
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第2號 1990年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 2, June 1990

신호처리기법을 이용한 구조물의 동특성치 추정

정 태 영*, 김 양 한**

Estimation of Structural Dynamic Properties Using Signal Processing Techniques

by

Tae-Young Chung* and Yang-Hann Kim**

요 약

본 논문에서는 충격시험에 의해 얻어진 구조물의 과도진동응답 신호로부터 구조물의 동특성치를 구하는 기존방법에 대하여 살펴보고 이들 기존 방법의 단점을 개선할 수 있는 방법으로 최대엔트로피방법(Maximum Entropy Method)과 최소자승 Prony법(Least Square Prony Method)을 도입하여 수치실험을 통한 성능시험을 수행하였다. 그리고 적용예로서 선박의 낙묘시험으로부터 얻은 시계열에 이들을 적용하여 그 결과를 FFT법 결과와 비교하였다.

연구결과, 최대엔트로피방법은 구조물의 인접 고유진동수들이 가까이 있고 얻을 수 있는 동적응답 시계열의 data 길이가 짧을 때의 고유진동수 추정에 유용하나 감쇠비 산정에는 유용하지 못함이 밝혀졌다. 또한, 최소자승 Prony법은 과감쇠계의 고유진동수 및 감쇠비 추정에 유용하나 동적응답 시계열에 많은 잡음이 포함되어 있을 경우, 감쇠비 추정성능이 크게 저하 되는 것으로 나타났다.

Abstract

Conventional methods to estimate natural frequencies and damping ratios of structures from measured response time series obtained during impact tests are reviewed. Maximum Entropy Method and Least Square Prony Method are introduced to alleviate the inherent limitation of the conventional methods. The performance of the methods are explored through computer simulation. As an example of application, they are applied to the time series obtained from an anchor drop-and-snap test of a container ship and the result is compared to that of conventional FFT method.

As a result of the computer simulation, it is found that Maximum Entropy Method is very efficient to estimate natural frequencies of structures when two neighboring natural frequencies are close enough and short data records are only available, but it is not a reliable estimator for damping ratios. And it is also found that Least Square Prony Method is efficient to estimate the natural frequencies and damping ratios of highly damped structural system, but the estimation efficiency of damping ratios is significantly deteriorated in the presence of significant additive noise.

접수일자 : 1990년 1월 8일, 재접수일자 : 1990년 2월 22일

* 정회원, 한국해사기술연구소

** 정회원, 한국과학 기술원

1. 서 언

선박이나 해양구조물의 파도나 내부기진력에 의한 진동응답을 추정하려면 이들의 동적 특성치 즉, 고유진동수, 고유진동형, 감쇠비 등의 정확한 산정이 선행되어야 할 뿐만 아니라, 고유진동수의 정확한 측정은 해양구조물의 손상여부를 감지하기 위해서도 필수적이다.

일반적으로 구조물의 동특성치 산정을 위한 실험적 방법으로는 기진기를 사용하여 주파수를 sweeping 하면서 구조물을 가진시키고 그 응답 기록을 분석하여 동특성치를 추정하는 방법과, 충격해머(impact hammer) 등을 이용한 충격시험으로부터 구조물의 과도진동 응답을 분석하여 동특성치를 추정하는 방법이 있다. 그러나, 선박이나 해양구조물의 경우는 구조물이 거대하고 복잡하게 이루어져 있어 충분한 기진력을 주기 위해서는 대형의 기진기가 필요하게 되며, 이러한 대형기진기를 설치하여 실험을 행하는 데에는 많은 비용과 시간이 요스된다. 이러한 난점을 극복하기 위하여 선박에서는 충격시험의 일종으로 anchor를 떨어뜨리다가 잡아주는 낙묘시험을 많이 하고 있는데 이는 시험방법이 간단하고 경비가 적은데 반해 대개 낙묘에 의한 충격량이 그다지 크지 않기 때문에 시험시 피할 수 없이 포함되는 주변 잡음에 대하여 필요 신호를 인지하기가 어렵다는 단점이 있다. 그러나 무엇보다 간편하기 때문에 널리 쓰이는 방법이다.

구조물의 동적특성치의 실험적 산정을 위한 보편적인 방법은 계속된 시간영역의 신호에 대하여 FFT를 수행하여 파워스펙트럼(power spectrum)을 구하고 이로부터 계의 고유진동수 및 감쇠비를 추정하는 것이다. 이 방법은 데이터 처리를 고속으로 수행할 수 있는 장점이 있으나, 계속된 시간영역 신호의 유한성으로 인하여 발생하는 오차와 주파수 분해능에 한계가 있다. 특히 이러한 단점은 계속된 데이터의 양이 적을 때 문제가 된다.

본 연구에서는 충격시험에 의해 얻어진 구조물의 과도진동응답 신호로부터 구조물의 동특성치를 구하는 기존방법에 대하여 살펴보고 이들 기존 방법의 단점을 개선할 수 있는 방법으로 최대엔트로피방법(Maximum Entropy Method: MEM)과 최소자승 Prony법(Least Squares Prony Method: LSPM)을 도입하여 수치실험을 통한 성능시험을 수행하였다. 그리고 적용예로서 선박의 낙묘시험으로부터 얻은 시계열에 이들을 적용

하여 그 결과를 FFT법 결과와 비교하였다.

