

통계적 파괴확률에 의한 Sin/Hip 질화규소의 신뢰도 분석 (II)

송진수·김영욱·이재석*·이준근

한국과학기술연구원 구조세라믹스연구실

*한국과학기술연구원 시스템 공학센터

(1990년 1월 6일 접수)

Reliability Analysis of Statistical Failure Probability in Sin/Hip Si₃N₄ (II)

Jin-Soo Song, Young-Wook Kim, Jae-Seok Lee* and Junn-Gunn Lee

Structural Ceramics Lab., KIST

*System Engineering Research Inst., KIST

(Received January 6, 1990)

요약

Sin/Hip 질화규소의 신뢰도 분석을 위해 4점 꺾임강도 시험을 하여 재료상수인 Weibull 계수(Weibull Modulus)m, 형상인자(scale parameter) σ_0 및 Batdorf 균열 밀도 계수(Batdorf crack density coefficient) k_B 를 구하였다. 그리고 임의 응력하에서의 이론적 파괴확률은 유한요소 해석(finite element analysis)과 표면 및 내부결함에 대한 신뢰도 분석프로그램, KARA II를 사용하여 상온 및 1000°C에서 각각 예측하였다. 이 이론적 신뢰도 분석결과는 ring-to-ring test(상온) 및 4점 꺾임강도 시험(1000°C)을 행하여 얻어진 신뢰도 분석결과와 비교 및 검토되었다.

ABSTRACT

For the reliability analysis of Sin/Hip silicon nitride, such as Weibull modulus m, scale parameter σ_0 , and Batdorf crack density coefficient k_B were obtained by 4-point MOR test. And its theoretical failure probabilities under arbitrary stress state were predicted using finite element analysis and KARA II reliability analysis program, which was programmed for both surface and volume flaws. For the verification of this theoretical results, the experimental failure probabilities were measured using ring-to-ring tests at room temperature as well as 4-point MOR tests at 1000°C, and were compared with theoretical failure probabilities

1. 서 론

대부분의 세라믹스가 취성파괴를 하기 때문에 생기는 하나의 중요한 결과는 동일조성 시편에 있어서 그 강도가 일정하지 않고 통계적 분포로 나타나게 된다는 사실이다. 왜냐하면, 취성파괴 재료의 강도는 그 재료에 존재하는 결

함들의 크기에 의해 결정이 되는데, 이 결함들의 크기가 일정하지 않고 이런 분포를 이루고 있기 때문이다. 따라서 세라믹스의 강도를 평균값으로 정의하는 것만으로는 각 재료의 신뢰도를 평가하는 데 있어서 충분하지 못하다¹⁾. 이러한 점을 감안하여 신뢰도평가의 실질적 용융을 목적으로 Weibull²⁾은 재료의 파괴확률과 강도와의 관계를

다음의 반실험적 (semi-empirical) 분포식으로 나타내고, 이 식으로부터 강도분포의 좁고 넓음을 나타낼 수 있는 Weibull 계수, m 을 제시하였다.

$$P_{fv} = 1 - \exp \left\{ - \left[\int_v (\sigma - \sigma_u)/\sigma_0 \right]^m dv \right\} \quad \dots \dots \dots (1)$$

여기서 m 은 Weibull 계수, σ_u 는 파괴화률이 0인 경우의 빨단응력 (threshold stress)이고, σ_0 는 (stress) (volume)^(1/m)의 단위를 가지는 분포변수 (distribution parameter)이다. 세타믹스의 경우에는 σ_u 를 영으로 하는 것이 일반적이다.

Freudenthal³⁾은 재료에 가해지는 응력을 고려할 때, 주응력 (principal stress)이 서로 독립적으로 구형의 결합에 작용하는 것으로 가정하여 다차원 응력상태 (polyaxial stress state)에서 재료의 파괴화률을 구할 수 있도록 Weibull 모델을 확장하였다. 이러한 Weibull PIA 모델에 따라서 내부결합 및 표면결합에 대한 파괴화률식을 나타내면 다음과 같다

$$P_{fv} = 1 - \exp \left\{ - \int_v \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^m + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^m + \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_0} \right)^m \right] dV \right\} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$P_{fs} = 1 - \exp \left\{ - \int_A \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^m + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^m \right] dA \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

여기서 σ_1 , σ_2 , σ_3 는 3차원 각 방향에서의 주응력을 의미한다.

