
 論 文

大韓造船學會誌
 第27卷 第1號 1990年 3月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 27, No. 1, March 1990

2차원 주상체의 강제 동요시 동유체력의 시간 영역 해석법에 관하여

신 영 섭*, 이 기 표**

 On the Improved Numerical Method for the Hydrodynamic
 Forces Acting on an Arbitrary Cylinder in the Time Domain

by

Y.S. Shin* and K.P. Rhee**

요 약

2차원 부유체가 자유 표면상의 평균 위치로 부터 작은 진폭의 비정상 운동을 할 때, 물체에 작용하는 선형 동유체력을 과도 Green 함수를 사용한 적분 방정식법에 의하여 시간 영역에서 수치해석하였다.

특히 시간 영역에 따라 과도 Green 함수를 급수전개 또는 점근전개시킨 후 사용함으로써, 시간 영역에서 직접해석시에 단점으로 지적되고 있는 수치 계산 소요 시간을 단축시켰다.

계산 예로는 원형 단면 주상체의 강제 상하동요 및 수평 동요시의 동유체력을 수치 해석 하였으며, Fourier 변환 후 진동수 영역에서의 해당 값과 비교 도시하였다.

Abstract

The linear hydrodynamic forces, acting on a forced oscillating cylinder from its mean position on a free surface with a small amplitude, are calculated in the time domain.

The integral equation method using a time dependent Green function is employed.

The numerical results for the heaving and swaying circular cylinder are shown and give good agreements with others. Furthermore it is shown that the use of the Green function, which is expressed by a series expansion or asymptotic expansion according to time range, reduces computing time greatly.

1. 서 론

실험이나 실선 관측 결과에 의하면 배의 운동은 과거의 운동에 의한 영향 즉 기억효과(memory effect)를 받는 것으로 알려져 있다. 따라서 선체에 가해지는 외력이나 선체의 거동이 단순 조화 함수의 거동이 아닐 때,

선체의 운동 응답을 예측하기 위해서는 기억효과를 고려할 수 있는 시간영역에서의 해법이 요구되고 있다.

물체에 작용하는 동유체력이 임의의 물체 운동 속도와 충격응답 함수의 convolution으로 표시될 수 있음은 Cummins[1]에 의해 알려져 있으므로, 강제동요 문제는 물체의 운동 속도나 가속도가 충격으로 주어질 경우 물체 형상에 의존하는 응답함수를 구하는 것으로

접수일자 : 1989년 9월 1일, 재 접수일자 : 1989년 12월 18일

* 학생회원, 서울대학교 대학원

** 정회원, 서울대학교 공과대학

귀착된다.

그러나 응답 함수를 시간전진에 따라 구하기 위해서는 많은 계산 시간이 소요되고 있다.

본 논문에서는 2차원 물체가 $t=0$ 인 순간부터 평균 위치를 기준으로 작은 진폭의 비정상 운동을 할 때, 물체에 작용하는 동유체력을 시간영역에서 그리고 선형 범위내에서 해석하였다.

응답함수는 과도 Green 함수를 이용한 적분방정식 기법을 사용하여 구하였으며 시간경과에 따라 급수 전개법 및 접근 전개법을 이용하여 Green 함수를 계산함으로써 수치 계산의 정확성과 응답함수를 구하는 데 소요되는 시간을 단축시켰다.

계산으로는 원형 주상체의 강제동요에 대한 수치해석을 수행했으며 시간영역에서 얻어진 해를 Fourier 변환시켜 진동수 영역에서의 값과 비교함으로써 시간영역해의 계산 검증을 하였고 비교 결과 거의 일치하는 것을 알 수 있었다.

2. 문제의 정식화

입의 2차원 물체가 $t=0$ 인 순간부터 평균 위치를 기준으로 작은 진폭의 비정상 운동을 한다고 가정한다.

또한 유체는 비점성, 비압축성이라 가정하고 비회전성 운동을 가정하며 좌표계는 Fig. 1과 같다.

이에 대한 기본 방정식과 경계조건 및 초기조건은 다음과 같다.

지배 방정식

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } D, \tag{1}$$

자유 표면 경계 조건

$$\phi_{tt} + g\phi_z = 0 \quad \text{at } z=0, \tag{2}$$

물체 표면 경계 조건

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \sum_{j=2,3,4} \alpha_j \cdot n_j \quad \text{on } S_0, \tag{3}$$

해저면 조건

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

무한 원방 경계 조건

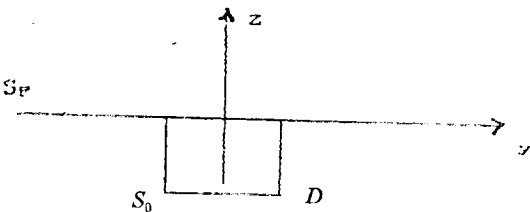


Fig. 1 Coordinate system

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma \phi = 0, \tag{5}$$

초기 조건

$$\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \text{at } t < 0, \quad z = 0 \tag{6}$$