2. 기존 방법에 대한 고찰

구조물의 동적특성치 즉, 고유진동수 및 감쇠비를 실험적으로 추정하기 위하여 손쉽게 이용될 수 있는 방법으로는 자유감쇠기법(Free Decay Technique)과 Fourier 변환에 의한 방법이 있다.

자유감쇠기법은 단순히 기계적 충격을 구조물에 주고 난후에 구조물의 동적응답을 계속하여 기록된 데이터로부터 구조물의 동적 특성치를 대수적으로 구하는 간편한 방법이다. 예를 들면 Fig. 1로 주어진 자유감쇠진동 데이터로부터 계의 고유진동수 및 감쇠비를 다음과 같이 구할 수 있다(Fig 1 참조).

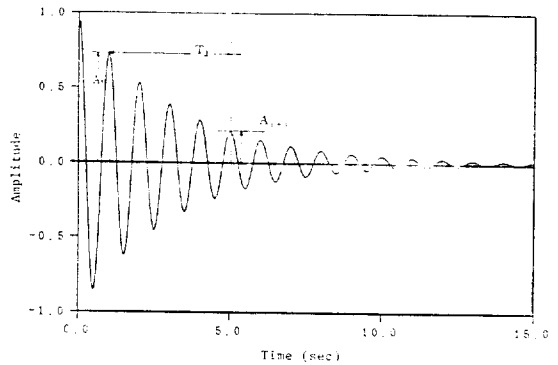


Fig. 1 Transient vibration response of 1 d.o.f. system($f_n=1\text{Hz}$, $\zeta=0.05$)

$$\omega_d = \frac{2\pi N}{T_d} \cong \omega_n \tag{1}$$

$$\zeta = \frac{1}{2\pi N} \ln \frac{A_1}{A_{1+N}} \tag{2}$$

여기서,

T_d = 기준 peak로 부터 N cycle후의 peak까지의 시간

N = cycle 수

A_1 = 초기 기준 peak의 진폭

A_{1+N} = 기준 peak로 부터 N cycle후의 peak의 진폭

이 기법은 보통 1자유도 또는 고유진동수들이 멀리 떨어져 있는 다자유도계의 경우에, 저차 고유진동형의 고유진동수와 감쇠비를 실험적으로 구하는 데에 국한되어 사용되고 있다. 따라서 선박과 같이 복잡 구조물의 동적응답은 많은 모드(mode)가 잡음(noise)과 함께 중첩되어 나타나기 때문에 이러한 자유감쇠기법으로는 계속된 시계열 신호로부터 각 모드들의 고유진동수와

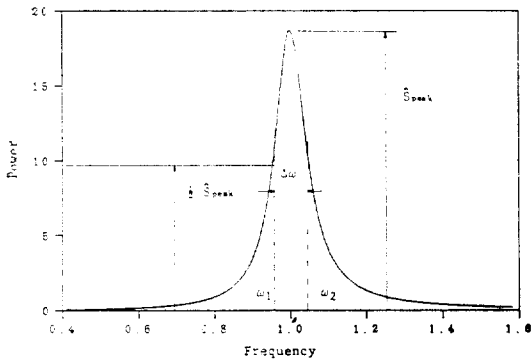


Fig. 2 Power spectrum of transient vibration response of 1 d.o.f. system ($f_n=1\text{Hz}$, $\zeta=0.05$)

감쇠비를 추정하기가 어렵다.

Fourier 변환에 의한 방법은 구조물에 기계적 충격을 가한 후 계속된 구조물의 진동 신호에 대하여 FFT(Fast Fourier Transform)를 사용 주파수 응답 함수(frequency response function)를 구한 후 이 주파수 응답 함수의 값이 최대인 주파수로부터는 고유진동수(ω_n)를 구하고, 주파수 응답 함수 값이 최대의 $1/\sqrt{2}$ 이 되는 주파수 ω_1 와 ω_2 의 차(half power bandwidth)로부터 다음 식에 의하여 감쇠비를 산정한다(Fig. 2 참조).

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} = \frac{4\omega}{2\omega_n} \quad (3)$$

이러한 방법은 스펙트럼 추정시 많은 양의 데이터를 빠르게 처리할 수 있고 또한, 산정된 스펙트럼은 데이터의 취득 길이가 충분한 보통의 경우에는 합리적인 결과를 주고 있으므로 공학계 전반에 걸쳐 널리 사용되고 있다. 그러나 실제의 많은 경우에 있어 주변의 여러 제한 때문에 발생하는 유효한 데이터의 유한성으로 인하여 주파수 분해능의 한계와 오차가 수반된다.

3. 최대 엔트로피 방법

최대 엔트로피 방법 이론

FFT를 이용한 스펙트럼 추정시에 일어나는 단점을 개선하기 위한 시도로써 여러 가지의 스펙트럼 추정 방법이 제안되어 왔는데, 최대엔트로피방법(Maximum Entropy Method)도 그중의 하나이다. MEM은 기본적으로 주어진 데이터로부터 산출할 수 있는 자기상관 함수로부터 알려지지 않은 자기상관 함수를 외삽하기 위한 추정계수들을 구하고 그로부터 스펙트럼을 추정하는 방법으로, 기존 방법의 단점인 유효한 자기상관

함수 이외의 자기상관함수를 0으로 가정하는 대신에 유효한 자기상관함수 이외의 자기상관함수를 합리적으로 외삽하기 때문에 데이터가 짧은 경우에도 아주 우수한 주파수 분해도를 갖는다. 따라서 정확한 고유진동수 추정은 물론 인접한 고유진동수가 존재하는 계의 특성규명에도 대단히 우수하다[1, 2, 3].

