

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第27卷 第4號 1990年 12月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 27, No. 4, December 1990

## 有限要素法에 의한 薄板熔接의 2次元非定常熱傳導 解析

방 한 시\*

 A Study on the Two Dimensional Unstationary Heat Conduction  
 during the Welding on Thin Plate by F.E.M.

by

H.S. Bang\*

## 요 약

박판용접은 선박, 자동차 등의 강(steel) 구조물의 제작시 폭넓게 사용되어지고 있다. 그러나 박판용접시 발생되어지는 열변형 및 용접잔류응력은 구조물 제작중은 물론 가동시에도 그 안정성을 해치는 경우가 있다. 따라서 용접잔류응력 및 열변형을 정확하게 예측하기 위하여 열원이동의 효과를 고려한 박판의 온도 분포특성을 정확하게 해석하는 것이 중요하다.

본 논문에서는, 박판의 2차원 비정상 열전도 문제를 아이소파라메트릭 요소를 이용하여 정식화하였으며, 동시에 유한요소법의 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며, 그 타당성을 검증하기 위하여 본 해석 결과와 실험결과 비교 검토하였으며 또한 그 효용성을 증명하였다.

## Abstract

For constructing the steel structures of ship and automobiles etc, thin plate welding has been extensively used in recent years. However, the welding of plate produces welding deformation and residual stress which sometimes extremely harm to the safty of structure in the course of construction and operation.

Therefore, in order to accurately prediet the welding deformation and residual stress, it is important to exactly analyze the distribution of temperature during welding in thin plate and take into account the moving effect of the heat source.

In this paper, two dimensional unstationary heat conduction problemes of thin plate are formulated using an isoparametric finite element. After the development of the computer program, this method is applied to some specimens, and the analyzed results are compared with the experimental ones to confirm the usefulness of this method.

발 표 : 1990년도 대한조선학회 춘계연구발표회 ('90.4.15)

접수일자 : 1990년 5월 21일, 재접수일자 : 1990년 9월 24일

\* 정회원, 조선대학교 조선공학과

1. 序 論

자동차, 선박, 교량 및 건물등의 대형철구조물에서 부터 각종 기기의 제작에 이르기까지 용접은 폭넓게 사용되어지고 있다. 그러나 용접시 발생되어지는 용접 잔류응력 및 변형은 구조물 및 기기의 제작중 또는 가동시 그 안정성등을 현저하게 손상시킴은 잘 알려진 사실이다. 따라서 용접부의 건전성을 보장하기 위하여 용접을 수행하기전에 용접잔류응력 및 변형을 보다 정확하게 예측하는 것이 중요하나 이를 위하여 용접열원에 의한 온도분포의 특성을 파악하는 것이 선행문제이다.

종래에는 복잡한 용접 형상 및 재료정수의 온도의존성 등을 단순화 및 일정화 하여 간단한 해석이나 또는 차분법등을 일반적으로 이용하여 왔으나[1,2] 최근 들어 컴퓨터의 급속한 발전에 의한 CPU 용량의 대형화에 힘입어 유한요소법이 용접역학 분야에[3,4,5] 널리 사용되어 지고 있다. 특히 본 논문에서는 용접열원의 이동효과를 반영하였을 뿐만아니라 재료의 비선형화 즉 재료정수의 온도 의존성을 고려하였으며, 또한 아이소파라메트릭요소를 도입하여 요소 및 절점의 온도 뿐만아니라 임의의 점(요소의 길이, 넓이 및 두께 내에서의 적분점)에서도 필요한 온도분포특성을 알 수 있도록 하였다.

용접열원의 특성은 열원자체가 이동하며 또한 극히 국부적으로 발생되어지므로 본 연구에서는 산업현장에서 가장 보편적으로 폭넓게 사용되는 박판(판두께 방향의 온도변화는 일정하다고 가정)을 연구대상으로 하였다. 따라서 유한요소법에 의한 2차원비정상비선형 열전도해석 computer program을 개발하여 그 적용 타당성을 증명하고 아울러 박판용접시의 온도분포특성을 규명하였다.

2. 有限要素法에 의한 2次元非定常熱傳導解析

2.1. Galerkin 法에 의한 有限要素法の 定式化[6]

2次元非定常 熱傳導를 支配하는 방정식은 아래와 같다.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q \quad (1)$$

여기서,  $T$ : 溫度( $^{\circ}C$ ),

$\rho$ : 密度( $g/cm^3$ ),

$c$ : 比熱( $cal/g \cdot ^{\circ}C$ )

$\alpha$ :  $x$  및  $y$  方向의 熱傳導率( $cal/cm \cdot sec \cdot ^{\circ}C$ ),

$t$ : 시간(sec)

$Q$ : 單位時間당 入熱量 ( $cal/sec$ )이다.

