
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第4號 1990年 12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 4, December 1990

海上에 繫留된 浮遊體의 漂流運動 解析

金 東 俊*, 崔 恒 洵**

Large Slow-Drift Motions of a Floating Body in Slightly Modulated Waves

by

Dong J. Kim* and Hang S. Choi**

요 약

해상에 계류된 부유체에 좁은 폭의 스펙트럼을 갖는 파가 입사하게 되면 부유체는 두 가지의 대조적인 주기를 갖고 운동을 한다. 이 운동중 장주기 성분의 주기는 계류된 부유체의 수평 방향 고유주기와 같은 정도의 크기여서 유발되는 대진폭 수평 변위는 계류사에 심각한 응력을 발생시키므로 이에 대한 해석이 필요하다. 본 연구에서는 다척도전개기법(Multiple-Scale Expansion Method)을 시간과 길이에 적용하여 부유체의 운동은 선형 1차 조화 문제와 선형 장주기 문제의 2가지 선형 문제로 표현될 수 있음을 보였다. 따라서 임의의 형상을 지닌 3차원 부유체의 대진폭 표류 운동은 2차 포텐셜문제를 풀지않고 해석될 수 있음을 입증하였다. 아울러 장주기 표류운동에 수반되어 장파가 발생함을 보였으며 장주기 운동과 관련되는 감쇠력에 대해서도 고찰하였다.

Abstract

For a moored body on the sea surface, incident waves with narrow-banded spectra excite the body oscillations of short and long periods. Since the period of slow oscillations can be as long as the natural period of the moored body in horizontal modes, resonance can occur and resulting large motions may cause significant strains in mooring cables. By using the perturbation method of multiple scales, the large slow motion can be analyzed without solving any second-order potentials explicitly. To the leading order, the flows associated with the fast and slow motions interact only parametrically and thus they can be studied separately. It is found that the slow motion strongly depends on the mooring stiffness. In particular, if the mooring stiffness is considerably weak compared to the body inertia, the slow motion is highly amplified near resonance. It is also shown that the slow motion is associated with the generation of long waves.

 발표 : 1990년도 대한조선학회 춘계연구발표회('90. 4. 15)

접수일자 : 1990년 5월 11일, 재접수일자 : 1990년 7월 9일

* 정회원, 부산수산대학교 선박공학과

** 정회원, 서울대학교 조선공학과

I. 서 론

연근해에 계류되어 하역작업을 하는 선박이나 시추 또는 생산작업을 하는 반잠수식 시추선등 부유식 해양 구조물에 파도가 입사하게 되면, 부유체는 6자유도 선형 운동은 물론 비선형 표류력 및 표류모우먼트에 의한 표류운동을 하게 된다. 비선형 2차항인 표류력과 표류모우먼트는 작은 양이므로 이로인한 부유체의 수직방향 표류운동은 무시할 수 있으나, 복원력이 존재하지 않는 수평방향으로의 표류운동은 상대적으로 크게 일어나게 되어 작업이 불가능해지거나 심지어는 구조적인 손상을 초래하기도 한다. 따라서 선박등 부유식 해양구조물의 조업조건을 유지하기 위해서는 일정한 위치로부터의 이탈을 방지하는 장치가 필요하게 된다. 심해역에서는 자동위치유도장치(dynamic positioning system)가 설치되어 가동되지만, 보통 수심 500m까지의 해역에서는 경제적인 계류장치가 채택된다. 한편 실제해상은 불규칙파이므로 여러가지 많은 주파수의 파성분이 합성되어 있다고 간주할 수 있다. 이들은 자유표면의 비선형성때문에 상호작용을 하는데, 파 기울기의 2차항성분으로는 $2\omega_i, 2\omega_j, \omega_i + \omega_j$ 등과 $|\omega_i - \omega_j|$ 이 있다. 여기서 ω_i, ω_j 는 주파수 성분을 뜻한다. 특히 좁은 폭의 스펙트럼(narrow-banded spectrum)을 갖는 해상에서는 $|\omega_i - \omega_j|$ 의 값은 작을 수가 있으므로 $|\omega_i - \omega_j|$ 주파수의 표류력은 주기가 매우 긴 계류 부유체의 수평방향운동을 공진시킬 수 있으므로 매우 중요한 의미를 지니게 된다.

실제해상에서 나타나는 부유체의 운동에는 두가지 대조되는 척도(scale)가 존재한다. 입사파 성분의 파장과 주기로 대표되는 길이와 시간의 척도는 입사파 포락선(envelope)의 특성 파장과 주기로 나타나는 길이 및 시간의 척도와 매우 다르므로, 이들을 분리하여 문제에 접근하는 다척도전개(multiple-scale expansion) 기법의 사용이 가능하다. Triantafyllou[1]는 이 기법을 시간에만 도입하여 선박의 표류운동을 해석하였으나, 시간뿐만 아니라 공간에서 분산(dispersion)하며 전파되는 진행파의 특성을 고려하지 못하였다. 한편 Bowers[2]가 실현적으로 입증한 바와 같이 유한 수심에 대하여 무한수심의 이론을 사용하게 되면 근원적인 오차를 지니게 된다. 왜냐하면 파에 수반된 물입자의 운동은 수심의 영향을 받을 뿐 아니라, 특히 제한된 수심에서 발생하는 장주기 비선형파는 부유체의 저주파 수평동요에 많은 영향을 미치기 때문이다. 이 현

상에 유의하여 Agnon & Mei[3], [4]는 유한수심에서 시간 및 길이에 다척도 전개기법을 적용하여 2차원 주상체 및 3차원 부유체의 소진폭 운동에 대한 이론을 전개하였으며, Choi[5], Agnon, Choi & Mei[6] 등은 이 기법을 2차원 부유주상체의 대진폭표류운동에 적용하였다. 3차원 부유체의 대진폭 표류운동에 대하여 Choi & Kim[7], [8]이 부유체를 세장체로 가정하여 이 기법을 적용한바 있으나, 임의형상의 3차원 부유체의 대진폭 표류운동에 대하여 이 기법을 일반적으로 적용한 연구는 아직 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 미소변위를 가지며 약하게 변조된 파가 유한수심에 계류된 부유체에 임의의 각도로 입사하는 경우에 대한 부유체의 표류 운동과 수반된 유체의 유동을 해석하였다. 점성의 영향은 고려하지 않았고 이상유체로 가정하였다.

II. 문제의 정식화

2.1. 가정 및 좌표계

미소 변위를 갖는 변조된 파의 경우 2가지의 작은 매개변수 ϵ, μ 를 도입할 수 있다. 그 첫째는 파의 기울기(ϵkA)로 k 는 파수, ϵA 는 입사파의 변위를 나타낸다. 두번째는 변조비($\mu\Omega/\omega$)로 ω 는 입사파의 주파수를, $\mu\Omega$ 는 입사파의 포락선 주파수를 의미한다. 본 논문에서는 분산성과 비선형성의 영향이 같은 경우를 다루기 위하여 두개의 작은 매개변수 ϵ 와 μ 의 크기가 같다고 가정하였다.

표류운동을 야기시키는 힘은 ϵ 의 2차항이다. 이 외력과 계류력이 평형을 이루어 나타나는 시간 평균($2\pi/\omega$) 변위 \bar{X} 의 크기는 계류계의 스프링 상수인 K 에 크게 영향을 받는다. 즉, $O(\epsilon^2)$ 인 외력과 계류력이 평형을 이루기 위해서는 변위가 $O(\epsilon)$ 의 크기를 갖는다면 계류계의 스프링 상수의 크기는 $O(\epsilon)$ 이어야 하며, 스프링 상수의 크기를 $O(\epsilon^2)$ 라 하면 변위는 $O(1)$ 의 크기를 갖게 된다. 일반적으로 해상에 계류된 해양구조물의 수평운동 고유주파수는 대략 0.01Hz의 크기이며 입사파는 대략 0.1Hz의 주파수를 갖는다. 변조비는 $\mu\Omega/\omega$ 이며, μ 는 ϵ 의 크기가 같다는 가정은 스프링상수와 단위 변위에 대한 부유체의 관성력($\omega^2 M$)과의 비가 $O(\epsilon^2)$ 의 크기임을 의미한다. 따라서 본 논문에서는 K 의 상대크기를 $O(\epsilon^2)$ 로 가정하였고, 이에 따라 변위 \bar{X} 의 크기가 $O(1)$ 인 대진폭 표류운동을 취급하게 된다.

수심은 유한 수심으로 가정하였고, 부유체와 바닥사

이의 간격은 충분히 커서 부유체 아래 유체 영역에서의 장주기 유동에 의한 압력구배는 $O(\epsilon^3)$ 이상의 고차항으로 가정하였다. 유체는 이상유체로, 유동은 비회전운동으로 가정하였으므로 유체입자의 운동은 속도포텐셜의 구배로 기술할 수 있다.