M차 예측오차필터의 계수와 출력 P_M 이 Yule-Walker equation으로부터 결정되면 이로부터 MEM 스펙트럼은 다음 식에 의해 구해진다[1].

$$S(f) = \frac{P_M \Delta t}{|1 + \sum_{k=1}^M \gamma_{Mk} \exp(-i2\pi k f \Delta t)|^2} \quad (4)$$

여기서,

$S(f)$: MEM spectrum

γ_{Mk} : M차 예측오차필터 계수

P_M : M차 예측오차필터의 출력

Δt : sampling period

MEM에 의한 스펙트럼 추정시 중요한 부분은 예측오차필터의 길이 M의 결정인데, 지금까지 예측오차필터의 차수 M의 추정을 위한 여러가지 기준들이 제안되어 왔으나 M의 선정은 해석 대상의 시계열의 통계학적 성질에 따라 다르며 절대적으로 객관화된 것은 아직 없다. 일반적으로는 주어진 데이터의 수 N에 대하여 M이 너무 작으면 추정된 스펙트럼이 불충분한 분해능을 갖게 되고, 반면에 M이 너무 크면 추정된 스펙트럼은 통계학적으로 불안정하게 되어 가상적인 스펙트럼 피크(spectrum peak)들을 갖게 된다.

MEM의 우수한 주파수 분해능

일반적으로 MEM법은 짧은 시간영역의 데이터에 대하여 아주 우수한 주파수 분해능을 갖고 있다고 알려져 있다. 여기서는 먼저 MEM의 우수한 주파수 분해능을 알아 보기 위하여 수치실험을 행하였다. 수치실험에 사용된 시계열 신호는 아래와 같다.

$$x(t) = \cos 2\pi(0.9)t + \cos 2\pi(1.1)t + n(t) \quad (5)$$

여기에서 $n(t)$ 는 불확정잡음(random noise)으로서 그 크기는 불확정잡음의 rms값이 0.5가 되도록 하였다. 수치실험을 위하여 샘플링 주파수(sampling frequency)를 50Hz로 하여 128개의 데이터를 생성하였으며, 이에 대한 스펙트럼을 FFT법과 MEM을 이용하여 구하고 그 결과를 비교하였다.

Fig 3은 그 결과를 보여주고 있는 데 이 결과를 보면 MEM을 이용한 스펙트럼은 식(5)로 주어진 시계열 신호의 두 주파수 성분이 0.9Hz와 1.1Hz에서 분명한 피크값을 갖으나 FFT법에 의한 스펙트럼은 그렇지 못하였다. FFT법에 의한 스펙트럼이 두 주파수 성분은

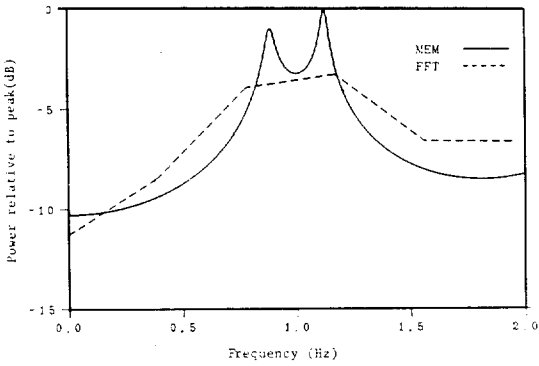


Fig. 3. Power spectra of $x(t) = \cos 2\pi(0.9)t + \cos 2\pi(1.1)t + n(t)$ (sampling freq. = 50Hz, No. of data = 128)

분해하여 나타나지 못한 이유는 앞에서 언급한 바와 같이 FFT법은 데이터의 길이가 짧을 경우에는 주파수 분해능이 나쁘기 때문이다. 즉, 수치실험을 위하여 생성된 데이터의 길이 (T)는 약 2.5초이며, 이 경우의 FFT법의 주파수 분해능은 약 0.4Hz이다. 그런데 두 주파수의 차이가 0.2Hz인 관계로 두 주파수 성분이 분해되어 나타나지 못한 것이다.

구조물의 동특성치 추정용으로서의 MEM의 성능

구조물의 동특성치를 실험적으로 추정하는 데에 있어 MEM의 응용가능성을 검토하기 위하여 1자유도계가 충격을 받고 난후의 시계열 신호를 시뮬레이션 (simulation)하고 MEM을 적용하여 이계의 고유진동수와 감쇠비를 추정하여 보았다.

여기서, 수치실험의 예로서 고유진동수가 2.5Hz이고 감쇠비가 각각 0.01와 0.05인 1자유도계의 과도진동을 시뮬레이션 하고, 잡음의 수준이 동특성치 추정에 미치는 영향을 조사하기 위하여 잡음의 rms 값이 계의 초

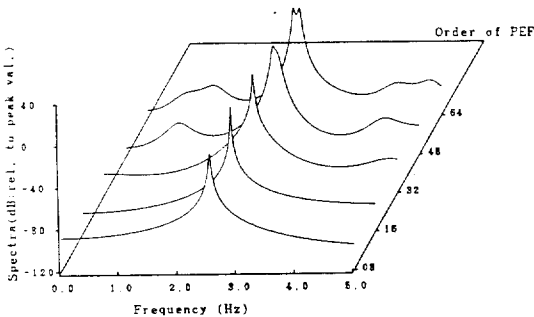


Fig. 4(a) Power spectrum by MEM of transient vibration of 1 d.o.f. system ($f_n=2.5\text{Hz}$, $\zeta=0.01$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.1$)