또한 물체표면에서 자연(열적) 경계조건은 Fourier 法則으로 다음과 같이 주어진다.

$$q = -\alpha \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\frac{\partial T}{\partial n} \quad (2)$$

여기서,  $q$ : 熱流束(heat flow) ( $cal/sec \cdot cm^2$ )이다.

만약 경계면에서 열전달이 있을 경우의 열유속은

$$q = \alpha_c (T - T_c) \quad (3)$$

로 된다. 여기서,  $\alpha_c$ : 열전달계수( $cal/cm^2 \cdot sec \cdot ^{\circ}C$ ),

$T_c$ : 외부온도( $^{\circ}C$ )이다.

고체의 열전도 문제를 Galerkin法을 이용하여 유한요소법으로 정식화를 시도하였다. 여기서, 요소내의 온도  $T$ 를 다음과 같이 표현하고,

$$T(x, y, t) = [N(x, y)] \{\theta(t)\} \quad (4)$$

여기서,  $[N]$ : 형상함수(shape function)

$\{\theta\}$ : 시간  $t$ 에 대한 요소의 절점온도 vector 이다.

식 (1)에다 형상함수  $[N]$ 을 Weighting function으로 하여 Galerkin법을 적용하면

$$\int_V [N]^T \left\{ \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dv = 0 \quad (5)$$

여기서,  $v$ : 要素의 領域이다.

Green-Gauss 정리로 부터

$$\begin{aligned} & \int_V \alpha [N]^T \left\{ \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \right\} dv \\ &= - \int_V \alpha \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial N} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) dv \\ &+ \int_S \alpha [N]^T \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right) ds \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $s$ : 要素의 境界이다.

식 (2), 식 (3) 및 식 (4)를 식 (6)의 右邊에 代入하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & - \int_V \alpha \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dv \\ & \{\theta(t)\} - \alpha_c [N]^T [N] ds \{\theta(t)\} \\ & + \int_S \alpha_c T_c [N] ds + \int_V Q [N]^T dv \\ & - \int_V \rho c [N]^T [N] dv \frac{\partial \{\theta\}}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)을 정리하여, 2차원비정상 열전도 문제에 대한 유한요소식으로 표시하면 다음과 같다.

$$[K] \{\theta\} + [C] \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = [F] \quad (8)$$

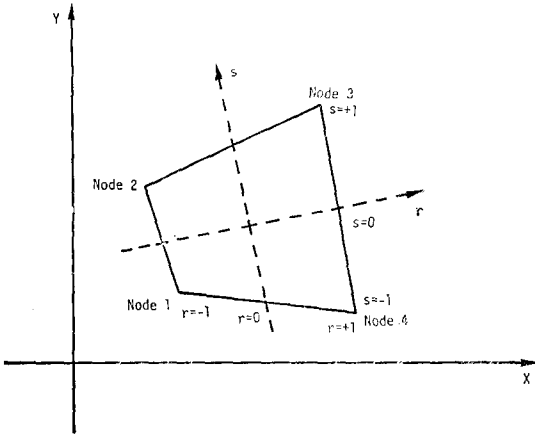


Fig. 1 4-node two-dimensional isoparametric element

[K], [C] 및 {F}는 각각 熱容量 Matrix, 熱傳導 matrix 및 熱流束 vector라고 하며, 그 내용은 다음과 같다.

$$[K] = \int_v \alpha \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dv \{\theta\} + \int_s \alpha [N]^T [N] ds \{\theta\} \quad (9)$$

$$[C] = \int_v \rho c [N]^T [N] dv \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (10)$$

$$\{F\} = \int_v \alpha_c T_c [N]^T ds + \int_v Q [N]^T dv \quad (11)$$

2.2. 4절점 Isoparametric 요소 도입[6]

아이소파라메트릭요소는 -1에서 +1까지 변화하는 파라메트에 의한 자연좌표 (r,s)를 이용하고, 요소의 변위함수와 형상함수를 동일한 함수로 하며, 따라서 변위의 좌표와 형상의 좌표성분수도 같다. 즉 아이소파라메트릭 유한요소의 정식화를 위한 기본방법은 요소좌표와 요소변위를, 요소의 자연좌표계를 이용한 형상함수(shape function)의 형상으로 표시하는 것이다. 2차원요소 4절점의 좌표의 보간은 아래와 같다(Fig. 1 참조).

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i \quad (12)$$

여기서, i = 1, ..., 4, i : 절점의 수, x, y는 국부좌표이다.

