이 전이궤도에 미치는 영향을 알아보기 위해 궤도 경사각에 따른 원점, 반장경, 그리고 이심률의 변화(bias)에 대해 연구해 보았다.

Kozai(1959)에 의하면 J_2 항에 의한 반장경, 이심률, 궤도 경사각의 영년 변화는 0이므로 이를 궤도요소들에는 단주기 섭동이 가장 커다란 영향을 미치는 항으로 작용한다. 궤도 반장경 Δa_p , 이심률 Δe_p 에 대한 섭동은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta a_p = & \frac{J_2 R_e^2}{a} \left[\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e)^{-3/2} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^5 \sin^2 i \cos 2(f+\omega) \right] \quad \dots \dots \dots \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta e_p = & \frac{1}{2} \frac{J_2 R_e^2}{a^2} \frac{(1-e^2)}{e} \left[\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e)^{-3/2} \right\} \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^5 \sin^2 i \cos 2(f+\omega) \left. \right] \\ & - \frac{3}{4} \frac{J_2 R_e^2}{ap} \frac{(1-e^2)}{e} \left\{ \cos 2(f+\omega) + e \cos(f+\omega) \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} e \cos(3f+2\omega) \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (2) \end{aligned}$$

여기서 각 변수들은

e : 궤도의 평균 이심률

R : 지구 평균 반경 = 6378.14km

i : 궤도 경사각

a : 궤도의 평균 반장경

r : 지구 중심으로부터 위성까지의 거리

f : 진근점 이각(true anomaly)

ω : 근지점 인수(argument of perigee)

$$p = a(1-e^2)$$

$$J_2 = 1082.63 \times 10^{-6}$$

을 나타낸다.

따라서 이 두 식을 연구하면 위성 고도의 변화를 예측할 수 있다.

III. 결 과

1) 주차궤도로부터 전이궤도 사이에 작용하는 섭동

주차궤도에서 전이궤도로 진입할 경우에는 근지점에서 pulse를 발사하므로 $r=a(1-e)$, $f=0^\circ$ 가 된다. 그리고 원지점에서 $f=(2k-1)\times 180^\circ$ 가 되며 지구의 적도 상공에 근지점과 원지점이 오게 됨에 따라 승교점 인수는 0° 또는 180° 를 갖게 된다. 이 때 k는 위성이 두번째 pulse를 발사하게 될 때의 원지점 통과 횟수이다.

따라서 전이궤도에 작용하는 섭동은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta a &= (\Delta a)_{f=0^\circ} - (\Delta a)_{f=180^\circ} \\ &= J_2 \left[\frac{R_e^2}{a} \frac{1}{(1-e)^3} - \frac{1}{(1+e)^3} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta e &= (\Delta e)_{f=0^\circ} - (\Delta e)_{f=180^\circ} \\ &= J_2 \frac{R_e^2}{a^2} \left[\frac{1-e^2}{2e} \left\{ \frac{1}{(1-e)^3} - \frac{1}{(1+e)^3} \right\} \frac{2 \sin^2 i}{1-e^2} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta r &= (a + \Delta a)(1 + e + \Delta e) - a(1 + e) \\ &\cong a\Delta e + \Delta a(1 + e) \end{aligned} \quad (5)$$

OPTIMAL ORBIT TRANSFER

식 (3)에서 알 수 있듯이 반장경의 변화는 경사각과 무관하고 단지 궤도의 반장경과 이심률에만 관계한다. 이와는 달리 Δe 는 반장경과 이심률뿐만 아니라 궤도 경사각의 함수이고, 식 (5)에서 $\Delta e \propto a$ 는 매우 작은 양이므로 생략이 가능하다.

그림 1에서 알 수 있듯이 J_2 항에 의한 섭동으로 인해 r 이 증가하므로 그 섭동량 만큼 AMF(Apogee Motor Fire)에 사용되는 pulse를 줄일 수 있는 것으로 생각된다. 그림 2는 그러한 속도의 변화와 원지점과의 관계를 궤도 경사각을 변화시켜가며 나타낸 것이다.

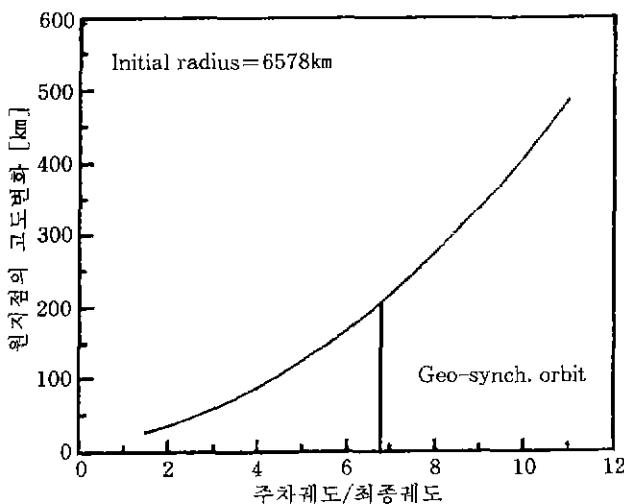


그림 1. 전이궤도 원지점의 고도 변화. 가로축은 주차궤도와 최종궤도의 비를, 세로축은 전이궤도의 원지점 변화를 나타낸다.