입사파를 맞아 운동하는 3차원 부유체의 운동을 기술하기 위하여, 정수면에 원점을 갖고 윗쪽 방향을 z 축의 양으로 택한 우수좌표계 ($O^0x^0y^0z^0$)를 도입한다. 운동하는 부유체에 가해지는 힘을 기술하기 위해서는 부유체와 같이 움직이는 좌표계가 필요하게 되므로 부유체에 고정된 다른 하나의 좌표계를 $O'x'y'z'$ 으로 정의한다. 부유체의 미소 운동을 다루는 경우 이 두가지 좌표계만으로 설명이 가능하다. 그러나 관심의 대상인 대변위 운동의 경우 또 하나의 다른 좌표계를 필요로 한다. 왜냐하면 앞으로 문제해석에 이용할 섭동법 (perturbation method)은 평균위치를 중심으로 미소진폭의 운동을 할 경우에 적용이 가능하므로 대변위운동의 해석에 섭동법을 적용하기 위해서는 대변위 운동을 따라 움직이는 새로운 좌표계가 필요하게 된다.

대변위 운동을 따라 움직이는 좌표계를 $Oxyz$ 로 정의 하면, 이 좌표계는 대변위 운동이 없을 경우에는 $O^0x^0y^0z^0$ 좌표계와 일치하게 되고, 대변위 운동만 한다고 가정하면 $O'x'y'z'$ 좌표계와 일치하게 된다. 각 좌표계는 Fig. 1에 도시하였다.

2.2. 기본방정식 및 경계조건

비회전유동을 가정하였으므로 속도포텐셜을 이용하여 문제를 기술할 수 있다. 속도포텐셜은 공간에 고정

된 좌표계 $O^0x^0y^0z^0$ 에서 아래와 같은 경계치 문제의 해가 된다.

a) 지배방정식

$$\nabla_0^2 \phi^0 = 0 \text{ in fluid domain,}$$

$$\nabla_0 = (\partial/\partial x^0, \partial/\partial y^0, \partial/\partial z^0) \tag{2.1}$$

b) 자유표면조건

$$\phi_{t,t}^0 + 2\nabla_0 \phi^0 \nabla_0 \phi_t^0 + \frac{1}{2} \nabla_0 \phi^0 \nabla_0 (\nabla_0 \phi^0 \nabla_0 \phi^0) + g \phi_{z,z}^0 = 0$$

$$\text{at } z^0 = \zeta^0, \tag{2.2}$$

여기서 아래 첨자는 그 변수에 대한 편미분을 의미한다.

c) 바닥조건

$$\phi_{z,z}^0 = 0 \text{ at } z^0 = -h, \tag{2.3}$$

d) 물체경계조건

$$\vec{n}^0 \cdot \nabla_0 \phi^0 = \vec{n}^0 \cdot \vec{V}^0 \text{ at body surface } (S^0), \tag{2.4}$$

여기서 $S^0(x^0, y^0, z^0; t)$ 는 공간 고정 좌표계에서 기술된 물체 표면식을 의미하며, \vec{n}^0 는 단위법선 벡터로 유체영역밖으로 향하는 방향을 양으로 잡았고, \vec{V}^0 는 물체의 운동 속도 벡터이다.

e) 무한원방의 조건

입사파에 의한 교란은 무한원방으로 진파되어 나가야 한다는 방사 조건이다.

대변위 운동을 따라 움직이는 좌표계 ($Oxyz$)에서 부유체의 운동을 기술하기 위하여는 경계치 문제를 좌표계 ($Oxyz$)에서의 문제로 변환시켜야 한다.

속도 포텐셜을 $Oxyz$ 좌표계에서 정의하면

$$\phi^0(x^0, y^0, z^0; t) = \phi(x, y, z; t) \tag{2.5}$$

이고, 이에 대한 시간미분은

$$\phi_t^0 = \phi_t - \epsilon [E \vec{X}_{at} + \gamma_t (\vec{k} \times \vec{r})] \cdot \nabla \phi \tag{2.6}$$

로 변환된다.

표현상의 편의를 위해

$$\vec{V}_a = \epsilon [E \vec{X}_{at} + \gamma_t (\vec{k} \times \vec{r})] \tag{2.7}$$

로 정의한다.

여기서 \vec{V}_a 는 공간고정좌표계에 대해 천천히 움직이는 좌표계 ($Oxyz$)의 이동속도로서 \vec{X}_a 는 수평변위를, γ 는 수평회전각을, \vec{k} 는 z 방향 단위벡터를 표시한다. t_1 은 다척도 전개기법의 적용에 의해 도입된 시간변수이며, 이에 대하여는 다음에 자세히 논의하기로 한다. E 는 두 좌표계 사이의 변환 행렬로서 다음과 같이 정의되며

$$E = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.8}$$

또한 $\nabla \phi$ 는 다음과 같이 변환된다.

$$\nabla \phi^0 = E \nabla \phi, \tag{2.9}$$

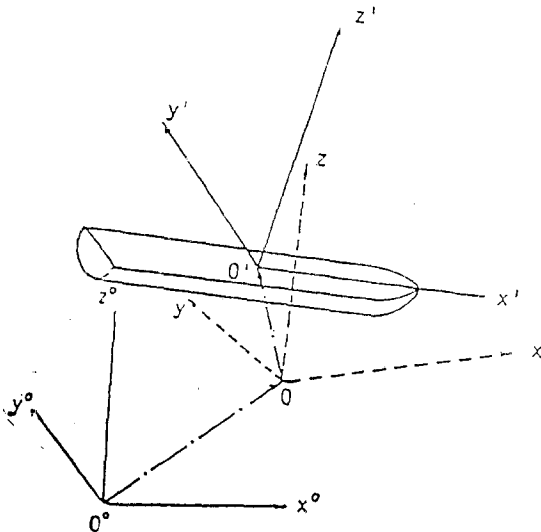


Fig. 1 Coordinate systems

여기서 \bar{E} 는 E 의 전치(transpose) 행렬이다.

이러한 두 좌표계 사이의 관계를 이용하여 경계치 문제를 $Oxyz$ 좌표계에 대하여 기술하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad -h \leq z \leq 0, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \phi_{11} + g\phi_z = 2\bar{V}_a \cdot \nabla \phi_1 - \frac{1}{2}(\nabla \phi_1)_i^2 + \frac{1}{g}(\phi_1 \phi_{1z})_t - (\phi_x \phi_t)_x \\ - (\phi_y \phi_t)_y + O(\phi^3) \quad \text{at } z=0, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\phi_z = 0 \quad \text{at } z = -h, \quad (2.12)$$

$$\bar{n} \cdot \nabla \phi = \bar{n} \cdot \bar{V} \quad \text{at } S(x, y, z; t), \quad (2.13)$$

방사조건.

2.3. 섭동법의 적용

2.3.1. 다척도변수의 도입과 섭동법의 적용

천천히 변화하는 대변위 운동의 경우 장파를 동반하게 되는데, 여기에는 시간과 길이에 있어서 서로 다른 2개의 척도가 존재하게 된다. 따라서 약한 비선형 정도를 지닌 문제에 자주 적용되어온 다척도 전개 기법을 본 연구에 적용할 수 있다[9]. 즉 다음과 같은 새로운 변수를 도입한다.

$$(x_1, y_1, t_1) = \epsilon(x, y, t). \quad (2.14)$$

다척도전개기법을 길이에 대해 적용하면 유체 영역을 무유체에 인접한 내부영역과 멀리 떨어진 외부영역으로 나누어 생각할 수 있게 된다. 변조된 파가 입사하는 문제이므로 내부영역의 경우 포텐셜등 함수는 일반적으로 (x, y, z, t, t_1) 의 변수로 표현되며, 외부영역의 경우 $(x, y, z, t, x_1, y_1, t_1)$ 의 변수로 표현되어 전자의 경우는 장파를, 후자의 경우는 소멸파(evanescent mode)를 고려하지 않아도 되므로 문제 해석이 쉬워진다.

잘 알려져 있는 바와 같이 식(2.10)~(2.13)으로 표시된 경계치문제는 자유표면조건에 비선형성으로 인하여 엄밀해를 구할 수 없다. 근사해를 구하기 위하여 본 논문에서는 포텐셜등 미지함수를 ϵ 에 대하여 점근전개(asymptotic expansion) 시키고, 또한 입사파의 주파수에 대한 조화항으로 분리하는 방식을 택하였다. 미지 함수를 다음과 같이 전개한다.

$$\phi = \epsilon \phi_1 + \epsilon^2 \phi_2 + \dots, \quad (2.15)$$

$$\zeta = \epsilon \zeta_1 + \epsilon^2 \zeta_2 + \dots,$$

$$X = X_0 + \epsilon X_1 + \epsilon^2 X_2 + \dots,$$

$$\phi_n(x, y, z, t; x_1, y_1, t_1) = O(1), \quad n=1, 2, \dots,$$

$$\zeta_n(x, y, t; x_1, y_1, t_1) = O(1). \quad n=1, 2, \dots.$$

다척도 변수를 도입하였으므로 미지함수의 미분은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \phi_x = \epsilon \phi_{1x} + \epsilon \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x} + \epsilon^2 \phi_{2x} + \dots \\ = \epsilon \phi_{1x} + \epsilon^2 \phi_{1x_1} + \epsilon^2 \phi_{2x} + \dots \end{aligned}$$

이를 상술한 경계치 문제에 도입한 뒤 차수별로 정

리하면 다음과 같다.