또한 4절점의 형상함수는

$$\begin{aligned} N_1 &= (1+r)(1+s) \\ N_2 &= (1-r)(1+s) \\ N_3 &= (1-r)(1-s) \\ N_4 &= (1+r)(1-s) \end{aligned} \quad (13)$$

요소온도의 형상함수는

$$T = \sum_{i=1}^4 N_i \theta_i \quad (14)$$

여기서, i : 절점의 수, T : 요소온도, θ : 절점온도이다.

전체좌표와 자연좌표와의 관계는

$$\begin{aligned} x &= f_1(r, s), \quad y = f_2(r, s) \\ r &= f_3(x, y), \quad s = f_4(x, y) \end{aligned} \quad (15)$$

이다. 식 (15)의 도함수를 구하면

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (14)를 Matrix로 표현하면

$$\frac{\partial}{\partial r} = J \frac{\partial}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \quad (17)$$

J : Jacobi의 작용소(Jacobian operator)

여기서, 온도구배보간(勾配補間) matrix [B]와 온도보간 matrix [N]은 다음과 같이 도출된다.

$$[B]_{ij} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 1+s_j - (1+s_j) - (1-s_j) & 1-s_j \\ 1+r_i & 1-r_i - (1-r_i) - (1+r_i) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[N]_{ij} = \frac{1}{4} [(1+r_i)(1+s_j) - (1-r_i)(1-s_j) - (1-r_i)(1-s_j) + (1+r_i)(1-s_j)] \quad (19)$$

여기서, i, j는 Gauss 수치적분의 표본점의 수이다. 또한 2차원의 미소체적 dv 및 면적 ds를 자연좌표로 표현하면

$$dv_{ij} = dx dy = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} dr ds = \det J_{ij} dr_i ds_j \quad (20)$$

$$\int_v dv = \sum_{i,j=1}^4 \det J_{ij} dr_i ds_j \quad (21)$$

x방향의 면적 ds\_x는

$$\begin{aligned} ds_{xi} &= \left| \frac{\partial x}{\partial r} i + \frac{\partial y}{\partial r} j \right| dr \\ &= \sqrt{\left( \frac{\partial x}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial r} \right)^2} = \det J_i^r dr_i \end{aligned} \quad (22)$$

$$\int_s ds = \sum_{i=1}^4 \det J_i^s dr_i \quad (23)$$

지급 식 (9), 식 (10), 및 식 (11)의 적분을 수치적분을 이행하면

$$\begin{aligned} [K] &= \sum [K]_{ij} = \sum_{ij} \beta_{ij} [B]_{ij}^T [\alpha]_{ij} [B]_{ij} \det J_{ij} dr_i ds_j \\ &\quad + \sum_{ij} \beta_{ij} \alpha_c [N]_{ij}^T [N]_{ij} \det J_{ij} dr_i \end{aligned} \quad (24)$$

$$[C] = \Sigma [C]_{ij} = \Sigma_{ij} c \rho \beta_{ij} [N]_{ij}^T [N]_{ij} \det J_{ij} dr_i ds_j \quad (25)$$

$$[F] = \Sigma [F]_{ij} = \Sigma_{ij} Q [N]_{ij}^T \det J_{ij} dr_i ds_j + \Sigma_{ij} \alpha_c [N]_{ij}^T \det J_{ij} dr_i \quad (26)$$

여기서,  $\beta_{ij}$  : Gauss 수치적분의 Weight이다. 열전도계수  $\alpha$ 의 Matrix는

$$\alpha = [\alpha]_j = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} r=r_i \\ s=s_i \end{matrix} \quad (27)$$

로 표현된다.

따라서 식(24), 식(25) 및 식(26)은 한개요소에 대한 것이므로 요소전체에 대한 식은

$$\Sigma [K] \{\theta\} + \Sigma [C] \frac{\partial \theta}{\partial t} = \Sigma [F] \quad (28)$$

로 표현된다.

2.3. 非定常問題의 差分離散化

식(28)을 풀 경우,  $\{\theta\}$ 와  $\{\partial\theta/\partial t\}$ 의 2개의 미지량이 존재하지만, 시간증분을  $\Delta t$ 라 하고 증분전의 온도를  $\theta^B$ , 증분후의 온도를  $\theta^A$  및 그 증간의 온도를  $\theta^M$ 이라고 하면

$$\frac{\partial \theta^A}{\partial t} = \frac{\theta^A - \theta^M}{(\Delta t/2)}, \quad \frac{\partial \theta^B}{\partial t} = \frac{\theta^M - \theta^B}{(\Delta t/2)} \quad (29)$$

식(29)로 부터

$$\frac{\partial \theta^A}{\partial t} = \frac{2}{\Delta t} (\theta^A - \theta^B) - \frac{\partial \theta^B}{\partial t} \quad (30)$$

으로 되며, 식(28)은 아래와 같이 된다.

