J. Astron. Space Sci., Vol. 7, No. 1, 23−35(1990)

지구 비대칭 중력장이 정지위성에 미치는 효과

박종욱 · 문인상 · 최규홍
연세대학교 천문대기과학과

최 용 석
전자통신연구소 위성통신연구실
(1990년 3월 3일 접수 ; 1990년 5월 1일 수리)

RESONANCE EFFECT ON THE GEOSYNCHRONOUS ORBIT DUE TO THE NON-ZONAL GEOPOTENTIAL

Jong-Uk Park, In-Sang Moon, and Kyu-Hong Choi
Dept. of Astronomy and Atmospheric Sciences, Yonsei University,
Seoul 120-749
and
Yong-Seok Choi
Satellite Communication Section, Electronics and Telecommunication
Research Institute, Daejeon 305-350
(Received March 3, 1990 ; Accepted May 1, 1990)

Abstract

Resonance effect on the orbital elements of geosynchronous artificial satellite due to the non-zonal geopotential has been calculated.

For the perturbation of a artificial satellite, perturbation effects due to the non-zonal geopotential is less than due to the J_2 or Luni-Solar perturbation, but non-zonal harmonics resonance exist. So, we calculate the perturbation of geosynchronous artificial satellite orbit due to the non-zonal harmonics resonance.

The effect on the orbit eccentricity of non-zonal harmonics resonance is represented by a phase plane plot of e_c verse e_s. The evolution of mean longitude and semi-major axis are obtained.

요 약

지구의 중력장 중에서 비대칭 중력장이 정지위성의 궤도요소에 미치는 섭동을 계산하였다. 지구의 비대칭 중력장(non-zonal geopotential)에 의한 섭동이 인공위성의 궤도요소에

미치는 영향은 J_2항 또는 Luni-Solar 섭동에 의한 영향보다는 작지만, 이 지구 비대칭 중력장 함수에는 sine값이 1이 되는 강한 공명항이 존재한다. 따라서 지구의 비대칭 중력장 중 이러한 공명항에 의한 정지위성의 궤도요소 변화를 구하였다.

지구의 비대칭 중력장에 의해서 섭동을 받는 궤도 이심률의 변화를 e_c와 e_s의 위상면상에서 나타냈고, 평균경도(L_c)와 궤도 반장경(a)에 대한 변화양상도 구하였다.

I. 서 론

지구가 완전한 점질량이 아니며 그 모양이 비대칭이기 때문에 생기는 비대칭 중력 포텐셜 섭동은 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 즉, 위도에 의해서만 변화해가는 zonal harmonics와 경도, 위도에 따라 섭동력이 변화하는 non-zonal harmonics가 그것이다. 이 중 non-zonal harmonics에 대한 이론은 Guttman(1965), Kaula(1966), Gedeon(1969) 등에 의해 연구가 시작되었으며, 잠시의 연구공백이 있은 후 최근 그 연구가 활발히 진행되고 있다(Wnuk 1988b, Lane 1988).

이 논문은 궤도의 이심률(e)이 매우 작고($\sim\times10^{-4}$), $i \ll 1°$인 경우, 즉 방송 통신위성과 같은 정지위성의 궤도요소들에 지구의 비대칭 중력장 중 non-zonal geopotential 함수가 미치는 섭동의 영향을 다루었다. 지구의 비대칭 중력장에 의한 인공위성의 궤도요소 변화는 J_2항 또는 Luni-Solar 섭동보다는 작은 영향을 미치지만 sine 함수값을 1로 만들어 주는 강한 공명항이 존재한다. 따라서 지구의 비대칭 중력장 중 이러한 공명항 함수를 구하고, Taff(1985)가 제시한 특이점 제거 방법을 이용하여 치환한 치환 공명항 함수를 역시 같은 방법으로 치환한 섭동방정식에 대입하여 정지위성의 각 궤도요소의 변화양상을 추적하였다.

II. 지구 비대칭 중력 포텐셜

비대칭 지구 중력장에 의해 지구 중심으로부터 거리가 r이고, 위도 ϕ, 경도 λ에 위치해 있는 물체가 받는 중력 포텐셜은 다음과 같은 spherical harmonics series의 합으로 나타낼 수 있다(Hagihara 1962).

$$U=\frac{GM\oplus}{r}\left\{1+\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}\left(\frac{R_e}{r}\right)^{l}P_l^m(\sin\phi)(C_{l\,m}\cos m\lambda+S_{l,m}\sin m\lambda)\right\} \quad \cdots\cdots (1)$$

여기에서 C_{lm}과 S_{lm}은 지구 중력장을 구면 좌표계(spherical coordinate system)로 전개했을 때 나타나는 비표준화된 중력장 계수이다.