a) 지배방정식

$$O(\epsilon); \phi_{1xx} + \phi_{1yy} + \phi_{1zz} = 0,$$

$$O(\epsilon^2); \phi_{2xx} + \phi_{2yy} + \phi_{2zz} = -2(\phi_{1xz} + \phi_{1yz}), \quad (2.16)$$

b) 자유표면조건

$$O(\epsilon); \phi_{11z} + g\phi_{1z} = 0,$$

$$\begin{aligned} O(\epsilon^2); \phi_{21z} + g\phi_{2z} = -2\phi_{11z} + 2\bar{V}_a \cdot \nabla \phi_{1z} \\ + \left[-\frac{1}{2}(\nabla \phi_1)^2 + \frac{1}{g} \phi_{1z} \phi_{11z} \right]_t \\ - (\phi_{1z} \phi_{1z})_x - (\phi_{1z} \phi_{1z})_y, \end{aligned} \quad (2.17)$$

c) 바닥조건

$$O(\epsilon); \phi_{1z} = 0,$$

$$O(\epsilon^2); \phi_{2z} = 0, \quad (2.18)$$

d) 물체경계조건

$$O(\epsilon); \bar{n} \cdot \nabla \phi_1 = \bar{n} \cdot [\bar{V}_a + (\bar{X}_{11} + \bar{\alpha}_{11} \times \bar{r})],$$

$$\begin{aligned} O(\epsilon^2); \bar{n} \cdot \nabla \phi_2 = \bar{n} \cdot [(\bar{X}_{21} + \bar{\alpha}_{21} \times \bar{r}) + H_1 \bar{r} + \gamma_{11} (\bar{k} \times (\bar{X}_{11} \\ + \bar{\alpha}_{11} \times \bar{r})) - (\bar{X}_{11} + \bar{\alpha}_{11} \times \bar{r}) \nabla \cdot \nabla \phi_1] \\ + (\bar{\alpha}_{11} \times \bar{n}) \cdot [\bar{V}_a + (\bar{X}_{11} + \bar{\alpha}_{11} \times \bar{r}) \\ - \nabla \phi_1], \end{aligned} \quad (2.19)$$

여기서 \bar{V}_a 는 식(2.7)로 정의된 장주기 이동속도이며, $\bar{\alpha}$ 는 회전운동벡터를 그리고 H 는 2차항까지 수정된 변환 행렬로서

$$\epsilon^2 H = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\beta_1^2 + \gamma_1^2) & 0 & 0 \\ -2\alpha_1 \beta_1 & (\alpha_1^2 + \gamma_1^2) & 0 \\ 2\alpha_1 \gamma_1 & -2\beta_1 \gamma_1 & (\alpha_1^2 + \beta_1^2) \end{bmatrix}$$

$$X_1 = (X_1, Y_1, Z_1), \quad \bar{\alpha}_1 = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) \quad (2.20)$$

와 같이 정의된다.

두가지 서로 다른 시간의 척도를 분리 해석하기 위해 각 차수별로 정리된 경계치 문제의 해를 다시 입사파 주파수를 기본 주파수로 하는 조화해로 분리한다.

$$\begin{aligned} \phi = \epsilon [\phi_{10} + (\phi_{11} \exp(-i\omega t) + c.c.)] \\ + \epsilon^2 [\phi_{20} + (\phi_{21} \exp(-i\omega t) + c.c.) \\ + (\phi_{22} \exp(-2i\omega t) + c.c.)] + O(\epsilon^3), \end{aligned} \quad (2.21)$$

여기서 $c.c.$ 는 바로 앞 항의 공액 복소수를 의미한다. 앞으로의 표기에서 2중 아랫첨자는 별도의 설명이 없는 한, 첫 첨자는 ϵ 의 차수를 둘째 첨자는 ω 에 대한 조화차수를 의미한다.

2.3.2. 선형 1차 조화 문제

섭동된 경계치 문제에서 선형 1차 조화항들을 취하면 다음의 경계치 문제로 정리된다.

$$\nabla^2 \phi_{11} = 0 \quad -h \leq z \leq 0, \quad (2.22)$$

$$\phi_{11z} - \omega^2/g \phi_{11} = 0 \quad \text{at } z=0, \quad (2.23)$$

$$\phi_{11z} = 0 \quad \text{at } z = -h, \quad (2.24)$$

$$\bar{n} \cdot \nabla \phi_{11} = \bar{n} \cdot (\bar{X}_{11} + \bar{\alpha}_{11} \times \bar{r}) \quad \text{at } S_m, \quad (2.25)$$

방사조건,

여기서 S_m 은 선형운동의 평균 위치에서 기술된 물체표면을 의미하고, \bar{X}_{11} 과 $\bar{\alpha}_{11}$ 는 선형 1차 조화운동의 직선변위 및 각변위를 의미한다.

이 문제는 선박유체역학에서 잘 알려진 임의 3차원 물체의 선형조화운동에 대한 경계치문제이다. 즉, 다척도 전개 기법을 적용하여 얻어진 선형 1차 조화 문제는 새로이 도입된 장척도(long scale) 변수와 무관한 형태로 나타나 규칙과가 입사하는 경우의 선형화된 문제와 같은 형태가 된다. 이 문제는 여러가지 해법으로 풀어진 바 있다.

2.3.3. 선형 장주기 문제

섭동된 경계치 문제에서 선형 장주기항만을 취하면 다음과 같은 경계치 문제가 된다.

$$\nabla^2 \phi_{10} = 0 \quad -h \leq z \leq 0, \tag{2.26}$$

$$\phi_{10z} = 0 \quad \text{at } z = 0, \tag{2.27}$$

$$\phi_{10z} = 0 \quad \text{at } z = -h, \tag{2.28}$$

$$\bar{n} \cdot \nabla \phi_{10} = \bar{n} \cdot \bar{V}_a \quad \text{at } S_m, \tag{2.29}$$

무한 원방의 조건.

Agnon & Mei[3], [4]의 경우에는 소진폭 운동을 가정하였기 때문에 물체경계조건의 우변이 0이었으나, 본 논문에서는 대진폭 표류운동을 가정하였으므로 물체경계조건(식 2.29)의 우변은 0이 아니다. 이 물체경계조건은 물체의 평균위치에서 유체입자의 법선속도가 장주기 표류운동의 법선방향 성분과 같다는 것을 의미하는 것으로, 선형 1차 조화 문제의 경계 조건과 유사한 형태를 지니고 있다. 따라서 위의 경계치 문제는 해저면과 자유표면에서 고체벽경계조건을 가질때 물체가 $Oxyz$ 좌표계의 이동 속도로 운동하는 문제로 해석할 수 있다.

2.3.4. 동유체력

문제가 천천히 움직이는 좌표계 ($Oxyz$)에서 기술되어 있으므로 동유체력도 $Oxyz$ 좌표계에서 표현하는 것이 편리하다.

$$\bar{F} = E\bar{F}^0 = E \iint_{S_a} \bar{n}^0 p dS = \iint_S \bar{n} p dS. \tag{2.30}$$

좌표계의 변환으로 인하여 법선 벡터에 대한 아래의 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \bar{n}' + \bar{\alpha} \times \bar{n}' + \epsilon^2 H \bar{n}' + O(\epsilon^3) \\ &= \bar{n}' + \epsilon \bar{\alpha}_1 \times \bar{n}' + \epsilon^2 (\bar{\alpha}_2 \times \bar{n}' + H \bar{n}') + O(\epsilon^3). \end{aligned} \tag{2.31}$$

압력은 Bernoulli 방정식으로부터

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= -\rho \left(g z + \phi_t^0 + \frac{1}{2} |\nabla \phi^0|^2 \right) \\ &= -\rho \left(g z + \phi_t - \epsilon \bar{V}_a \cdot \nabla \phi + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 \right) \\ &\quad + O(\epsilon^3) \end{aligned} \tag{2.32}$$

와 같이 표시된다. 이를 부유체의 평균위치에 대한 Taylor 전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p|_s &= p|_{s_m} + (\bar{X} - \bar{r}) \cdot \nabla p|_{s_m} + O(\epsilon^2), \\ p &= -\rho g z - \rho \epsilon \phi_{1t} + \rho \epsilon^2 [-\phi_{1t} - \phi_{2t} \\ &\quad - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \bar{V}_a \cdot \nabla \phi] + O(\epsilon^3), \\ \nabla p &= -\rho g \bar{k} - \rho \epsilon \nabla \phi_{1t} + O(\epsilon^2), \\ \bar{X} - \bar{r} &= \epsilon (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r}) + \epsilon^2 (\bar{X}_2 + \bar{\alpha}_2 \times \bar{r} + H \bar{r}) \\ &\quad + O(\epsilon^3), \\ (\bar{X} - \bar{r}) \cdot \nabla p &= -\epsilon [\rho g \bar{k} \cdot (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r})] \\ &\quad - \epsilon^2 [\rho (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r}) \nabla \phi_{1t} \\ &\quad - \rho g \bar{k} \cdot (\bar{X}_2 + \bar{\alpha}_2 \times \bar{r} + H \bar{r})] + O(\epsilon^3). \end{aligned} \tag{2.33}$$