여기서 S_0 : 선체 표면의 평균 위치

$(n_2, n_3) = \vec{n}$: 선체 안쪽의 법선 벡터

$n_4 = y \cdot n_3 - z \cdot n_2$

α_j : j 방향의 운동 범위

$r^2 = y^2 + z^2$

적분 방정식 기법을 이용하여 해를 구하고자 Green 함수를 도입하였으며 여기에 사용되는 Green 함수는 시간 τ 인 순간점 $Q(\eta, \zeta)$ 에 생성되는 용출점으로 인하여 그 이후 시간 t 에서 점 $P(y, z)$ 에 유발되는 속도 포텐셜로써 Wehausen & Laitone[2]에 의해서 다음처럼 구해질 수 있다.

$$G(P, Q, t-\tau) = \text{Re}I(P, Q, t-\tau),$$

$$\begin{aligned} I(P, Q, t-\tau) &= H(t-\tau) [\ln(P-Q) - \ln(P-\bar{Q}) \\ &\quad + f(P, \bar{Q}, t-\tau)] \\ &= H(t-\tau) [\ln(P-Q) + \ln(P-\bar{Q}) \\ &\quad + g(P, \bar{Q}, t-\tau)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(P, \bar{Q}, t-\tau) &= -2 \int_0^\infty dk \frac{1}{k} e^{-ik(P-\bar{P})} \\ &\quad [1 - \cos \sqrt{gk}(t-\tau)], \end{aligned}$$

$$g(P, \bar{Q}, t-\tau) = 2 \int_0^\infty dk \frac{1}{k} e^{-ik(P-\bar{P})} \cos \sqrt{gk}(t-\tau), \tag{7}$$

여기서 $P = y + iz,$

$Q = \eta + i\zeta,$

$\bar{Q} = \eta - i\zeta$

이제 Fig. 1과 같은 점서 체적 D 에서 $\phi_i(P, \tau)$ 와 $G(P, Q, t-\tau)$ 에 Green 정리를 이용하고 해저면 조건과 무한 원방 경계 조건을 이용하면 다음의 적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_i(P, \tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{S_0+S_1} dl \left[\phi_i(Q, \tau) \frac{\partial G}{\partial n_Q}(P, Q, t-\tau) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial \phi_i}{\partial n_Q}(Q, \tau) G(P, Q, t-\tau) \right]. \tag{8} \end{aligned}$$

식 (8)을 τ 에 대하여 0에서 t^+ 까지 적분하고 자유 표면 경계 조건을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi(P, t^+) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{t^+} d\tau \int_{S_0} dl \left[\phi_i(Q, \tau) \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial G}{\partial n_Q}(P, Q, t-\tau) - \frac{\partial \phi_i}{\partial n_Q}(Q, \tau) \right. \\ &\quad \left. G(P, Q, t-\tau) \right]. \tag{9} \end{aligned}$$

내부 영역을 도입하면 다음과 같이 용출점 분포로

표현된다.

$$\begin{aligned} \phi(P, t^+) &= \int_0^{t^+} d\tau \int_{S_0} dl \sigma_i(Q, \tau) G_i(P, Q, t-\tau) \\ &= \int_0^{t^+} d\tau \int_{S_0} dl \sigma(Q, \tau) G_i(P, Q, t-\tau) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 σ 는 용출점의 세기를 의미한다. 물체 표면을 적선 요소로 분할한 후, 적선 구간에서 용출점의 세기가 일정하다고 하면, 식 (10)은 다음과 같다.

$$\phi(P, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \sigma(Q_k, \tau) G_i(P, Q_k, t-\tau) \quad (11)$$

여기서 $G_i(P, Q_k, t-\tau) = \int_{S_k} dl G_i(P, Q, t-\tau)$ 이고, S_k 는 k 번째 적선구간을 의미하며, 아래 첨자가 2번 있을 때에는 합을 의미한다.

충격 응답 함수 $A(P, Q, t)$ 를 도입하여 $\phi(P, t)$ 를 임의의 물체 가속도와 충격 응답함수의 convolution으로 나타내면 다음과 같다.

$$\phi(P, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \int_{S_0} dl \phi_{in}(Q, \tau) A(P, Q, t-\tau). \quad (12)$$

적선 구간에서 $\phi_{in}(Q, \tau)$ 가 일정하다고 하면 식 (12)는 다음과 같다.

$$\phi(P, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \phi_{in}(Q_j, \tau) A(P, Q_j, t-\tau), \quad (13)$$

여기서 $A(P, Q_j, t-\tau) = \int_{S_j} dl A(P, Q, t-\tau)$ 을 의미한다.

$A(P, Q_j, t)$ 의 경계조건을 얻기 위해 식 (13)을 미분하면

$$\phi_{in}(P, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \phi_{in}(Q_j, \tau) A_{tn}(P, Q_j, t-\tau). \quad (14)$$

식 (14)로부터 $A_n(Q_i, Q_j, t-\tau) = \delta_{ij} H(t-\tau)$, $A_{tn}(Q_i, Q_j, t-\tau) = \delta_{ij} \delta(t-\tau)$ 의 $A(P, Q_j, t)$ 에 대한 물체 경계 조건을 얻게된다. 즉 $A(P, Q_j, t)$ 는 적선 구간 j 에 충격이 작용했을 때의 포텐셜이다. 여기서 $H(t)$ 는 Heaviside, $\delta(t)$ 는 delta 함수를 의미한다.