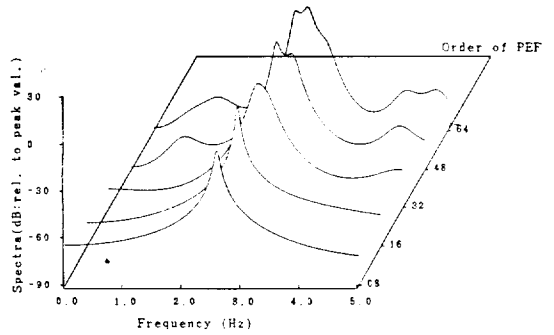


Fig. 4(b) Power spectrum by MEM of transient vibration of 1 d.o.f. system ($f_n=2.5\text{Hz}$, $\zeta=0.05$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.1$)

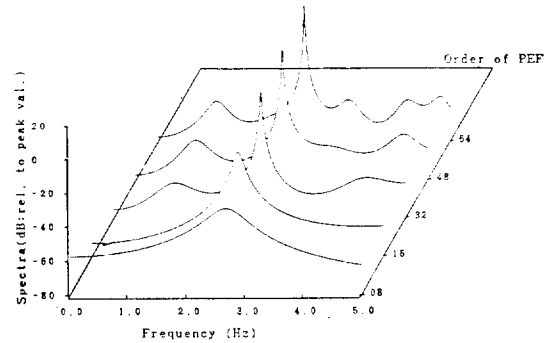


Fig. 4(c) Power spectrum by MEM of transient vibration of 1 d.o.f. system ($f_n=2.5\text{Hz}$, $\zeta=0.01$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.5$)

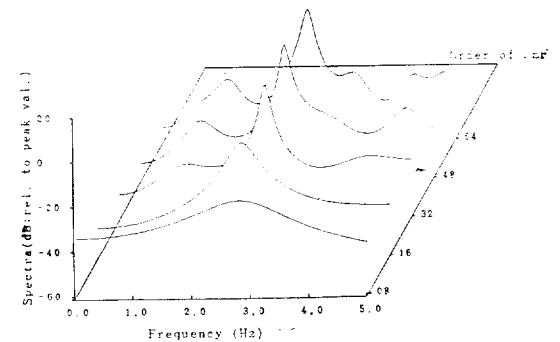


Fig. 4(d) Power spectrum by MEM of transient vibration of 1 d.o.f. system ($f_n=2.5\text{Hz}$, $\zeta=0.05$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.5$)

기진폭(A)에 대하여 0.1과 0.5가 되는 잡음을 주어진 예의 시계열에 중첩하여 잡음 수준과 감쇠비를 조합한 수치 실험행렬을 만들었다. 수치실험을 위하여 만들어

Table 1 Estimated natural frequency and damping ratio of 1 d.o.f. system by MEM ($f_n=2.5$ Hz)

(Unit : Hz)

Order of PEF	$n_{rms}/A=0.1$		$n_{rms}/A=0.5$	
	$\zeta=0.01$	$\zeta=0.05$	$\zeta=0.01$	$\zeta=0.05$
8	2.55* (0.010)	2.59 (0.031)	2.67 (0.021)	2.80 (0.47)
16	2.54 (0.004)	2.57 (0.020)	2.50 (0.059)	2.46 (0.16)
32	2.54 (0.008)	2.54 (0.077)	2.52 (0.012)	2.50 (0.048)
48	2.52 (0.030)	2.48 (0.084)	2.51 (0.010)	2.47 (0.046)
64	2.50 (0.034)	2.43 (0.095)	2.51 (0.007)	2.49 (0.055)

* note: Upper value shows the estimated natural frequency and Lower one in () shows the estimated damping ratio

진 데이터는 샘플링 주파수를 50Hz로 하여 얻어진 128 개씩인 데이터는 약 2.5초간의 데이터이다.

각각의 시계열에 대하여 MEM을 적용하여 스펙트럼을 구한 결과가 Fig. 4(a)~(d)에 주어져 있는데, 그림에서 보는 바와 같이 MEM으로 스펙트럼을 구할 때의 예측오차필터의 차수로서는 8, 16, 32, 48과 64를 택하였다. 이 MEM에 의하여 구해진 스펙트럼들로부터 계의 고유진동수와 감쇠비를 추정하였는데 그 결과가 Table 1에 주어져 있다. 여기에서 언급하고 싶은 중요한 사항은 감쇠비 추정에 있어 Compell과 Vandiver는 그들의 논문[4]에서 MEM에 의해 추정된 스펙트럼으로부터의 감쇠비 추정을 기존의 FFT법에 의해 추정된 스펙트럼으로부터 감쇠비를 추정하는 방법, 즉 half power bandwidth법으로 하였다. 그러나 Lacoss는 그의 논문[5]에서 MEM으로 추정된 스펙트럼의 최대치들은 실제 그 주파수 성분의 파워의 제곱에 비례한다고 밝힌 바 있다. 따라서 MEM으로 구한 스펙트럼으로부터 감쇠비를 추정하려면 스펙트럼의 값이 최대치의 1/4이 되는 곳의 주파수들을 잡아 내어 식(3)을 적용하는 것이 타당하며, Table 1에 주어진 감쇠비의 추정치는 이에 따른 것이다.