지구의 중력 포텐셜 함수(식 1)에서 첫째항은 지구를 점질량으로 가정했을 때의 중력 포텐셜이며, 둘째항은 지구의 비대칭 때문에 생기는 지구 비대칭 중력 포텐셜이다. 이 지구 비대칭 중력 포텐셜은 위도에 의해서만 영향받는 zonal harmonics와 경도, 위도에 따라 변화하는 non-zonal harmonics로 나눌 수 있다.

즉, 지구의 중력 포텐셜 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U=\frac{GM\oplus}{r}+U_z(r,\phi)+U_{nz}(r,\phi,\lambda) \quad\cdots\cdots (2)$$

실제로 지구의 모양은 적도면뿐만 아니라 극축에 대해서도 완전한 대칭을 이루지 못하므로 경도, 위도에 따라 변화하는 non-zonal geopotential항도 인공위성의 궤도에 영향을 미치게 된다. 이러한 non-zonal geopotential 섭동함수 $U_{nz}(r,\phi,\lambda)$는 (1)식의 둘째항에서 m≒0인 경우이며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U_{nz}(r,\phi,\lambda)=\frac{GM\oplus}{r}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{l}\left(\frac{R_e}{r}\right)^l P_l^m(\sin\phi)\left[C_{lm}\cos m\lambda+S_{lm}\sin m\lambda\right] \quad\cdots\cdots (3)$$

이 non-zonal geopotential 함수는 경도, 위도의 함수로써 실제 인공위성의 궤도요소 함수로 변화시킬 수 있다(Kaula 1966).

$$U_{nz}=\frac{GM\oplus}{a}\left(\frac{R_e}{a}\right)^l\sum_{p=0}^{l}F_{lmp}(i)\sum_{q=-\infty}^{\infty}G_{lpq}(e)\,S_{lmpq}(\omega,m,\Omega,G_H) \quad\cdots\cdots (4)$$

여기에서 R_e는 지구의 평균 적도반경, a는 위성 궤도의 반장경, i는 위성 궤도의 경사각, e는 위성궤도의 이심률, ω는 인공위성의 근지점 인수(argument of perigee), M은 평균근점이각(mean anomaly), Ω는 승교점 적경(right ascension of ascending node), G_H는 그리니치 항성시이다.

$S_{lmpq}(\omega,M,\Omega,G_H)$는 다음과 같이 표현되는 궤도요소의 함수이다.

$$\begin{aligned}S_{lmpq}(\omega,M,\Omega,G_H)=&\begin{bmatrix}C_{lm}\\-S_{lm}\end{bmatrix}_{l-m\ \text{odd}}^{l-m\ \text{even}}\cos\left[(l-2p)\omega+(l-2p+q)M+m(\Omega-G_H)\right]\\&+\begin{bmatrix}S_{l,m}\\C_{lm}\end{bmatrix}_{l-m\ \text{odd}}^{l-m\ \text{even}}\sin\left[(l-2p)\omega+(l-2p+q)M+m(\Omega-G_H)\right] \quad\cdots\cdots (5)\end{aligned}$$

식 (5)에서 $l-2p=q$일 경우는 non-zonal geopotential함수의 장주기 섭동항이 되며, $l-2p$

$\neq$q인 경우는 단주기 섭동항이 된다. 또한, $G_{lpq}(e)$는 이심률 함수이며, 궤도의 경사각 함수 $F_{lmp}(i)$는 지구의 비대칭 지구 중력장 함수를 Fourier 급수 전개시켰을 때 나타나는 함수로 Kaula(1966)에 의해 처음으로 유도되었는데, 본 연구에서는 항상 실수값을 가지며, 큰 지수의 궤도 경사각 함수 계산에도 매우 정확한 Wnuk(1988a)의 변형된 궤도 경사각 함수를 이용하였다.

Ⅲ. 치환 공명항 함수

인공위성의 궤도에 영향을 주는 섭동력에는 지구의 비대칭 중력 포텐셜, 태양과 달의 중력 포텐셜, 지구의 대기섭동, 태양 복사압 등이 있다. 정지위성($a \cong 6.61R_e$)의 경우를 살펴보면,

$$\frac{J_2}{a^2} = 2.47 \times 10^{-5}$$

$$\frac{M_{☾}}{M_{\oplus} + M_{☾}} = \left(\frac{n_{☾}}{\bar{n}} \right) = 1.625 \times 10^{-5}$$

$$\left(\frac{n_{\odot}}{\bar{n}} \right)^2 = 0.745 \times 10^{-5}$$

이므로 J_2항과 태양, 달의 중력에 의한 섭동은 같은 차수($\times 10^{-5}$)를 갖는다. 여기에서 $\bar{n}$은 궤도의 평균 각속도이고, $M_{☾}$은 달의 질량, $n_{☾}$은 달의 공전 각속도, $n_{\odot}$은 지구의 공전 각속도이다. Non-zonal geopotential항은 차수가 10^{-7}정도로 J_2항이나 Luni-Solar 섭동보다는 작지만 강한 공명항이 존재한다. 따라서 이러한 지구 비대칭 중력 포텐셜 함수 중의 강한 공명항은 인공위성의 궤도계산시 무시할 수가 없다.