$A(P, Q_j, t)$ 에 대한 적분 방정식 및 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A(P, Q_j, t^+) &= \int_0^{t^+} d\tau \bar{\sigma}(Q_k, Q_j, \tau) G_i(P, Q_k, t-\tau), \\ A_n(Q_i, Q_j, t) &= \delta_{ij} H(t) \text{ on } S_0, \\ A_{tn}(Q_i, Q_j, t) &= \delta_{ij} \delta(t) \text{ on } S_0, \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $\bar{\sigma}(Q_k, Q_j, \tau)$ 는 적선 구간 j 에 충격이 작용시 시간 τ 일때 적선 구간 k 에서의 용출점의 세기이다.

동유체력 $\phi_i(P, t)$ 를 구하기 위해 식 (13)을 시간에 대해 미분하면

$$\phi_i(P, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \phi_{in}(Q_j, \tau) A_i(P, Q_j, t-\tau), \quad (16)$$

여기서 $A_i(P, Q_j, t-\tau)$ 는 식(15)을 시간에 대해 미분

한 것으로

$$A_i(P, Q_j, t^+) = \int_0^{t^+} d\tau \bar{\sigma}_i(Q_k, Q_j, \tau) G_i(P, Q_k, t-\tau). \quad (17)$$

식 (16)에서와 같이 동유체력 $\phi_i(P, t)$ 는 물체의 가속도와 $A_i(P, Q_j, t)$ 의 convolution으로 표현되므로 주어진 문제는 식 (17)의 용출점의 세기를 구하는 것으로 귀착된다.

3. 수치해석

식 (17)에서와 같이 매 계산단계에서 용출점의 세기를 구하는 데 소요되는 시간의 대부분이 $\frac{\partial}{\partial n_p} \int_{S_k} dl G_i(P, Q, t)$, $\int_{S_k} dl G_i(P, Q, t)$ 를 계산하는데 소요되고 있다. 따라서 여기서는 Green 함수 및 Green 함수의 선적분을 보다 효율적으로 계산하기 위하여 시간 영역에 따라 급수 전개법 또는 점근 전개법을 이용하였다.

식 (7)로부터 Green 함수 $G_i(P, Q, t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_i(P, Q, t) &= Re I_i(P, Q, t), \\ I_i(P, Q, t) &= \delta(t) [\ln(P-Q) - \ln(P-\bar{Q}) + f(P, \bar{Q}, t)] \\ &\quad + H(t) f_i(P, \bar{Q}, t) \\ &= \delta(t) [\ln(P-Q) + \ln(P-\bar{Q}) + g(P, \bar{Q}, t)] \\ &\quad + H(t) g_i(P, \bar{Q}, t), \\ f_i(P, \bar{Q}, t) &= g_i(P, \bar{Q}, t) \\ &= -2\sqrt{g} \int_0^\infty dk \frac{1}{\sqrt{k}} e^{-ik(P-\bar{a})} \sin \sqrt{gk} t. \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)과 같이 $G_i(P, Q, t)$ 를 계산하기 위해서는 시간에 따라 변화하는 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 를 효율적으로 계산하는 것이 필요하다.

시간 경과에 따라 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 의 적절한 수치 계산 방법을 얻기 위하여 $\sqrt{gk} t = u$ 로 변수 치환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_i(P, \bar{Q}, t) &= -\frac{4}{t} \int_0^\infty du e^{-(i(P-\bar{a})u^2/gt^2)} \sin u, \\ X^2 &= \frac{igt^2}{4(P-\bar{Q})} \end{aligned} \quad (19)$$

으로 놓으면,

$$\begin{aligned} f_i(P, \bar{Q}, t) &= -\frac{4}{t} \int_0^\infty du e^{u^2/4X^2} \sin u \\ &= \frac{8}{t} X^2 e^{X^2} {}_1F_1(1/2, 3/2, -X^2), \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 ${}_1F_1(1/2, 3/2, -X^2)$ 은 Gradshteyn[3]에서와 같이 초원기하함수를 의미하며 $Re(-X^2) > 0$ 이어야 한다.

한편 Abramowitz and Stegun[4]에 의하면

$${}_1F_1(1/2, 3/2, -X^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2X} \operatorname{erf} X$$

이므로 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 는 다음과 같다.

$$f_i(P, \bar{Q}, t) = \frac{4\sqrt{\pi}}{t} X e^{X^2} \operatorname{erf} X, \quad (21)$$

여기서 erf는 오차 함수를 의미한다.

위와 같이 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 가 식 (21)로 표현되므로 변수 X 에 따라 다음과 같이 오차 함수의 급수 전개법 및 점근 전개법을 이용한다.