Batdorf⁴⁾는 다차원 응력상태에서 주응력간의 상호작용을 고려하여 파괴결함을 구형기공으로 가정하고 파괴화률을 내부결합 및 표면결합에 대해서 연직응력의 관계식으로 각각 다음과 같이 제시하였다.

$$P_{fv} = 1 - \exp \left\{ - \int_v \left[K_{wpv} \int_A \sigma_{nv}^m dA \right] dV \right\} \quad \text{(volume flaw)} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$P_{fs} = 1 - \exp \left\{ - \int_A \left[K_{wps} \int_c \sigma_{ns}^m dC \right] dA \right\} \quad \text{(surface flaw)} \quad \dots \dots \dots (5)$$

여기서 K_{wpv} , K_{wps} 는 각각 내부 및 표면결합에 대한 다축 와이브 분포 밀도 계수 (polyaxial Weibull crack density coefficient)이고, σ_{nv} , σ_{ns} 는 내부 및 표면결합에 대한 연직응력을 의미한다.

이상의 모델에서는 전단응력의 영향을 고려하지 않았으

나, Batdorf⁵⁾ 등은 면적 A 안에 임계응력 σ_{cr} 보다 큰 응력이 작용하는 균열이 존재하며, 이 균열의 유효응력 (effective stress) σ_e 가 σ_{cr} 보다 큰 값이 되는 방향 (orientation)을 가질 때 파괴가 일어나는 것으로 가정하여 전단응력을 첨가한 파괴강도식을 유도하였다.

$$P_f = P_1 \cdot P_2 \quad \dots \dots \dots (6)$$

여기서 P_1 은 임계응력 σ_{cr} 을 가지는 균열이 각 요소에 존재할 확률이고, P_2 는 균열에 걸리는 유효응력 σ_e 가 임계응력 σ_{cr} 보다 큰 방향으로 균열이 배향할 확률이다. 결합의 형태에 따른 파괴화률과 강도와의 관계식은 다음과 같다

$$P_{fv} = 1 - \exp \left[- \int_v dV \int_0^{\sigma_e} \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \frac{dN_v}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right] \quad \text{(Volume flaw)} \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$P_{fs} = 1 - \exp \left[- \int_A dA \int_0^{\sigma_e} \left(\frac{\Omega}{\pi} \right) \frac{dN_s}{d\sigma_{cr}} d\sigma_{cr} \right] \quad \text{(surface flaw)} \quad \dots \dots \dots (8)$$

여기서 Ω 는 $\sigma_e \geq \sigma_{cr}$ 인 균열들 각각의 방향을 포함하는 주응력 공간에서의 입체각 (solid angle)이며, N_v , N_s 는 내부 결합 및 표면결합에 대한 Batdorf 균열밀도함수 (Batdorf crack density function)를 의미한다. Batdorf 모델에서 각각의 기준 및 균열의 형태에 따른 유효응력은 다음과 같이 결정된다^{6,7)}.

$$\sigma_e = 0.5 [\sigma_n + (\sigma_n^2 + \tau^2)^{1/2}] \quad \text{(MTSC, GC, volume)} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\sigma_e = 0.5 \left\{ \sigma_n + [\sigma_n^2 + \tau^2 / (1 - 0.5\nu)^2] \right\}^{1/2} \quad \text{(MTSC, PSC, volume)} \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\sigma_e = [\sigma_n^2 + \tau^2]^{1/2} \quad \text{(SERRC, GC, volume, surface)} \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$\sigma_e = \left[\sigma_n^2 + \frac{1}{(1-\nu)} \cdot \left(\frac{S_s}{1.1215} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{(SERRC, GN, surface)} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\sigma_e = [\sigma_n^2 + \tau^2 / (1 - 0.5\nu)^2]^{1/2} \quad \text{(SERRC, PSC, volume)} \quad \dots \dots \dots (13)$$

여기서 σ_n 은 연직응력, τ 는 전단응력, S_s 는 비평면 전단응력 (out-of plane shear stress)이며, ν 는 Poisson ratio이다. 지금까지 제시된 각 모델들을 요약하면 Table 1에 서 보는 바와 같다.

