

## 2차원角柱의 非定常 空力特性 (SOLA스킴의 재평가)

이 영 호

Aerodynamic Characteristics of 2-D, Unsteady Flow Past  
a Square Cylinder (Revaluation of SOLA Scheme)

Y. H. Lee

Numerical solutions of the Navier-Stokes equations, governing 2-dimensional, time-dependent, viscous, incompressible fluid flow past a square cylinder in an infinite region, are presented for Reynolds numbers  $10^2$ ,  $10^3$  and  $10^4$ .

Finite-difference scheme, based on SOLA-VOF is adopted and a discretization of the convection term for irregular grid is newly suggested by altering the original non-conservation form into conservation one.

Distribution of finer grids around the body reveals fairly reasonable consistency with the experimental variables: drag coefficient, lift coefficient, Strouhal number, fluctuating pressure coefficient, etc.

## 기호설명

$C_D$  : 항력계수  
 $C_{Dav}$  : 규칙적인 와 방출시의 시간평균항력계수  
 $C_L$  : 양력계수  
 $C_p$  : 압력계수 :  $2(p - P_{Inm})$   
 $C_{pb}$  : 각주후면 중앙부에서의 배압계수  
 $C_{pst}$  : 정체점에서의 시간평균 압력계수  
 $f$  : 방출와 주파수  
 $H$  : 정방각주의 높이 (=1)  
 $P_{Inm}$  : 유입부에서의 시공간평균압력계수  
 $p$  : 무차원 압력  $p'/\rho U^2$  ( $p'$  : 실압력)  
 $Re$  : 레이놀즈 수 :  $UH/\nu$   
 $St$  : Strouhal수 :  $fH/U$

$T$  : 무차원시간 :  $t'U/H$  ( $t'$  : 실시간)  
 $U$  : 균일 유입속도 (=1)  
 $u, v$  : x, y 방향의 유속  
 $\nu$  : 동점성계수  
 $\alpha$  : 가중계수  
 $\xi$  : 와도

## 1. 서 론

유동장에 위치한 물체의 후방에서 방출되는 규칙적인 Karman와의 영향에 의한 물체의 공력학적 특성을 수치적으로 재현하기 위한 연구는 오래전 부터 중요한 공학적 문제로서 취급되어 다수의 연구결과가 있으나 단순한 형상의

\* 정회원, 한국해양대학

물체의 경우에도 인용된 계산수법에 의해 다른 결과를 얻고 있다. 계산의 검증을 위한 실험적 연구결과도 주어진 유동조건에 크게 좌우되어 신뢰성있는 데이터와의 비교가 용이하지 않다. 실험에 있어서는 Gerrard<sup>1)</sup>가 원주의 흐름에 대한 연구결과를 일찌기 발표하여 Strouhal수는 물체후방으로의 역류 및 전단층에의 entrainment의 거동에 의해 결정 됨을 보고하고 있고, Okazima<sup>2)</sup>는 다양한 아스펙트비를 갖는 2차원 각주에서의 St수변화를 알기 위해 넓은 범위의 Re수에 걸친 실험을 통하여 체계적인 연구결과를 제시하였다. Lee<sup>3)</sup> 및 Kwok<sup>4)</sup>은 난류유동장에서의 turbulence에 의한 영향 및 영각(angle of attack) 변화에 따른 유동특성을 밝히고 있다. 또한, Sakamoto-Oiwake<sup>5)</sup>는 난류경계층에서 2차원 각주에 미치는 변동압력을 유동장이 급변하는 직각부근방까지 계측한 결과를 보이고 있다. 이가라시<sup>6)</sup>는 영각 영도의 경우에 장방형각주의 아스펙트비를 바꾸어서 공력특성을 검토하였다. 수치해석에 있어서는 Davis-Moore<sup>7,8)</sup>가 대류항에 2차 정도(accuracy)의 풍상차분(upwind difference)인 QUICK 스킴을 적용하여 Re수 2800까지 계통적인 계산을 행하여 자신의 실험결과와 비교하고 있으나 St수나 항력계수의 값을 다른 연구결과보다 전반적으로 크게 평가하고 있으며 양력계수 및 항력계수의 산출에 있어서 물체면에서의 전단성분을 무시하고 압력성분만을 고려한 점 등이 지적되고 있다. 오카시마<sup>9)</sup>는 장방형단면의 각주주위의 흐름을 Re수 600까지 계산하고 있으나 실험치와의 비교는 불충분하다고 생각되어진다.

본 연구에서는 또 다른 대류항 이산화방법(discretization)을 제시하여 그 유용성을 검토함을 목적으로 한다. 즉 MAC법을 개량한 SMAC법, 그리고 SOLA-VOF법에 이르는 비압축성 유체에 대한 일련의 계산방법을 검토하여 고Re수에서도 안정, 신속한 계산이 가능한 새로운 대류항의 이산화방법을 보고한다. 계산 대상의 유동장은 무한영역에 위치한 2차원 각주의 흐름이며 Re수  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ 의 세 종류

에 대하여 행하였고 기존의 실험치 또는 계산결과와 비교검토를 행하여 수법의 신뢰성을 확인하였다.

## 2. 계산방법

무한영역의 유동장에 위치한 영각 영도의 정방형각주(square cylinder)의 주위를 흐르는 2차원 비정상 비압축성의 점성흐름을 NS방정식의 차분법에 의해 해석한다. 운동방정식의 이산화 및 필요한 완화수법(relaxation)은 이전부터 유효성이 입증되어 왔던 SOLA법을 기초로 하며 나아가 부등간격 격자의 보정이 더해진 Hirt 등의 SOLA-VOF<sup>10)</sup>의 수법을 개량 적용한다. 즉 그림1에서와 같은 계산영역에서 MAC 법에서의 staggered mesh의 변수배치 및 임의의 부등간격 격자상에서 공간의 이산화를 행하고 와가 규칙적으로 방출되어 필요한 공력특성이 시간평균적으로 구해질 수 있을 때까지 양적인 시간진행의 계산을 계속할 수 있는 알고리즘을 채택한다.

### 2-1. 차분근사

대상이 되는 NS방정식을 이산화하는 방법으로서 차분법이 주로 사용되고 있으나 특히, NS방정식의 비선형성에 따른 반복과정에서의 안정성과 수축성이 문제가 되어 수 많은 알고리즘이 제안되고 있다. 계산의 대상이 되는 흐름장에 따라 최적의 방법이 다르나 보통, 유한차분의 형이 보존형(conservation form)을 갖추며, 반복과정에서 적당한 보정량이 쉽게 얻어지는 것이 바람직하다. 속도 및 압력을 이용한 (u,v,w,p)계의 정식화수법(formation)으로서 연속의식을 항등적으로 만족시키는 Marker and Cell(MAC)법이 일찌기 제안되었고, 수많은 개량을 거쳐서 보편적인 유동해석프로그램인 SOLA(SOLution Algorithm)시리즈의 원전이 되고 있다. SOLA에서는 staggered mesh를 취함으로써 spurious오차의 발생을 억제시킨 점, 연속의 식을 만족시키면서 속도와 압력을 동시에 반복완화 수정하는 점, 수축기준이

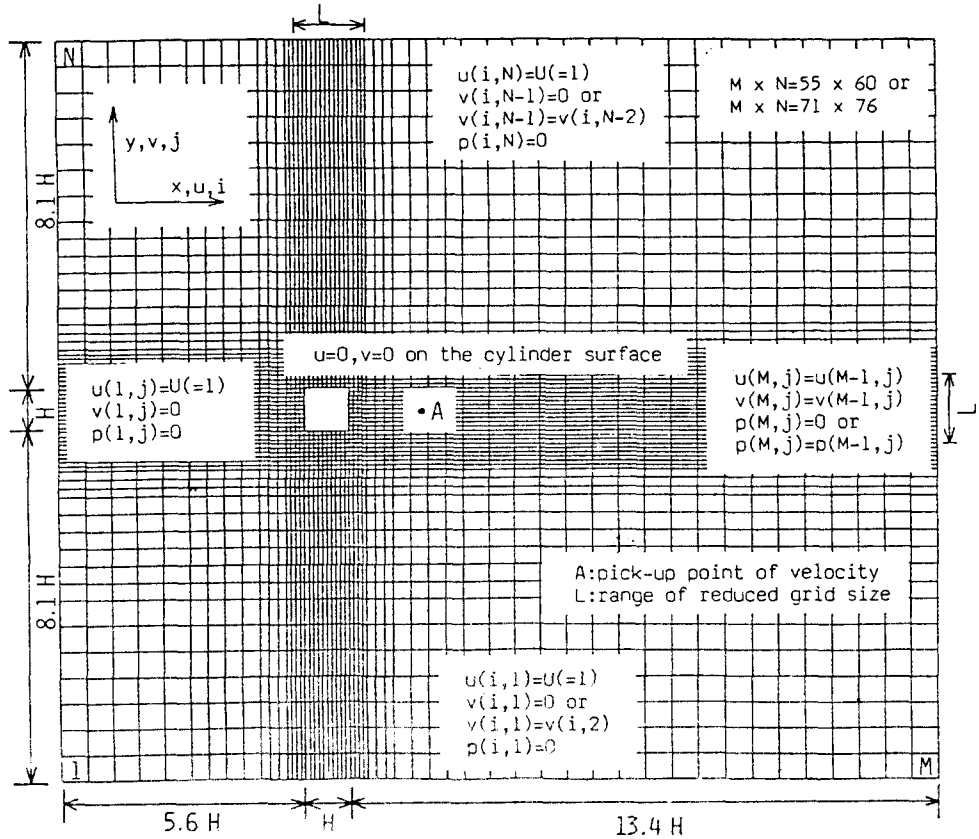


Fig. 1 Domain of calculation and boundary condition.