따라서 식 (2.31)와 (2.33)을 고려하여 법선방향 압력 성분을 구하면

$$\begin{aligned} \bar{n}' [p + (\bar{X} - \bar{r}) \cdot \nabla p|_{s_m}] &= -\rho g z \bar{n} \\ &\quad + \epsilon \rho [\bar{n} (-\phi_{1t} - g \bar{k} \cdot (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r})) - g z (\bar{\alpha}_1 \times \bar{n})] \\ &\quad + \epsilon^2 [\bar{n} (-\phi_{1t} - \phi_{2t} - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \bar{V}_a \cdot \nabla \phi \\ &\quad - (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r}) \nabla \phi_{1t} - g \bar{k} \cdot (\bar{X}_2 + \bar{\alpha}_2 \times \bar{r} + H \bar{r}) \\ &\quad + (\bar{\alpha}_1 \times \bar{n}) (-\phi_{1t} - g \bar{k} \cdot (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r})) \\ &\quad - g z (\bar{\alpha}_2 \times \bar{n}) - g z H] + O(\epsilon^3) \end{aligned} \tag{2.34}$$

과 같이 된다. 물체표면 S 에 대한 적분을 평형상태의 물체표면 S_m 과 자유표면 상승에 의해 변화되는 침수 면적(wetted surface) ΔS 에 대한 적분으로 나누면 유체력은 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{F} = \iint_S \bar{n} p dS = \iint_{S_m} \bar{n} p dS + \iint_{\Delta S} \bar{n} p dS. \tag{2.35}$$

위 식에서 수평방향 2차항만을 취하면

$$\begin{aligned} \rho \iint_{S_m} [\bar{n} (-\phi_{1t} - \phi_{2t} - \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \bar{V}_a \cdot \nabla \phi \\ - (\bar{X}_1 + \bar{\alpha}_1 \times \bar{r}) \cdot \nabla \phi_{1t}) + (\bar{\alpha}_1 \times \bar{n}) (-\phi_{1t})] dS \\ - \frac{1}{2} \rho \int_{w.l} \bar{n} [\zeta^2 - 2\zeta_1 (Z_1 + y \alpha_1 - x \beta_1)] dl \end{aligned} \tag{2.36}$$

을 얻는다. 이렇게 얻어진 식에 시간평균을 취하고 2차 장주기항만을 택하면

$$\bar{F}_{20} = \bar{F}^s + \rho \iint_{S_m} \bar{n} (-\phi_{10t} + \bar{V}_a \cdot \nabla \phi_{10}) dS \tag{2.37}$$

이 얻어진다. \bar{F}^s 는 시간평균 표류력을 의미한다. 따라서 위의 2차 장주기항은 일관적인 시간평균 표류력에 $\rho \iint_{S_m} \bar{n} (-\phi_{10t} + \bar{V}_a \cdot \nabla \phi_{10}) dS$ 의 항이 더해지게 된다. Agnon & Mei(1985b)의 경우는 소진폭 운동을 가정하였으므로 좌표계 이동에 의한 항인 $\rho \iint_{S_m} \bar{n} (\bar{V}_a \cdot \nabla \phi_{10}) dS$ 이 $O(\epsilon^3)$ 의 크기가 되어 $O(\epsilon^2)$ 항에서는 나타나지 않

았다. 또한 소진폭 운동의 경우 $\rho \iint_{S_m} \vec{n} \phi_{10i} dS$ 의 항은 선형 장주기 문제의 우변이 모두 0이므로 ϕ_{10i} 이 물체 표면에 걸쳐 일정하므로 물체 표면에 대한 적분 값이 0이 되어 표류 운동의 영향이 나타나지 않았다.

같은 방법으로 z 축에 대한 모우먼트 G 의 2차 장주기 항은 다음과 같이 구해진다.

$$G_{20} = G^s + \rho \iint_{S_m} (\vec{X} \times \vec{n})(-\phi_{10i} + \vec{V}_e \cdot \nabla \phi_{10}) dS. \tag{2.38}$$

G^s 는 시간평균 표류 모우먼트를 의미한다.

III. 해 법

3.1. 선형 1차 조화 문제의 해

선형 1차 조화해 $\phi_{11}(x, y, z; x_1, y_1; t_1)$ 을 내부영역의 해인 $\phi_{11}^I(x, y, z; t_1)$ 과 외부영역의 해인 $\phi_{11}^E(x, y, z; x_1, y_1; t_1)$ 으로 나누어 고찰한다. 내부영역의 해를 $R \rightarrow \infty$ 에 대하여 외부 전개하면 다음과 같다[10].

$$\phi_{11}^E = -\frac{gA(t_1)}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} [\exp(ik(R\cos(\theta-\gamma_e) + \epsilon_{in})) + \frac{\nu(\theta)}{\sqrt{kR}} \exp(ik(R+\pi/4))], \tag{3.1}$$

γ_e, ϵ_{in} : 입사파의 입사각과 위상

(R, θ) : 수평면에서의 극좌표계

$\nu(\theta)$: 산란계수로 Kotchin 함수 $H(\theta)$ 로 표현

$A(t_1)$: 입사파의 진폭함수

외부영역에서는 진행파만 존재하므로 외부영역의 해는 다음과 같은 형태로 가정할 수 있다.

$$\phi_{11}^E = -\frac{g}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} [Q^I(x_1, y_1; t_1) \exp(ik(R\cos(\theta-\gamma_e) + \epsilon_{in})) + Q^S(x_1, y_1; t_1) \frac{\nu(\theta)}{\sqrt{kR}} \exp(i(kR+\pi/4))], \tag{3.2}$$

여기서 Q^I 는 입사파에 의하여 발생된 진행 장파의 진폭함수를 의미하며, Q^S 는 산란파에 의한 것을 나타낸다. Q^I 와 Q^S 의 장척도 변수의 함수관계는 다음 차수(ϕ_{21})의 가해조건(solvability condition)에 의하여 구할 수 있다.

2차항 1차 조화해인 ϕ_{21} 에 대한 가해조건을 적용하면[11]

$$\int_{-h}^0 (\phi_{11} \nabla^2 \phi_{21} - \phi_{21} \nabla^2 \phi_{11}) = \phi_{11} \phi_{21z} - \phi_{21} \phi_{11z} |_{z=-h}^0 \tag{3.3}$$

이다. 외부영역의 해를 대입하면, Q^I 와 Q^S 의 함수관계가 얻어진다. 따라서 외부영역의 해는

$$\phi_{11}^E = -\frac{g}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} [Q^I(t_1 - R_1 \cos(\theta - \gamma_e) / Cg) \exp(ik(R\cos(\theta - \gamma_e) + \epsilon_{in})) + Q^S(t_1 - R_1 / Cg) \frac{\nu(\theta)}{\sqrt{kR}} \exp(i(kR + \pi/4))] \tag{3.4}$$

이 되고, 이를 내부영역 해의 외부 전개한 식(3.1)과 정합(matching)시키면

$$\phi_{11} = -\frac{g}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} [A^I(t_1 - R_1 \cos(\theta - \gamma_e) / Cg) \exp(ik(R\cos(\theta - \gamma_e) + \epsilon_{in})) + A^S(t_1 - R_1 / Cg) \frac{\nu(\theta)}{\sqrt{kR}} \exp(i(kR + \pi/4))] \tag{3.5}$$

이 얻어짐으로써 선형 1차 조화해는 완전하게 구해진다. 여기서 A^I 는 입사파에 의한 진행파의 파진폭 전개(evolution)를 의미하며, A^S 는 산란파에 의한 것을 나타낸다. 즉, 선형 1차 조화해의 진행장파는 2가지 성분으로 구성되어 있는데, 입사파에 의한 것은 2차원 평면파로 입사방향을 유지하면서 입사파의 군속도(Cg)로 진행하며, 산란파에 의한 것은 반경방향의 거리의 제곱근에 역비례로 감소하면서 입사파의 군속도로 전개함을 의미한다.

3.2. 선형장주기 문제의 해

3.2.1. 선형 장주기 해

선형 1차 조화해와 마찬가지로 선형 장주기 해인 $\phi_{10}(x, y, z; x_1, y_1; t_1)$ 을 내부영역의 해인 $\phi_{10}^I(x, y, z; t_1)$ 과

외부영역의 해인 $\phi_{10}^E(x, y, z; x_1, y_1; t_1)$ 으로 분리한다.

선형 장주기 항에 대해 경계치 문제를 고려하면,

$$\nabla^2 \phi_{10}^N = 0, \tag{3.6}$$

$$\phi_{10z}^N = 0 \text{ on } z=0 \text{ \& } z=-h, \tag{3.7}$$

$$\phi_{10n}^N = \vec{n} \cdot \vec{V}_e \text{ on } S_m, \tag{3.8}$$

무한원방조건

으로, 여기서 무한 원방의 조건은 바닥과 물체사이가 클 경우 자유표면조건과 바닥조건의 고체벽 조건에 따라 무한 원방에서 포텐셜이 유한하다는 조건으로 간주할 수 있다.