원지점의 변화는 궤도 경사각에 의한 영향을 거의 받지 않는 것으로 나타났다. 이는 궤도 반장경의 변화가 궤도 경사각에 독립적이고, 이심률 역시 궤도 경사각이 30° 변화하는 동안 약 0.0001의 변화만을 나타내는 데에 그 원인이 있다 하겠다.

그림 2는 그림 1과 비슷한 변화 양상을 보이나 전이궤도의 이심률이 매우 크므로 반장경의 변화량은 원지점 고도 변화보다 작게 나타났다.

그림 3은 이심률의 변화량을 전이궤도의 원지점 반경과 근지점 반경의 비, 그리고 궤도 경사각의 함수로써 나타낸 것이다. 이심률의 변화는 반장경의 변화와는 달리 두 반경의 비가 커짐에 따라 감소하는 경향을 보이며, 궤도 경사각이 커짐에 따라 역시 줄어드는 현상을 보인다. 따라서 주차궤도와 최종궤도의 경사각의 차이가 클수록 궤도 경사각이 궤도전이에 미치는 영향은 작아진다고 하겠다.

지구 비대칭 중력은 궤도전이시 전이궤도의 원지점 고도를 증가시키므로 위성을 진입시킬 때에는 원지점 고도를 원하는 위치보다 낮게 잡아야 하는데, 이 과정에서 궤도전이에 필요한 pulse량을 줄일 수 있다. 그림 4는 이러한 속도의 변화를 보여 주는데, 속도의 변화가 음수로

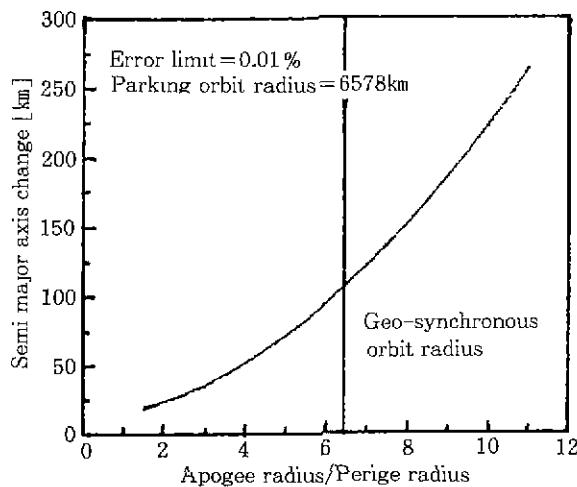


그림 2. 원지점 반경과 근지점 반경의 비에 대한 궤도 반장경의 변화.

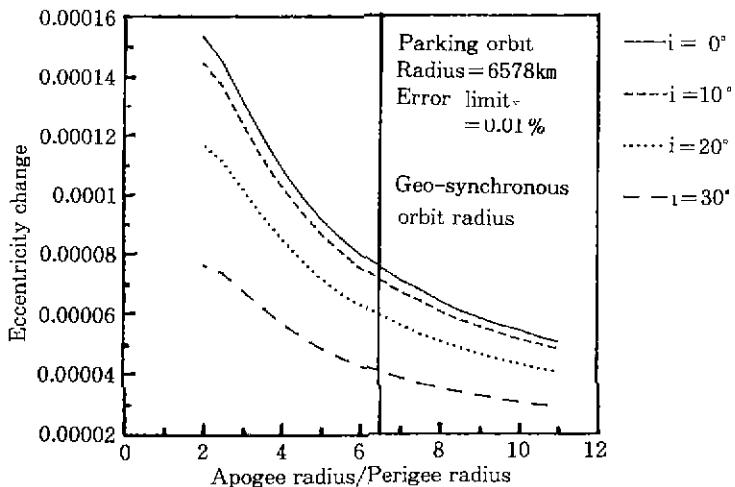


그림 3. 원지점 반경과 근지점 반경의 비에 대한 이심률의 변화.

OPTIMAL ORBIT TRANSFER

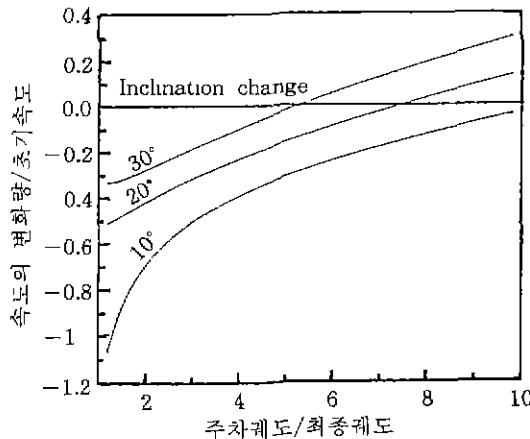


그림 4. 근지점에서 변화시켜야 할 속도. 가로축은 최종궤도와 주차궤도의 비를 세로축은 섭동으로 인해 변화시켜야 할 속도와 주차궤도상에서의 속도와의 비를 나타낸다.