엄하지 않아도 시간진행에 따라 오차가 누적하지 않는 사이클오차자기수정법 (cycle to cycle adjustment method) <sup>11)</sup>의 채택 등이 특징을 이루고 있다.

원래의 MAC 법에서는 비입축성의 NS방정식을 Euler 의직각좌표계에서 차분근사를 행한 것으로, 3차원의 운동방정식과 연속의식을 다음과 같이 나타내고 있다.

여기에서 압력p는 밀도 ρ로 나눈 값으로 만일 변수의 무차원화시에 대표속도U(=1)를 사용하여 p/ρ U<sup>2</sup>의 형태로 되는 경우에는 2p의 값이 그대로 공력계수의 계산에 이용된다. (g<sub>x</sub>, g<sub>y</sub>, g<sub>z</sub>)는 각각 (x,y,z) 방향의 중력가속도이며 ν는 동점성계수를 표시한다. 이하, 설명을 간략히 하기 위해 2차원의 경우만을 생각한다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wu}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

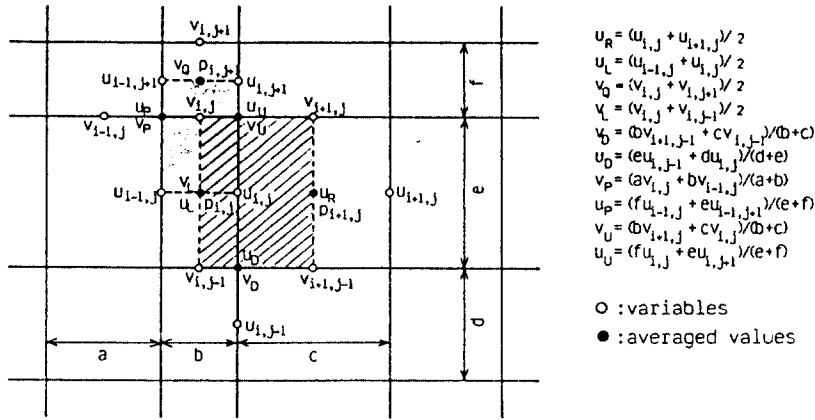


Fig. 2 Distribution of variables for irregular grid.

Table 2 Difference equation of convection term.

ITEM	CONVECTION TERMS	ACCURACY	CONSERVATION PROPERTY
Centered (MAC)	$[u_R^2 - u_L^2] / \Delta x$ , $u_R = (u_{i,j} + u_{i+1,j}) / 2$ $u_L = (u_{i-1,j} + u_{i,j}) / 2$	2nd order	conserv.
Partial Donor	$[u_R(u_R) - u_L(u_L)] / \Delta x$ , $u_R = (u_{i,j} + u_{i+1,j}) / 2$ , $u_L = (u_{i-1,j} + u_{i,j}) / 2$ $(u_R) = u_{i,j}$ , $(u_L) = u_{i-1,j}$ , if $u_R \geq 0$ , $u_L \geq 0$ $(u_R) = u_{i+1,j}$ , $(u_L) = u_{i,j}$ , if $u_R < 0$ , $u_L < 0$	1st order	conserv.
Complete Donor	$[u_R^2 - u_L^2] / \Delta x$ , $u_R = u_{i,j}$ , $u_L = u_{i-1,j}$ , if $u_R \geq 0$ , $u_L \geq 0$ $u_R = u_{i+1,j}$ , $u_L = u_{i,j}$ , if $u_R < 0$ , $u_L < 0$	1st order	conserv.
ZIP	$[u_R - u_L] / \Delta x$ , $u_R = (u_{i,j} \cdot u_{i+1,j} + u_{i+1,j} \cdot u_{i,j}) / 2$ $u_L = (u_{i-1,j} \cdot u_{i,j} + u_{i,j} \cdot u_{i-1,j}) / 2$	2nd order	conserv.

그림2와같은 변수분포를 갖는 부등간격 격자 상에서 차분근사를 행하기로 한다. 본 계산에서는 수치안정성을 유지하기 위해 풍상차분을 병용하여 대류항의 근사를 행하나 표2에서 제시한 보존형의 스킴중에서 MAC 법의 중심차분(central difference)과 파아설도너(partial donor)의 풍상차분을 이용하기로 한다. 표2는 등간격 격자상에서  $\partial u^2 / \partial x$  항을 보존형으로 이산화한 것으로, 인용된 SOLA-VOF (Volume of Fluid)에서는 부등간격 격자에서도 정도가 떨어지지 않도록 비보존형의 근사방법을 제안하고 있다. 우선 등간격 격자상에서의 대류항의 차분근사를 생각한다. 예를 들어 MAC 법에서  $\partial u^2 / \partial x$ 는 식(3)과 같이 된다.

$$\partial u^2 / \partial x = (1 - \alpha) (u_R^2 - u_L^2) / \Delta x + \alpha (u_R < u_R > - u_L < u_L >) / \Delta x, \quad (3)$$

단,  $\alpha$  : 가중계수 (weighting factor)  
 표2와 같이 파아설도너의 풍상차분의 경우 식(4)와 같이 된다.

$$u_R < u_R > - u_L < u_L > \approx u_R u_{i,j} - u_L u_{i-1,j}, \quad (4)$$

for  $u_R \geq 0$ ,  $u_L \geq 0$

$$u_R u_{i+1,j} - u_L u_{i,j},$$

for  $u_R < 0$ ,  $u_L < 0$

식(4)를 속도의 방향를 고려해서 대칭형으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 u_R < u_R > - u_L < u_L > &\doteq u_R (u_{i,j} + u_{i+1,j})/2 + |u_R| (u_{i,j} - u_{i+1,j})/2 - \\
 &\quad [u_L (u_{i-1,j} + u_{i,j})/2 + |u_L| (u_{i-1,j} - u_{i,j})/2] \\
 &\doteq (u_R u_R - u_L u_L) + |u_R| (u_{i,j} - u_{i+1,j})/2 - \\
 &\quad |u_L| (u_{i-1,j} - u_{i,j})/2,
 \end{aligned} \tag{5}$$

식(5)를 식(3)에 대입하면,

$$\begin{aligned}
 \partial u^2 / \partial x &\doteq (1 - \alpha) (u_R^2 - u_L^2) / \Delta x + \alpha (u_R^2 - u_L^2) / \Delta x \\
 &\quad + (\alpha / 2) [ |u_R| (u_{i,j} - u_{i+1,j}) / \Delta x - |u_L| (u_{i-1,j} - u_{i,j}) / \Delta x ] \\
 &\doteq (1 / \Delta x) \{ (u_R^2 - u_L^2) + (\alpha / 2) [ |u_R| (u_{i,j} - u_{i+1,j}) - \\
 &\quad |u_L| (u_{i-1,j} - u_{i,j}) ] \},
 \end{aligned} \tag{6}$$

가 된다. 같은 요령으로  $\partial uv / \partial y$ ,  $\partial uv / \partial x$ ,  $\partial v^2 / \partial y$ 를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \partial uv / \partial y &\doteq (1 / \Delta y) \{ (u_V v_U - u_D v_D) + (\alpha / 2) \\
 &\quad [ |v_U| (u_{i,j} - u_{i,j+1}) - \\
 &\quad |v_D| (u_{i,j-1} - u_{i,j}) ] \}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \partial uv / \partial x &\doteq (1 / \Delta x) \{ (u_U v_U - u_P v_P) + (\alpha / 2) \\
 &\quad [ |u_U| (v_{i,j} - v_{i+1,j}) - \\
 &\quad |u_P| (v_{i,j-1} - v_{i,j}) ] \}, \tag{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \partial v^2 / \partial y &\doteq (1 / \Delta y) \{ (v_Q^2 - v_L^2) + (\alpha / 2) \\
 &\quad [ |v_Q| (v_{i,j} - v_{i,j+1}) - \\
 &\quad |v_L| (v_{i,j-1} - v_{i,j}) ] \}, \tag{9}
 \end{aligned}$$

$$\partial uv / \partial y \doteq (1 - \alpha) (u_U v_U - u_D v_D) / e + \alpha PDT$$

$$\begin{aligned}
 PDT &= 2(v_U u_{i,j} - v_D u_{i,j-1}) / (d + e), & \text{for } v_U \geq 0, v_D \geq 0 \\
 &2(v_U u_{i,j+1} - v_D u_{i,j}) / (e + f), & \text{for } v_U < 0, v_D < 0 \\
 &= v_U [u_{i,j} / (d + e) + u_{i,j+1} / (e + f)] + |v_U| [u_{i,j} / (d + e) - \\
 &\quad u_{i,j+1} / (e + f)] - v_D [u_{i,j-1} / (d + e) + u_{i,j} / (e + f)] - |v_D| [u_{i,j-1} / (d + e) - u_{i,j} / (e + f)],
 \end{aligned}$$

같은 방법으로 다른 항을 표시하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 \partial u^2 / \partial x &\doteq 2(1 - \alpha) (u_R^2 - u_L^2) / (b + c) + [\alpha / (2bc)] [u_R (cu_{i,j} + bu_{i+1,j}) + |u_R| (cu_{i,j} - bu_{i+1,j}) - u_L \\
 &\quad (cu_{i-1,j} + bu_{i,j}) - |u_L| (cu_{i-1,j} - bu_{i,j}) - |u_L| (cu_{i-1,j} - bu_{i,j})],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \partial uv / \partial x &\doteq (1 - \alpha) (u_U v_U - u_P v_P) / b + \alpha \{ u_U [v_{i,j} / (a + b) + v_{i+1,j} / (b + c)] + |u_U| [v_{i,j} / (a + b) - \\
 &\quad v_{i+1,j} / (b + c)] - u_P [v_{i-1,j} / (a + b) + v_{i,j} / (b + c)] - |u_P| [v_{i-1,j} / (a + b) - v_{i,j} / (b + \\
 &\quad c)] \}, \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \partial v^2 / \partial y &\doteq 2(1 - \alpha) (v_Q^2 - v_L^2) / (e + f) + [\alpha / (2ef)] [v_Q (fv_{i,j} + ev_{i,j} + ev_{i+1,j}) + |v_Q| (fv_{i,j} - ev_{i+1,j}) - v_L \\
 &\quad (fv_{i,j-1} + ev_{i,j}) - |v_L| (fv_{i,j-1} - ev_{i,j})],
 \end{aligned}$$