Table 1. 각 모델들의 요약

모델	파괴기준	결합위치	응력상태	결합형태
Weibull	PIA	내부	3차원	구형기공
		표면	2차원	원형결합
	Normal stress averaging method	내부	3차원	구형기공
		표면	2차원	원형결합
Batdorf Shear Sensitive	MTSC (Maximum Tensile stress Criterion)	내부	3차원	Griffith crack
		내부	3차원	penny shaped crack
	SERRC (Strain Energy Release Rate Criterion)	내부	3차원	Griffith crack
		내부	3차원	penny shaped crack
		표면	2차원	Griffith crack
		표면	2차원	Griffith notch

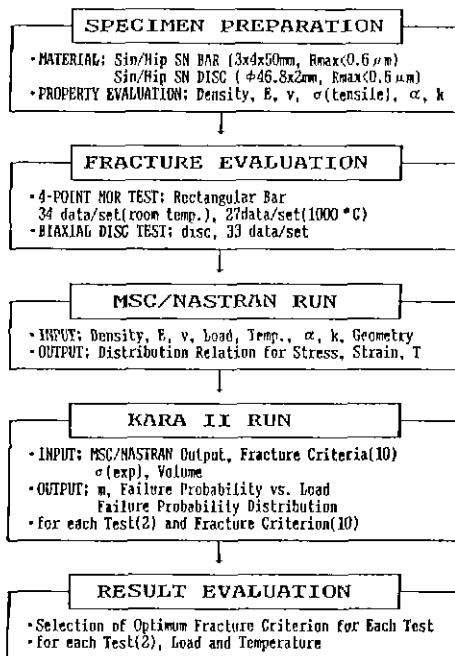


Fig.1. Flow diagram of reliability analysis.

본 연구에서는 즉시파괴에 대한 Weibull 및 Batdorf 모델을 이용하여 내부결합 및 표면결합에 대한 3차원 응력상태에서의 이론적 파괴확률을 구할 수 있는 신뢰도 분석 프로그램인 KARA II를 작성하였다. 그리고 Sin/Hip 질화규소에 대한 4점 꺾임강도 시험으로 얻은 재료상수를 근거로 이론적인 파괴확률을 구하였다.

2. 실험방법

본 실험에서는 제1보⁹⁾에서와 같이, 6wt% Y₂O₃와 2wt% Al₂O₃를 소결조제로 사용하여 1800°C에서 Sin/Hip 처리를 행한 질화규소로 파괴강도 측정용 시편을 제작하였다. 4점 꺾임강도 측정용 시편은 50×4×3mm의 막대형 시편이었고, ring-to-ring 시험에는 Φ46.8×2mm의 디스크시편을 사용하였다. 시편의 표면거칠기(R_{max})가 0.5~0.6 μm 이하가 되도록 각 시편을 연마한 후 잔류응력을 제거하기 위하여 1200°C에서 열처리를 하였다.

4점 꺾임강도는 상온의 경우 40/20mm의 US military 규격의 지그(jig)를 사용하였고, 1000°C에서의 고온 꺾임강도의 경우에는 대기중에서 30/10mm의 JIS 규격 지그를 사용하여 측정하였다. 상온에서의 ring-to-ring 시험결

과는 제1보에서 일어진 결과를 이용하였다. 여기서 상온에서의 4점 꺾임강도 시험은 재료상수를 구하기 위해 행하였고, 고온 4점 꺾임강도 시험은 디스크시편에 대한 시험과 함께 이론적 파괴확률의 검증을 위한 실험적 파괴확률의 계산을 목적으로 수행되었다. 크로스헤드속도(cross head speed)는 0.5mm/min으로 유지하였다.

이론적 파괴확률을 구하는 과정은 Fig.1에 나타내었다. 본 연구과정에서 작성된 신뢰도 분석 프로그램 KARA II(본 프로그램은 SCARE 프로그램¹³⁾을 보완 수정한 것이다.)는 다음과 같은 순서로 진행된다^{9,10)}.

(1) 질화규소 등의 각 재료에 대한 임의 형상에서의 파괴확률을 구하기 위해서 단순형상의 시험시편을 이용한 4점 꺾임강도 시험을 행하여 강도값에 대한 데이터베이스를 구축한다.

(2) 그 재료의 재료상수인 Weibull 계수 m, 형상인자 α , Batdorf 균열밀도계수 k_b 를 자체적으로 계산한다.

(3) 유한 요소 해석을 통해 얻어진 각 요소에서의 응력분포를 직접 입력받아 Table 1에 제시한 각 모델에 따라서 파괴확률을 구한다.

(4) 임의의 하중에 대해 구한 파괴확률을 출력하고, 선택에 따라서 plotting 한다.