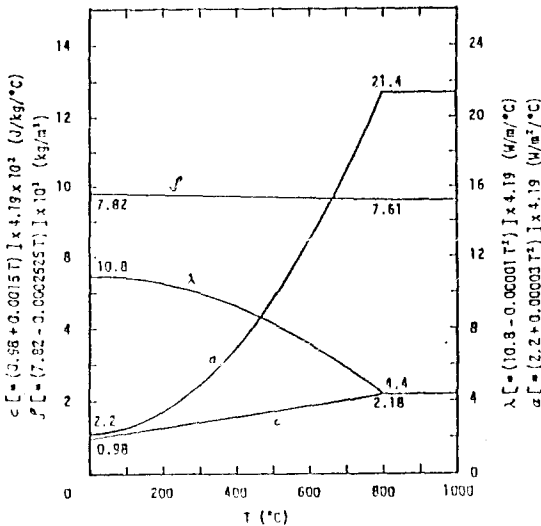


Fig. 2 Thermal coefficients of steel

$$\left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [C] \right) \{\theta^A\} = [F] + [C] \left( \frac{2}{\Delta t} \{\theta^B\} + \left\{ \frac{\partial \theta^B}{\partial t} \right\} \right) \quad (31)$$

식(31)에서, 시간  $t$ 에 대한  $\{\theta^B\}$ 의 값을 알면, 이 연립 방정식의 값(解)  $\{\theta^A\}$ 을 구할 수 있다. 즉, 초기조건으로서  $\{\theta^B\}_{t=0}$ 의 값을 대입하면된다.

Fig. 2에 본 해석에 사용한 강(steel)의 열전도율  $\alpha$ , 비열  $C$ , 밀도  $\rho$  및 열전달계수  $\alpha_c$ 의 온도의존성을 표시했다.

3. 개발 Program의 검증

3.1. 열전도

무한박판에나 유한길이의 순간선열원 (선원열)이 주어졌을 경우의 열전도를 선형문제로서 다음 3가지 방법으로 해석하여 비교 검토하였다.

1) 이론해석, 2) 2차원 F.D.M(차분법) 및 3) 2차원 유한요소법(본 개발 program)

1) 항의 이론해는 순간선열원의 식[7]을 용접장단 적분하여 얻어지는 아래식을 사용하였다.

$$\theta = \frac{q}{c_p t} \frac{1}{\sqrt{4\pi kt}} e^{-y^2/4kt} f(x)$$

여기서,

$$f(x) = \frac{1}{2} \left[ \phi \left( \frac{L/2+x}{\sqrt{4kt}} \right) + \phi \left( \frac{L/2-x}{\sqrt{4kt}} \right) \right]$$

$t$  : 박판의 두께,  $q$  : 단위길이당 투여되는 열량

2)항의 차분법은 기존 program을 사용하였으며 해석 model은 3)항과 같이하였다. 해석결과는 Fig. 3에 도시하였으며 3가지 방법의 해석결과와 일치함을 보여 주고 있다.

해석 model의 data는 모멘의 크기  $(L \times B \times t) = 400 \times 300 \times 5$ (mm), 용접길이  $(l) = 80$ (mm), 일열량  $(q) = 17,000$  Joule/cm 및 초기온도  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ 로 하였다.

3.2. 열전달

열전달만으로 일정하게 온도가 냉각하여지는 요소를 선형화하여 3.1의 열전도 검증과 동일하게 3가지 방법으로 비교 검증하였다.

이론해석에 대해서는 아래식[8]을 사용하였다.