선형장주기해중 내부영역의 해를 물체경계조건에 따라 다음과 같이 분리하자.

$$\phi_{10}^N = \phi_{10}^{ND} + \phi_{10}^{NR},$$

$$\phi_{10}^{ND} = 0,$$

$$\phi_{10}^{NR} = \vec{n} \cdot \vec{V}_e. \tag{3.9}$$

우선 ϕ_{10}^{ND} 의 경계치 문제를 살펴보면, 물체경계조건

의 우변이 0이므로 ϕ_{10}^{ND} 는 내부영역내에서 x, y, z 변수에 대해 무관하다는 것을 알 수 있다. 즉,

$$\phi_{10}^{ND} = \phi_{10}^{ND}(t_1) \quad (3.10)$$

로 표시된다.

ϕ_{10}^{NR} 의 경우는 선박의 조종운동에서 자주 접하는 주파수 0인때의 방사운동의 경우와 같은 형태의 경계치 문제로 정식화 된다. ϕ_{10}^{NR} 은 경계치 문제로부터 다음과 같이 장척도(long scale) 변수에 의한 항과 단척도(short scale) 변수에 의한 항으로 분리하여 생각할 수 있다.

$$\phi_{10}^{NR} = Q(x_1, y_1) \sum_{i=1}^3 \bar{\phi}_i U_i(t_1) |_{x_1=y_1=0}, \quad (3.11)$$

식(3.11)을 식(3.6), (3.7), (3.8)에 대입하여 정리하면, 경계치문제는

$$\nabla^2 \bar{\phi}_i = 0, \quad (3.12)$$

$$\bar{\phi}_{i,z} = 0, \quad (3.13)$$

$$\bar{\phi}_{i,n} = n_i, \quad (3.14)$$

$$\nabla \bar{\phi}_i \rightarrow 0 \quad (3.15)$$

로 얻어지고, 물체경계조건으로부터 다음을 알 수 있다.

$$Q(0,0) = 1. \quad (3.16)$$

위의 경계치 문제는 고체벽 경계조건을 만족하는 Green 함수를 이용하여 선형 1차조화해에서와 마찬가지로 해를 구할 수 있다[12]. 따라서 ϕ_{10}^{NR} 과 ϕ_{10}^{ND} 의 단척도 변수에 대한 내부영역의 해는 구해졌으며, 장척도 변수에 대한 함수관계는 다음 차수의 가해조건으로부터 얻을 수 있다.

우선 2차 장주기 항에 대하여 살펴보면 선형 장주기 항과 마찬가지로 식의 우변이 0이므로 다시 다음차의 경계치 문제를 고려하여야 한다. 3차 장주기 항 경계치 문제의 가해조건을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{10n,t_1} - gh\nabla^2 \phi_{10} = g\nabla_1(\zeta_{11}^* \nabla \phi_{11} + c.c.) \\ - [(\nabla \phi_{11} \cdot \nabla \phi_{11}^*) - \frac{\omega^2}{g}(\phi_{11}^* \phi_{11z} + c.c.)]_{t_1} \end{aligned} \quad (3.17)$$

이는 질량보존 법칙과 자유표면 경계조건을 이용하여 서도 유도할 수 있다[3], [4].

3.2.2. 외부영역의 해

내부영역의 해와 마찬가지로 ϕ_{10}^F 를 ϕ_{10}^{FD} 와 ϕ_{10}^{FR} 로 나눈다.

$$\phi_{10}^F = \phi_{10}^{FD} + \phi_{10}^{FR}, \quad (3.18)$$

여기서 ϕ_{10}^{FD} 과 ϕ_{10}^{FR} 은 앞의 내부영역의 해를 구하는 과정에서 분리하였던 ϕ_{10}^{ND} 와 ϕ_{10}^{NR} 에 대응하는 것으로 ϕ_{10}^{FD} 는 장파 성분의 산란 포텐셜인 ϕ_{10}^{ND} 에, ϕ_{10}^{FR} 은 장파 성

분의 방사포텐셜인 ϕ_{10}^{NR} 에 각각 대응하는 것이다.

먼저 ϕ_{10}^{FD} 에 대하여 생각하자. 가해조건(식 3.17)의 우변을 살펴보면 선형 1차 조화해의 곱의 형태로 표현되어있음을 알 수가 있다. 선형 1차 조화해의 경우 진행파(propagating mode)와 소멸파(evanescent mode)로 구성되며, 진행파는 발생 원인에 따라 입사파에 의한 것과 산란파에 의한 것으로 다시 분리된다. 따라서 선형 1차 조화해의 곱에서 나타난 수 있는 형태는 진행파의 경우 입사파와 산란파 각각의 자체곱(self product)과 입사파와 산란파의 교차곱(cross product)이며, 소멸파의 경우 소멸파의 자체곱이다. 그의 나타날 수 있는 형태로는 두 가지의 진행파와 소멸파의 교차곱이다. 여기서 소멸파의 곱을 포함하는 것은 $x_1 = O(1)$ 영역에서 사라지므로 장파 성분이 남는 항은 입사파의 진행파 성분의 자체곱 및 그들의 교차곱이다. 따라서 ϕ_{10}^{FD} 를 다음과 같이 분리할 수 있게 된다.

$$\phi_{10}^{FD} = \hat{\phi}^{HD} + \hat{\phi}^I + \hat{\phi}^S + \hat{\phi}^{IS}, \quad (3.19)$$

여기서 $\hat{\phi}^{HD}$ 는 가해조건인 우변항이 0인 경우의 해를 의미하고, $\hat{\phi}^I$, $\hat{\phi}^S$ 는 각각 입사파와 산란파의 자체곱에 의한 해이고, $\hat{\phi}^{IS}$ 는 입사파와 산란파와의 교차곱에 의한 해를 의미한다.

$\hat{\phi}^I$ 와 $\hat{\phi}^S$, $\hat{\phi}^{IS}$ 는 선형 1차 조화해를 대입하면 다음과 같다[13].

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{i,t_1}^I = \frac{1}{4} \frac{Cg^2}{(gh - Cg^2)} \left\{ \frac{2g^2}{CgCp} + \frac{g^2}{Cp^2} - \omega^2 \right\} \\ (A^I)^2(t_1 - R_1 \cos(\theta - \gamma_e)) / Cg, \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{i,t_1}^S - gh\nabla^2 \hat{\phi}^S = \frac{1}{4} \frac{\nu\nu^*}{kR} \left\{ \frac{2g^2}{Cp} (A^S)^2_{k_1} + \frac{(A^S)^2}{R_1} \right. \\ \left. - \left(\frac{g^2}{Cp^2} - \omega^2 \right) (A^S)^2_{t_1} \right\} = O\left(\frac{1}{R}\right), \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{i,t_1}^{IS} - gh\nabla^2 \hat{\phi}^{IS} = \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{kR}} \left\{ (\nu \exp(-i\omega') + c.c.) \right. \\ \left\{ \frac{g^2}{Cp} [(1 + \cos(\theta - \gamma_e))(A^I A^S)_{R_1} + (A^I A^S) / R_1] \right. \\ \left. - \frac{g^2}{Cp^2} (A^I A^S)_{t_1} \cos(\theta - \gamma_e) + \omega^2 (A^I A^S)_{t_1} \right\} \\ \left. + \frac{g^2}{Cp} \frac{\sin(\theta - \gamma_e)}{R_1} [A^I A^S \nu \exp(-i\omega') + c.c.]_e \right\}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

여기서 Cp 는 입사파의 위상속도를 뜻한다. 입사파와 산란파의 교차곱에 의한 해의 경우는 단척도 변수가 남기 때문에 단척도 변수에 대한 거리평균을 취하여야 한다.

$\hat{\phi}^{HD}$ 는 내부영역과의 정합에 의해 결정된다. 내부영역과의 정합조건은 다음과 같다.

$$\phi_{10}^{ND}(t_1) = \phi_{10}^{FD}(0, 0, t_1) = \hat{\phi}^{HD} + \hat{\phi}^I + \hat{\phi}^S + \hat{\phi}^{IS}|_{x=y=0}. \quad (3.23)$$

3.3절에서 보일 장주기 표류 운동 방정식의 외력항을 살펴보면 장주기 포텐셜의 물체표면에 대한 적분이 포함되어 있다. 그런데 앞에서 밝힌 마와 같이 ϕ_{10}^{ND} 는 단척도 변수에 무관하므로 물체 표면에 대한 적분이 기여하지 못한다. 본 논문에서는 장주기 표류 운동에 초점을 맞추고 있으므로, 물체 표면에 대한 적분이 0이 아닌 ϕ_{20}^{NR} 과 그에 대응하는 외부영역의 해인 ϕ_{10}^{FR} 에 대한 고찰로 국한한다.

ϕ_{10}^{FD} 가 특수해를 가지고 있으므로 ϕ_{10}^{FR} 은 가해조건중 우변이 0인 경우만을 생각한다. 식(3.11)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 구해진다.

$$\phi_{10}^{FR} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{R_1}} A_i \left(t_1 - \frac{R_1}{\sqrt{gh}} \right) \bar{\phi}_i(x, y, z). \quad (3.24)$$

따라서 장주기 표류운동에 의한 장파성분중 방사 포텐셜(ϕ_{10}^{FR})에 의한 장파의 경우 천수역에서의 군속도인 \sqrt{gh} 로 반경방향으로 전파되며, 파진폭은 R_1 의 제곱근에 역비례로 감소한다는 것을 알 수 있다.