지구 비대칭 중력 포텐셜 함수 중에서 S_{lmpq}의 계수는 다음과 같다.

$$(l-2p)\omega + (l-2p+q)M + m(\Omega - G_H) = (l-2p+q)\lambda - q\tilde{\omega} + (m+2p-l)\Omega - mG_H \cdots (6)$$

여기에서 $\tilde{\omega} = \omega + \Omega$으로 표시되는 $\tilde{\omega}$는 근지점 경도(longitude of perigee)이고, $\lambda(\lambda = \omega + \Omega + M)$는 위성의 평균 경도이다.

이 계수에 대한 항은 $e^{|q|}(\sin i)^{|m+2p-l|}$이고 이심률이 적은 경우 q=0로 놓을 수 있다. 강한 공명항이 생기는 경우는 $l-2p=m$인 관계가 성립되어야 하고, 이 경우 Ω의 계수는 0이 된다. 따라서 S_{lmpq}의 계수는 $(l-2p)\lambda - mG_H$가 된다. 이러한 공명항은 장주기 섭동항에서는 나오지 않으며 단주기 섭동항에서만 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
R_{sp1} = \frac{GM\oplus}{a}\Big\{ & \frac{3}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^2 (1+\cos i)^2 \left(1-\frac{5e^2}{2}\right)(C_{22}\cos 2L_c + S_{22}\sin 2L_c) \\
& + \left(\frac{R_e}{a}\right)^3 \left[\frac{15}{16}\sin^2 i\,(1+3\cos i) - \frac{3}{4}(1+\cos i)\right](1+2e^2)(C_{31}\cos L_c + S_{31}\sin L_c) \\
& + \left(\frac{R_e}{a}\right)^3 \frac{15}{8}(1+\cos i)^3 (1-6e^2)(C_{33}\cos 3L_c + S_{33}\sin 3L_c) \\
& + \left(\frac{R_e}{a}\right)^4 \left[\frac{105}{18}\sin^2 i\cos i\,(1+\cos i) - \frac{15}{8}(1+\cos i)^2\right] \\
& \qquad \times (1+e^2)(C_{42}\cos 2L_c + S_{42}\sin 2L_c) \\
& + \left(\frac{R_e}{a}\right)^4 \frac{105}{16}(1+\cos i)^4 (1-11e^2)(C_{44}\cos 4L_c + S_{44}\sin 4L_c)\Big\} \quad \cdots\cdots (7)
\end{aligned}
$$

여기에서 $L_c = \lambda - G_H = \omega + \Omega + M - G_H$이다.

그 다음의 공명항은 $q=\pm1$인 경우의 항인데, 이 때 공명항의 조건은 $l-2p\pm1=m$이고, 다음과 같은 단주기 섭동과 장주기 섭동 함수를 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
R_{sp2} = \frac{GM\oplus}{a}\Big\{ & -\frac{45}{2}\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 e\sin i\left[-S_{32}\cos(2L_c-\omega) + C_{32}\sin(2L_c-\omega)\right] \\
& - \frac{15}{2}\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 e\sin i\left[-S_{32}\cos(2L_c+\omega) + C_{32}\sin(2L_c+\omega)\right] \\
& + \frac{75}{8}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 e\sin i\left[-S_{41}\cos(L_c-\omega) + C_{41}\sin(L_c-\omega)\right] \\
& - \frac{15}{8}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 e\sin i\left[-S_{41}\cos(L_c+\omega) + C_{41}\sin(L_c+\omega)\right] \\
& - \frac{945}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 e\sin i\left[-S_{43}\cos(3L_c-\omega) + C_{43}\sin(3L_c-\omega)\right] \\
& - \frac{315}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 e\sin i\left[-S_{43}\cos(3L_c+\omega) + C_{43}\sin(3L_c+\omega)\right]\Big\} \quad \cdots\cdots (8)
\end{aligned}
$$

$$
R_{lp} = \frac{GM\oplus}{a}\left(\frac{R_e}{a}\right)^2\left(\frac{15}{2}\right) e\sin i\left[S_{32}\cos(\tilde{\omega}+\Omega-2G_H) - C_{32}\sin(\tilde{\omega}+\Omega-2G_H)\right] \cdots (9)
$$

결국, non-zonal geopotential 함수 중에서 공명항 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$
R_{nr}(r, \phi, \lambda) = R_{sp1} + R_{sp2} + R_{lp} \quad \cdots\cdots (10)
$$

정지위성의 경우, 궤도 경사각과 궤도 이심률이 각각 $i \ll 1°$, $e \ll 1$이므로 특이점(singular point)이 발생한다. 따라서 이러한 특이점을 제거시키는 방법들이 모색되어져 왔다(Kozai 1961, Lyddane 1963). Taff(1985)는 다음과 같은 치환을 사용하여 특이점을 제거시키는 방법을 제시하였다.