$$c_p v \frac{dT}{dt} = -\alpha_c A (T - T_e)$$

여기서,  $v$  : 물체의 체적,  $A$  : 열전달 표면의 총면적 따라서

$$T = T_1 e^{-\alpha_c A / c_p v t}$$

$T_1$  : 초기온도

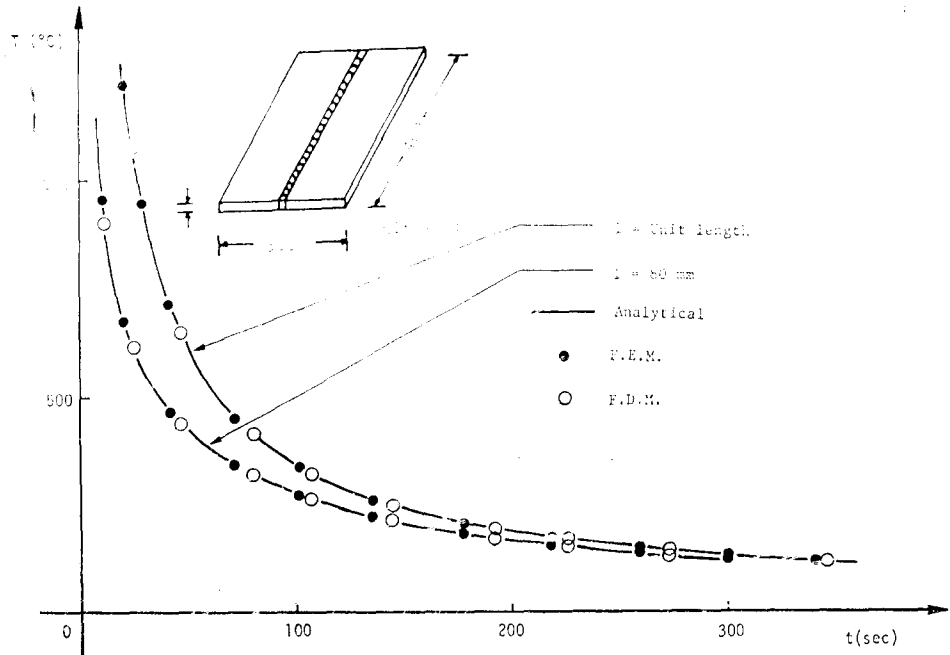


Fig. 3 Comparison of temperature distributions calculated by FEM, FDM and analytical method (only heat conduction)

Fig. 4에 해석결과를 도시하였으며 결과는 상호 일치함을 보여주고있다. 해석에 사용한 data는

$T_1=1,000^{\circ}\text{C}$ , 외기온도  $T_e=0^{\circ}\text{C}$   
 체적( $v$ )= $64\text{mm}^3$ , 전달표면적( $A$ )= $64\text{mm}^2$ 이다.

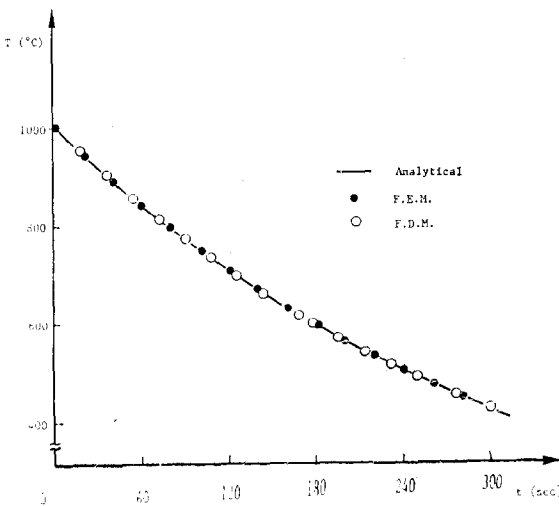


Fig. 4 Comparison of temperature distributions calculated by FEM, FDM and analytical method (only heat transfer)

#### 4. 용접시 박판의 온도분포 특성

##### 4.1. 해석 model의 설정

본 논문에서 사용한 박판용접 해석 model은 Fig. 5에 보인 바와 같이 길이 ( $L$ ) 600mm, 폭 ( $B$ ) 300mm, 두께 5mm의 장방형체의 반쪽중앙에 용접을 수행하는 것으로 하였다. 또한 용접적층의 일반화를 위하여 다

