〈研究動向〉

波浪變型 數値模型에 關한 硏究動向

李 正 圭* · 李 昌 海**

1. 서 언

海岸構造物의 설계시나 海濱變型에 가장 큰 영향을 주는 요소는 파랑의 진행방향과 크기이다. 深海에서 발생한 파랑은 淺海域에 들어 오면서 屈折, 回折, 淺水, 反射 및 海流의 영향을 받아 파랑의 특성이 변하게 되며 해안의 침식과 퇴적을 일으키는 표사이동에도 크게 영향을 미친다. 이러한 파랑의 특성을 계산할 수 있는 數値模型에 관하여 檢討·考察하여 본다.

파랑의 변형현상을 포함한 모든 水理현상은 질량, 운동량 및 에너지 保存式으로 표현할 수 있다. 이 세가지 기본식들 중 한 두가지의 조합으로 파랑 방정식을 導出하며, 수식의 전개 및 단순화 과정에 따라 여러가지의 모형들이 나오게 된다(유동훈 1988). 이러한 모형들을 개발단계 및 기본방정식의 형태에 따라 분류하고, 각 모형이 적용될 수 있는 해역의 적용범위와 수치계산의 효율 등의 장·단점을 살펴보고자 한다.

2. 파향선 모형

파랑의 屈折 및 淺水效果만을 고려한 波向線法은 파랑해석의 가장 고전적인 방법으로 Arthur(1946)가 수심이 변하는 곳에서 파랑해석에 처음 사용하였고, Munk와 Arthur(1952)가 파향선 간격을 구하는 방법을 제시하였으며, Dobson(1967)등이 파향선 추적법에 대한 수치해법을 연구하였다. 이러한 파향선법의 基本式은 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{ds}=\frac{1}{C}\left(\sin\theta\frac{\partial C}{\partial x}-\cos\theta\frac{\partial C}{\partial y}\right)$$

여기서, s는 파향선을 따른 거리, θ는 파향선과 x축이 이루는 角이고, C는 파속으로 파랑운동의 수심확산특성을 나타내는 分散式(dispersion equation)으로 부터 얻어진다. 파향선을 추적해 나가는 방법은 수심자료로부터 구한 수심으로 파속을 구하고, 식(1)을 이용하여 曲率을 계산하여 새로운 점을 찾는다. 이점에서 또 곡율을 계산하여 전 점에서의 값과 비교하여 수렴할 때까지 같은 방법으로 반복하여 파향선을 추적해 나간다. 이러한 과정을 모형해석에서 필요한 만큼의 파향선에 대하여 반복적용하여 波向線圖를 그릴 수 있다.

파향선상의 波高 H는 인접한 두개의 파향선 사

---

* 한양대학교 공대 토목공학과 교수
** 한양대학교 대학원

이에서 에너지는 보존된다는 이론으로 다음과 같이 구할수 있다.

$$H = H_o \cdot K_s \cdot K_r \tag{2}$$

여기서, H_o는 심해파고, K_s는 천수계수, K_r는 굴절계수이다. 해양연구소에서는 1987년에 Dobson(1967)이 제시한 방법으로 K_r을 계산하여, 굴절도 작성 및 파고계산에 사용한바가 있다. 이러한 파향선 추적법은 파향선이 지나가는 곳에서만 파랑특성을 구할 수 있어 대상영역 전체에 대하여 계산할 수가 없다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 김철(1987)등은 Keller의 漸近近似法(asymptotic approximation)을 도입하여 고정격자 점에서 파향 및 파고를 계산하였다. 그러나 파향선법의 단점으로는 해저지형이 불규칙한 해역에서는 굴절계수가 심해경계면의 파향과 파의 주기에 매우 민감하므로 파향선 간격의 최적치를 구하는데 문제가 있고, 특히 波交點(caustic) 부근에서는 파향선이 서로 만나게 되어 발산하므로 파고를 계산할 수 없다.