위의 수치실험으로부터 알 수 있는 중요한 결과는 다음과 같다.

- 비록 데이터의 양이 적더라도 MEM으로 구한 스펙트럼으로부터 비교적 정확히 고유진동수를 추정할 수 있다.
- 추정된 감쇠비는 예측오차필터의 차수에 따라 크게

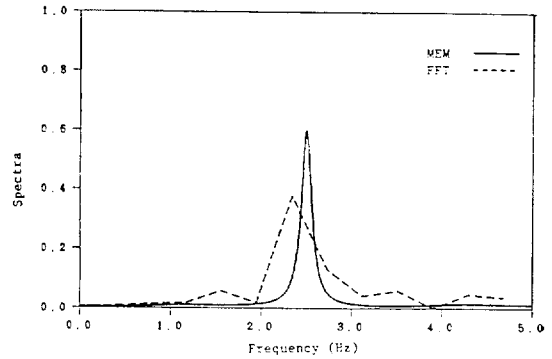


Fig. 5 Power spectrum by MEM and FFT of transient vibration of 1 d.o.f. system ($f_n=2.5$ Hz, $\zeta=0.05$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.5$)

좌우되며, 그 결과가 신뢰할만하지 않다.

- 계의 순수과도진동응답 신호에 비하여 주위 잡음 수준이 클수록 예측오차필터의 차수를 높이는 것이 바람직하다.

한편, 짧은 시간영역의 과도진동응답 데이터 만으로 계의 고유진동수를 추정하는 데 있어 FFT법과 MEM의 유용성을 비교 검토하기 위하여, 앞의 수치실험에서 사용된 1자유도계중에서 $\zeta=0.05$, $\frac{n_{rms}}{A}=0.5$ 인 경우에 대하여 128개의 데이터를 사용하여 기존의 FFT법으로 스펙트럼을 구하였다. Fig. 5에 그 결과가 MEM으로 구한 결과와 함께 주어져 있는데, MEM에 의한 결과는 예측오차필터의 차수가 32인 경우의 것이다. 이로부터 FFT법에 의해 산정된 고유진동수는 2.3Hz로서 MEM에 의하여 산정된 경우보다 그 결과가 좋지 않음을 알 수 있다.

4. Prony 방법

최대엔트로피 방법이 FFT방법에 비하여 이론적으로 무한대의 자료를 이용하여 원하는 스펙트럼을 추정함으로써 높은 주파수 분해도를 가질 수 있는 장점이 있는 반면 모델자체가 가지고 있는 제한성으로 인하여 스펙트럼이 피크값 및 피크값의 분산(variance)에는 많은 불확실성이 있다. 즉 높은 주파수 분해도가 분석하고자 하는 동력학계의 고유진동수 추정에는 고정밀도를 보장하나 앞장의 수치실험에서 나타난 바와 같이 편차의 불확실성으로 인하여 계의 감쇠계수등으로 대표되는 에너지 손실량의 추정에는 적합하지 않다. 이에 반하여 Prony방법[6]은 측정된 자료를 감쇠지수함수의 선형조합으로 모델링함으로써 FFT방법이나 최대

엔트로피 방법의 모델에서 반영하지 않았던 감쇠현상을 포함하고 있다. 따라서, Prony 방법이 동역학계의 감쇠특성을 여타방법들보다 잘 표현할 수 있으리라고 예상할 수 있다. 그러나 주목하여야 할 점은 감쇠지수 함수들은 엄밀한 의미에서 수학적인 직교성이 없다는 사실이다[6]. 즉 추정하려고하는 동역학계의 고유진동수들이 감쇠영향을 무시할 수 있을 정도로 충분히 떨어져 있지 않을 경우 추정된 고유진동수와 감쇠계수의 신뢰성이 저하될 것을 예상할 수 있다.

상술한 바와같은 물리적 관찰에서 출발한 Prony 방법을 통한 동역학계 특성추정에 대하여 구체적으로 살펴보기 위하여 우선 Prony 방법의 이론적 배경을 살펴보고 Prony 방법의 동역학계 특성(고유진동수 및 감쇠계수 등) 추정에서의 성능을 평가하기 위한 시뮬레이션과 그 결과를 소개하고자 한다.

Prony 방법의 이론

Prony 방법에는 Original Prony Method, Least Square Prony Method, Modified Least Square Prony Method 등 세가지가 있다.

Prony 방법의 이론적인 골격은 유효 베이타의 복소지수함수의 조합에 의한 모델링으로, 모델링에 사용된 복소지수함수의 계수들로부터 원하는 정보를 추출한다.

샘플된 데이터 $x[n]$ 의 복소지수함수에 의한 모델링은 다음과 같다.

$$x[n] \cong \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad 1 \leq n \leq N \quad (6)$$

여기서, $h_k = A_k \exp(i\theta_k)$

$$z_k = \exp[(\alpha_k + i2\pi f_k) \Delta t]$$

A_k = 진폭

θ_k = 초기위상

α_k = 감쇠계수

f_k = 진동수

Δt = sampling time

(6)식에서 h_k 와 z_k 가 일단 구해지면 우리가 원하는 정보인 감쇠계수와 진동수는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha_k = \ln|z_k| / \Delta t \quad (7)$$

$$f_k = \frac{\arctan[\text{Im}(z_k) / \text{Re}(z_k)]}{2\pi \Delta t} \quad (8)$$

또한 감쇠계수 α_k 로부터 감쇠비 ζ_k 는 다음과 같이 구해진다.