확산항은 보통의 중심차분으로 나타내나 다음의 예와 같이 압력항과 함께 부등간격 격자의 보정을 행하여 이산화를 꾀한다.

$$\left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{i,j} \doteq \frac{2}{s(s+1)} \cdot \frac{su_{i+1,j} - (1+s)u_{i,j} + u_{i-1,j}}{c^2}, \quad s = c/b \tag{12}$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j} \doteq \frac{2}{(b+c)} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) \tag{13}$$

## 2-2. 압력과 속도의 동시 반복완화

운동방정식(1)과 연속방정식(2)는 방정식의 계로서는 완결되어 있으나(closed), 연속의식을 만족시키기 위한 압력 $p$ 를 구하는 것은 용이하지 않다. 즉 NS방정식과 압력에 관한 Poisson 방정식으로 부터 얻어지는 속도 및 압력은 보통 연속의 식을 만족시키지 못한다. MAC 법에서는 압력의 Poisson 방정식을 반복법에 의해 풀고 있으나<sup>2)</sup> 계산시간이 많이 걸리며 물체면에서의 경계조건의 처리가 까다로운 결점을 가지고 있다. 그리하여 Los Alamos연구소의 연구그룹이 SOLA시리즈에서 볼 수 있는 개선된 방법을 새롭게 제시 하였으며 그 획기적인 발상으로 인하여 수 많은 성과를 거두고 있다고 할 수 있다. 이하 이에 관한 내용을 상세히 검토한다.

우선, 운동방정식을 양적으로(explicitly) 계산하여 속도의 예측치 ( $\tilde{u}, \tilde{v}$ )를 구한다. 그러나 이 속도성분은 일반적으로 연속의 식(2)를 만족시키지 못한다. 따라서 연속의식을 만족시키지 못하는 정도를 나타내기 위해 발산(divergence)  $D$ 를 다음과 같이 정한다.

$$D = \nabla \cdot \tilde{V}_{i,j} \doteq \frac{1}{\Delta x} (\tilde{u}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j}) + \frac{1}{\Delta y} (\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1}), \quad (14)$$

하나의 격자에서  $D$ 의 값이 양이면 정미의 질량유출을 의미하고 격자내의 압력은 질량의 유출을 막기 위하여 감소되어야 한다. 압력에 관한 Poisson 방정식으로부터 알 수 있는 바와 같이 발산과 압력은 함수관계를 갖고있고  $D(p + \delta p)$ 를 테일러급수 전개하여 고차항을 생략함과 동시에  $\delta p$  의해  $D$ 가 수정되어 0의 값이 되었다고 하면 식(15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D(p + \delta p) \doteq D(p) + (\partial D / \partial p) \delta p \doteq 0, \quad \delta p = -D / (\partial D / \partial p), \quad (15)$$

식(1)을 Euler의 양적 시간진행에 따른 이산화식으로 정리하면,

$$\tilde{u}_{i,j}^{n+1} - \tilde{u}_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1} - \tilde{p}_{i,j}^{n+1}) = RHS_{i,j}^n, \quad \tilde{p}^{n+1} = \tilde{p}^n, \quad (16)$$

가 된다. 이 식을 압력과 속도수정의 반복과정 ( $k, k+1$ )에서의 값을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$${}^{k+1}\tilde{u}_{i,j}^{n+1} = \tilde{u}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} ({}^k\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1} - {}^{k+1}\tilde{p}_{i,j}^{n+1}) + RHS_{i,j}^n, \quad (17)$$

$${}^k\tilde{u}_{i,j}^{n+1} = \tilde{u}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} ({}^k\tilde{p}_{i+1,j}^{n+1} - {}^k\tilde{p}_{i,j}^{n+1}) + RHS_{i,j}^n, \quad (18)$$

이 두식의 차 (식(17)-식(18))를 계산하면,

$${}^{k+1}\tilde{u}_{i,j}^{n+1} - {}^k\tilde{u}_{i,j}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x} ({}^{k+1}\tilde{p}_{i,j}^{n+1} - {}^k\tilde{p}_{i,j}^{n+1}), \quad (19)$$

가 된다.  $(n+1)$ ,  $(i, j)$ 를 생략하여 구배형으로 표시하면,

$$\frac{{}^{k+1}\tilde{u} - {}^k\tilde{u}}{\Delta t} = \nabla \cdot ({}^{k+1}\tilde{p} - {}^k\tilde{p}), \quad (20)$$

가 되고  $\tilde{u}_{i-1,j}$ ,  $\tilde{v}_{i,j}$ ,  $\tilde{v}_{i,j-1}$ 에 대해서도 같은 원리가 적용되어 벡터로 나타내면,

$$\frac{{}^{k+1}\tilde{V} - {}^k\tilde{V}}{\Delta t} = \nabla \cdot ({}^{k+1}\tilde{p} - {}^k\tilde{p}), \quad (21)$$

과 같이 된다. 편의상,  $(k, k+1)$ 를 생략하여 양변에 Divergence를 취하면  $(k+1)$  회에서는 연속의식을 만족하도록 반복과정을 수행함으로

$${}^k \left( \frac{\nabla \cdot \tilde{V}}{\Delta t} \right) = {}^k \left( \frac{D}{\Delta t} \right) = {}^k \nabla^2 \tilde{p}, \quad (22)$$

이 된다. 우변의 Laplacian을 중심차분으로 근사함과 동시에 우대각근사를 취하면,

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{p}_{i-1,j} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i+1,j}}{\Delta x^2} \\ & + \frac{\tilde{p}_{i,j-1} - 2\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i,j+1}}{\Delta y^2} = \frac{D}{\Delta t} \\ & - 2\tilde{p}_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) = -\frac{D}{\Delta t}, \quad (23) \\ & \tilde{p}_{i,j} = - \left( \frac{D}{2\Delta t (1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)} \right)_{i,j}, \end{aligned}$$

가 되나, 양변에 편미분을 행하여 정리하면,

$$\left(\frac{\partial D}{\partial p}\right)_{i,j} = -2\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)_{i,j}, \quad (24)$$

과 같이 되어 식(24)를 식(15)에 대입하면, 하나의 격자에서 조정해야 할 압력변화량  $\delta p$ 는

$$(\delta p)_{i,j} = \omega \left\{ \frac{D}{[2\Delta t(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)]} \right\}_{i,j}, \quad (25)$$

과 같이 표현되어 Newton-Rapson 식의 반복 과정에 이용된다.

여기에서 완화계수  $\omega$ 는 시간진행방법, 격자수 및 그 형태 등에 의해 결정된다. 구체적인 값은 실제의 계산조건에 맞도록 경험적으로 주어지나 일반적으로 양적인 시간진행의 수법에서는 1.0 이상의 가속계수가 된다. 식(25)에서 구해진  $\delta p$ 를 이용하여 격자의 경계면에서의 속도성분을 압력과 동시에 반복수정한다. 식(21)로부터 속도의 수정량은

$$\delta \vec{v} = \Delta t \nabla \delta p, \quad (26)$$

가 되어 다음과 같이 최종 정리된다.

$$\begin{aligned} {}^k \delta p_{i,j} &= \omega^k \left\{ \frac{D}{[2\Delta t(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2)]} \right\}_{i,j}, \\ {}^{k+1} \bar{p}_{i,j} &= {}^k \bar{p}_{i,j} - {}^k \delta p_{i,j}, \\ {}^{k+1} \bar{u}_{i,j} &= {}^k \bar{u}_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} {}^k \delta p_{i,j}, \\ {}^{k+1} \bar{u}_{i-1,j} &= {}^k \bar{u}_{i-1,j} + \frac{\Delta t}{\Delta x} {}^k \delta p_{i,j}, \\ {}^{k+1} \bar{v}_{i,j} &= {}^k \bar{v}_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta y} {}^k \delta p_{i,j}, \\ {}^{k+1} \bar{v}_{i,j-1} &= {}^k \bar{v}_{i,j-1} + \frac{\Delta t}{\Delta y} {}^k \delta p_{i,j}, \end{aligned} \quad (27)$$

간단히,  $\bar{v}_{i,j} = \bar{v}_{i,j-1}$ ,  $\bar{u}_{i,j} > \bar{u}_{i-1,j}$ 의 경우를 생각해 본다. 발산D의 값이 양이 되어 수정해야 될 압력변화량  $\delta p$ 도 양의 값이 된다. 따라서, 하나의 격자내에서 압력은 감소하여 외부로부터의 흐름의 유입을 가져오기 위해서는  $\bar{u}_{i-1,j}$ 는 증가하고  $\bar{u}_{i,j}$ 는 감소하여 격자내의 연속의 식을 만족시키는 방향으로 작용을 반복한다. 만일 식(21)에서  $({}^{k+1} \bar{p} - {}^k \bar{p})$ 를 압력 변화량  $\delta$

$\bar{p}$ 로서 표시하면 그 이후의 식의 부호가 바뀌어 식(27) 내의 모든 부호는 반대가 되는 것을 알 수 있다. 이상은 2차원의 경우이나 3차원의로의 확장은 용이하게 될 수 있을 것이다.