이를 해결하기 위하여 Bouws(1982)와 Southgate(1984)의 統計的概念에 근거를 두고 파교점에서의 파고를 계산한 모형과 背後地로의 회절현상에 대해서 방파제 끝단에서 파향선을 임의로 투입하는 방법을 도입한 Larsen(1978)과 Southgate(1985)의 모형등이 있으나 근본적인 物理的현상을 적절히 재현하기에는 부족하다. 파향선법에 기초를 둔 모형은 회절현상을 정확히 해석하기에는 미흡하다고 알려져 왔는데, 회절현상이 일어날때 변형된 확산식을 파수보존식에 도입하여 회절현상을 해석할 수 있는 모형이 Yoo(1988)에 의해 발표되었다. 이 모형은 수정된 파향선법으로 기본식을 水深積分한 후 주기에 대하여 평균한 것이므로 週期平均模型이라고도 하는데, 회절현상을 고려할 수 있도록 개선된 波水保存式과 수심적분하여 주기평균된 에너지보존식으로 짝을 이루어 구성된 雙曲型偏微分方程式이므로 初期値의 문제로서 효율적인 수치해법을 적용할 수 있다.

3. 수심적분 모형

보다 근본적으로 파랑운동을 표현하기 위해서는 수입자의 어느 한점에 작용하는 유체의 동역학적 특성들을 조합하여 기본방정식으로 나타내야 할 것이다. 이런 수식에는 가정이 따르게 되는데, 粘性과 剪斷應力을 무시하면 非壓縮性의 非粘性에 대한 支配方程式을 적용할 수 있고 流體의 입자를 非回轉性이라 하면 유체운동을 3차원 속도포텐셜을 이용하여 나타낼 수 있다. 이런 수식을 이용한 모형은 많은 계산시간과 커다란 記憶容量을 필요로 하므로, 기본식을 水深積分하여 2차원 속도포텐셜등으로 파랑현상을 묘사하는 수식을 유도하고 이것을 이용하여 수치해석하는 모형을 수심적분모형이라 분류한다.

수심적분모형의 대표적인 것으로 1972년에 발표된 Berkhoff의 완경사 방정식의 모형은 3차원 속도포텐셜식을 자유표면 경계조건과 바닥 경계조건을 이용하여 수심에 대하여 적분하고 海底面경사가 완만하여 이에 대한 2차이상의 항을 무시할 수 있다는 가정하에 유도된 것으로, 기본방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + \omega^2 \frac{C_g}{C} \phi = 0 \tag{3}$$

여기서, ϕ = 속도포텐셜, $C = \omega / k$, C_g(군속도)$= nC$, $\omega^2 = gk \tanh(kh)$이고, $n = \frac{1}{2}(1 + 2kh/\sinh(2kh))$이다. 이 완경사모형은 수심에 대한 全水域에 적용할 수 있고, 완경사의 가정은 그리 엄격한 것은 아니며, 굴절, 회절 및 반사를 고려할 수 있으나, 기본식이 楕圓形이므로 완전한 陰解法으로 풀어야 되는 境界値問題가 되어 계산시간이 많이 걸리고, 경험식에 의존하는 연안선 인근지역을 포함할때 수치해가 경계치에 민감하므로 수치해석상에 문제가 발생한다는 단점이 있다. Booij가 1981년에 개발한 모형은 屈折, 回折, 反射 및 海流와의 合成효과를 고려

할 수 있으나, 수치해석상의 어려움 때문에 실제 문제 적용에는 많은 개선이 필요하다.