1) 급수 전개법

$|X^2| = \left| \frac{i}{4} \frac{gt^2}{P-\bar{Q}} \right| < 15$. 일 때, 즉 용출점에서 떨어진 거리에 비해서 경과된 시간이 비교적 작을 때를 의미한다.

$$e^{X^2} \operatorname{erf} X \sim \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)} X^{2n+1}$$

이므로,

$$f_i(P, \bar{Q}, t) \sim \frac{8}{t} X^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)} (2X^2)^n \quad (22)$$

2. 점근 전개법

$|X^2| = \left| \frac{i}{4} \frac{gt^2}{P-\bar{Q}} \right| > 15$. 일 때, 즉 용출점에서 떨어진 거리에 비해서 경과된 시간이 비교적 클 때를 의미한다.

$$\begin{aligned} f_i(P, \bar{Q}, t) &= \frac{4\sqrt{\pi}}{t} X e^{X^2} \operatorname{erf} X \\ &= \frac{4\sqrt{\pi}}{t} X e^{X^2} (1 - \operatorname{erfc} X), \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 erfc는 보조오차함수를 의미한다.

$$\begin{aligned} X e^{X^2} \operatorname{erfc} X &\sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \\ &\quad - \frac{1}{(2X^2)^m} \quad X \rightarrow \infty \quad |\arg X| < \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

이므로,

$$f_i(P, \bar{Q}, t) \sim \frac{4\sqrt{\pi}}{t} \left\{ X e^{X^2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(2X^2)^m} \right\}. \quad (24)$$

$|\arg X| \rightarrow \frac{3\pi}{4}$ 일 때, 즉 용출점과 대상점이 자유표면으로 가까이 갈 때는, $|\arg X| < \frac{3\pi}{4}$ 에 위배되므로 $1 - \operatorname{erfc} X = -1 + \operatorname{erfc}(-X)$ 을 이용하면

$$\begin{aligned} f_i(P, \bar{Q}, t) &= \frac{4\sqrt{\pi}}{t} (-X) e^{X^2} [1 - \operatorname{erfc}(-X)] \\ &\sim \frac{4\sqrt{\pi}}{t} \left\{ -X e^{X^2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(2X^2)^m} \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

위와 같이 시간 경과에 따라 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 가 식 (22),

(24), (25)로 표현된다.

Green함수의 선적분은 다음과 같이 수행한다.

$$\begin{aligned} \int_{S_1} dl G_i(P, Q, t) &= \delta(t) \int_{S_1} dl [\ln(P-Q) \\ &\quad - \ln(P-\bar{Q}) + f(P, \bar{Q}, t)] \\ &\quad + H(t) \int_{S_1} dl f_i(P, \bar{Q}, t) \end{aligned} \quad (26)$$

이므로, 시간에 따라 변하는 $\int_{S_1} dl f_i(P, \bar{Q}, t)$ 의 계산 방법이 요구된다. 복수변수의 성질을 이용하면 $dl = e^{i\beta_k} d\bar{Q}$ 이므로

$$\begin{aligned} W &\equiv \int_{S_1} dl f_i(P, \bar{Q}, t) \\ &= e^{i\beta_k} \int_{S_1} d\bar{Q} f_i(P, \bar{Q}, t), \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 β_k 는 직선 구간의 경사각을 의미한다.

$$X^2 = \frac{i}{4} \frac{gt^2}{P-\bar{Q}}, \quad d\bar{Q} = \frac{i gt^2}{2X^3} dX$$

이므로,

$$\begin{aligned} W &= e^{i\beta_k} \int_{S_1} dX f_i(P, \bar{Q}, t) \frac{i gt^2}{2X^3} \\ &= e^{i\beta_k} 2\sqrt{\pi} i gt \int_{S_1} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erf} X. \end{aligned} \quad (28)$$

오차 함수의 급수 전개법, 점근 전개법을 이용하면 Green 함수의 선적분 W 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

1) 급수 전개법

$$\begin{aligned} \int_{S_1} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erf} X &\sim \int_{S_1} dX \frac{1}{X^2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \\ &\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)} X^{2n+1} \sim \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\ln X + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)(2n)} (2X^2)^n \right]_{X_1}^{X_2} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} W &= \int_{S_1} dl f_i(P, \bar{Q}, t) \\ &\sim 2\sqrt{\pi} i gt e^{i\beta_k} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\ln X + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)(2n)} (2X^2)^n \right]_{X_1}^{X_2} \end{aligned} \quad (29)$$

2) 점근 전개법

$$\begin{aligned} \int_{S_1} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erf} X &= \int_{S_1} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} (1 - \operatorname{erfc} X) \\ &\equiv W^1 - W^2 \end{aligned} \quad (30)$$

로 정의하면,

$$\begin{aligned} W^1 &= \int_{X_1}^{X_2} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \\ &= - \int_{X_1}^{-i\infty} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} + \int_{X_1}^{-i\infty} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \end{aligned} \quad (31)$$

이코,

$$\int_X^{-i\infty} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} = X^{-1} e^{X^2} - i \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(-X/i)$$

이므로,

$$W^1 = -[X^{-1} e^{X^2} - i \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(-X/i)] \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (32)$$

W^2 에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W^2 &= \int_{s_x} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erfc} X \\ &\sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{s_x} dX \frac{1}{X^3} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(2X^2)^m} \\ &\sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (33) \end{aligned}$$