### 2-3. 초기조건 및 경계조건

일반적으로 비정상 흐름의 계산에 있어서 초기의 속도, 압력 및 밀도 등의 값을 정하는 방법에 따라 그 이후의 결과는 큰 영향을 받는다. 속도의 경우에는 유입경계에서의 속도를 서서히 증가시키는 방법, 흐름장 전체의 속도를 처음부터 0으로 하는 방법, 또는 물체의 형상에 적합한 포텐셜 흐름의 속도를 초기치로서 부여하는 방법 등이 제안되고 있다.

본 계산에서는 흐름장 전체에 무차원속도 ( $U=1, v=0$ )를 균일하게 분포시킨 뒤 Courant 수 및 확산수를 만족시키는 시간간격에 안정계수 0.1를 곱하여 약 20사이클까지 계산을 진행시키고 그 이후에는 0.8의 값을 부여하는 수법을 취한다. 단 제일 처음의 사이클에는 임의의 작은 시간간격을 준다. 압력과 중력가속도는 전영역에서 0의 값을 부여한다. 그림1에서 경계조건과 격자분포를 도식적으로 보이고 있으나 무한영역 유동장에서의 계산은 될 수 있으면 넓은 영역을 취할 필요가 있다. 즉, 상하경계조건으로서 보통 slip조건을 주고 있으나 흐름의 상하방향 속도성분의 발달을 억제하는 결과를 가져오며 이의 영향이 바로 물체 주변에 미치게 되어 올바른 공력계수의 산출이 어렵게 된다. 따라서 계산격자의 수가 증가하게 되는 결점이 발생하게 되나 이의 해결을 위해 부등간격 격자를 분포키는 방법을 취할 수 있다. 즉 유동의 변화가 심하지 않은 곳에서는 격자간격이 큰 메쉬를 분포시킴으로서 무한영역을 근사시킬 수가 있으며 본 연구에서 제시하는 수법의 유용성이 평가될 수 있는 근거가 될 수 있다고 본다. 격자를 형성하는 일반적인 방법으로서 임의의 물체를 좌표변환하여 물체 근방에서는 밀집된 격자분포를, 원방에서는 성긴 격자를 자동으로 생성하는 방법을 취하고 있으나 각주와 같은 날카로운 불연속의 접합면을

갖는 물체의 경우에 발생하는 고유의 문제점이 해결되지 못하고 있다. 즉 접합면을 곡선근사하여 격자를 생성하는 경우, 물체면에 직각인 격자가 얻어지지 못함으로써 차분식에서 요구되는 연속의식 등을 항등적으로 만족시키지 못해 오차가 시간진행에 따라 누적되는 문제점이 상존하고 있다. 본 수법에서는 초보적인 방법으로서 직각좌표에 의한 부등간격 격자를 분포시켜 이의 문제점을 해결 하고자 한다.

SOLA시리즈의 계산 알고리즘에서는 운동방정식을 적분하기 위한 경계조건과 반복과정에서의 경계조건이 일치하고 있으나 만일 대류항의 차분근사에 있어서 고차의 정도를 갖는 스킴을 이용하는 경우에는 별도의 경계조건이 필요하다. 유입경계에서는 균일한 유입속도( $u(1, j)=1.0, v(1, j)=0.0$ )를 주고 있으나 채널 흐름에서와 같은 구속된 유동장의 경우에는 실험에 의한 유입 속도를 부여할 필요가 있다. 또한 물체로부터 유입경계면까지의 거리가 점성에 의한 속도의 확산에 커다란 영향을 미친다. 즉  $Re$ 수가 낮을수록 점성의 영향이 커짐으로써 실제의 계산에서 균일한 유입속도를 재현하지 못하는 문제점이 발생할 수 있다. 따라서 상하방향 및 유입부에서의 격자분포상태는 공력계수의 산출에 근본적인 영향을 끼친다.

유출조건은 가장 문제점이 많은 곳으로 무한의 실제영역을 정해진 유한의 계산영역에서 재현하고자 함으로써 상류측으로 수치적인 영향이 전파되어 경우에 따라서는 계산자체가 불가능하게 된다. 이 때문에 여러가지 방법이 제안되고 있다. Lugt&Haussling<sup>17)</sup>은 급히 이동하는 타원체 주위에서의 흐름을 ( $\psi, \omega$ )계의 계산에 의해 해석하고 있으나 유출경계에서의 확산의 영향은 무시하고 압력변동만을 고려하여 유출경계에서의 속도를 구하는 방법을 제시하고 있다. Metha&Lavan<sup>18)</sup>은 같은 유동장에서 압력변동까지도 무시하여 관성항만으로 속도를 구한 결과를 보고하고 있다. Davis&Moore<sup>7)</sup>는 QUICK 스킴에서의  $u$  속도를 구하기 위해  $p$  및  $v$ 는 직선의삽에 의해 구한 뒤 확산항을 무시한 NS방정식을 1차풍상차분에 의

해 근사 시키고 유출경계에서 연속의식을 만족시키도록 Poisson 방정식을 이용하여 압력 및 속도를 수정계산하는 방법을 택하고 있다. Vieceili<sup>19)</sup>는 MAC 법에서의 유출경계조건으로서 경계격자의 간격을 크게 잡아 흐름을 균일하게 함과 동시에  $\nabla v=0$ 의 Neumann 조건을 주고 있다. Hirt&Cook<sup>16)</sup>은 유출경계격자에서의  $u, v$  속도에 완전한 운동방정식으로 부터 얻어진 바로 인접한 격자의 값을 대입한 뒤 내부영역과 동일한 수정완화를 행하는 방법을 제안하였으며 SOLA에서도 같은 방법을 취하고 있다. 본 계산에서는 압력값에 대하여  $p=0$ 의 Dirchlet조건과  $\nabla p=0$ 의 Neumann 조건을 주어 그 결과를 비교하였다.

상방 및 하방경계조건에서는, 보통 slip조건 또는 주기조건을 부여하나 본 계산에서 재현되는 단일 물체의 후방에서 형성되는 Karman와의 구조상 slip조건을 채택한다. 또한 slip조건에 의한 흐름의 구속을 완화하기 위하여 그림1에서 보이고 있는 바와 같이 연속유출조건도 적용한다.

물체의 경계조건은 격자의 경계면을 물체면으로 생각하여 이 면을 통한 법선방향 속도성분은 항상 존재하지 않는다고 가정한다. 만일 대류항의 계산에서 고차의 보간수법을 이용한 스킴을 사용한 경우에는 이 조건을 만족시키기 위해 물체 내측에 가상의 변수값이 필요하며 그 처리가 간단하지가 않다. 이 때문에 물체 주위에서는 정도는 멀어지나 물리적인 경계조건에 맞는 계산방법이 바람직하다고 판단된다. 직각접합면과 같은 불연속면이 존재하는 경우에는 이 근방의 격자에서의 대류항계산이 문제가 된다. 고차 정도의 차분식에서는 이의 처리가 가장 어렵고 전체의 결과에 미치는 영향이 대단히 크다<sup>7)</sup>. 본수법에는 slip 또는 no-slip과 같은 수치적인 조건을 주지않고 물체면에서와 똑같은 방법을 취하나 유일한 방법이라고는 할 수 없다. MAC 법에서는 압력의 Poisson 방정식과 운동방정식을 계산할 때 물체면에 접하는 내측경계에서의 발산값이 영이 되도록 특별한 변수분포를 취할 필요가 있다<sup>12)</sup>.



2-4. 수치안정조건과 계산정도

SOLA-VOF에서는 2차원의 비압축성 유체에 대하여 대류와 확산이 동시에 존재하는 경우가 안정성 해석을 행하여 시간간격의 제한을 두고 있다. 우선 1회의 시간스텝 간에 변수가 이동되는 거리는 공간을 이산화 할 때의 격자폭을 넘기지 못하기 위한 Courant 조건은,

$$\delta t < \min\left(\frac{x}{|u|}, \frac{y}{|v|}\right)_{i,j}, \quad (28)$$

로 주어지며 운동량에 대해서는 이의 확산이 1회의 시간스텝 간에 하나의 격자폭을 넘을 수 없다는 확산의 조건이 다음과 같이 주어진다.

$$\delta t < \frac{\nu}{2} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)_{i,j}, \quad (29)$$

다음으로 계산 조건에 따라 수치안정성을 도모하기 위한 가중계수를 변화시킨다. 본 계산에서는 이 계수를 경험적으로 정하는 수법을 취하나  $Re=10^2$ 의 경우에는 0.2, 0.3 및 0.4의 값을 주어 이의 영향을 검토한다.

$Re=10^3$ 에서는 0.45를,  $Re=10^4$ 에서는 0.5의 값을 적용하여 계산을 수행하였다. 실제의 계산에서는 계산초기를 제외하고 식(28) 및 식(29)를 만족시키는 시간간격값에 안정계수로서 0.8을 곱하여 시간진행을 행하였다.