완경사방정식이 발표되었던 1972년에 같은 學術會議에서 발표된 Ito와 Tanimoto의 한쌍의 1차 방정식은 質量保存式과 運動量保存式을 직접 수심적분하여 유도한 모형로서, 굴절, 회절 및 반사를 고려할 수 있고, 陽解法이나 交互陰解法(A.D.I. method)을 사용할 수 있어 Berkhoff의 완경사모형보다 수치계산의 효율은 더 높으나, 유도할때 경사의 영향과 2차원 傳導效果를 무시하였기 때문에 파랑의 군속도와 位相速度의 차가 큰곳에서는 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

1983년 Nishimura는 질량과 운동량보존식 대신에 에너지보존식을 적분하여 全海域에 적용할 수 있는 쌍곡형모형을 개발하였다. 이 모형의 오차의 정도는 타원형모형과 같고 이를 非定常 緩傾斜 方程式(time-dependant mild-slope equation)이라고도 한다. 수치해석은 초기치 문제로 풀 수 있으므로 경계치문제로 푸는 타원형모형보다 계산효율이 높다.

Copeland(1985)는 에너지 보존법칙을 기초로 하는 완경사방정식을 시간의존형태로 바꾸고 Ito와 Tanimoto의 유도식과 유사한 형태로 다음과 같은 한쌍의 1차원 쌍곡형 방정식으로 유도해 냈다.

$$\nabla Q+\frac{C_g}{C}\frac{\partial \eta}{\partial t}=0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+CCg\nabla \eta=0 \qquad (5)$$

여기서, Q는 물입자의 속도를 수심에 대해 연직으로 적분한 선유량값이고, η는 수면의 높이(surface elevation)이다. 식(4)와 (5)를 수치해석하는 방법은 임의 반사율경계와 도입경계를 이용하여 양해법으로 풀 수 있다. 이러한 Copeland의 모형은 굴절, 회절 및 반사의 효과를 고려할 수 있고, 초기치 문제로 풀 수 있어 楕圓形모형보다 수치해석의 효율이 매우 높다.

해류와의 합성효과를 고려할 수 있는 모형은 타원형방정식으로 부터 水面境界條件과 파랑운동의 反復特性을 이용하여 유도한 1987년의 Dong의 모형과 Yoo와 O'Connor(1988)의 쌍곡형방정식을 移動座標系를 이용하여 변환시켜 얻은 모형이 있다. 그 기본방정식의 형태는 아래와 같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\left(1+\frac{K_iU_i}{\sigma_o}\right)\frac{1}{n}\frac{\partial}{\partial x_i}(nR_i)=0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial t}+\left(1+\frac{K_iU_i}{\sigma_o}\right)C^2\frac{\partial \zeta}{\partial x_i}=0 \qquad (7)$$

여기서, $i=1,2$이고, $\zeta=\eta/\sigma_o$, K는 波數(wave number), U는 流速, $R=\eta/K$, σ_o는 角速度(Doppler-shifted frequency)이다. 수치해법으로는 leap-frog양해법을 사용하였고, 이상과 같이 Yoo와 O'Connor의 모형은 屈折, 回折, 反射 및 海流와의 合成등을 고려할 수 있는것으로 이론적 타당성이 충분이 입증되었다고 한다.

위에서 나타낸 모형들은 非線形項을 포함시키지 않았으나, 파랑의 굴절, 회절 및 반사등을 재현하고, 파랑운동의 비선형효과도 고려할 수 있는 Boussinesq모형(非線形 水深積分모형)이 있다. 이 모형은 불규칙한 沿岸域에 적용할 수 있는 2차원 수식이 개발된 1960년대 말이후 공학적으로 널리 이용되어 항만설계에 많이 쓰이는 淺海波의 변형특성연구에 가장 적합한 모형이다. 그러나 이 모형은 파랑운동에 의한 水粒子의 유속을 단지 해저면으로부터의 거리에 비례한다고 가정했기 때문에, 이 모형의 적용은 천해역에 국한된다.

4. 진화모형(evolution model)

이상에서 거론한 수심적분모형은 굴절, 회절, 반사 및 해류와의 합성효과등을 고려할 수 있는

장점이 있으나, 수심적분식의 수치해석을 위해서는 格子網을 一波長內에 최소한의 격자점이 필요하다는 약점이 있어 광범위한 지역에 적용하기에는 문제점이 많다.