3.3. 2차 장주기 운동 방정식

운동방정식을 공간에 고정된 좌표계에 대해 기술하면

$$\ddot{X}^0 = M \ddot{X}_C^0 \quad (3.25)$$

이다. 여기서 M 은 부유체의 질량을, \ddot{X}_C^0 는 부유체의 무게중심까지의 거리 벡터를, 상단의 점은 시간(t)에 대한 미분을 의미한다. 좌표계의 변환관계에서 $Oxyz$ 축에서의 속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{U} = E \ddot{X}_C^0 = \ddot{X}_C + \epsilon E \ddot{X}_{a1} + \epsilon r_{11} (\vec{k} \times \ddot{X}), \quad (3.26)$$

여기서 $E \ddot{X}_{a1} = \ddot{V} = (U, V)$ 라 정의하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\ddot{X}_C^0 = E \ddot{V} + \epsilon \ddot{X}_C + E \ddot{X}_C$$

$$\ddot{X}_C^0 = \epsilon \ddot{V} + E \ddot{V}_{11} + \epsilon \ddot{X}_C + 2E \ddot{X}_C + E \ddot{X}_C. \quad (3.27)$$

이를 $Oxyz$ 좌표계로 변환된 운동 방정식에 대입하여 2차 장주기항만을 취하면 다음과 같다.

$$\ddot{F}_{20} = M[\ddot{V}_{11} + r_{11}(\vec{k} \times \ddot{V})]. \quad (3.28)$$

계류된 부유체를 대상으로 하고 있으므로 계류력을 고려하여야 한다. 공간고정 좌표계에서 기술된 운동방정식을 좌표계 이동에 의해 $Oxyz$ 좌표계로 변환하면

$$\ddot{F}^M = EK \ddot{X}_a + K \ddot{X}_C, \quad K = O(\epsilon^2) \quad (3.29)$$

이며, 여기서 마지막 항은 $O(\epsilon^3)$ 임을 알 수 있다. 이에 외력항을 대입하면

$$M(U_{11} - r_{11}V) + (\cos \gamma K_x X_0 + \sin \gamma K_y Y_0) = F_{20}^M,$$

$$M(V_{11} + r_{11}U) + (-\sin \gamma K_x X_0 + \cos \gamma K_y Y_0) = F_{20}^M \quad (3.30)$$

와 같이 표시되어 선수 동요와 인성되어 있음을 알 수 있다. 외식에서 K_x, K_y 는 계류계의 X, Y 방향 탄성계수를, F_{20}^M, F_{20}^N 는 2차 장주기항 외력의 X, Y 방향 성분을 의미한다.

여기서 얻어진 운동방정식으로부터 장주기 운동에 의한 유체력에 대해 살펴보면 앞절에서 유도된 식(2.37)의 외력항의 계산에서 적분에 기여하는 항인 ϕ_{10}^{NR} 이 식(3.11)과 같이 주파수 0일 때의 방사운동과 같은 경계치 문제의 해이므로 실수의 해를 가지게 되고, 따라서 장주기 운동에 의한 유체력에는 부가질량성분만 존재할 뿐 감쇠력이 없음을 알 수 있다.

회전운동에 대한 운동방정식은 유도과정이 매우 복잡하지만 Ogilvie[14]에 자세히 유도되어 있다. Ogilvie의 결과에 계류력을 삽입하여 2차 장주기 회전 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$I_{66} \ddot{\gamma}_{011t} + K_m \ddot{\gamma} = G_{20} - [(\alpha_{11} \cdot G_{1r}^*) - (\alpha_{1r} \cdot G_{1r}^*) + c.c.] - [(\xi_{1s} \cdot F_{1w}^*) - (\xi_{1w} \cdot F_{1s}^*) + c.c.] - [(\dot{\alpha}_{1r} I_{55} \dot{\alpha}_{1r}^*) - (\dot{\alpha}_{1r} I_{44} \dot{\alpha}_{1r}^*) + c.c.], \quad (3.31)$$

외 식에서

I_{44}, I_{55}, I_{66} : 횡동요, 종동요, 선수 동요 방향 관성 모우먼트,

ξ_1, α_1 : 1차항의 변위 및 회전변위,

F_1, G_1 : 1차항의 외력 및 모우먼트,

를 의미한다. 여기서 아랫 첨자 s, w, r, p 는 각각 전후동요, 수평동요, 횡동요, 종동요를 표시한다.

IV. 수치계산 및 고찰

4.1. 반 구

Fig.2에는 본 계산에 사용된 반구의 분할 모습을 보이고 있다. 수선면이하 면적은 160개의 요소로 분할하였으며, 특히파수의 제거를 위하여 수선면은 4개의 요소로 나누었다.

반구의 경우 수평면내의 회전운동은 의미가 없으므로 적선왕복 운동에 대한 해석만 하였다. 2차 장주기 운동방정식은 다음과 같다.

$$MX_{01t} + KX_0 = F^{sz} + [\rho \iint_{S_m} n_1(-\phi_1) dS] X_{01t} + [\rho \iint_{S_m} n_1 \phi_{1z} dS] X_{01t}^z. \quad (4.1)$$

반구는 축대칭형 물체이므로 마지막 적분 항은 0이다.

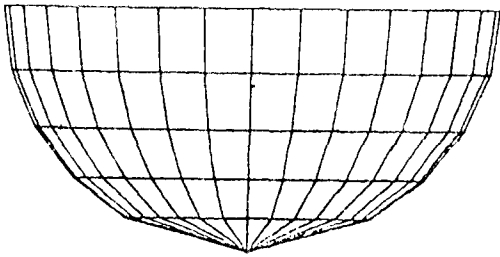


Fig. 2 Facet representation of a hemisphere

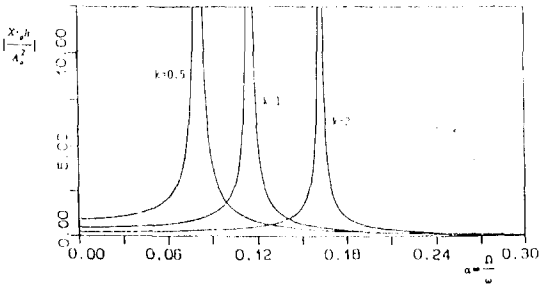


Fig. 3 Amplitude of the normalized slow surge motion of a hemisphere

따라서 장주기 운동방정식은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$(M+A_{11})X_{0,t,t}+KX_0=F^{sx}(t_1) \quad (4.2)$$

입사파는 다음과 같이 정현 변조(sinusoidal modulation)된 파로 가정하였다.

$$A=A_0\sin\Omega t_1. \quad (4.3)$$

외력항인 F^{sx} 가 A 의 계곱항에 비례하므로 외력은 주파수 2Ω 의 조화항과 정상상태항(steady-state component)으로 나눌 수 있다. 변위 X_0 는 이에 대응하여 다음과 같이 조화 성분과 정상상태 성분으로 나눌 수 있다.

$$X_0=\text{Re}\{X_0'e^{-2i\Omega t_1}+X_0''\}. \quad (4.4)$$

입사파의 파장은 반구의 반지름과 같으며 수심은 흘수의 2배로 가정하였다. 계류계의 무차원 스프링 상수 K 는 0.5, 1.0, 2.0 등 3가지 경우를 택하였으며, 변조비는 0에서 0.3까지 변화시켰다.

Fig.3에는 입사파 변조비의 변화에 따른 무차원화된 반구의 장주기 변위의 진폭을 보이고 있다. 횡축은 입사파의 변조비로서 ϵ 으로 나누어진 값을 사용하였고, 종축은 변위 X_0' 를 A_0^2/h 으로 무차원화한 값이다. 계산 결과를 보면 계류계의 스프링 상수가 커질수록 변위는 작아지나 공진이 심하게 나타나는 경향을 발견할 수 있다. 감쇠력이 없으므로 모든 K 에 대하여 변위 X_0' 가 무한대인 공진현상이 일어난다. 실제 문제의 경우에는 점성에 기인하는 박리(separation) 등에 의한

감쇠력때문에 공진시 변위가 무한대가 되지는 않을 것이다. 그러나 어떠한 K 를 가정하더라도 공진현상을 피할수 없다는 사실을 Fig.3의 결과로부터 알 수 있다.

이해를 돕기위해 무차원화되기전 실제 변위를 살펴 보면 무차원화된 변위를 X_0' 라 할 때 차원을 갖는 변위와의 관계는

$$X_0'=\frac{hX_0''}{A_0^2}=\frac{\epsilon^2h\hat{X}_0''}{\hat{A}_0^2} \quad (4.5)$$

이다. 여기서 \hat{X}_0'' 와 \hat{A}_0 는 ϵ 으로 척도 되기전의 실제 값을 의미한다. 즉 $\hat{X}_0''=O(1)=X_0''$, $\hat{A}_0=O(\epsilon)=\epsilon A_0$ 의 관계를 가진다. 계산에는 입사파의 파장이 반구의 반지름과 같은 1m이고 수심은 2m일 경우이다. ϵ 의 크기를 0.1로 잡고 입사파의 파진폭을 0.1m라 가정하면 단위 X_0' 의 크기는 실제 변위 X_0'' 가 0.5m임을 의미한다. Fig.3에서 보던 K 가 1.0일때 공진이 일어나지 않는 경우는 장주기 동요의 진폭이 0.25m 정도이나 공진에 가까이 가면 반구폭의 몇배의 대진폭 변위를 갖게 된다.