$$\zeta_k = \frac{\alpha_k}{2\pi f_k} \quad (9)$$

최초의 Prony 방법에서는 (6)식을 풀기 위하여 샘플된 데이터 수(N)가 모델링에 사용된 복소지수함수의

수(p)의 두배가 되어야 한다는 제약이 있다. 실제의 경우는 통상 샘플된 베이타의 수가 복소지수함수의 수보다 크다. 이러한 최초의 Prony 방법의 제약을 타개하는 방법의 하나가 최소자승 Prony 방법으로 이 경우 근사모델을 다음과 같이 설정한다.

$$\hat{x}[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad 1 \leq n \leq N \quad (10)$$

여기서 근사모델과 실제값과의 차이를 $\varepsilon[n]$ 으로 정의하면

$$\varepsilon[n] = x[n] - \hat{x}[n] \quad (11)$$

다시 제곱오차의 총합을 계산하면 다음과 같다.

$$\rho = \sum_{n=1}^N |\varepsilon[n]|^2 \quad (12)$$

결국은 (12)식으로 표현된 제곱오차를 최소화 하는 $h_k, z_k (k=1, 2, \dots, p)$ 를 찾는 것이 최소자승 Prony 방법이다.

수정 최소자승 Prony Method는 샘플된 베이타의 모델시 감쇠를 제외하여 감쇠가 없는 경우에 대하여 최소자승 Prony 방법을 적용한 것이다.

시뮬레이션 및 고찰

우선 잡음이 전혀 없는 신호의 경우와 잡음이 존재하는 신호의 경우를 대별하여 시뮬레이션 하였다.

잡음이 없는 경우는 최초의 Prony 방법을 이용하여 고유진동수와 감쇠비를 추정하였으며 그 결과 예상대로 추정된 고유진동수와 감쇠비가 참값과 일치함을 확인하였다. 이 경우 계수 P 의 증가에 따라 추정값이 수렴되는 사실 또한 확인할 수 있었다.

잡음이 존재하는 경우에는 Table 2에 나타난 바와 같이 최초의 Prony 방법의 경우 고유진동수는 대체로 양호하게 추정하나(최대 15% 이내) 신호대 잡음의 자승평균 제곱근비(n_{rms}/A)가 증가할수록 그 추정치의 오차가 증가하며, 특히 감쇠비 추정이 신호대 잡음비에 대단히 민감함을 보여주고 있다. 또한, 계수 P 의

Table 2 Estimated natural frequency and damping ratio of 1 d.o.f. system by Original Prony Method

P	$(f_n = 2.5 \text{ Hz})$			
	$n_{rms}/A = 0.1$		$n_{rms}/A = 0.5$	
	$\zeta = 0.01$	$\zeta = 0.05$	$\zeta = 0.01$	$\zeta = 0.05$
4	—	—	—	—
8	2.49 (0.020)	2.49 (0.0162)	—	—
16	2.404 (0.016)	2.37 (0.047)	2.14 (0.026)	—

Table 3 Estimated natural frequency and damping ratio of 1 d.o.f. system by Least Square Prony Method

($f_n=2.5\text{Hz}$)

P	$n_{rms}/A=0.1$		$n_{rms}/A=0.5$	
	$\zeta=0.01$	$\zeta=0.05$	$\zeta=0.01$	$\zeta=0.05$
4	2.53 (0.095)	2.54 (0.210)	—	—
8	2.50 (0.011)	2.49 (0.052)	2.53 (0.092)	2.54 (0.194)
16	2.49 (0.014)	2.48 (0.059)	2.44 (0.046)	2.42 (0.11)

증가가 추정치의 참값수렴에 기여하지 못함을 볼 수 있다.

이에 반하여 최소자승 Prony 방법에 의한 고유진동수 및 감쇠비 추정은 비교적 향상된 경향을 보여 준다 (Table 3). 즉, 고유진동수의 경우 신호대 잡음비가 10%이고 계수 P가 8일 때 거의 참값을 추정하고 있으며 감쇠비 경우 또한 10% 이내의 오차내에서 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 그러나, 계수 P가 16으로 증가되었을 경우 그 추정 오차 또한 증가되는 경향을 보이고 있다. 따라서 정확한 추정을 위하여 적절한 계수의 선정이 문제점으로 남아 있는 단점이 있다. Table 3를 살펴보면 신호대잡음비가 대단히 심한 경우(50%), 고유진동수 추정에는 여전히 탁월한 성능을 보여주나 감쇠비 추정성능은 어떠한 결론을 도출하기 어려운 정도로 불확실한 경향을 보여주고 있다.

5. 선박의 낙모시험에의 응용

MEM과 Prony 방법의 선박 및 해양공학분야에서의 응용가능성을 검토하기 위하여 특정 선박의 낙모시험[7]에서 얻은 가속도 신호에 대하여 FFT법과 MEM, 그리고 최소자승 Prony법을 적용하여 전체의 동특성치를 구하고 그 결과를 비교, 검토하였다.