파랑운동은 주기를 따라 반복운동하므로 正弦曲線式으로 表示하여 수심적분식에 대입한 후 各變數의 振幅만을 추출하여 진화모형을 만든다. 이러한 진화모형은 수심적분모형을 단순화해서 만든것으로서, 타원형 수심적분으로부터 抛物形모형을 만든 Kirby(1984)와 Radder(1979), Liu(1983)의 모형이 있고, 타원형에서 타원형으로 만든 Ebersole(1986)의 모형이 있으며, 쌍곡형 수심적분모형으로 부터 쌍곡형모형을 만든 Madsen(1987)의 모형이 있다.

포물형모형은 좌표축을 主波向에 맞춘후 수식을 단순화하였기 때문에 다른 방향으로의 에너지 전파는 무시되어 防波堤 背後地로의 회절은 해석하기 곤란하며, 진행파만을 고려하였기 때문에 반사의 영향이 큰곳에서는 적용할 수가 없다. 1984년에 Liu와 Tsay가 개발한 모형의 기본방정식을 근간으로 하여, 자유수면항으로 유도한 완경사방정식을 해저경사가 비교적 완만하여 수심변화에 의한 반사파의 영향을 무시할 수 있고, 측방향의 파고변화가 진행방향의 파고변화보다 훨씬 빠르다는 가정하에 유도된 선형 포물형방정식은 다음과 같다.

$$2i\bar{k}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{1}{CC_g}\ \frac{\partial}{\partial y}[CCg\frac{\partial A}{\partial y}]$$

$$+[i\frac{1}{CC_g}[\frac{\partial(\bar{k}CC_g)}{\partial x}]+(k2-\bar{k}^2)]A=0 \qquad (8)$$

여기서, A는 진폭이고, $\bar{k}$는 y방향으로 수심을 평균한 x의 함수로된 평균수심($\bar{h}$)의 波數로서 각 격자점에서의 파수 k와 마찬가지로 分散式(dispersion equation)으로 구한다.

위 방정식은 이정규와 이종인(1990)에서도 사용된것으로, 수치해법은 陰解法이 사용되나 three diagonal matrix를 푸는 문제가 되고, 기본식이 시간에 무관하므로 반복과정이 필요없으므로 계산 효율이 매우 높아 반사파의 영향이 현저하지 않은 곳에서는 대단히 效率的인 방법이다.

1983년에 Liu가 개발한 모형은 海流와의 合成을 고려할 수 있는것이나 수치해석상의 문제점으로 융통성있게 실제문제에 적용하기에는 부족하다. 약간의 수정을 거쳐 약한 반사효과를 고려할 수 있는 또다른 포물형모형이 Liu에 의해 1983년에 개발되었으나, 反射波가 강한 지역에서는 적용이 불가능하다.

포물형모형은 배후지 회절뿐 아니라 주 방향이 여러개인 경우에 적용이 거의 불가능하여 이를 보완하기 위한 방법으로 좌표축을 파향에 고정시키지 않고 타원형 수심적분식을 단순화 시켜 보다 적용범위가 넓은 타원형모형을 Ebersole이 개발했다. 기본식중 하나가 쌍곡형이고 다른 하나는 타원형인데 두식 모두 陽解法으로 반복과정을 거치지 않고 해를 구할수 있어, 계산효율도 포물형모형과 거의 같다. 실제 파향방향이 다양한 매우 복잡한 河口에 적용한 예가 있다.