$|\arg X| \rightarrow \frac{3\pi}{4}$ 일 때는 $\operatorname{erfc} X = 2 - \operatorname{erfc}(-X)$ 을 이용하면

$$\begin{aligned} W^2 &= \int_{s_x} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} [2 - \operatorname{erfc}(-X)] \\ &= 2W^1 - \int_{s_x} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erfc}(-X) \\ &\sim 2W^1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (34) \end{aligned}$$

식 (32), (33), (34)로 부터

$$\begin{aligned} W &= 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} (W^1 - W^2) \\ &\sim 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} \left\{ -[X^{-1} e^{X^2} - i \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(-X/i)] - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \right\} \Big|_{X_1}^{X_2} \\ &\sim 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} \left\{ X^{-1} e^{X^2} \sum_{m=1}^{\infty} 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(2X^2)^m} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \right\} \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (35) \end{aligned}$$

$|\arg X| \rightarrow \frac{3\pi}{4}$ 일 때는

$$\begin{aligned} W &= 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} (W^1 - W^2) \\ &\sim 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} \left\{ [X^{-1} e^{X^2} - i \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(-X/i)] - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \right\} \Big|_{X_1}^{X_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sim 2 \sqrt{\pi} i g t e^{i\beta_s} \left\{ -X^{-1} e^{X^2} \sum_{m=1}^{\infty} 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(2X^2)^m} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2m-1) \frac{1}{(m+1)} \frac{1}{(2X^2)^{m+1}} \right\} \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (36) \end{aligned}$$

위와 같이 Green 함수의 선적분 W 가 시간 경과에 따라 식 (29), (35), (36)으로 표현된다.

용출점 분포에 의해 유기되는 법선 방향 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n_p} \int_{s_i} dl G_i(P, Q, t) &= \delta(t) \frac{\partial}{\partial n_p} \int_{s_i} dl [\ln(P-Q) - \ln(P-\bar{Q}) + f(P, \bar{Q}, t)] + H(t) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial n_p} \int_{s_i} dl f_i(P, \bar{Q}, t) \end{aligned}$$

이므로, 시간 함수인 $\frac{\partial}{\partial n_p} \int_{s_i} dl f_i(P, \bar{Q}, t)$ 의 계산을 하면 된다.

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\partial}{\partial n_p} \int_{s_i} dl f_i(P, \bar{Q}, t) \\ &= \frac{\partial}{\partial n_p} W \\ &= n_{py} W_y + n_{pz} W_z \\ &= n_{py} \frac{\partial W}{\partial P} + n_{pz} i \frac{\partial W}{\partial P} \\ W &= e^{i\beta_s} 2 \sqrt{\pi} i g t \int_{s_x} dX \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erfc} X \quad (37) \end{aligned}$$

이므로,

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial P} &= \frac{\partial W}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P} \\ &= e^{i\beta_s} 2 \sqrt{\pi} i g t \frac{e^{X^2}}{X^2} \operatorname{erfc} X \frac{-2X^3}{igt^2} \Big|_{X_1}^{X_2} \\ &= -e^{i\beta_s} f_i(P, \bar{Q}, t) \Big|_{X_1}^{X_2} \quad (38) \end{aligned}$$

$f_i(P, \bar{Q}, t)$ 의 계산 방법은 앞에서 소개한 바와 같으므로 법선 방향 속도 Q 는 식 (37)과 같이 계산한다.

4. 계산 결과 및 고찰

식 (17)을 시간전진시켜 응답 함수를 구할 때 시간 영역에 따라 급수 전개법 및 점근 전개법을 이용하여 계산한다.

각각의 적용구간을 $\frac{-gz^2}{P-Q} = y + iz$ 에 따라 도시하여 보면 Fig. 2와 같다.

Table 1에는 영역에 따른 $\operatorname{Re}[f_i(P, \bar{Q}, t)]$ 를 수치 계산한 결과이다. 여기서 A 는 점근 전개법, S 는 Simpson 방법으로 계산했을 때의 결과물 의미하며, T 는 각각

Table 1 Comparison of results by asymptotic expansion and Simpson method

$\tan^{-1}(z/y)$		$\sqrt{y^2+z^2}$	60.0	100.0	200.0	400.0	800.0
$-\pi/256$	A		-.19582E+02	.94394E+01	.78165E+01	.45557E+01	.84651E+00
	S		-.19582E+02	.94392E+01	.78164E+01	.45557E+01	.84649E+00
	T		1/ 1371	1/ 1487	1/ 1413	1/ 1523	1/ 1760
$-\pi/16$	A		-.39708E+01	-.21069E+01	-.15904E+01	-.11245E+01	-.79478E+00
	S		-.39708E+01	-.21069E+01	-.15904E+01	-.11245E+01	-.79479E+00
	T		1/ 120	1/ 141	1/ 207	1/ 287	1/ 406
$-\pi/4$	A		-.25194E+01	-.19346E+01	-.13586E+01	-.95729E+00	-.67571E+00
	S		-.25195E+01	-.19347E+01	-.13586E+01	-.95731E+00	-.67573E+00
	T		1/ 59	1/ 77	1/ 106	1/ 155	1/ 207
$-3\pi/8$	A		-.18724E+01	-.14308E+01	-.10019E+01	-.70507E+00	-.49739E+00
	S		-.18725E+01	-.14308E+01	-.10019E+01	-.70508E+00	-.49741E+00
	T		1/ 59	1/ 70	1/ 92	1/ 125	1/ 185