$$e_c = e\cos\tilde{\omega},\ e_s = e\sin\tilde{\omega},\ L = \omega + \Omega + M$$
$$W_c = \sin i\cos\Omega,\ W_s = \sin i\sin\Omega \qquad (11)$$

여기에서 $\tilde{\omega}$는 $\tilde{\omega} = \omega + \Omega$로 나타나는 근지점 경도(longitude of perigee)이다. 특히 이 논문에서는 위성의 평균 경도 L을 non-zonal geopotential 섭동함수의 경우 $L_c = L - G_{11}$로 치환하였다. 각 공명항 함수를 e_c, e_s, W_c, W_s, L_c의 함수로 치환한 치환 공명항 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
R_{s\,p1} = \frac{GM\oplus}{a}\Big\{ & \frac{3}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^2 (1+\cos i)^2 (C_{22}\cos 2L_c + S_{22}\sin 2L_c) \\
& - \frac{3}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 (1+\cos i)\,(C_{31}\cos L_c + S_{31}\sin L_c) \\
& + \frac{15}{8}\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 (1+\cos i)^3 (C_{33}\cos 3L_c + S_{33}\sin 3L_c) \\
& - \frac{15}{8}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 (1+\cos i)^2 (C_{42}\cos 2L_c + S_{42}\sin 2L_c) \\
& + \frac{105}{16}\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 (1+\cos i)^4 (C_{44}\cos 4L_c + S_{44}\sin 4L_c)\Big\} \qquad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{s\,p2} = \frac{GM\oplus}{a}\Big\{ & -\left(\frac{45}{2}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 [(C_{32}\sin 2L_c - S_{32}\cos 2L_c)(e_cW_c + e_sW_s) \\
& \quad - (C_{32}\cos 2L_c + S_{32}\sin 2L_c)(e_sW_c - e_cW_s)] \\
& -\left(\frac{15}{2}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^3 [(C_{32}\sin 2L_c - S_{32}\cos 2L_c)(e_cW_c + e_sW_s) \\
& \quad + (C_{32}\cos 2L_c + S_{32}\sin 2L_c)(e_sW_c - e_cW_s)] \\
& +\left(\frac{75}{8}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 [(C_{41}\sin L_c - S_{41}\cos L_c)(e_cW_c + e_sW_s) \\
& \quad - (C_{41}\cos L_c + S_{41}\sin L_c)(e_sW_c - e_cW_s)] \\
& -\left(\frac{15}{8}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 [(C_{41}\sin L_c - S_{41}\cos L_c)(e_cW_c + e_sW_s) \\
& \quad - (C_{41}\cos L_c + S_{41}\sin L_c)(e_sW_c - e_cW_s)] \\
& -\left(\frac{945}{4}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^4 [(C_{43}\sin 3L_c - S_{43}\cos 3L_c)(e_cW_c + e_sW_s)
\end{aligned}$$

$$-(C_{43}\cos 3L_c+S_{43}\sin 3L_c)(e_sW_c-e_cW_s)]$$
$$-\left(\frac{315}{4}\right)\left(\frac{R_e}{a}\right)^4[(C_{43}\sin 3L_c-S_{43}\cos 3L_c)(e_cW_c+e_sW_s)$$
$$+(C_{43}\cos 3L_c+S_{43}\sin 3L_c)(e_sW_c-e_cW_s)]\Big\} \quad \cdots\cdots(13)$$

$$R_{1p}=-\frac{15}{2}\frac{GM\oplus}{a}\left(\frac{R_e}{a}\right)^2[(C_{32}\sin(2\Omega-2G_H)-S_{32}\cos(2\Omega-2G_H)(e_cW_c+e_sW_s)$$
$$+(C_{32}\sin(2\Omega-2G_H)+S_{32}\cos(2\Omega-2G_H)(e_sW_c+e_cW_s)] \quad \cdots\cdots(14)$$

Ⅳ. 공명항 함수에 의한 섭동

위 식들에서 알 수 있듯이 치환 공명항 함수 중 R_{sp2}와 R_{lp} 함수에는 각각 e_cW_c, e_sW_s, e_cW_s, e_sW_c항이 존재하는데, 그 값이 10^{-10} 이하이므로 R_{sp2}와 R_{lp} 치환 공명항 함수는 계산에서 무시하였다. 따라서 단주기 섭동항인 R_{sp1} 함수만을 치환 섭동 방정식(Taff 1985)에 대입하여 궤도 요소의 변화를 구하였다. 한편, 치환 섭동방정식에 단주기 공명항 함수인 R_{sp1}을 대입할 경우 W_c, W_s의 섭동방정식에 W_c, W_s를 포함하는 항이 나타나는데, 그 항들은 매우 작은 값을 가지므로 무시할 수 있다. 결국 공명항 함수에 의한 궤도요소별 단주기 섭동항은 다음과 같이 얻을 수 있다. 여기에서 D는 지구의 적도반경대 궤도의 반장경의 비 $\frac{R_e}{a}$이다.