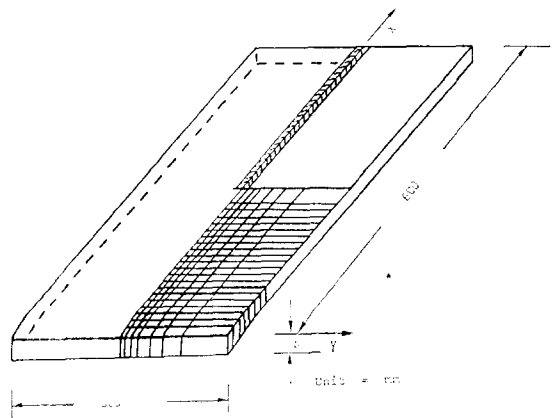


Fig. 5 Model and mesh division for analysis

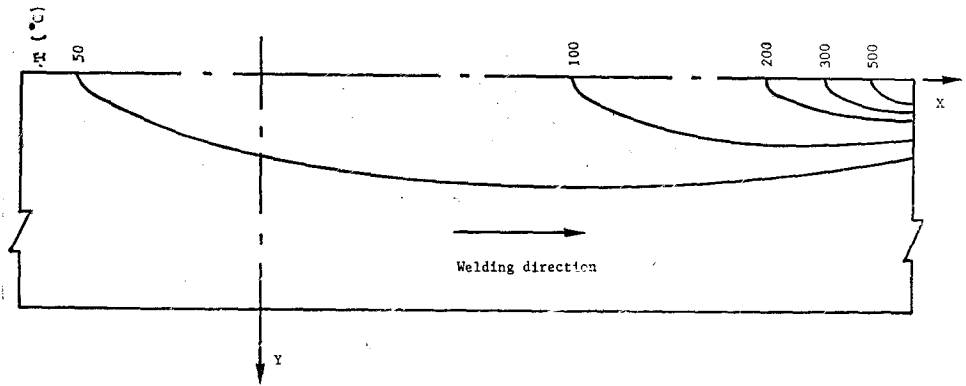


Fig. 6(a) Distribution of temperature on X-Y plane at 700°C in cooling stage (L600)

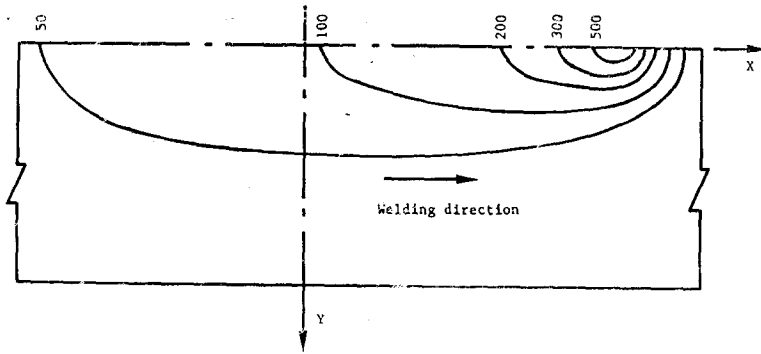


Fig. 6(b) Distribution of temperature on X-Y plane at 700°C in cooling stage (L300)

층용접이 고려될수 있지만, 온도구배(勾配)가 가장크게 되는 초층용접이 열역학적으로 가장 혹독한 조건을 가지므로 일층(1 Pass)의 경우를 선정하였다. 용접조건은 입열량 (Q)은 16433 Joule/min, 용접속도는 18cm/min로 하였다.

해석은 두가지의 경우 즉 용접장이 600mm 및 300mm인 경우에 대하여, 본 연구를 위하여 개발한 program을 사용하였으며, 또한 열원(heating source)의 이동효과를 충분히 고려하여 온도분포 해석을 수행하였다. 강(steel)에 대한 물리적 성질의 온도의존성은 Fig. 2를 사용하였다.

4.2. 온도분포의 특성

H600(용접장 (l)=600mm인 시험편) 및 H300 (l=300mm인 시험편)의 온도분포해석 결과를 Fig. 6 (a) : (b)에 도시하였다. Fig. 6에 나타난 등온곡선은 용접종료 후 최고온도가 700°C에 도달했을 때부터의 온도의 냉각이 시간에 의하여 변화한 양을 도시한 것이다. 해석결과로부터 100°C 및 50°C의 등온곡선을 취하여 무차원화 하여 비교한 것이 Fig. 7이다.

박판용접에서는 통상 용접선 횡단면의 치수가 판의 길이 및 폭에 비하여 대단히 적으므로 온도구배가 없는 것으로 가정하였다. 따라서 용접선이 충분히 길면 길이방향으로 균일한 잔류응력 분포가 발생하고 평면 변형상태를 형성한다[8].

지금까지, 용접선이 길면 등온곡선은 용접선에 대하여 평행에 가깝고 단부(端部)를 제외한 열변형은 용접선에 길이방향으로 변화하지 않는다고 가정하여 왔다. 본 연구에서 Fig. 7에 보인 마와 같이 그 이유를 밝혔으며 단부에서의 용접선 방향의 온도구배가 존재하고 있음을 보여주고 있다.