나타난 부분은 섭동을 고려했을 경우가 그렇지 않을 때보다 적은 pulse량으로 원하는 고도까지 위성을 옮겨 놓을 수 있다는 것을 뜻하고, 양수로 나타난 부분은 이와 반대로 더 많은 pulse가 필요하다는 것을 나타낸다. 궤도 경사각의 변화가 작을수록 섭동에 의한 효과가 커져서 속도의 변화가 많이 요구되는데, 이는 그림 3과도 잘 부합된다.

한편, 두 궤도의 거리의 비가 클 때에는, 섭동에 의해 전이궤도의 원지점이 증가하는데도 불구하고 오히려 PMF(Perigee Motor Fire) 때 분사하는 pulse의 양을 늘려야 한다.

2) 전이궤도에서 최종궤도 사이에 작용하는 섭동

전이궤도에서 최종궤도까지 이동 도중 받는 섭동량 역시 앞에서 설명한 것과 같은 방법으로 구할 수 있다. 그러나 이 때 J_2 항에 의한 섭동은 표 1에서 볼 수 있는 것과 같이 매우 작은 양이므로 궤도전이시 고려의 대상이 되지 못한다고 억격진다.

IV. 결론 및 토의

궤도전이 동안 받는 섭동력 중 J_2 항에 의한 섭동은 전이궤도의 원지점 분사시에는 무시할 수 있으나 근지점 분사시에는 무시하기가 곤란한 것으로 나타났다. 예를 들어 전이궤도의 적도 상공 근지점 고도가 185 km이고 지구 중심으로부터 원지점까지의 거리가 43259 km로 계획

표 1. 전이궤도와 최종궤도 사이에 작용하는 섭동

전이궤도	최종궤도	섭동량
궤도 반장경	24911 km	42711 km
궤도 이심률	0.73648	0.01282
전이궤도의 원지점 고도		7.245×10^{-5}
		3.1748 km

되었다면 섭동으로 인해 일어나는 원지점의 변화는 196 km인데 비해 3σ 허용오차는 116.8 km로서 섭동에 의한 편차가 허용오차보다 더 커지게 된다. 이를 보정하기 위해서는 추진제를 추가로 분사시켜야 하므로 위성의 BOL(Beginning Of Life)질량이 작아지게 되어 결과적으로 위성의 수명이 단축되는 현상을 빚게 된다.

J_2 항에 의한 섭동은 원지점의 고도가 증가하는 방향으로 나타나므로 근지점 모우터 분사시 섭동을 고려하지 않았을 때보다 적은 양의 pulse를 사용하여도 원하는 고도까지 위성을 진입 시킬 수 있게 된다.

그러나 궤도 경사각의 변화가 심하고 최종궤도와 주차궤도와의 비율이 커지면 앞의 현상과는 반대로 더욱 많은 pulse량이 요구된다. 또한 궤도 경사각의 변화에 따른 반장경의 변화는 반장경의 크기에 비해 작은 변화 양상을 보이나 이심률은 상대적으로 커다란 변화를 나타낸다.

지금까지는 high-thruster를 사용하여 궤도를 전이하는 방법을 연구하였으므로 순간적 또는 충분히 짧은 시간 동안 가속이 된다는 가정하에 연구가 진행되었다. 그러나 Spencer(1982)는 low-thruster를 사용한 궤도전이는 위성을 조작하는 시간이 길어진다는 단점이 있지만 high-thruster를 사용하는 궤도전이보다 신빙성이 높다고 발표하였다. 이러한 low-thruster 궤도전이는 지금까지 언급한 궤도전이와는 사뭇 다른 양상을 보이므로 이에 따른 추가적인 연구가 필요하다고 생각한다.

OPTIMAL ORBIT TRANSFER

참고문헌

- 이정숙, 1988, 석사 학위 논문, 연세대학교.
- Brusch, R. G. 1979, *J. Guidance and Control*, 2, 3.
- Danby, J. M. A. 1962, *Fundamentals of Celestial Mechanics*(McMillan : New York), pp. 155-157.
- Kinney, W. D., Corio, A. J., Ormsby, F. N., and Seagrist, R. P. 1979, *SBS Mission Planning Study Final Analysis Report*(Communications Satellite Corporation : Washington D. C.), pp. 1-40.
- Hinz, K. H. 1963, *AIAA J.*, 1, 1367.
- Kozai, Y. 1959, *Astron. J.*, 69, 369.
- Nishimura, T. and Pfeiffer, C. G. 1970, *J. Spacecraft*, 7, 4.
- Spencer, T. M., Glickman, R., and Bercaw W. 1982, *J. Guidance and Control*, 5, 372.
- Roy, A. E. 1965, *The Foundation of Astrodynamics*(McMillan:New York). pp. 239-255.
- Vinh, N. X. and Kuo, S. H. 1988, *Astronaut. Acta*, 17, 875.