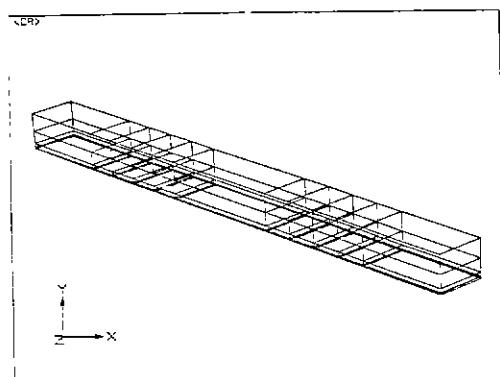


Fig. 2. The element mesh of MOR bar specimen.

실험적 파괴력을 구하는데 이용한, 디스크시편의 유한요소 해석 결과는 제1보에서 제시한 것과 동일하며, 고온에서의 MOR 시험용 시편의 유한 요소 해석을 위한 요소분할 결과는 Fig. 2와 같다^{[1]-[3]}. 요소를 나눌 때, 각 요소의 분할 방법의 차이에 따른 응력분포의 변화가 전체 파괴거동에 미치는 영향이 크므로 정확도를 높이기 위해서 인장응력이 가해지는 부분을 더 세분하였다. 각 해석 모델에 대한 구조해석은 MSC/NASTRAN을 이용하여 CRAY-2S에서 실행되었다. 얻어진 유한요소 해석 결과는 4점 꺾임강도 값과 함께 KARA II에 입력하여 이론적 파괴력을 구하였다. 이론적인 파괴력을의 계산값에 대한 신뢰성 및 응용 가능성을 검토하기 위해서 계산된 값을 실제 파괴력을과 비교하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 파괴 강도 측정

상온 및 1000°C에서의 4점 꺾임강도 시험에 따른 결과는 Table 2에 나타내었다. 시험결과 파괴강도의 평균값은 상온의 경우 $5966 \pm 2050 \text{ kg/cm}^2$ 이고 1000°C에서는 $3672 \pm 1640 \text{ kg/cm}^2$ 으로서 약 40%의 강도감소를 나타내었다. Weibull 계수는 최소자승법(Least Square Method)을 이용하여 구하였으며, 상온에서의 6.5가 1000°C에서는 5.3으로 감소하였다. 따라서 본 실험에서 사용한 Sin/Hip 질화규소는 고온에서보다 상온에서 각 시편의 강도값 사이의 편차가 적은 것을 알 수 있었다.

3.2. 파단면 관찰

Sin/Hip 질화규소에 대한 4점 꺾임강도 시험 후, 시편

Table 2. Results of 4-Point MOR Test at Room Temperature and 1000°C.

Specimen number	Room Temp (Kgf/cm ²)	1000°C	
		Specimen number	Fracture strength (Kgf/cm ²)
1	3916.7	1	2353.3
2	3933.3	2	2485.8
3	4100.0	3	2555.0
4	4500.0	4	2870.0
5	4666.7	5	2876.7
6	4933.3	6	2888.3
7	5016.7	7	3022.5
8	5166.7	8	3095.8
9	5233.3	9	3131.7
10	5268.7	10	3216.7
11	5433.3	11	3237.5
12	5483.3	12	3264.2
13	5525.0	13	3268.3
14	5666.7	14	3310.8
15	5666.8	15	3494.2
16	5833.3	16	3519.2
17	5933.3	17	3564.1
18	6000.0	18	4078.3
19	6166.7	19	4400.8
20	6466.7	20	4454.2
21	6475.0	21	4494.2
22	6500.0	22	4507.5
23	6558.3	23	4731.7
24	6583.3	24	4738.3
25	6683.3	25	4970.8
26	6691.6	26	5308.3
27	6750.0	27	5317.5
28	6775.0		
29	6800.0		
30	6816.7		
31	7141.7		
32	7241.7		
33	7375.0		
34	8000.0		
average		5966.0 ± 2050	average
			3672.4 ± 1640

의 파단면을 Fig. 3에 나타내었다. 파단면을 관찰한 결과, 상온에서의 4점 꺾임강도 시험시에는 입내파괴(transgranular fracture)가 주로 일어나고, 육방정입자(hexagonal grains)주위에서 입체파괴가 일부 일어나는 것이 관찰되었다. 그러나, 고온 시험을 행한 경우에는 파단면에서 주로 유리상이 관찰되었으며, 이로부터 전반적으로 입체파괴가 발생한 것을 알 수 있었다. 또한 시험전의 시편에서는 존재하지 않던 기공이 1000°C에서의 4점 꺾임강도 시