4.2. 바야지

회전운동이 포함된 표류운동의 일반적인 경우를 고찰하기 위하여 Pinkster & van Oortmerssen[15]이 계산에 사용하였던 바야지를 수치 계산의 두번째 대상 부유체로 선택하였다. Fig. 4에는 계산에 사용된 바야지의 요소분할을 보이고 있다. 요소 분할은 수선면이하의 물체표면을 188개의 요소로 나누고, 특히파수 제거를 위해 수선면을 4개의 요소로 분할하였다.

바야지의 장주기 표류 운동의 계산에 있어서 입사파의 파장은 바야지 길이의 0.5, 1.0배의 2가지 경우를 택하였다. 수심은 유한수심의 영향이 나타나며, 물체 바닥과의 간격이 충분하도록 고려하여 흘수의 4배, 즉 40m로 하였다. 입사파는 정현 포락선을 갖는 파가 갑자기 시작하는 경우를 가정하여 바야지의 철이운동을 살렸다. 입사파는 다음의 식으로 표현된다.

$$A=\bar{H}(t_1)A_0\sin\Omega t_1, \quad (4.6)$$

여기서 \bar{H} 는 Heaviside의 계단 함수(step function)를 의미한다.

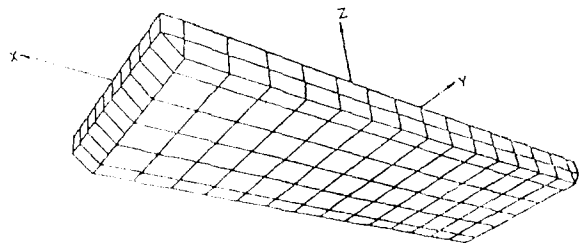


Fig. 4 Facet representation of a barge

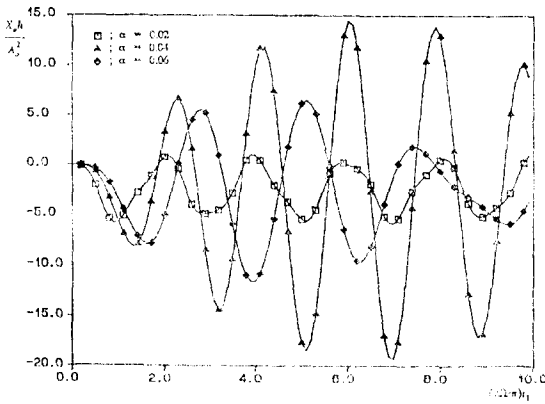


Fig. 5 Slowly-varying X displacement of a barge for different modulation ratios($\lambda=0.5L$, $\gamma_e=160^\circ$)

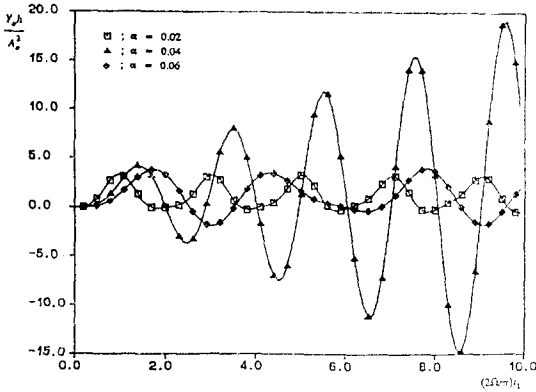


Fig. 6 Slowly-varying Y displacement of a barge for different modulation ratios($\lambda=0.5L$, $\gamma_e=160^\circ$)

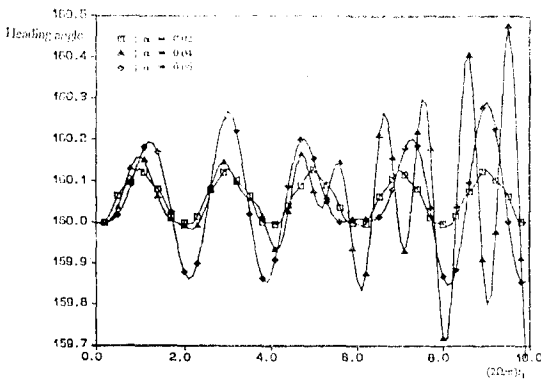


Fig. 7 Slow change in heading angle of a barge for different modulation ratios($\lambda=0.5L$, $\gamma_e=160^\circ$)

회전운동을 포함한 바아의 장주기 표류운동을 계산하기 위해서는 장주기 운동방정식에 비선형항이 포함되어 있으므로 시간영역에서 수치 계산을 수행하여야 한다. 2차원 문제의 경우, 신행 1차 조화해는 장주기 표류 운동에 의해 입사파의 상대 위상이 달라진다. 그러나 3차원 문제의 경우, 장주기 선수동요에 의하여 입사파의 입사 각도가 시간에 따라 변화하므로 입사파의 상대 입사각과 위상의 변화를 함께 고려하여야 한다.

장주기 표류운동을 해석하는 과정에서 도입된 무차원 매개변수는 $\omega^2 h/g$, $\alpha = \Omega/\omega$, A_0/h 의 3가지이다. 일정 수심의 경우 $\omega^2 h/g$ 는 입사파의 파장에 따라 결정된다. α 는 변조비로서 ϵ 로 나눈 값이다. α 의 값에 따라 장주기 운동의 관성력이 변하여 그에 대응하는 공진 주파수가 달라지므로 α 는 계류계와 동조하는 정도를 보여준다. A_0/h 는 비선형성의 정도를 의미한다. 이외에 영향을 미칠 수 있는 변수로는 X, Y방향 및 회전 방향으로의 무차원 스프링 상수와 초기상태의 입사각이다. 여기서 스프링 상수의 변화와 α 의 변화는 계류계와 동조되는 정도를 표현해주는 역할이 같으므로 스프링 상수를 고정하고 α 의 값으로 0.02, 0.04, 0.06 등 3가지 경우를 택하였다. 파장이 바아 길이 반과 같은 경우에 대하여 α 의 변화에 따른 X, Y방향 장주기 변위 및 입사각의 장주기 변화를 Fig. 5, 6, 7에 도시하였다. 그림의 횡축은 $\pi/2\Omega$ 로 무차원화시킨 시간으로 정현 포락선 주기의 5배에 이르는 시간까지 계산하였다. 종축의 값은 A_0^2/h 로 무차원화시킨 변위와 차원을 가진 입사각을 의미한다. 초기 입사각으로 160° 의 경우에 대하여 계산하였다.

앞에서 언급한 바와 같이 α 의 변화는 계류계와 동조되는 정도를 의미한다. 변위는 외력에 의한 성분과 계의 고유진동성분의 두가지로 구성되어 있으나, 감쇠력이 없으므로 초기 천이운동 구간에서는 계류계의 고유 주기로 운동하는 성분이 지배적이다. 그림에서 운동주기가 다르게 보이는 것은 α 를 변화시키면 Ω 가 변하여 시간을 $\pi/2\Omega$ 로 무차원화 할 때 각각 다른 값으로 나누어지기 때문이다. X, Y 방향 운동 변위 결과를 살펴보면 α 가 0.04일 때가 공진($\alpha=0.045$)에 근접하므로 운동 응답도 고유 주파수와 외력의 주파수 차이에 따라 약하게 변조된 결과를 보인다. 그의 공진에 근접하지 않는 경우는 앞에서 언급한 외력에 의한 성분과 고유 진동 성분의 간섭에 의해 찌그러진 응답을 보이고 있다. 즉, 고유 주파수와 외력의 주파수의 차이가 커질수록 변위의 크기는 감소하면서 시간 평균 표류력 및 표류

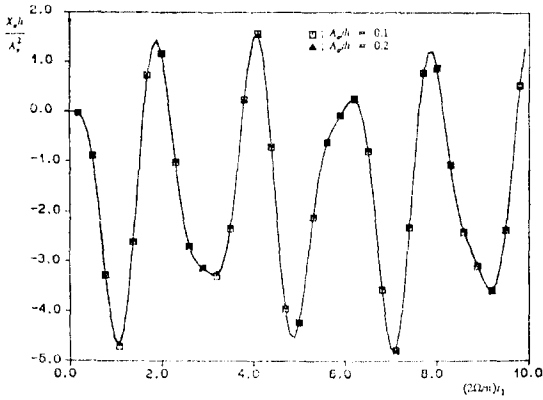


Fig. 8 Slowly-varying X displacement of a barge for different wave slopes($\lambda=1.0L$, $\alpha=0.04$, $\gamma_e=160^\circ$)