$$\frac{da}{dt}=2na\Big\{\frac{3}{2}D^3S_{31}\sin L_c-\frac{3}{2}D^3S_{31}\cos L_c+(15D^3C_{42}-6D^3C_{22})\sin 2L_c$$
$$+(6D^2S_{22}-15D^4C_{22})\cos 2L_c-45D^3C_{33}\sin 3L_c+45D^3S_{33}\cos 3L_c$$
$$-420D^4C_{44}\sin 4L_c+420D^4C_{44}\cos 4L_c\Big\} \quad \cdots\cdots(15)$$

$$\frac{dL_c}{dt}=-2n\Big\{6D^3S_{31}\sin L_c+6D^3C_{31}\cos L_c+\left(\frac{75}{2}D^4S_{42}-9D^4S_{42}\right)\sin 2L_c$$
$$+\left(\frac{75}{2}D^4C_{42}-9D^2C_{22}\right)\cos 2L_c-60D^3S_{33}\sin 3L_c-60D^3C_{33}\cos 3L_c$$
$$-525D^4S_{44}\sin 4L_c-525D^4C_{44}\cos L_c\Big\} \quad \cdots\cdots(16)$$

$$\frac{de_c}{dt}=n\Big\{\left(\frac{3}{2}D^2C_{22}+\frac{15}{4}D^4C_{42}\right)\sin L_c+\frac{3}{2}D^2S_{22}+\frac{15}{4}D^4S_{42})\cos L_c$$
$$+\left(\frac{9}{2}D^3C_{31}-15D^3C_{33}\right)\sin 2L_c-\left(\frac{9}{2}D^3S_{31}-15D^3S_{33}\right)\cos 2L_c$$

$$-\left(\frac{21}{2}D^2C_{22}-\frac{135}{4}D^4C_{42}+\frac{315}{2}D^4C_{44}\right)\sin 3L_c$$
$$+\left(\frac{21}{2}D^2S_{22}-\frac{135}{4}D^4S_{42}+\frac{315}{2}D^4S_{44}\right)\cos 3L_c$$
$$-75D^3C_{33}\sin 4L_c+75D^3S_{33}\cos 4L_c-\frac{1365}{2}D^4C_{44}\sin 5L_c$$
$$+\frac{1365}{2}D^4S_{44}\cos 5L_c+\frac{3}{2}D^3S_{31}\Big\} \quad \cdots\cdots (17)$$

$$\frac{de_s}{dt}=n\Big\{\left(\frac{3}{2}D^2S_{22}+\frac{15}{4}D^4S_{42}\right)\sin L_c+\left(\frac{3}{2}D^2C_{22}+\frac{15}{4}D^4C_{42}\right)\cos L_c$$
$$+\left(\frac{9}{2}D^3S_{31}+15D^3S_{33}\right)\sin 2L_c-\left(\frac{9}{2}D^3C_{31}+15D^3C_{33}\right)\cos 2L_c$$
$$+\left(\frac{21}{2}D^2S_{22}-\frac{135}{4}D^4S_{42}-\frac{315}{2}D^4S_{44}\right)\sin 3L_c$$
$$+\left(\frac{21}{2}D^2C_{22}-\frac{135}{4}D^4C_{42}-\frac{315}{2}D^4C_{44}\right)\cos 3L_c$$
$$-75D^3S_{33}\sin 4L_c+75D^3C_{33}\cos 4L_c+\frac{1365}{2}D^4S_{44}\sin 5L_c$$
$$+\frac{1365}{2}D^4C_{44}\cos 5L_c-\frac{3}{2}D^3C_{31}\Big\} \quad \cdots\cdots (18)$$

위와 같이 non-zonal geopotential 치환 함수를 치환 섭동 방정식에 대입하여 4th order Runge-Kutta method를 이용하여 적분하였다. 적분구간은 하루로 하였으며, 특히 평균 위성경도 L_c의 값을 구하기 위해 인위적인 drift rate의 조정(maneuver)이 없다고 가정하였다. 결과의 비교를 위해 R_{spl} 함수 중에서 가장 큰 영향을 미치는 항인 C_{22}, S_{22}만이 포함된 다음의 함수를 U_{22}로 정의하여 계산과정을 함께 수행하였다.

$$U_{22}=\frac{GM\oplus}{a}\left\{\frac{3}{4}\left(\frac{R_e}{a}\right)^2(1+\cos\imath)^2(C_{22}\cos 2L_2+S_{22}\sin 2L_c)\right\}$$