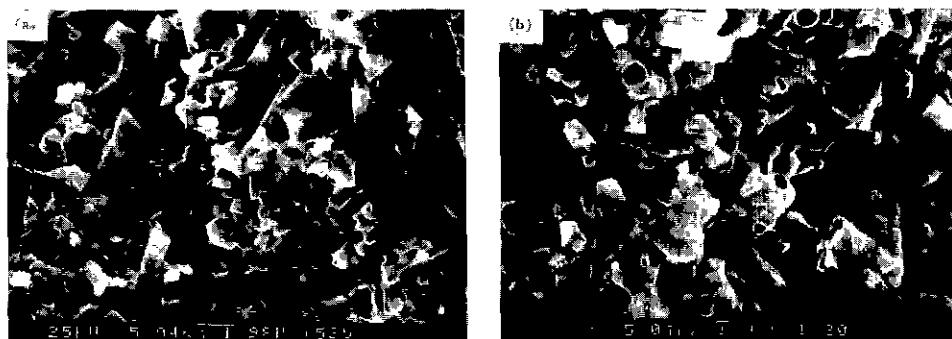


Fig.3. Scanning electron micrographs of fracture surface in Sin/Hip Si_3N_4 : (a) 4-point MOR test at room temperature (b) 4-point MOR test at 1000°C.

협후에는 파단면 전체에 걸쳐 생성된 것을 확인할 수 있었다. 이러한 사실은 질화규소가 1000°C 이상에서 소결조제로 첨가한 Y_2O_3 와 Al_2O_3 가 유리상을 형성하면서 점성유동이 활발히 이루어지고, 기공의 생성 및 결합에 의한 확신의 진행으로 느린균열성장(slow crack growth)이 왕성히 일어난 것을 의미하는 것으로 생각된다. 따라서 상온에서보다 1000°C에서 4점 꺾임강도가 크게 감소하는 것은

이러한 느린균열성장에 의한 것으로 생각된다¹⁴⁾

3.3. 각 모델에 따른 파괴학률 특성

내부결함, 표면결함에 따른 상온 디스크시편 및 고온 MOR시험용 시편에 대한 이론적파괴학률과 실제 시험에 따른 파괴학률을 Fig.4에서부터 Fig.7에 각각 나타내었다. 상온에서는 파괴학률, $P_f > 0.3$ 인 부분에서 Weibull 모델이 Batdorf 모델에 비해서 이론적인 파괴학률과 실제

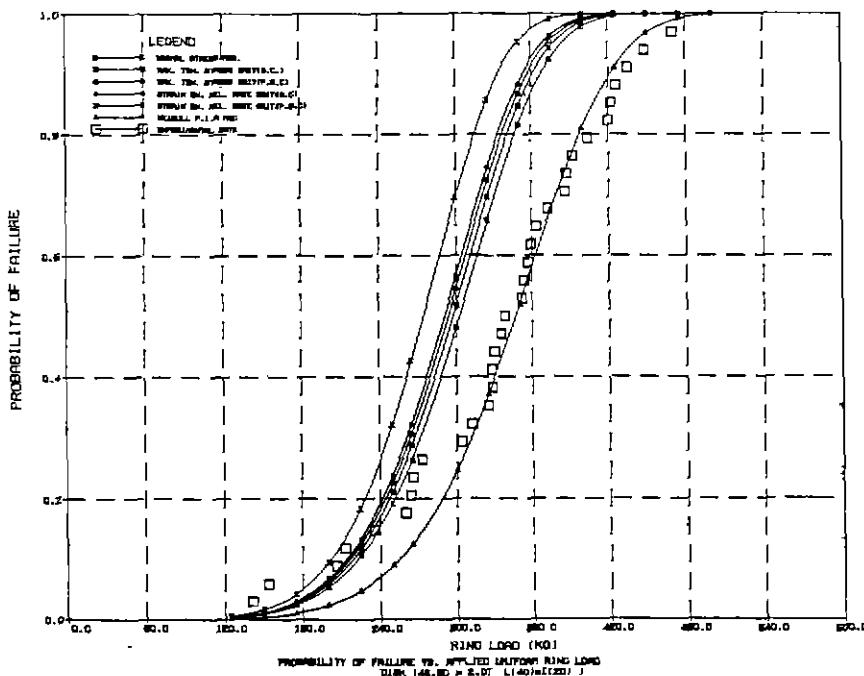


Fig.4. Probability of failure versus applied tensile loads for various fracture models at room temperature (volume flaw-induced failure)