Fig. 6과 Fig. 7은 낙모시험시 선미부와 선루부 가속도계에서 얻은 시계열을 보여주고 있다. 이러한 불연속 시계열은 tape recorder에 기록된 가속도 신호를 Personal Computer(IBM/AT Compatible)에 내장된 A/D 변환기(DT-2821)를 통하여 digitization하여 구했는데, 이때의 샘플링주파수로서는 50Hz를 택하였으며 취득된 데이터의 수는 1024개로서 약 20초 간의 데이터량이다. 가속도 신호를 digitization하기 전에 저주파수 통과필터를 사용하여 30Hz 이상의 주파수 성분은

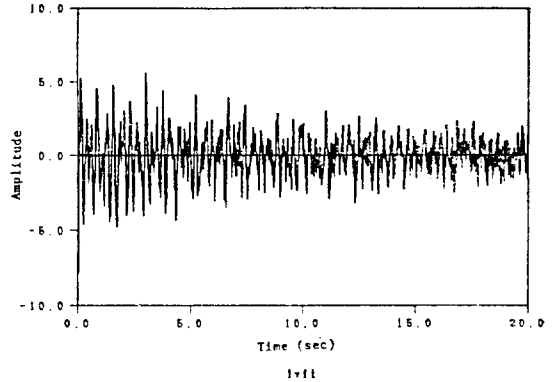


Fig. 6 Time series obtained from the accelerometer at the middle of the stern of a 40,000ton container ship during an anchor drop-and-snub test

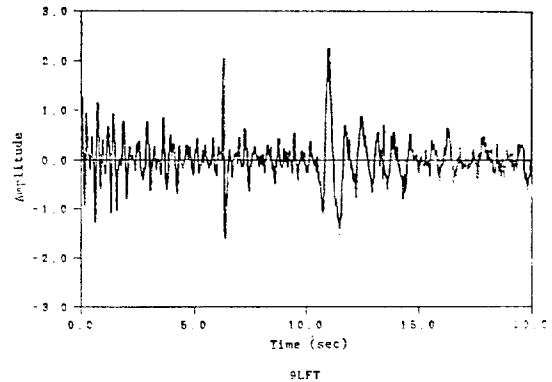


Fig. 7 Time series obtained from the accelerometer at the top of the superstructure of a 40,000 ton container ship

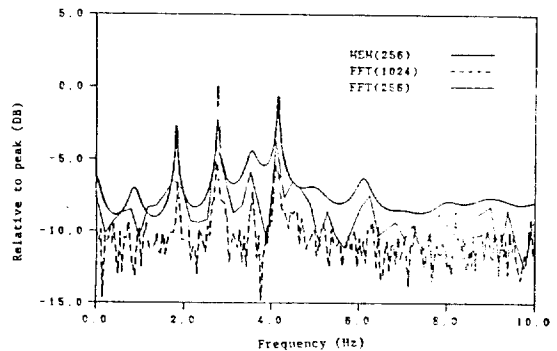


Fig. 8 Power spectra by MEM and FFT of the time series obtained from the accelerometer at the middle of the stern of a 40,000ton container ship during an anchor drop-and-snub test

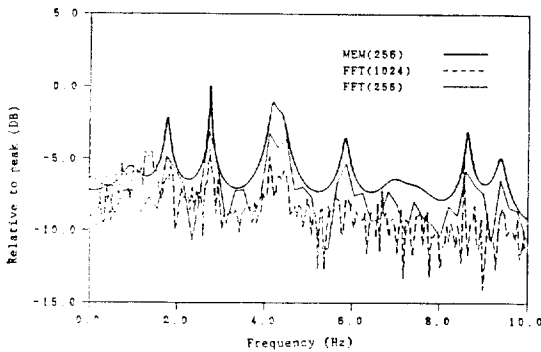


Fig. 9 Power spectra by MEM and FFT of the time series obtained from the accelerometer at the top of the superstructure of a 40,000ton container ship during an anchor drop-and-snub test

제거하였다.

FFT법과 MEM을 사용하여 선미부와 선루부가속도의 시계열에 대하여 스펙트럼을 구한 결과들이 각각 Fig. 8과 Fig. 9에 주어져 있다. 여기에서 MEM(256)은 1024개의 데이터 중 앞의 256개의 data에 대하여 MEM을 적용하여 구한 스펙트럼을 의미하며, FFT(1024)과 FFT(256)은 각각 1024개의 데이터와 256개의 데이터에 대하여 FFT법을 적용하여 구한 스펙트럼을 의미한다. MEM의 적용시 예측오차필터의 차수로서는 64를 택하였다.

Fig. 8과 Fig. 9로부터 알 수 있는 바와 같이 MEM으로 구한 스펙트럼은 고유 주파수라고 생각할 수 있는 피크가 FFT법으로 구한 스펙트럼의 경우보다 증폭되어 깨끗하게 잘 나타났다. 이들 스펙트럼상에서 고유주파수라고 생각되는 피크들의 주파수를 정리한 결과가 Table 4에 주어져 있으며 이러한 결과를 계산결과와 비교해 보기 위하여 시운전시의 하중상태에 대하여 BV에서 수행한 유한요소해석결과를 같이 수록하였다[8].

또한, Table 4에는 선미부 가속도 시계열의 256개 데이터에 대하여 최소자승 Prony법을 적용하여 구한 선체의 고유진동수 및 감쇠비 추정치가 같이 정리되어 있는데, 이 때 계수 P 로는 32를 택하였다. MEM은 감쇠비 추정에 적합하지 않고 FFT(256)의 결과는 감쇠비 추정에 필요한 주파수 분해능을 갖고 있지 못하므로, 이들로부터 감쇠비 추정은 수행하지 않았다. 최소자승 Prony법으로 구한 감쇠비 추정결과를 FFT(1024)의 결과와 비교해 보면 고유진동수가 3.56Hz인 모드에 대하여 추정된 감쇠비를 제외하고는 신뢰할 만한 것으로 판단된다. 고유진동수가 3.56Hz인 모드의 경우에 감쇠비가 크게 추정된 이유는 Fig. 8의 MEM 스펙트럼으로부터 알 수 있듯이 해당 모드의 신호 성분의 수준이 잡음 수준에 비해 월등히 크지 못하여 나타나는 것으로 사료된다.