차분법에 있어서 얻어진 해의 정도는 수축성 및 안정성과 함께 중요한 요소이며 부등간격 격자를 사용할 때나 고 $Re$ 수 흐름에서 물체근처의 유동 특성을 재현시키기 위해서는 늘 검토해야 할 문제이다. 보통, 대류항을 표시하는 이산화식에 시공간적으로 테일러 급수전개를 행하여 정리한 경우 최저차의 항은 원래의 차분근사식을 의미하고 그 다음의 항이 오차의 주요항이 되어 이 값을 평가함으로써 해가 갖는 정도를 검토하고 있다. Hirt<sup>20)</sup>는 유한차분방정식의 각 항을 다시 한번 테일러 전개하여 연속체에 대한 편미분방정식에 환원하는 방법을 이용하여 truncation오차를 얻고 있다. 이 수법은 NS방정식이 갖고 있는 비선형성을 용이하게 표현할 수 있고 나아가 고 $Re$ 수 흐름에서 문제가 되는 인공점정계수가 곧 바로 계산

되어 지는 특징을 갖고 있다. MAC 법에서의 중심차분과 파아설도너의 풍상차분에서 나타나는 실효확산계수는 다음과 같이 주어진다<sup>20)</sup>.

$$MAC : \nu - \frac{\Delta x}{2} u^2 - \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\Delta x^4}{12} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad (30)$$

$$Par.donor : \nu + \frac{\Delta x}{2} |u| - \frac{\Delta t}{2} u^2 - \frac{\Delta x^2}{4} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^3}{8} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\Delta x^4}{24} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad (31)$$

안정성해석의 기본원리로 부터 식(30), (31)의 값이 음이되면 불안성이 나타남을 의미한다. 식(31)에서는 공간 및 시간에 대한 주요항의 부호가 반대가 되어 적당한 격자간격과 시간간격이 주어지면 어느정도 상쇄될 가능성을 보이고 있으나 본 계산에서는 가중계수가 도입된 점과 y 방향성분의 확산계수도 고려해야 할 필요가 있다. 또한 식(30)에 더해서 y 방향의 확산계수를 계산한 결과<sup>14)</sup>가 다음과 같이 제시되고 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} - g_x \\ & = \left(\nu - \frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ & + \left(\nu - \frac{\Delta t}{2} v^2 - \frac{\Delta y^2}{4} \frac{\partial v}{\partial y}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (32) \end{aligned}$$

이 식은 확산항의 형태로 정리한 것이나 실제로 테일러 급수전개를 해보면 확산항 이외에  $(-1/2)\partial v/\partial x \cdot \partial u/\partial y \cdot \Delta x + (1/2)\partial u/\partial y \cdot \partial v/\partial x \cdot \Delta y$  항이 나타나며 보통의 선형화된 대류항의 전개보다 복잡한 결과를 얻는다. 비선형의 안정성해석<sup>20)</sup>에는 이와 같은 부가항도 고려해야 할 것이다. 파아설도너의 경우는 더욱 복잡한 식으로 정리될 것이다. 이는 식(5)등에서 알 수 있는 바와 같이 속도의 정부를 고려하여 대칭형으로 표시할 경우 절대치기호에 들어오는 값이 두개의 속도성분이 되어 급수전개에 의한 식의 정리가 간단히 되지 않기 때문이다. 본 계산에서는 이와 같은 점들을 고려하

여 구체적인 확산계수값을 제시하지 못함으로써 정도에 관해서는 상세한 논의를 생략한다. 따라서 실용적인 범위에서의 작은 시간간격과 격자분포를 이용하는 것으로 하여 계산을 수행하였으나 장래에는 보다 명확한 안정성해석 및 정도평가가 요구된다.

### 2-5. 계산순서

우선 계산영역을 어떻게 정할 것인가 하는 문제가 발생되나 될 수 있으면 큰 영역을 취하여 무한의 흐름장을 근사 시키는 것이 바람직할 것이다. 즉 계산대상이 되는 Re수에 따라 물체 주위에서의 확산의 영향이 미치는 범위가 틀리기 때문에 저Re수의 계산에서는 보다 넓은 영역이 필요할 것이다.

2-3항에서 기술한 초기조건 및 경계조건하에서 시간진행의 계산을 수행하였으나 제1사이클에서는 작은시간간격( $\Delta t = 0.001$ )을 임의로 주었다. 각 사이클마다의 속도예측치는 식(1)의 운동방정식을 2-1항에서의 차분근사수법을 이용하여 수치적분함으로써 구할 수 있다. 다음으로 공간분포된 각각의 격자에서 연속의식이 성립하도록 2-2항에서 언급한 속도 및 압력의 동시완화를 정해진 수속판정기준에 달할 때까지 반복하여 예측치를 수정한다. 수속판정수법으로서는 각 격자에서의 발산(식14)의 값이 0.002 이하가 되면 다음의 사이클로 계산이 넘어가도록 하였다. 이 기준값을 좀 더 작게 또는 더 크게 취할 경우, 계산결과에 미치는 영향을 예비적으로 검토해 본 결과, 큰 차는 없다고 판단하였으나 다른 계산조건에서는 틀릴 것으로 예상된다. 이 값을 작게하면 연속의식을 만족시키는 점에서는 바람직하나 그만큼 계산시간이 증대하는 결점이 발생한다. 계산초기에 고려해야 될 또 하나의 문제점은 압력 및 속도의 동시완화과정중 반복회수의 제한을 어떻게 둘 것인가 하는 점이다. 이상적으로는 반복회수의 제한을 두지 않고 발산에 의한 기준치까지 도달할 때 까지 계산을 수행할 수도 있으나 이 경우 프로그래밍의 잘못 또는 impulsive

start 본래의 특성으로부터 무한대에 가까운 계산시간이 소요될 염려가 있다. 본 계산에서는 계산초기의 수사이클까지는 제한치, 예를 들어 1000정도의 값을 부여하여도 얻어진 공력계수의 산출결과에는 영향을 미치지 못함을 경험적으로 파악하였으나 다른 유동조건에서는 발산에 의한 수속기준치와 다찬가지로 예비적인 검토가 필요하다고 생각되어진다. 계산의 초기에 수치적인 교란(perturbation)을 부여하여 와의 발생을 촉진시키는 편의적인 방법이 종래부터 이용되어 왔으나 본 수법에서는 채택하지 않는다. 특히 저Re수의 계산에서는 시간평균의 공력계수 값을 얻기 위해 요구되는 계산시간이 고Re수의 경우에 비교하여 크게 요구되어 이의 해결을 위해 다양한 방법으로 초기 교란을 준 예가 많다. 본 연구에서도 초기 교란을 부여하여 계산을 진행하여 본 결과 별도의 교란을 주지않은 결과에 비교해서 와의 발생이 촉진되었다. 그러나 이용되었던 계산기(Hitachi H680)의 처리속도가 비교적 빠른관계로 전 계산에 대해서 임의의 수치적인 교란을 주지 않고 계산을 수행하였다. 시간 진행방법에 대해서는 양적인 오일러의 방법을 주로 택하였고 일부는 2차정도의 Adams-Bashforth법을 이용하여 그 결과를 비교하였다. SOLA에서는 각 사이클마다 Courant 수 및 확산수를 만족시키는 시간간격이 자동적으로 계산되어 다음의 사이클의 시간적분에 이용된다. 계산의 소요시간은 Re수에 따라 다르나 무차원 시간 60부터 140까지의 범위에서 계산을 종료하였으며 그 대략적인 판단기준으로서는 Karman와가 규칙적으로 방출되어 시간평균의 공력계수를 구할 수 있을 때 까지로 하였다.

### 2-6. 공력특성계수의 산출

계산결과 얻어진 무차원속도  $u, v$ 와 압력  $p$ 를 이용하여 제공력계수의 값이 산출된다. 데이터의 샘플링 시간간격은 0.25이다. 시간평균의 값을 구하기 위한 데이터의 수는 80-120개 전후이다. 항력계수 및 양력계수의 산출식은 다

음과 같다.

$$C_D = - \int_0^{2\pi} 2p_w \cos \theta d\theta - (2/Re) \int_0^{2\pi} \xi_w \sin \theta d\theta, \quad (33)$$

$$C_L = - \int_0^{2\pi} 2p_w \sin \theta d\theta + (2/Re) \int_0^{2\pi} \xi_w \cos \theta d\theta, \quad (34)$$

$p_w$  = 물체벽면에서의 무차원압력,  
 $\xi_w$  = 벽면에서의 무차원와도

상기의 식에서 나타나는  $\theta$ 는 후방벽면에서는 0, 상방벽면에서는  $\pi/2$  순으로 반시계방향으로 회전하는 각도를 의미한다.  $C_D$ 는 유출의 방향을  $C_L$ 은 상방을 양의방향으로 한다. 물체벽면에서의 압력은 인접한 격자의 값을 선형외삽하여 구하나 박리가 발생하는 상하면에서는 박리층의 구조가 급격히 변동하기 때문에 이와 같은 선형보간의 방법이 유일한 방법이라고 할 수는 없다. Strouhal수의 계산에서는 그림1의 A점에서 얻은 속도파형 및 양력계수파형으로부터 1사이클당의 무차원 시간간격을 이용한다. A점 이외의 장소에서 얻은 파형은 대체로 진폭이 약하게 나타남을 경험적으로 할 수 있었다.

### 3. 계산결과 및 검토

계산의 초기부터 안정계수 0.8을 준경우, 항력파형에 심한진동이 발생하여 수치적 불안정성이 계속 유지되고 이후의 결과에 미치는 영향이 크다. 수속판정기준으로서 발산치를  $2 \times 10^{-3}$ 보다 작게 취하여도 반복회수만 증가할 뿐 공력계수의 산출에는 거의 영향을 미치지 못함을 경험적으로 알 수 있었다. 또한 유출경계에서의  $p$ 의 처리가 문제가 되나 본 계산에서는  $p=0, \nabla p=0$ 의 두 방법을 적용하여 비교해본 결과 차가 없음을 알았다. 표1의 계산은 전부  $p=0$ 의 조건하에서 행한 결과이다. 물체벽면 근처의 정방격자의 일변의 길이를 0.1H로부터 0.05H로 반분하여 그림1의 L범위의 격

자를 세분해서 HITAC-M680의 범용 스칼라 계산기를 사용해 계산한 결과,  $Re=10^4$ 의 경우에 무차원시각  $T=63(UT/H)$ 부터  $T=87.5(UT/H)$ 까지 걸린 CPU 시간이 4분36초였으며 0.1H 경우와 비용하여 3.3배의 계산시간이 필요하였다. 또한 Karman와가 규칙적으로 방출될때의 계산시간은 무차원시간30UT/H에 대하여 15분이 소요되었다.