쌍곡형 수심적분식으로부터 각 변수의 振幅만을 추출하여 雙曲形進化模型을 Madsen이 1987년에 개발하였다. 전자의 두모형과 달리 시간에 따라 변하는 수식으로 되어 있기 때문에 계산효율이 다소 떨어지기는 하나 波交点 및 배후지에서의 회절도 재현할 수 있고, 반사파의 영향도 포함할 수 있으며, 시간의 증분을 계산과정에서 최적화 시킬 수 있다. 수심적분모형에서와 같이 이동좌표를 도입하여 해류와의 합성효과를 고려할 수 있으며, 交互陰解法이나 양해법으로 해를 구할 수 있다.

비선형항이 포함된 進化模型으로는 Kirby(1986)가 그의 선형모형에 2차 Stokes파의 비선형항을 포함시킨것이 있다. 그러나 Stokes파 이론은 해안공학의 주요 관심사인 천해역에서는 적용할 수가 없다. Liu, et. al.(1985)는 비선형천해파의 거동을 잘 나타내 주는 Boussinesq식을 도입하였으며, 천해에서 수심변화에 의한 크노이드

파의 변형을 성공적으로 계산한 바 있으나, 흐름의 영향은 고려되지 않았다. 윤성범(1988)은 비선형 천해파 굴절·회절모형에 흐름의 영향을 포함하여 발전시켰으나, 이것은 반사파의 영향을 고려할 수 없는 모형이다.

5. 결 언

위에서 살펴본 바와 같이 파랑은 수심의 변화에 의하여 여러가지 영향을 받아 변형하게 된다. 파랑변형을 계산하는 여러가지 식들이 제안되어 있으나, 각각의 식은 대상해역의 범위와 계산방법, 계산시간 및 콤퓨터의 용량에 따라 적절한 식을 선정하여 계산할 수 있다. 수치모형에 의한 결과는 그것만으로 완전한 것이 아니기 때문에 항상 現場 實測値 또는 水理模型實驗의 결과와 비교 검토한 후에 이용하는 것이 바람직하다.

한편 기본식의 유도과정에서 전제된 가정으로부터 벗어나는 실제현상을 좀 더 정확하게 재현하기 위해서는 유도된 식들을 약간의 수정을 가한 후에 적용이 가능하리라 생각된다. 즉, 해저면 마찰, 底質移動(bottom motion), 碎波등으로 인한 2次變型過程은 각 모형의 기본식을 약간 수정하거나 附加項을 보태서 재현할 수 있으므로 모형의 기본구조를 변경할 필요는 없다. 또한 海波는 대부분 파랑스펙트럼 또는 여러개의 분조(harmonic constituent)로서 표현되어야 하는 불규칙파인 경우가 대부분이므로 不規則波의 복잡한 형태에 의한 영향을 고려해야 한다. 수심적분모형을 이용할 때는 불규칙파를 파랑스펙트럼으로 표현하여 수치해석하는 것이 편리하다.(유동훈, 1988)

참고문헌

1. 金鐵·片宗根·安守漢,(1987), 굴절로 인한 파고변화계산, 大韓土木學會論文集, 第7券,第3號, 165-173.
2. 劉東勳,(1988), 波浪變異 數値모델에 관한 考察, 大韓土木學會誌, 第36券,第6號, 17-23.
3. 尹成範,(1988), 흐름에 의한 천해파의 비선형굴절 및 회절, 韓國水文學會誌, 第21券,第4號, 334-338.
4. 李正圭·李鍾仁,(1990), 波의 屈折및 回折에 미치는 非線型 效果에 대한 數値解析, 韓國海岸海洋工學會誌, 2권 1호,. 51-77.
5. 海洋研究所,(1987), 해안구조물 適正設計條件 결정기법의 體系化 研究, 科學技術處.
6. Authur,R.S.,(1946), *Refraction of Water Waves by Islands and Shoals with Circular Bottom-contours,* Trans. Amer. Geophys. Union, Vol.27,No.2.
7. Rerkhoff,J.C.W.,(1972), *Computations of Combined Refraction-Diffraction,* Proc. 13th Conf. Coastal Eng. ASCE, Chap.26.
8. Booij,N.,(1981), *Gravity Waves on Water with Non-uniform Depth and Current,* Delft University of Technology Report.
9. Bouws,E., Battjes,J.A.,(1982), *A Monte Carlo Approach to the Computation of Refraction of Water Waves,* J.Geophys. Res., 87(C8), pp.5718-5722.
10. Copeland,G.J.M.,(1985), *A Practical Alternative to the "Mild-Slope" Wave Equation,* Coastal Engineering, pp.125-149.
11. Dobson,R.S.,(1967), *Some Applications of Digital Computer to Hydraulic Engieering Problems,* Stanford Univ., Technical Report No.80.
12. Dong,P.,(1987), *The Compuation of Wave-Induced Circulations with WaveCurrent Interaction and Refined Turbulence Modelling,* University of London, Ph.D Thesis.
13. Ebersole,B.A.,(1985), *Refraction-Diffraction Model for Linear Water Waves,* J.Waterway, Port, Coast. Ocean Engng,Vol.111, pp.939-953.
14. Ito,Y. & Tanimoto,K., 1972, *A Method of Numerical Analysis of Wave Propagation-Application of Wave Refraction and Diffraction,* Proc. 13th Conf. Coastal