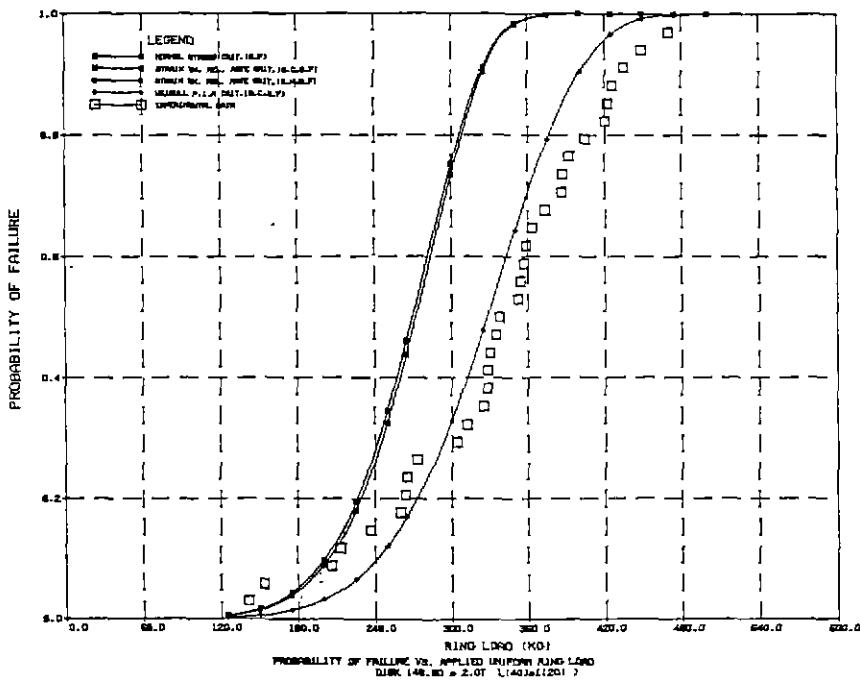


Fig.5. Probability of failure versus applied tensile loads for various fracture models at room temperature (surface flaw-induced failure)

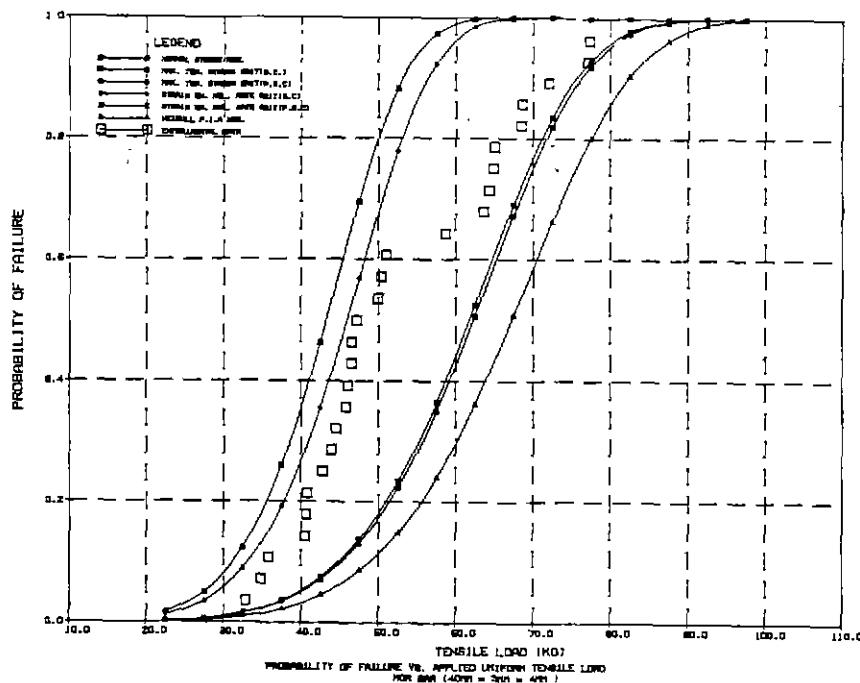


Fig.6. Probability of failure versus applied tensile loads for various fracture models at 1000°C (volume flaw-induced failure)