#### 3-1. 양력계수( $C_L$ ), 항력계수( $C_D$ ) 및 시간평균항력계수( $C_{Dav}$ )

$Re=10^2$ 의 경우 시간평균의 값을 구하기 위해서 보통  $T=105(UT/H)$  정도까지 계산을 행할 필요가 있다. 이하 표1을 참조하여 검토하기로 한다. 그림2와같이 격자보정을 행한 결과(K1B)에서는 보정을 행하지 않은 결과(K1A)보다  $C_{Dav}$ 가 약간 큰 값을 보이고 있으나 그림1에서 알 수 있는 바와 같이 부등간격격자는 물체로부터 떨어져 부분적으로 분포되어 있기때문에 현저한 개선은 나타나지 않는다. 또한 (K1B)의 결과로부터 저 $Re$ 수에서는 벽면와도성분의 기여가 무시될 수 없음을 알 수 있다. Davis-Moore<sup>8)</sup>는 압력성분만을 고려한 값을 보고하고 있다. 벽면근처의 격자수를 늘려 해상도(resolution)를 높인 결과가(K1D)이다. (K1D)는 가중계수의 영향을 알아본 것으로 이 값이 클수록 풍상차분으로 부터의 수치오차가 커져  $C_D$ 의 값이 작아지게 됨을 알 수 있다. 그림3에서 (K1A)의 파형에 작은 리플이 발생한 것을 볼 수 있으나 수치불안정성에 기인한 결과로 생각되어진다. 항력계수 이외에는 불안정성이 나타나지 않은 것같이 보여지나 등와선도를 그려보면 물체주위 특히 전방부에서 위글(wiggle)이 발생한다. (K1D)는 (K1B)의 임의시각의 값을 초기치로하여 계산한 결과이나 가중계수가 크기 때문에  $C_D$ 의 값이 감소하게 됨을 알 수 있다.  $Re=10^3$ 에서도  $Re=10^2$ 경우와 유사한 경향을 보이고 있으나 (K2A), (K2B)에서는  $Re=10^2$ 의 경우보다 값이 작아짐으로써 (K2C)에서와 같이 벽면근방에서의 격자를 세분하지 않으면 타당한 결과를 얻지

못하고 있다.

(K2D)에서는 상하방경계에서 free-slip 조건에 따른 y 방향흐름의 구속을 완화할 목적으로 연속유출조건에 준 결과이나 (K2A)와의 차가 없기 때문에 그림1의 상하방향의 계산영역은 충분하다고 할 수 있을 것이다. 이 경우 발달한 와가 나타나기까지는 계산시간이 더 많이 걸린다. (K2B)의 결과를 보면  $Re=10^8$ 의 흐름에서는 벽면에서의 와도성분의 기여가 무시될 수 있음을 알 수 있다. (K2E)는 시간진행을 Euler의 전진형으로 부터 2차정도의 Adams-Bashforth 법으로 바꾼 경우의 결과이나  $C_{Dav}$ 값에는 현저한 변화가 없음을 보여준다. 그림4는 (K2B) 및 (K2C)의 양력계수파형이다.  $Re=10^4$ 에서는 (K3C)과 같이 벽면근방의 격자를 세분하면 이가라시의 결과[6]와 거의 같은  $C_{Dav}$ 값이 얻어진다. 이때에 그림5와 같은  $C_D$ 의 파형이 나타나나 (K3C)의 항력의 좌포속 값이 다름에 유의 할 필요가 있다.

### 3-2. Strouhal수

$Re=10^2$ 에서는 격자의 보정과 세분화에 따라 값이 실험치에 접근하는 경향을 보이고 있다(K1A, K1B, K1C). 가중계수를 증가시킨 경우에는 St수의 지하가 크다.  $Re=10^3$ 에서는 격자를 세분한 결과 (K2C)와 시간진행에 2차정도의 방법을 채택한 결과(K2E) 만이 실험치의 범위에 들어옴을 알 수 있다.  $Re=10^4$ 에서는 모든 경우의 St수 값이 실험치에 가까운 결과를 보이고 있다. 그림6은  $Re=10^4$ 에서 St수 계산에 이용된 v 속도파형이다. u 속도파형의 주파수는 v 속도의 주파수의 2배가 되는 특성을 보이고 있다.

### 3-3. 압력계수분포

물체주위에서의 압력계수분포는 실험적으로 여러결과<sup>3)-5)</sup>가 있으나 대개가 시간평균의 값이며 순시의 변동을 나타낸 정량적인 결과가 없는 실정이다.  $Re=10^2$ 의 경우에는 계산결과 사이에 큰 차가 없음을 알 수 있다.

그림7은 양력계수의 값이 최대가 되었을 때의 분포이나 (K1C)가 상하면의 전방접합면에서 보다 큰 부압을 나타내고 있다.  $Re=10^3$ 에서는 (K2C)를 제외한 계산은 유사한 결과를 보여주고 있다. 그림8은 (K2B)에서의 시간평균  $C_P$ 의 분포이다. (K2C)에서는  $C_{Dav}$ 와 St수가 실험치와 거의 일치한 결과를 얻었으며 벽면 근처에서의 압력계수의 변동을 잘 재현하고 있다고 생각되어 진다. 그림9는 그림4의 (K2C)의 A점, B점 및  $C_D=\max$ 의  $C_P$  분포 및 시간 평균의 분포를 보여준다.  $C_L=\max$  및  $C_D=\max$ 의 경우는 상하면의 전방부에서 부압의 최대값이 크게 나타나고 있다. Kwok<sup>4)</sup>은  $Re$ 수는 명기하지 않은 실험을 통해서 정방향각주의 상하벽면에서의 변동피이크 값을 표준편차의 형태로 정리하여 -4.5의 값을 제시하였고 그 원인으로 전단층이 간헐적으로 재부착하기 때문으로 추정하고 있다.  $Re=10^4$ 의 경우에는  $Re=10^3$ 에서보다 변동의 양상이 크게 나타나고 있으며 그림11은  $C_L=0$ (-로 부터+),  $C_L=C_D=\max$ 에서의  $C_P$ 분포 및 시간평균의  $C_P$  분포를 보이고 있다. 그림12는 (K2C)의  $C_L=\max$ 때의 속도벡터이며 하방부분에서 발달한 와의 모습을 재현하고 있다. 그림13은 (K3C)에서의  $C_L=\max$  및  $C_D=\max$ 의 속도벡터이며 순시적으로 급변하는 유동현상을 가시적으로 잘 표현하고 있다고 생각되어진다. 그림11의  $C_P$  선도와 비교해보면 물체후방에 형성되는 Karman와의 중심이 물체에 접근할수록  $C_P$ 값이 커짐을 알 수 있다. 또한 (K2B)에서는  $C_L=0$ 시의 무차원와도 최대절대값이 46.3이었으나 (K2C)에서는 104.8이 되어 보다 큰 값을 얻고있다. y 방향의 최대속도도 (K2B)에서의 1.42에 대해서 (K2C)에서는 1.71이 되어 벽면 근방에서의 격자의 해상도에 따라 값이 크게 달라지고 있음을 알 수 있다. 그림 10은 (K2B)  $C_L=\max$ 시의 등압선도, 등와도선도, 속도벡터 및 순시유선도의 예를 보이고 있다.

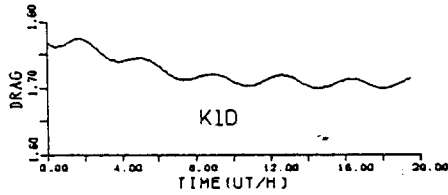
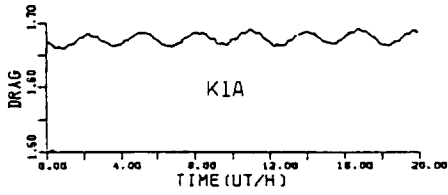


Fig. 3  $C_D$  Curve ( $Re=10^2$ , K1A,K1D)

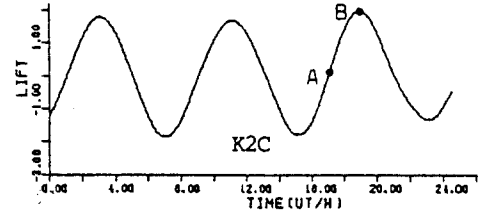
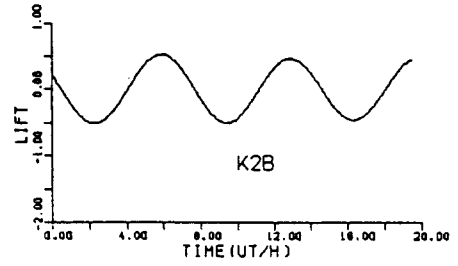


Fig. 4  $C_L$  Curve ( $Re=10^3$ , K2B,K2C)

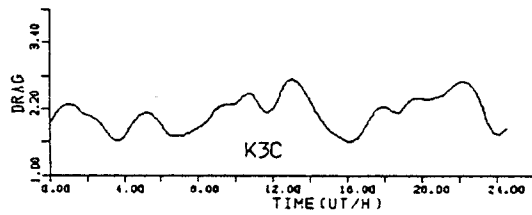
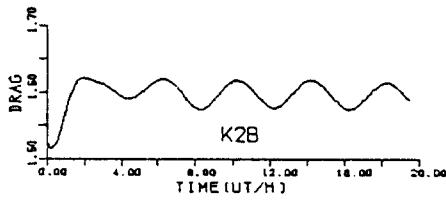


Fig. 5  $C_D$  Curve ( $Re=10^3$ (K2B),  $Re=10^4$ (K3C))