그림 1에서 볼 수 있듯이 시간에 따른 반장경의 변화는 약 837.3일의 주기를 가지며, ±22 ㎞의 진폭을 갖고 진동한다. 이 결과 값은 Lane(1988)의 값과 거의 일치하고 있다. R_{spl}섭동함수에서 가장 큰 성분인 U_{22}(지구중력장 계수인 C_{22}, S_{22}항만이 포함된 함수)에 의한 반장경의 변이는 약 900.6일의 주기로 진폭 ±20㎞를 가지고 변화하였다. l, m=4까지의 non-zonal geopotential 함수에 의한 반장경의 변화와 이 함수 중 가장 큰 성분인 U_{22}에 의한 반장경의 변화 사이에는 약 63.3일의 주기 편이가 발생하고 있음을 알 수 있다.

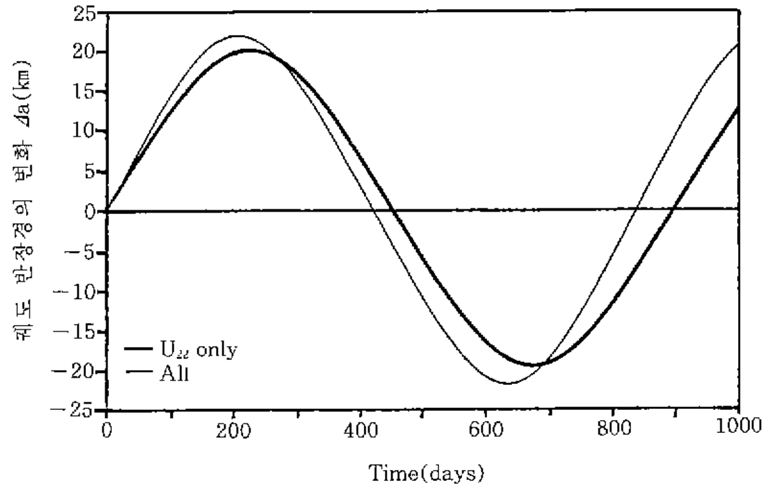

그림 1. 공명항 함수에 의한 정지위성 궤도 반장경의 변화.

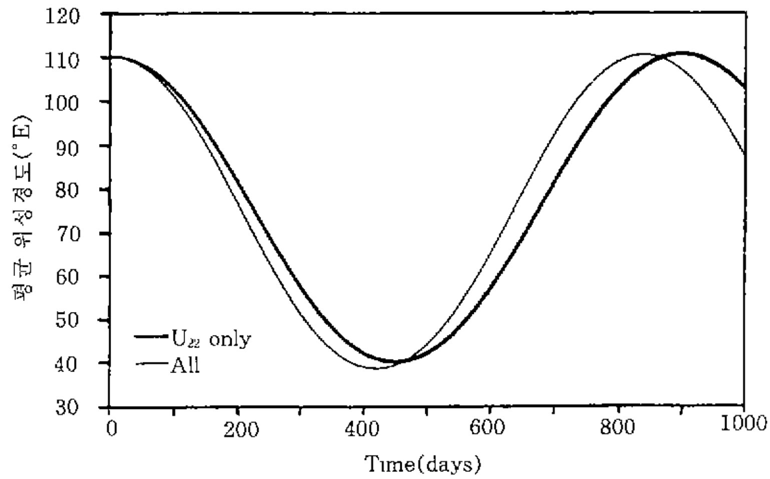

그림 2. 공명항 함수에 의한 평균 위성경도(L_c)의 변화.

평균 위성경도(L_c)의 변화 양상을 그림 2에 나타내었다. 시간에 대한 평균 위성경도의 변화는 단주기 공명항 함수 R_{spl}의 경우 약 818.7일의 주기로 110°E에서 38.5°E까지의 진폭을 가지고 진동하며, 주 성분인 U_{22}에 의해서는 878.9일의 주기로 110°E에서 40°E까지 변화하고 있다. 이 두 결과의 주기편이는 60.2일이다

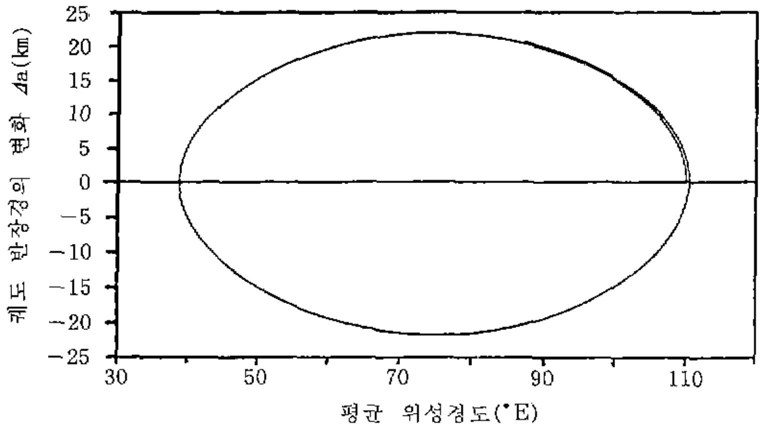

그림 3. 궤도 반장경 변화 대 평균 위성경도(R_{spl}).