Eng., ASCE, Chap.26.

15. Kirby,J.T.,(1984), *A Note on Linear Surface Wave--Current Interaction over Slowly Varying Topography*, J.Geophys.Res., 89, pp.745–747.

16. Kirby,J.T.,(1986), *Rational Approximations in the Parabolic Equation Method for Water Waves*, Coastal Eng.,10, pp.355–378.

17. Larsen,J.,(1978), *A Harbour Theory for Wind-Generated Waves Based on Ray Methods*, J.Fluid Mech.,87, pp.143–158.

18. Liu,P.L–F.,(1983), *Wave–Current Interaction on a Slowly Varying Topography*, J.Geophys.Res.,88, pp.44214426.

19. Liu,P.L–F. & Tsay,T–K.,(1984), *Refraction–Diffraction Model for Weakly Nonlinear Water Waves*, J.Fluid Mech., Vol.153, pp.185–201.

20. Madsen,P.A. & Larsen,J.,(1987), *An Efficient Finite–Diference Approach to the Mild–Slope Equation*, Coastal Engineering, PP.329–351.

21. Munk,W.H., Arthur,R.S.,(1952), *Wave Intensity along a Refraction Bay*, Symp. on Gravity Waves, National Bureau of Standards, Circular 521, Washington D.C.

22. Nishimura,H. et al.,(1983), *Wave Field Analysis by Finite Difference Method*, Proc. 30th Japanese Conf. Coastal Engineering, Japanese Society of Civil Engineers, pp.123–127(in Japanese).

23. Radder,A.C.,(1979), *On the Parabolic Equation Method for Water Wave Propagation*, J.Fluid Mech.,95, pp.159–176.

24. Southgate,H.N.,(1984), *Techniques of Ray Averaging*, Int.J. Numerical Methods in Fluids, 4, pp.725–747.

25. Southgate,H.N.,(1985), *A Harbor Ray Model of Wave Refraction Diffraction*, J.Waterway,Port, Coast. Ocean Engng,Am.Soc. Civ.Engrs,111, WW1, pp.29–44.

26. Yoo,D.H. & O'Connor,B.A. & McDowell,D.M.,(1988), *Mathematical Models of Wave Climate for Port Design*, Proc Instn Civ. Engrs, Part 1, pp.513–530.

27. Yoo,D.H. & O'Connor,B.A.,(1988), *Numerical Modelling of Waves in an Estuary*, Proc. 6th IAHR–APD Congress, Kyoto, Japan, pp.65–72.

28. Yoo,D.H. & O'Connor,B.A.,(1988), *The Diffraction of Waves in Caustics*, J.Waterway, Port, Coast. Ocean Engng Am. Soc.Civ. Engrs, 114, WW6.