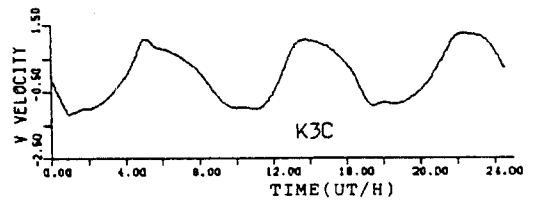
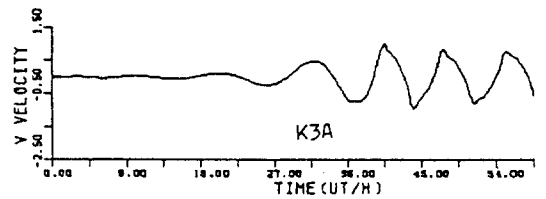


Fig. 6 V velocity ( $Re=10^4$ , K3A,K3C)

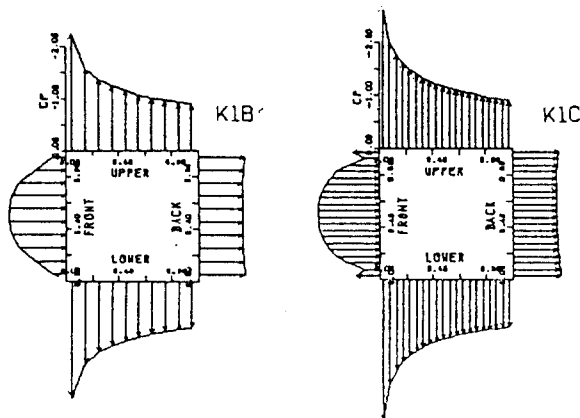


Fig. 7 Average  $C_p$  ( $Re=10^2$ , K1B,K1C)

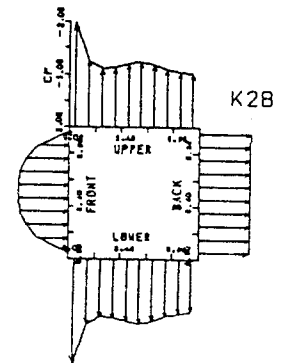


Fig. 8 Average  $C_p$  ( $Re=10^4$ , K2B)

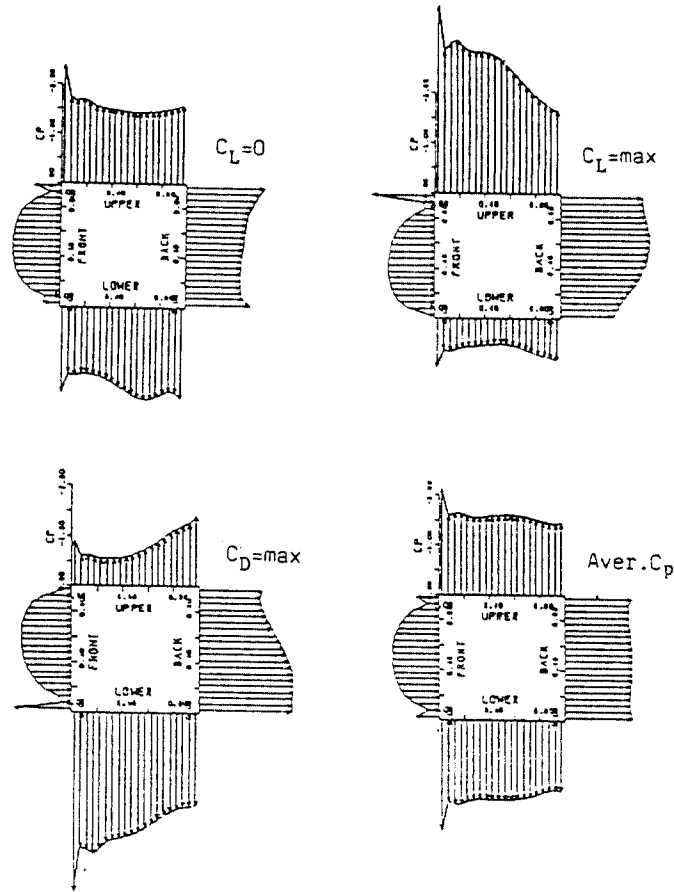
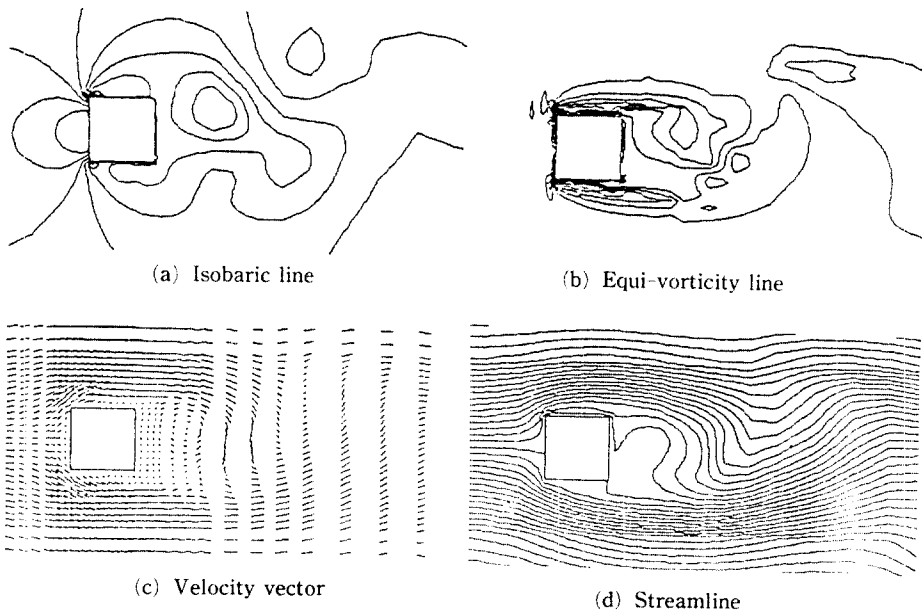


Fig. 9 Instantaneous  $C_p$  ( $Re=10^3$ , K2C)



(a) Isobaric line (b) Equi-vorticity line (c) Velocity vector (d) Streamline

Fig. 10 Graphic results of  $C_L = \max$  for  $Re=10^3$  (K2B)

3-4. 시간평균의 배압계수( $C_{pb}$ ), 정체점 압력계수( $C_{pst}$ ) 및 유입경계의 시공간평균압력계수( $P_{inm}$ )

물체주위의 압력특성을 나타내는 또다른 방법으로 물체후면의 중앙부에서의 시간평균압력계수의 값을 자주 인용한다(표1).  $Re=10^2$ 의 경우에는 -0.8 전후의 값이 되나 비교를 위한 실험결과치를 얻지 못하였다.  $Re=10^3$ 의 경우에는 (K2C)의 결과가 실험치<sup>9)</sup>에 가까운 결과를 얻고있다.  $Re=10^4$ 에서도 (K3C)의 값이 실험치에 접근한 값을 보이고 있다. 물체전면에서 평균압력이 제일 높은 곳을 정체점이라 할 경우 이 점에서의 시간평균압력계수  $C_{pst}$ 는  $Re=10^2$ 에서 1.1 전후,  $Re=10^4$ 에서는 0.95전

후의 값을 얻고있다. 실험적인 관점에서 보면 물체에 접근하는 유체에 포함된 turbulence성분의 크기가 이 값에 큰 영향을 미친다고 판단되나 수치해석수법에서는 유한의 계산영역문제와 이에 수반하는 점성의 영향 등을 고려할 필요가 있고 이에 관한 체계적인 검토가 요청된다고 본다.  $P_{inm}$ 은 유입부에서의 압력계수를 의미하나 반복완화되는 계산점인 (2, j)에서의 시공간평균압력계수의 값을 취하였다. 실제의 압력계수분포를 살펴보면 상하방경계에 가까울수록 값이 감소하여 최대 0.02정도의 차가 생김을 알 수 있고 따라서 물체전방의 계산영역이 더욱 넓어야 무한영역을 근사시킬 수 있음을 나타내고 있다.

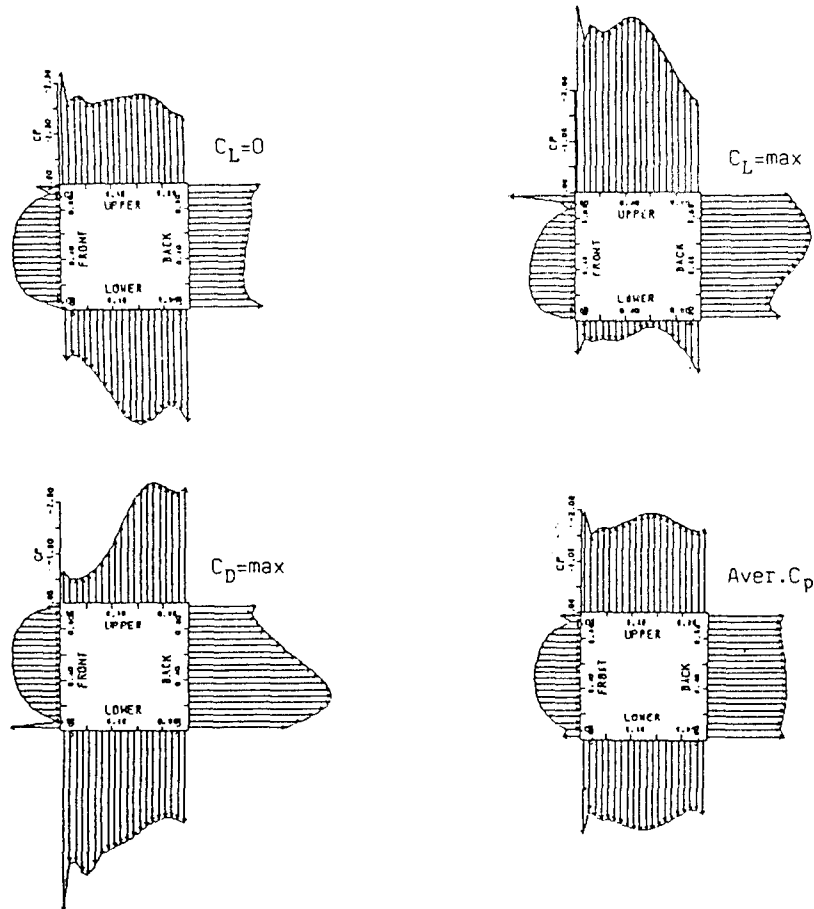


Fig. 11 Instantaneous  $C_p$  ( $Re=10^4$ , K3C)

Table 1 Summaries of calculation results.