Table 2 Comparison of results by series expansion and Simpson method

$\tan^{-1}(z/y)$		$\sqrt{y^2+z^2}$	10.0	20.0	40.0	60.0	80.0
$-\pi/256$	D		-.25975E+02	.11707E+02	-.71754E+01	-.19582E+02	-.82108E+01
	S		-.25974E+02	.11706E+02	-.71756E+01	-.19582E+02	-.82111E+01
	T		1/ 2317	1/ 316	1/ 191	1/ 145	1/ 152
$-\pi/16$	D		-.18766E+02	.16210E+01	-.44090E+01	-.39707E+01	-.25515E+01
	S		-.18766E+02	.16209E+01	-.44090E+01	-.39708E+01	-.25516E+01
	T		1/ 132	1/ 18	1/ 15	1/ 11	1/ 11
$-\pi/4$	D		-.91187E+01	-.44911E+01	-.31225E+01	-.25194E+01	-.21703E+01
	S		-.91187E+01	-.44911E+01	-.31226E+01	-.25195E+01	-.21704E+01
	T		1/ 40	1/ 9	1/ 6	1/ 6	1/ 5
$-3\pi/8$	D		-.58975E+01	-.35873E+01	-.23337E+01	-.18724E+01	-.16077E+01
	S		-.58976E+01	-.35874E+01	-.23338E+01	-.18725E+01	-.16077E+01
	T		1/ 14	1/ 20	1/ 46	1/ 59	1/ 5

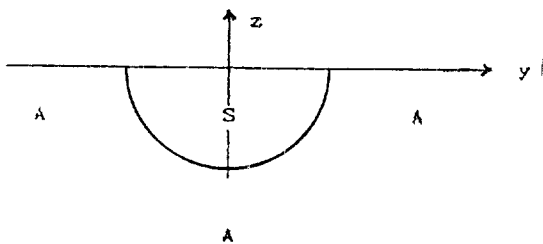


Fig. 2 Domain of expansion

여기서 A : 점근 전개 영역
S : 급수 전개 영역

의 소요되는 계산시간비를 의미한다. 점근 전개시 사용한 전개 항수는 5항이고, Simpson 방법은 각 구간에서의 오차를 0.01%로 했을 때의 결과이다.

시간이 증가함에 따라 $f_i(P, \bar{Q}, t)$ 의 피적분 함수가 큰진동을 하게 되는데 점근 전개법을 적용함으로써 정확도와 계산 시간단축에 유용하다는 것을 알 수 있다.

Table 2에는 급수 전개법을 사용했을 때 영역에 따른 $Re[f_i(P, \bar{Q}, t)]$ 의 수치 해석 결과와 Simpson 방법으로 계산했을 때의 결과를 D와 S로 나타내었고, 각각의 소요되는 계산 시간단축에 유용하다는 것을 알 수 있다.