Table 4 Natural frequencies and damping ratios estimated from the time series obtained during an anchor drop-and-snub test

(Unit : Hz)

Peak No.	Vertical vibration at stern				Fore-and-aft vibration at the top of superstructure			Calculated results*	
	MEM (256)	FFT (1024)	FFT (256)	Prony (256)	MEM (256)	FFT (1024)	FFT (256)	Nat. Freq.	Mode Shape
1	0.86	—	0.78	—	—	—	—	0.91	2 nodes hull girder vertical
2	1.82	1.86 (1.8%)**	1.76	1.87 (2.0%)	1.78	1.86	1.76	2.02	3 nodes hull girder vertical
3	2.78	2.73 (1.2%)	2.73	2.75 (0.6%)	2.76	2.73	2.73	3.00	4 nodes hull girder vertical
4	3.56	3.56 (1.0%)	3.52	3.67 (7.0%)	—	—	—	4.18	5 nodes hull girder vertical
5	4.15	4.10 (1.0%)	4.10	4.12 (0.9%)	4.19	4.10	4.10	4.68	6 nodes hull girder vertical
6	—	—	—	—	5.85	—	5.86	—	—
7	—	—	—	—	8.63	8.54	8.59	—	—
8	—	—	—	—	9.37	—	9.38	—	—

* The calculated results show the free vibration analysis with FEM conducted by BV for the sea trial loading condition[8]

** The value in () shows the estimated damping ratio

6. 결 언

구조물의 동특성치를 실험적으로 산정하는 데 있어 기존의 방법을 개선하기 위한 방편으로 최대엔트로피 방법과 Prony법을 도입하여 구조물의 고유진동수와 감쇠비를 추정하는 법에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 파워스펙트럼 추정에 있어 FFT법은 데이터 길이가 짧아짐에 따라 주파수 분해능이 나빠지나 MEM은 그렇지 않다. 따라서 구조물의 두인접 고유진동수가 가까이 있고 얻을 수 있는 동적응답 시계열의 데이터 길이가 짧을 때 MEM은 기존의 FFT법보다 유용하다.
- MEM스펙트럼에서의 최대치들은 실제 그 주파수 성분의 파워의 제곱에 비례하므로 감쇠비의 추정시 quater power bandwidth법을 채택하는 것이 좋다. 그러나, MEM으로 추정된 감쇠비는 예측오차 필터의 차수에 따라 크게 좌우되며, 그 결과가 신뢰할 수 없는 것으로 나타났다.
- MEM으로 스펙트럼 추정시 진동응답 신호에 비하여 주위 잡음 수준이 클수록 예측오차 필터의 차수를 높이는 것이 바람직하다.
- 선박의 낙도시험에서 얻은 시계열에 MEM을 적용하여 구해진 스펙트럼은 FFT법에 의해 구해진 스펙트럼보다 고유진동수라고 추측되는 피크치들이 증폭되어 깨끗하게 잘 나타났다. 이로부터 MEM이 선박 및 해양구조물과 같은 대형 복잡구조물의 고유진동수 추정에 잘 적용될 수 있음을 알 수 있다.
- 최소자승 Prony법은 과감쇠계의 고유진동수 및 감쇠계수 산정에 유용하나 동적응답시계열에 많은 잡음이 포함되어 있을 경우, 감쇠비 추정 성능이 크게 저하된다.

후 기

이 연구를 수행함에 있어 원고작성에 많은 도움을 주

신 한국해사기술연구소의 남용운씨 및 한국과학기술원 기계공학과 박찬석씨께 감사드리며, 본 논문은 한국기계연구소에서 과학기술처의 1988년 일반출연연구사업의 일환으로 수행된 “구조물의 동적특성치의 실험적 산정을 위한 연구” 과제의 결과를 보완한 것임을 밝히둔다.

참 고 문 헌

- [1] S.M. Kay and S.L. Marple, Jr., "Spectrum Analysis—A Modern Perspective", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 69, No. 11, Nov., 1981.
- [2] S. Haykin, et al., *Nonlinear Methods of Spectral Analysis, Topics in Applied Physics*, Vol. 34, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1983.
- [3] 日野幹雄, *스펙트럼解析*, 朝倉書店, 1977.
- [4] R.B. Campbell and J.K. Vandiver, "The estimation of natural frequencies and damping ratios of offshore structures", *Offshore Technology Conference*, OTC 3861, May 1980.
- [5] R.T. Lacoss, "Data adaptive spectral analysis methods", *Geophysics*, Vol. 36, No. 4, pp.661-675, Aug. 1971.
- [6] S.L. Marple Jr, *Digital Spectral Analysis with Applications*, Chapt. 11, pp.303-349, Prentice-Hall Inc., 1987.
- [7] "Summary of the Vibration Analysis Results for HN 1055 (by BV & SHI)," *Internal Report of Samsung Shipbuilding & Heavy Industries Co., LTD*, Feb. 1988.
- [8] B.H. Kim, et al., *Vibration Test on SHI 1055, Container*, KIMM Report BSI 661-1091 (1) E.D, May 1988.