Item	Re	Grid Cor. (Weight.F.) (Boun. Con.)	Grid Number	Aver $C_D$	Aver. St No.	Aver. $C_{pb}$	Aver. $C_{pst}$	Aver $P_{1nm}$	Reference Data
K1A	100	No Cor. (0, 2) (free)	55×60	1.68	0.170	-0.81	1.01	0.06	Davis(8) (1983)
K1B		Cor. <sup>3)</sup> (0, 2) <sub>4)</sub> (free)	55×60	1.75 <sub>5)</sub> (1.52)	0.162	-0.84	1.08	0.08	$C_D \approx (1.64)$ (cal.) $St \approx 0.153$ (cal.)
K1C		Cor. (0, 3) (free)	71×76	1.82	0.157	-0.84	1.17	0.05	Okajima (9) (1987)
K1D <sup>1)</sup>		Cor. (0, 4) (free)	55×60	1.71	0.138	-0.76	1.06	0.06	$St \approx 0.140$ (exp.)
K2A	1000	No Cor. (0, 45) (free)	55×60	1.56	0.145	-0.94	0.90	0.06	Davis(8) $St \approx 0.138$ (exp.)
K2B		Cor. (0, 45) (free)	55×60	1.62 <sub>5)</sub> (1.62)	0.143	-0.98	0.95	0.05	$C_D \approx (2.04)$ (cal.)
K2C		Cor. (0, 45) (free)	71×76	1.88	0.125	-1.33	0.93	0.06	Okajima (9) $St \approx 0.120$
K2D		No Cor. (0, 45) <sub>4)</sub> (con.)	55×60	1.55	0.148	-0.93	0.91	0.05	0.138 (exp.)
K2E <sup>2)</sup>		Cor. (0, 45) (free)	55×60	1.59	0.130	-0.93	0.96	0.06	$C_{pb} \approx 1.34$ (exp.)
K3A	10000	No cor. (0, 5) (free)	55×60	1.53	0.128	-0.90	0.90	0.06	Okajima (9) $St \approx 0.128$ (exp.)
K3B		Cor. (0, 5) (free)	55×60	1.60	0.124	-0.94	0.94	0.05	Igarashi (6) (1984)
K3C		Cor. (0, 5) (free)	71×76	2.13	0.122	-1.58	0.90	0.07	$C_D \approx 2.18$ (exp.)
K3D		No Cor. (0, 5) (con.)	55×60	1.54	0.128	-0.85	0.90	0.06	$C_{pb} \approx -1.60$ (exp.)
Remarks:									
1: weighting factor changed from 0, 2 to 0, 4									
2: time marching of Adams-Bashforth's(time step=0, 03)									
3: variable grid CORRECTION adopted in the present study									
4: free slip or continuous outflow condition at up and down boundary									
5: result from neglecting vorticity component at rigid wall									



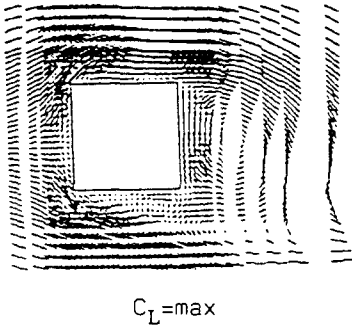
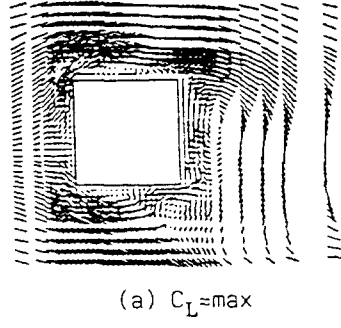
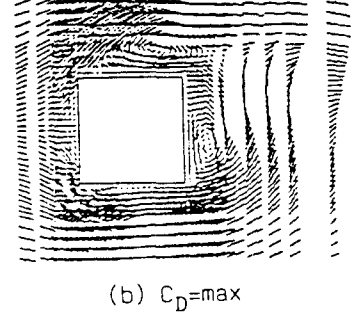


Fig. 12 Velocity vector(Re=10<sup>3</sup>, K2C)



(a) C<sub>L</sub>=max



(b) C<sub>D</sub>=max

Fig. 13 Velocity vector(Re=10<sup>4</sup>, K3C)

#### 4. 결 론

정방형각주의 주위를 흐르는 2차원 비정상 점성류를 재현하기 위한 기존의 수치해석수법을 개량하여 실험치와의 비교가 가능할 정도의 결과를 얻었다. 즉,

- 1) SOLA-VOF에서는 부등간격격자를 채택하기 위해 비보존형의 대류항 근사수법을 취하고 있으나 이를 보존형으로 표현하는 수법을 제시하였다.
- 2) SOLA에서 채택한 압력속도 동시완화방법 및 각종의 경계조건을 면밀히 검토하여 차후 새로운 계산 알고리즘의 개발에 도움이 되도록 하였다.
- 3) 물체주위에서의 격자의 해상도를 높여 제 공력계수를 산출하였으며 실험치와 비교하여 본 결과 만족할 만한 일치를 보였다. 또한 전체의 계산영역에 필요한 격자수가 적음으로서, 필요한 계산시간이 단축되어 계산의 실용성을 높게 하였다.
- 4) 특히, 고Re수의 경우의 기존의 실험치와 일치하는 결과를 얻음으로써 난류의 수치해석과 비교될 수 있는 기초적인 자료를 제공하였다.
- 5) 정도에 관한 면밀한 검토 및 다른 유동장에서의 적용 등이 요청된다.

#### 5. 감사의 말

본 연구는 동경대학교공학부 기계공학과에 재

학중 수행한 연구 결과의 일부이며 시종 폭넓은 지도를 아끼지 않았던 Matsumoto Yoichiro 지도교수와 Ohashi Hideo교수에게 깊은 감사를 드린다.

#### 6. 참고문헌

- 1) J.H.Gerrard, The mechanism of the formation region of vortices behind bluff bodies, J. Fluid Mech., Vol.25-2, p.401, 1966.
- 2) A.Okazima, Strouhal numbers of rectangular cylinders, J.Fluid Mech., Vol.123, p.379, 1982.
- 3) B.E.Lee, The effect of turbulence on the surface pressure field of a square prism, J. Fluid Mech., Vol.69-2, p.263, 1975.
- 4) K.C.S.Kwok, Effects of turbulence on the pressure distribution around a square cylinder and possibility of reduction, Trans ASME J. Fluids Eng., Vol.105, p.140, 1983.
- 5) H.Sakamoto and S.Oiwake, Fluctuating forces on a rectangular prism and a circular cylinder placed vertically in a turbulent boundary layer, Trans. ASME J. Fluids Eng, Vol.106, p.160, 1984.
- 6) T.Igarashi, Characteristics of the flow around rectangular cylinders (the case of the angle of attack 0 deg), JSME(in Japanese), Vol.50, p.3185, 1984.
- 7) R.W.Davis and E.F.Moore, A numerical study of vortex shedding from rectangles, J.Fluid Mech.,Vol.116, p.475, 1982.

- 8) R.W.Davis, E.F.Moore and L.P.Purtell, A numerical-experimental study of confined flow around rectangular cylinders, *Phys Fluids*, Vol.27(1), p.46, 1984.
- 9) 오카지마, RC전열수치해석기술의 응용조사연구분과회 자료, 일본기계학회, 1987.
- 10) A.Bradnt, J.E.Lendy and H.Ruppel, The multigrid method for semi-implicit hydrodynamics codes, *J.Comp. Phys.*, Vol.34, p.348, 1980.
- 11) C.W.Hirt and B.D.Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J.Comp. Phys.*, Vol.39, p.201, 1981.
- 12) F.H.Harlow and J.E.Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys Fluids*, Vol.8-12, p.2182, 1965.
- 13) J.Noye, Numerical simulation of fluid motion North-Holland Co., p.223, 1976.
- 14) R.K.C.Chan and R.L.Street, A Computer study of finite-amplitude water waves *J.Comp Phys.*, Vol.6, p.68, 1970.
- 15) F.H.Harlow and A.A.Amdsen, A numerical fluid dynamics calculation method for all flow speed, *J.Comp. Phys.*, Vol.8, p.197, 1971.
- 16) C.W.Hirt and J.L.Cook, Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain, *J.Comp. Phys.*, Vol.10, p.324, 1972.
- 17) H.J.Lugt and H.J.Haussling, Laminar flow past an abruptly accelerated elliptic cylinder at 45 degree incidence, *J.Fluid Mech.*, Vol.65-4, p.711, 1974.
- 18) U.B.Metha and Z.Lavan, Starting vortex, separation bubbles and stall: a numerical study of laminar unsteady flow around an airfoil *J.Fluid Mech.*, Vol.67-2, p.227, 1975.
- 19) J.A.Viecelli, A computing method for incompressible flows bounded by moving walls, *J.Comp. Phys.*, Vol.8, p.119, 1971.
- 20) C.W.Hirt, Heuristic stability theory for finite-difference equations, *J.Comp. Phys.*, Vol.2, p. 339., 1968.