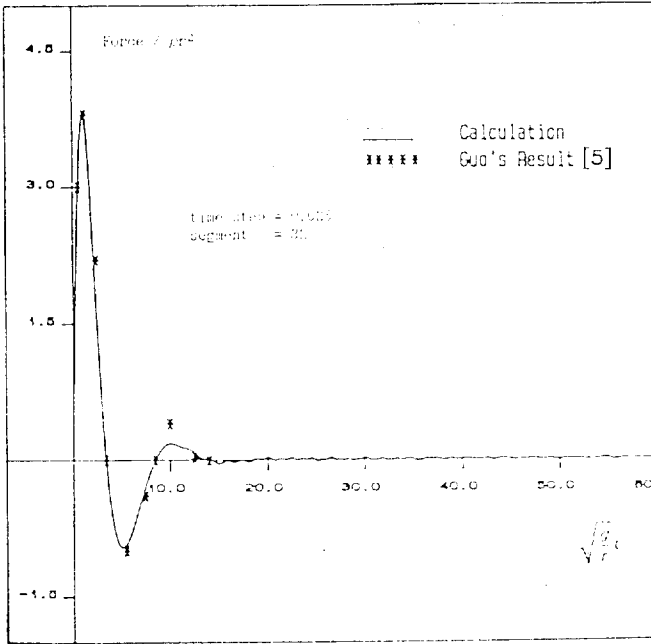


Fig. 3 Hydrodynamic force for circle in sway

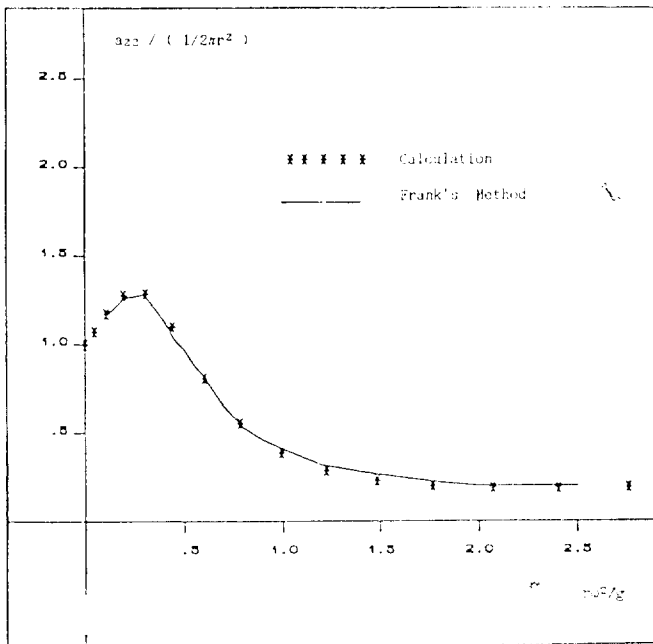


Fig. 4 Sway added mass coefficients for circle

여기에 나타낸 Simpson 방법은 각 구간에서의 오차를 0.01%로 했을 때의 결과이다.

그러나 급수 전개법에 의한 계산은 계산기의 유효숫

자에 따라 적용영역이 넓어질 수 있으나 $\frac{-gt^2}{P-Q}$ 이 증가함에 따라 더 많은 항수분 계산해야 하므로 계산 노간이 보다 증가하는 단점이 있다.

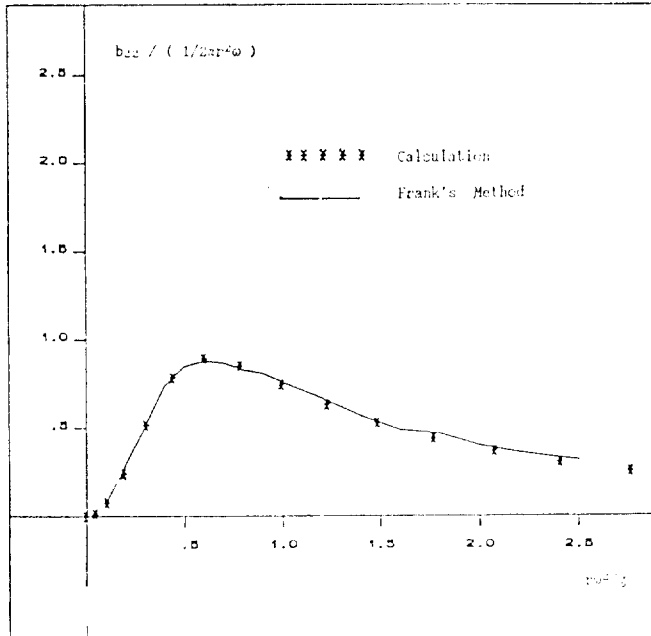


Fig. 5 Sway damping coefficients for circle

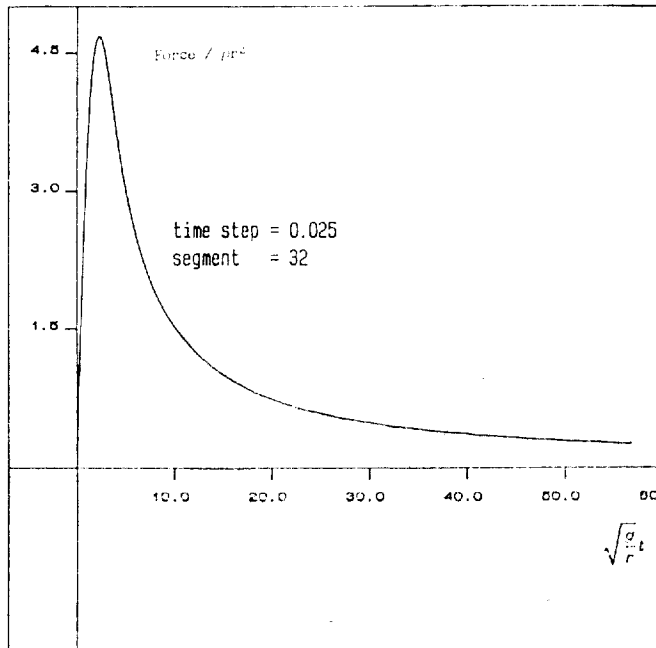


Fig. 6 Hydrodynamic force for circle in heave

Table 1,2에서 비교한 것과 같이 $\left| \frac{-gt^2}{P-Q} \right| > 60$ 일 때는 점근 전개법을 이용하는 것이 타당한 결과를 주면서 계산 시간적으로 급수 전개법보다 효율적인 것을

알 수 있다.