4.3. 고찰

용접을 처음 행한 기점으로 부터 어느정도 나아가간 후일인점에서 보면 온도 분포가 일정하게 되는 것을 알수있으며 소위 준정상상태를 경험하게 됨을 알수 있다. L600은 용접길이가 열역학적으로 충분한 길이를 갖으므로 온도분포가 준정상상태를 경험하고 있음을 알 수 있다. 따라서 L600의 해석에서 얻어진 준정상상태에 관해서 용접선상의 온도분포곡선을 기준곡선으로

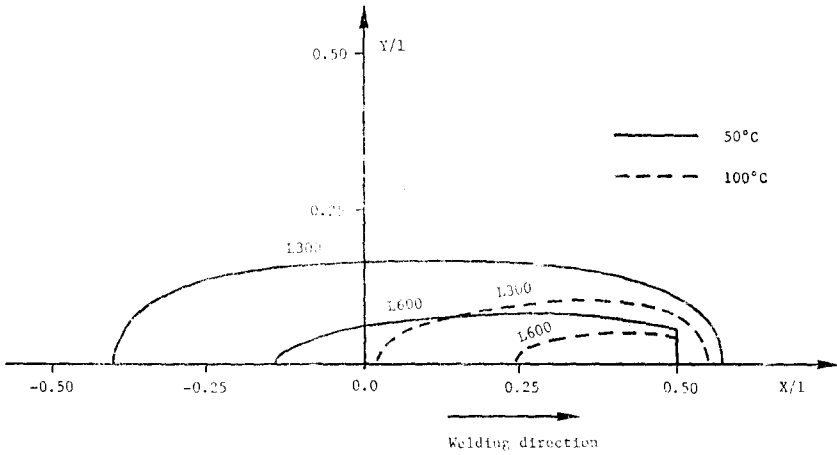


Fig. 7 Isothermal contour of each specimen at 700°C (maximum temperature) in cooling stage

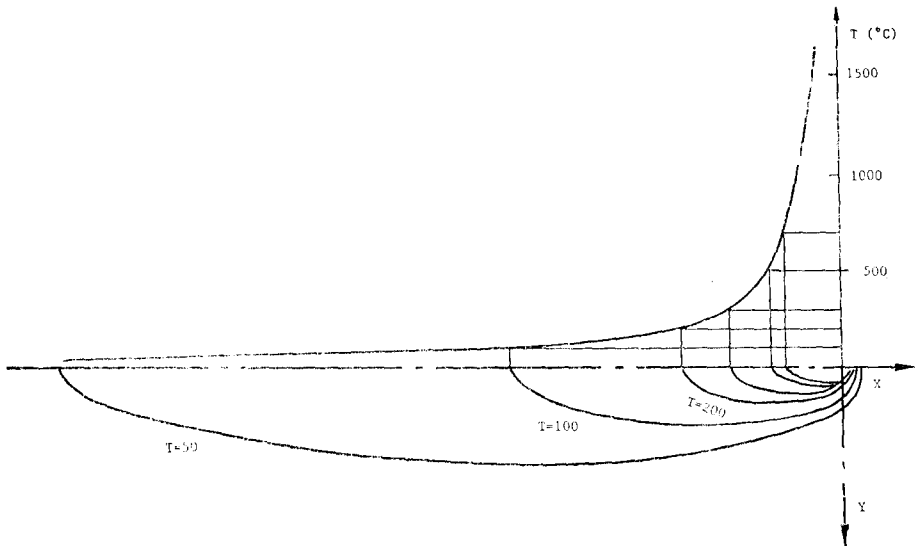


Fig. 8 Distribution of temperature in quasi-stationary state during welding of L600

한다. 즉 Fig. 8은 횡축이 용접선상의 위치, 종축이 온도로서 이 기준곡선을 굽은 실선으로 표시한다. 준정상상태에서는 이 곡선이 용접선상을 열원점과 같은 속도로 이동한다.

Fig. 9는 L300의 해석결과이다. 횡축이 용접선상의 위치이고 종축이 온도이다. 실선은 열원점의 이동에 따라 변화하는 용접선상의 온도분포곡선이고, 점선은 L600에서 얻어진 기준곡선이다. 또한 실선과 점선에는 1대 1로 대응하며, 용접 개시점에서는 열원점이 개시점에서 출발한 경우와 무한원방에서 출발한 경우를 비교하였고, 용접종료점에서는 그 점에서 용접이 종료한

경우와 그대로 용접이 진행한 경우를 비교하여 나타냈다.

실선과 점선이 겹치는 용접선상의 영역은 유한길이로 이동하는 열원임에도 불구하고 준정상상태를 갖게 된다. 즉 실선으로부터 점선이 나타나기 시작하는 점이 준정상상태가 되며, 용접선상의 시단 및 종단축의 한계를 나타낸다. 이 점을 plot하면 그림에서 표시한 2개의 일점쇄선(一點鎖線)이 된다. 이 2개의 곡선은 실내온도로 냉각할때까지 준정상상태를 유지함을 알 수 있고 또한 용접선상의 영역을 나타낸다.