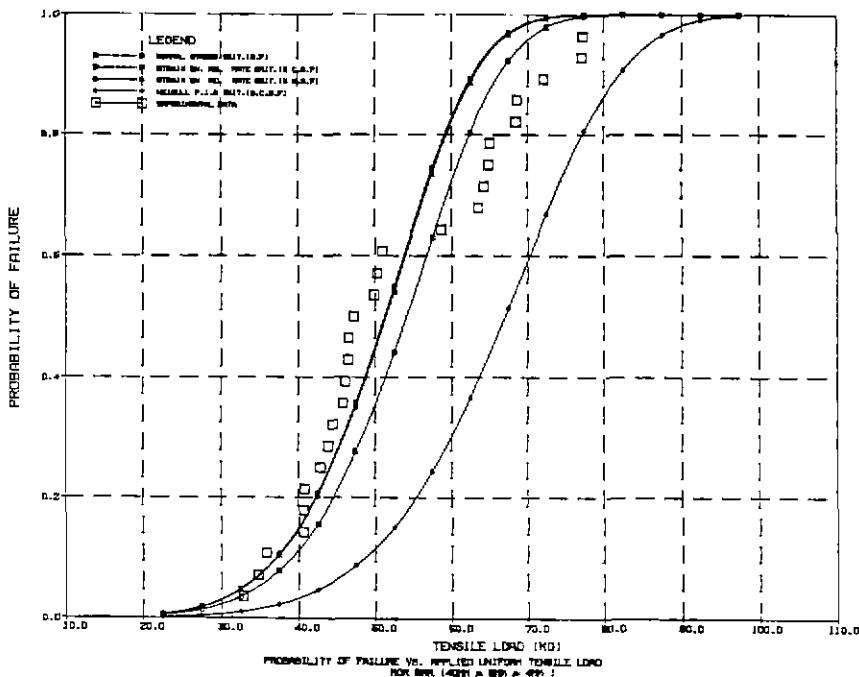


Fig. 7. Probability of failure versus applied tensile loads for various fracture models at 1000°C (surface flaw-induced failure).

시험에 따른 파괴확률이 서로 잘 일치하였으며, 내부결합을 고려하여 구해진 결과(Fig. 4)가 표면결합을 고려한 경우(Fig. 5)보다 더 정확한 예측결과를 나타내었다. 그러나 $P_f < 0.3$ 인 경우에는 상온의 경우에도 Batdorf 모델에 의한 이론적 파괴확률이 실제 파괴확률과의 일치정도가 더 우수하였다. 상온의 경우에 비해 고온의 경우에는 실제 파괴확률이 이론적 파괴확률보다 더 높게 나타났으며 저강도영역과 고강도영역 사이의 경계가 상온의 경우에는 파괴확률이 0.3부근에서 구별되었으나 고온에서는 0.6정도의 파괴확률을 나타내는 부근에서 결정되었다.

내부결합 및 표면결합에 대한 각 모델중 실험에 따른 파괴확률과 잘 일치하는 모델은 없었으며, 내부결합을 고려한 경우에는 Fig. 6에서와 같이 $P_f > 0.6$ 이상의 고강도영역에서는 Batdorf 모델중 최대인장응력 기준(maximum tensile stress criterion)을 고려한 경우에서 비교적 잘 일치하였으며, $P_f < 0.6$ 인 범위에서는 변형 에너지 방출율 기준(strain energy release rate criterion)을 고려한 경우에 잘 일치하였다. 표면결합을 고려한 경우에는 내부결합을 고려한 경우보다 이론적인 파괴확률이 동일 하중하에서 더 낮게 나타났다. $P_f > 0.6$ 인 경우에는 Batdorf

모델중 연직응력 평균법(normal stress averaging method)에 따른 경우에 가깝게 나타났으며, $P_f < 0.6$ 인 경우에서는 Batdorf 모델중 변형에너지 방출을 기준에 따라 계산된 값이 잘 일치하였다. 재료의 파괴에 있어서 전단응력의 효과를 고려하는 Batdorf의 모델보다 주응력이 독립적으로 작용하여 파괴를 일으키는 것으로 고려된 Weibull 모델이 상온에서는 잘 일치하지만 1000°C에서는 크게 벗어나고 Batdorf 모델에 더 잘 맞게 되는 원인은, 고온에서 질화규소 재료에서 광범위하게 일어나는 느린 균열성장효과에 기인한 것으로 생각된다. 이상에서와 같이 본 연구에서 작성한 KARA II 프로그램에 의한 파괴확률의 예측결과가 10-20%의 오차 범위에서 실제값에 비교적 잘 일치하는 점은, 세라믹 가스터빈용 부품 등의 복잡한 형상을 가진 구조재료의 파괴장도 및 파괴확률을 구하기 위한 실제 시험을 행하지 않고도 간단한 시편으로부터 얻어진 강도관련 데이터베이스를 이용하여 원하는 형상의 최적 설계를 행할 수 있는 가능성을 제시하는 것으로 생각된다.