따라서 Fig. 2와 같이 $\left| \frac{-gt^2}{P-Q} \right| < 60$ 일 때는 급수 전개법을, $\left| \frac{-gt^2}{P-Q} \right| > 60$ 일 때는 점근 전개법을 사

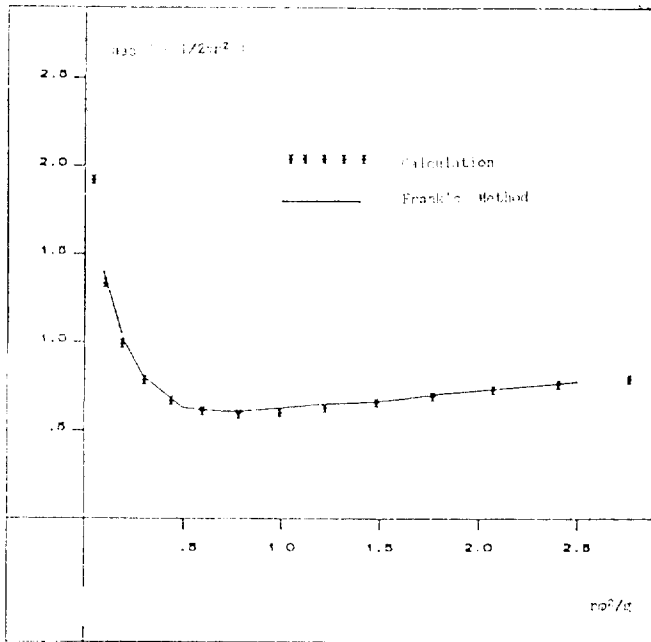


Fig. 7 Heave added mass coefficients for circle

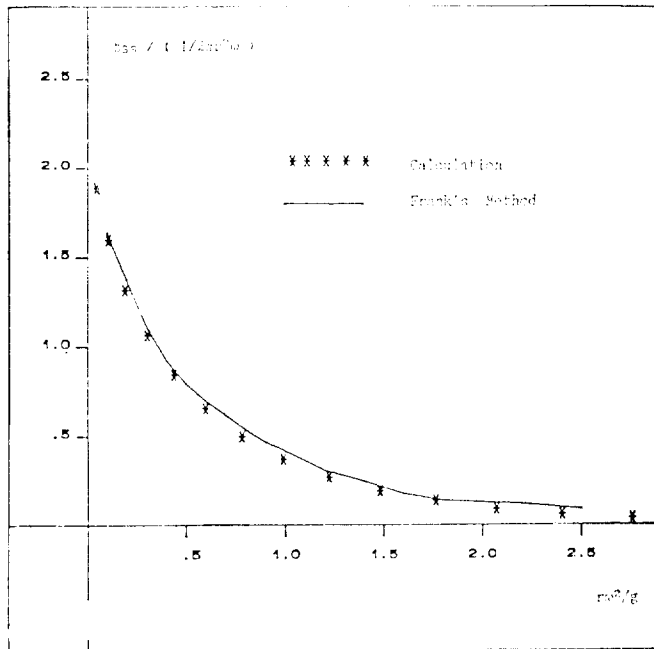


Fig. 8 Heave damping coefficients for circle

용하는 것이 정확하였으며 시간단축이 되었다.

시간 영역 해석 방법에 따른 결과의 검증은 위하여 원형주상체가 자유 표면에서 수평 동요를 할 때의 동

유체력을 수치 계산하였으며 결과는 Fig. 3에 Guo[5]의 결과와 비교하여 도시하였다.

Fig. 4,5는 시간영역에서의 결과를 Fourier 변환하

여 얻은 진동수 영역에서의 결과를 Frank 방법에 다른 결과와 같이 도시하였다. 원형 주상체가 자유 표면에서 상하 동요할 때의 시간 영역에서의 해석 결과를 Fig. Fig. 6에 나타냈으며 Fourier 변환하여 얻은 진동수 영역에서의 결과를 Frank 방법에 따른 결과와 비교하여 Fig. 7~8에 도시하였다. 비교 결과 거의 일치하는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

시간영역 문제의 가장 큰 문제는 Green 함수의 계산 소요 시간과 정확도라고 할 수 있다. 그러나 기존의 Simpson 방법이나 Filon의 공식 등은 시간 영역에 관계없이 타당한 결과를 줄 수 있으나 많은 계산시간이 소요되는 단점이 있으며, 적교다항식을 이용하는 곡선 근사에 의한 적분방법은 시간은 적게 걸리나 피적분 함수가 크게 진동할 때 정확성에 문제가 있다.

따라서 시간영역에 따라 급수 전개법 및 점근 전개법을 이용함으로써 정확성과 아울러 계산 시간을 단축시킬 수 있으며, 시간 영역에서의 응답을 구하는 데 효과적이다.

후 기

본 연구는 87, 88년도 목적기초 연구로써 수행되었으

며, 본 연구를 후원해 주신 한국과학재단의 여러분께 심심한 감사를 드린다.

References

- [1] Cummins, W.E., "The impulse response function and ship motions", Schiffstechnik 9, 1962, pp. 101-109.
- [2] Wehausen, J.V. and Laition, E.V., Surface waves, Encyclopedia of physics, Vol. 9, 1960, p. 495.
- [3] Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I.M., Table of integrals, series, and products, Academic press, 1980, p. 495.
- [4] Abramowitz, M. and Stegun, I.A., Handbook of Mathematical functions, Dover Publications, New York, 1970, pp. 295-300, 504-509.
- [5] Solin Guo, C.L., "Nonlinear theory of ship maneuvering", University of California, Berkeley, 1978, p. 66.
- [6] 김용적, "시간 영역 해법에 의한 대진폭 과도 운동에 관한 연구," 서울대학교 박사학위논문, 1984, p. 76.