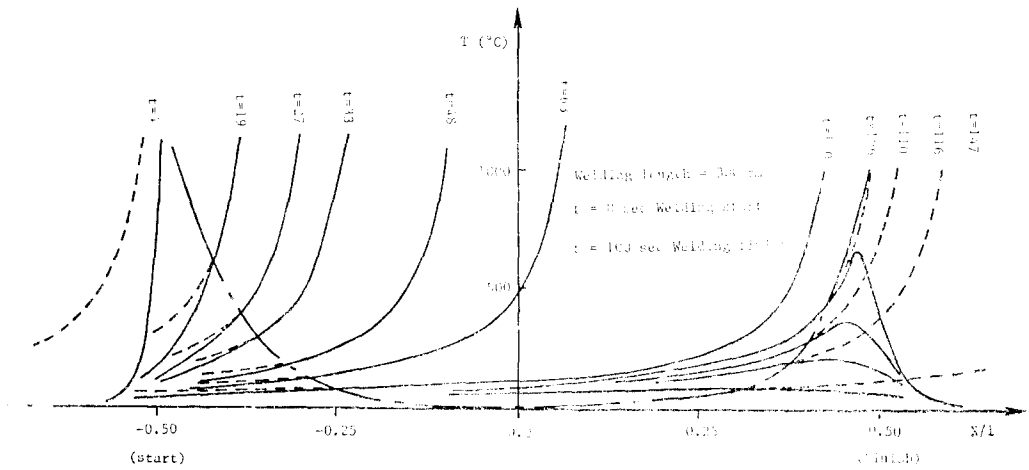


Fig. 9 Distribution of temperature along weld line of L300

#### 4.4. 결론

이상의 결과로부터 용접길이와 관련된 온도적으로 용접시간과 종단의 영향을 받지 않는 용접선상의 영역이 존재하며 그 영역내에서는 실온으로 냉각할때까지 준정상상태를 유지한다. 즉, 영역내의 용접선상의 점이 대표하는 용접선의 횡단면은 이미 시간적으로 시차는 있지만 동일한 온도이력(履歴)을 갖게된다. 그러므로 이들 횡단면은 동일한 하중이력을 받는 것으로 되며, 하중적으로 준 정상상태가 발생하여 균일한 역학상태가 용접선 방향으로 형성되어 감을 알 수 있다. 따라서 면과 면으로 남는 상태로 변형하는 평면상태가 형성되고 있다고 고려되어진다.

더우기 이상의 고찰로부터 역학적으로 평면변형상태가 형성되어지는 용접장에서의 그 영역의 유무 및 범위에 관하여서는 본 연구에서 규명한 박판용접에서 온도적으로 준정상상태를 나타내는 용접선상에서의 영역의 유무 및 그 길이에 따라 판단할 수 있음을 증명하였다고 사료된다.

#### 참 고 문 헌

- [1] 安藤弘平, "이동열원점에 의한 두꺼운 母板中の 온도곡선", 日本熔接學會誌, 제45권(1976) 제 8 호
- [2] Dusenberre, G.M., "Heat Transfer Calculations by Finite Differences", International Textbook Company, Scranton, Pa, 1961.
- [3] 吉村洋, "有限要素法에 의한 이동열원 주위의 2

次元準定常溫度分布의 解析", 西部造船學會, 제 61호 (1981).

- [4] David, R. Croft, David G. Lilly, "Heat transfer calculation using finite difference equation", Applied Science Publishers Ltd (London).
- [5] Y. Ueda, Y.C. Kim, H.S. Bang, "Mechanical characteristics of Repair welds in thick plate", *Transaction of JWRL*, Vol. 15, No. 2, 1987.
- [6] K.J. Bathe, *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, 1982.
- [7] 渡邊正紀, 藤, 용접학과 그 응용, 朝倉書店, 1973, pp.172-176.
- [8] 上田, 福田, "3차원 용접 잔류응력의 간이 측정법에 관한 연구", 일본용접학회지, 제52권(1983) 제 2 호 pp.115-117.
- [9] J. Donea, "On the accuracy of finite element solutions to the transient heat conduction equation", *International Journal for numerical methods in engineering*, Vol. 8 (1974), pp.103-110.
- [10] Z. Daley, P.D. Hibbert, "Computation of temperatures in actual weld design", *Welding Journal*, Vol. 54, No. 11 (1975), pp.385-392.
- [11] E. Freidman, "Analysis of weld puddle distortion and its effect on penetration", *welding Journal*, Vol. 57, No. 6 (1978), pp.161-166.