4. 결 론

1) Sin/Hip 질화규소에 대한 4점 껍임강도 시험결과 상온에서는 평균 5966kgf/cm^2 의 파괴 강도값을 나타내었으며, Weibull 계수는 6.5였고, 1000°C 에서는 파괴강도값이 평균 3762kgf/cm^2 으로 약 40%의 강도감소를 나타내었으며 Weibull 계수도 5.3으로 감소하였다.

2) 시편 파단면을 관찰한 결과 상온에서는 입내 파괴가 주로 발생하였으나, 1000°C 에서는 입계파괴가 주로 일어났고, 일계유리상의 점성유동과 입계에서의 기공의 생성 및 확산에 따른 균열성장이 이루어진 것을 알 수 있었다.

3) 상온 및 고온에서의 이론적 파괴확률을 구할 수 있는 신뢰도분석 프로그램 KARA II를 이용하여 파괴확률을 구한 결과, 상온에서는 파괴확률 P_f 가 0.3보다 큰 범위에서는 Weibull 모델이 실험적 파괴확률과 잘 일치되는 결과를 나타내었으며, 고온에서는 Batdorf의 각 모델이 Weibull 모델보다 잘 일치하였다.

「후 기」

본 연구는 1989년 과학기술처의 연구비 지원을 받아 수행된 특정연구개발사업의 연구결과임.

REFERENCES

1. A.De.S. Jayatilaka, "Statistical Approach to Brittle Fracture," *J. Mat. Sci.*, **12** pp.1426-1430 (1977)
2. W.Weibull, "A Statistical Distribution Function of Wide Applicability," *J. App. Mech.*, **18** (1951).
3. A.M. Freudenthal, "Statistical Approach to Brittle Fracture," *Fracture*, (ed. by H. Liebowitz), Academic Press (1968).
4. S.B. Batdorf and J.G. Crose, "A Statistical Theory for the Fracture of Brittle Structures Subjected to Nonuniform Polyaxial Stresses," *J. App. Mech.*, TRANS. ASME, 459-464, June (1974).
5. S.B. Batdorf and H.L. Heinisch, Jr., "Weakest Link Theory Reformulated for Arbitrary Fracture Criterion," *J. Am. Cer. Soc.*, **61** (7-8), 355-358 (1978).
6. D.R. Samos, "Experimental Investigation and Probability of Failure Brittle Structures Subjected to Nonuniform Polyaxial Stresses," *J. App. Mech.*, TRANS. ASME, 459-464, June (1974).
7. A.C. Rufin, D.R. Samos and R.J.H. Bolland, "Statistical Failure Prediction Models for Brittle Materials," *AIAA Journal*, **22** (1), 135-140 (1984).
8. 유영혁, 이준근, 이재석, "통계적 파괴확률에 의한 Sin/Hip 질화규소의 신뢰도 분석," *요업학회지*, **26** (1), 116-122 (1989).
9. 이준근, 김영욱, 유영혁, 이재석, 김해일, "Engineering Ceramics의 신뢰도 분석(I)," 특정 연구과제 1차년도 최종보고서 (1988).
10. 이준근, 송진수, 이재석, 김해일, "Engineering Ceramics의 신뢰도 분석(II)," 특정연구과제 2차년도 최종보고서 (1989).
11. H.G. Schaeffer, "MSC/NASTRAN Primer -Static and Normal Modes Analysis," Schaeffer Analysis Inc., Third Printing (1982).
12. H.G. Schaeffer, "NASTRAN Primer-Static and Normal Modes Analysis," Schaeffer Analysis Inc. (1977).
13. J.P. Gyekenyesi, "SCARE: A Postprocessor Program to MSC/NASTRAN for Reliability Analysis of Structural Ceramic Components," *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **108** (3), 540-546 (1986).
14. N. Kawai, H. Abe and J. Nakamura, "Indentation Induced Flaw Method for Measuring Crack Velocity in Sintered Si_3N_4 ," in *Fracture Mechanics of Ceramics*, Plenum Press New York, **6**, pp.587-601 (1983).