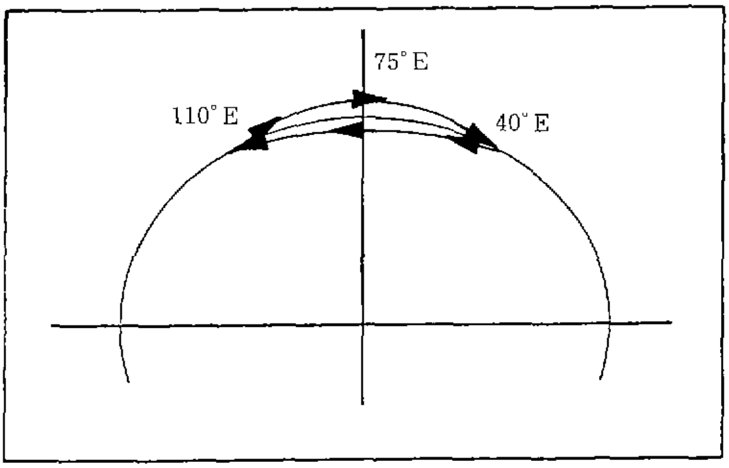

그림 4. 궤도 평면상에서 정지위성의 진화.

결국 그림 1, 2를 이용하여 궤도 반장경대 평균 위성경도의 변화 양상을 살펴보면 110°E에서 38.5°E까지 837.3일의 주기로 반장경의 변화 ±22km를 가지고 진동한다. 이것을 그림 3에 나타내었으며 그림에서 볼 수 있듯이 이 진동이 완전한 타원을 형성하지 못하는 것은 U_{22} 이외의 항에 의해서이다. 실제 정지위성의 궤도면상에서 인위적인 조정(maneuver)이 없을 경우의 운동양상을 반경축에 대해 과장하여 그림 4에 나타내었다.

Non-zonal geopotential 섭동함수에 의한 drift rate의 변화는 자연적인 drift rate(n−G_H)에

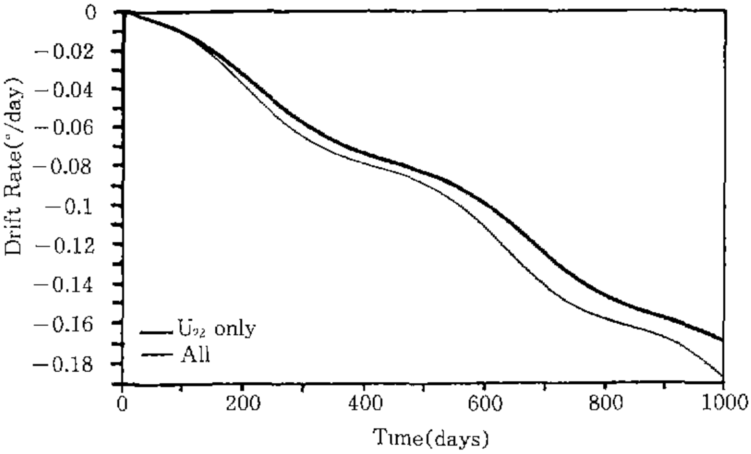

그림 5. 공명항 함수에 의한 drift rate의 변화.

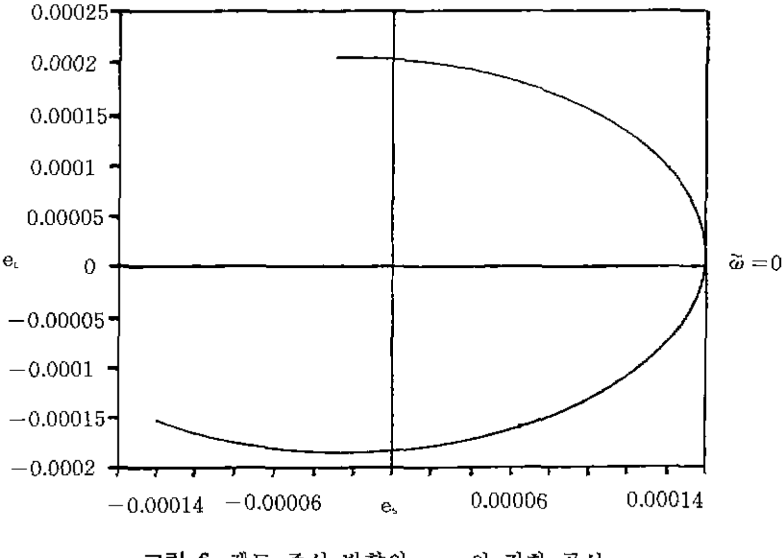

그림 6. 궤도 중심 방향의 e_c, e_s의 진화 곡선.