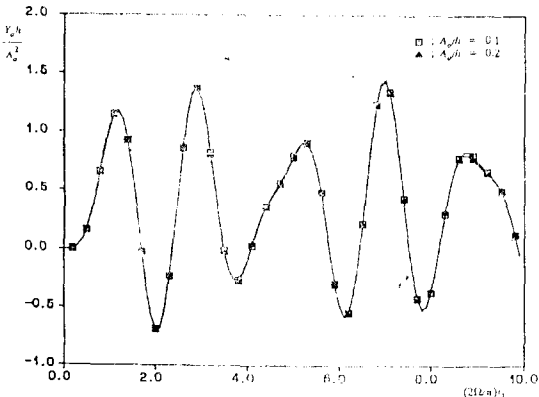


Fig. 9 Slowly-varying Y displacement of a barge for different wave slopes($\lambda=1.0L$, $\alpha=0.04$, $\gamma_e=160^\circ$)

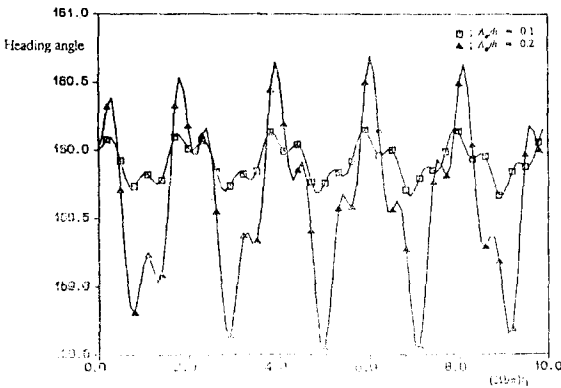


Fig. 10 Slow change in heading angle of a barge for different wave slopes($\lambda=1.0L$, $\alpha=0.04$, $\gamma_e=160^\circ$)

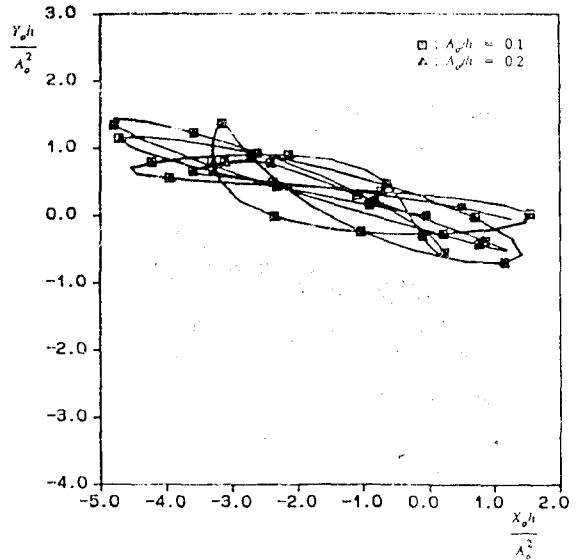


Fig. 11 Trajectory of C.G. of a barge for different wave slopes($\lambda=1.0L$, $\alpha=0.04$, $\gamma_e=160^\circ$)

모우먼트의 영향이 상대적으로 커져서 점점 심하게 변조된 결과를 보이게 된다. 이는 감쇠력이 없으므로 공진의 영향이 지배적임을 뜻하는 바 $\alpha=0.02$ 와 $\alpha=0.06$ 의 결과의 차이에서 이를 확인할 수 있다.

A_0/h 는 비선형성의 정도를 표시할 수 있는 매개변수로 0.1과 0.2 두가지의 경우에 대하여 계산하였다. A_0/h 의 변화에 따른 X, Y방향 변위 및 입사각의 변화 그리고 이를 총체적으로 조감할 수 있는 마야지 무게중심의 궤적을 파장이 $1.0L$ 일 때에 대하여 Fig. 8, 9, 10, 11에 도시하였다. 장주기 표류 운동은 ϵ 의 2차항이므로 선형운동에 기인하는 비선형항의 영향이 크지 않다면 장주기 운동응답은 A_0/h 에 따라 변화하지 않을 것이다. 즉, A_0/h 에 따른 장주기 운동 응답의 변화가 나타나면 이는 비선형항에 의한 영향으로 분석할 수 있다. 그림에서 보인 바와 같이 X, Y방향 변위의 변화가 거의 없는데, 이는 X, Y방향 운동 방정식에서 외력항 중 비선형항인 좌표계 이동에 의한 항의 크기가 작아 결과적으로 상대적 의미의 비선형 정도가 작음을 의미한다. 반면 입사각의 변화가 큰것은 무차원화가 되지 않아 결과에 파고의 증가가 그대로 반영된 결과 직선 운동과는 달리 선형운동에 기여하는 비선형항의 영향이 상대적으로 크다는 것에 기인한다.

V. 결 론

본 논문에서는 미소 변위를 가지며 약하게 변조된

파가 유한수심에 계류된 임의 형상의 3차원 부유체에 임의각도로 입사할 때 나타나는 부유체의 대진폭 표류운동은 다척도 전개(multiple scale expansion) 기법을 적용하여 해석하였다. 또한 전개한 해석법에 근거하여 수치계산을 수행하였다. 본 논문에서 얻은 결론은 다음과 같다.

1) 유한 수심에 놓인 3차원 부유체의 장주기 대진폭 표류운동은 시간과 거리에 대한 다척도 전개 기법을 적용함으로써 2차항 경계치 문제를 직접 풀지않고 선형해만으로 그 해를 구할 수 있다.

2) 선형 1차항 문제와 선형 장주기항 문제는 2차원에서의와 달리 입사각과 위상차의 매개변수로 관련지어진다. 즉 선형 장주기 문제에 의해 선형 1차항 문제의 입사각과 위상이 결정되고, 선형 1차항의 해석 결과에 따라 선형 장주기 문제의 외력이 결정된다.

3) 장주기 표류운동에 의하여 3가지 성분의 장파가 발생한다. 선형파간의 상호작용에 의해 균속도로 전파하는 장파성분은, 선형 조화해로부터 얻을 수 있다. 한편 천수역과 전파속도를 가지며 부유체의 장주기 표류운동에 기인하는 장파성분은 파고는 장척도(long scale) 변수의 수평거리(R_1)의 제곱근에 반비례하고, 단척도(short scale) 변수만의 함수인 $\phi(x, y, z)$ 의 크기에 연관된다. 세번째 장파 성분은 역시 천수역 전파속도를 지니며 부유체에 산란되어 발생하는데, 이는 내부영역과의 정합(matching)에 의해 구해진다. 이에 대해서는 계속적인 연구가 필요하다.

4) 장주기 표류운동을 야기시키는 외력은 파 운동량 변화에 의한 표류력외에 장주기 운동에 의한 부가질량 힘과 좌표계의 이동에 의한 비선형 외력이 존재한다. 비선형 외력은 장주기 선수동요에는 크게 영향을 미치나 장주기 직선운동에는 별다른 영향을 미치지 못한다.

참 고 문 헌

- [1] Triantafyllou, M.S., "A consistent hydrodynamic theory for moored and positioned vessels", *J. Ship Research*, Vol. 26, No. 2, pp.97-105, 1982.
- [2] Bowers, E.C., "Long period oscillations of moored ship subject to short wave seas", *Royal Institution of Naval Architects*, pp.181-191, 1976.
- [3] Agnon, Y. & Mei, C.C., "Slow drift motion of a two dimensional block in beam seas," *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp.279-294, 1985.
- [4] Agnon, Y. & Mei, C.C., "Slow drift motions of a floating body in narrow banded seas", *Proc. Symp. on Behavior of Offshore Structures*, Delft, 1985.
- [5] Choi, H.S., "Large slow drift motion of a 2-D cylinder in water of finite depth", *Proc. OMAE Seminar in Korea*, 1986.
- [6] Agnon, Y., Choi, H.S. & Mei, C.C., "Slow drift of a floating cylinder in narrow banded seas", *J. Fluid Mech.*, Vol. 190, pp.141-163, 1988.
- [7] Choi, H.S. & Kim, D.J., "Large slow drift of a ship in slightly modulated beam seas", *Proc. IUTAM Symp. on Nonlinear Water Waves*, Tokyo, 1987.
- [8] Choi, H.S. & Kim, D.J., "Slow drift motions of a moored barge in slightly modulated waves", *Proc. 8th OMAE Symp.*, Hague, 1989.
- [9] Nayfeh, A.H., *Introduction to Perturbation Techniques*, Wiley, New York, 1981.
- [10] 최항순, "유한수심에 놓인 부유체에 작용하는 시간평균표류력 및 표류모우먼트", 대한조선학회지, 제24권, 제1호, 1987.
- [11] Mei, C.C., *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, Wiley, New York, 1983.
- [12] Pettersen, B., "Calculation of potential flow about three dimensional bodies in shallow water with particular application to ship maneuvering", *J. Ship Research*, Vol. 26, No. 3, Sept., 1982.
- [13] 김동준, "해상에 계류된 부유체의 표류운동 해석", 서울대학교 박사학위 논문, 1989.
- [14] Ogilvie, T.F., "Second-order hydrodynamic effects on ocean platforms", *Proc. Intern. Workshop on Ship and Platform Motions*, Berkeley, pp.205-265, 1983.
- [15] Pinkster, J.A. & Van Oortmerssen, G., "Computation of the first and second order wave forces on oscillating bodies in regular waves", *Proc. 2nd Conf. Numer. Ship Hydrodyn.*, Berkeley, USA, 1976.