대해 작게는 0.11%부터 크게는 6%의 영향을 미치고 있으며 drift rate를 감소시켜 주는 방향으로 진화한다. R_{spl}에 의한 drift rate의 진화와 U_{22}에 의한 drift rate의 진화에는 1000일에 0°.02의 편이를 보이고 있음을 그림 5에서 볼 수 있다.

궤도 이심률의 변화는 그림 6에서 보는 바와 같이 423일을 주기로 진동하고 있다. $\tilde{\omega}=0$일 때 e_s의 값은 0.2×10^{-3}이다. 즉 그림 6에서 $\tilde{\omega}=0$인 지점이 춘분점 방향이 된다. 그림 6은 궤도의

중심방향의 e_c와 e_s 위상면이 되며, e_c 대 e_s 그래프상의 어느 지점에서든지 좌표의 원점을 향하는 방향이 바로 궤도의 중심방향이 되는 것이다.

그림 6의 단위계로부터 알 수 있듯이 궤도 이심률(e)의 값은 차수가 10^{-4}이다. 이것은 정지위성의 궤도 이심률이 대개 10^{-4} 정도인 것과 잘 일치하고 있다.

V. 결 론

110°E의 지구 정지궤도(적도 상공 약 35800km)상에 있으며, 정지위성의 이상적인 궤도인 $i < 1°$, $e < 0.1$를 갖는 인공위성의 궤도요소에 non-zonal geopotential 함수가 미치는 섭동의 영향을 다음과 같이 얻었다.

1) 지구 비대칭 중력 포텐셜 함수 중 두번째 공명항에 의한 섭동함수인 R_{sp2}와 R_{lp} 함수는 그 값이 모두 10^{-10} 이하의 차수(order)를 가지므로 섭동력 계산에서 제외시킬 수 있으며, W_c, W_s에 대한 첫번째 공명항(R_{sp1})에 의한 섭동영향도 같은 이유로 제외시킬 수 있다.

2) 반장경의 변화에 대한 평균 위성경도(L_c)의 변화양상이 완전한 타원체를 이루지 못하는 이유는 C_{22}, S_{22} 이외의 지구 중력장 계수가 포함된 항에 의해서 발생되는 섭동 때문이며, 따라서 정확한 계산을 위해서는 지구 중력장 계수의 지수인 l이 3, 4일 경우도 고려하여야만 한다.

3) 정지위성의 경우에 있어서 궤도의 이심률은 지구의 비대칭으로 인한 non-zonal geopotential에 의해서 10^{-10} 이하로는 줄일 수 없다. 즉 지구의 비구형 모양 때문에 생겨나는 어쩔 수 없는 궤도 이심률의 변화로 인해 어떠한 정지위성이더라도 완전한 원궤도를 가질 수는 없다.

4) 자연적인 drift rate($D = n - \dot{G}_H$)에 미치는 지구 비대칭 중력 포텐셜에 의한 공명효과는 지상에서의 인위적인 조정(maneuver)이 없을 경우, 궤도의 평균 각속도와 지구의 자전 각속도의 차이 때문에 생기는 자연적인 drift rate에 0.11%~6%의 영향을 미치므로 함부로 제외시킬 수는 없다.

5) 실제로 지상에서 정지위성을 조정(maneuver)할 경우, 인위적인 drift rate의 조정 때문에 평균 위성경도(L_c)는 30일에 $0.^{\circ}5$ 이하로 변화하지만 인위적인 조정을 할 수 없을 경우에는 하루 평균 $0.^{\circ}175$씩 이동하며 적도상공 75°E 부근의 안정한 영역으로 이동하려고 한다.

결국, 정지위성의 경우 반장경 및 평균 위성경도(L_c), 궤도 이심률(e_c, e_s)을 계산하는 데 있어 non-zonal geopotential은 꼭 고려해 주어야 할 섭동력이다.

참고문헌

Gedeon, G. S. 1969, *Celest. Mech.*, **1**, 167.

Guttman, P. T. 1965, *AIAA J.*, **3**, 330.

Hagihara, Y. 1962, *Astron. J.*, **67**, 108.

Kaula, W. 1966, *Theory of Satellite Geodesy* (Blaisdell : Waltham), pp. 30-41.

Kozai, Y. 1961, *Astron. J.*, **66**, 129.

Lane, M. T. 1988, *Celest. Mech.*, **42**, 3.

Lyddane, R. H. 1963, *Astron. J.*, **68**, 555.

Taff, L. G. 1985, *Celestial Mechanics*(John Wiley & Sons : New York), pp. 308-312.

Wnuk, E. 1988a, *Acta Astronomica*, **38**, 127.

Wnuk, E. 1988b, *Celest. Mech.*, **44**, 179.