전문가 시스템의 불확실성 추론 방법

이 승 재
(명지대 공대 전기공학과 조교수)

1. 서 론

지식 공학(Knowledge Engineering)에서 다루어지는 정보는 불확실(uncertain)하거나 불분명(fuzzy)한 것이 많으며 때로는 불충분하거나 불완전하다. 정보의 불확실성이란 그 원천적인 문제로서, 사건이 발생하는데 있어서의 임의성과 같은 내재적인 속성에 기인한 것이며, 정보의 불분명성이란 그 전달 과정상의 문제로서 정보를 수집 전달하고 해석, 표사, 처리하는데 있어서 언어적 표현이 한계성이나 기계적 수단의 불완전성에 기인하는 것이라고 볼 수 있다. 좀 더 구체적으로 말하자면 어떤 정보가 100% 확신할 수 없을때 그것을 불확실하다고 하며 그 정보가 애매 모호한 서술어, 수식어 또는 불분명한 논리 관계에 의해 표현되어 있는 경우 그 정보는 불분명하다고 한다. 날마다 우리가 일상생활에서 다루게 되는 정보에도 이러한 불확실성과 불분명성이 존재하는 경우가 많다. 예를 들어 "비가 많이 올 확률이 0.9이다"라는 문장은 '0.9'라는 확률적 수치에 의해 표현된 불확실성과, '많이'라는 애매한 수식어에 의해 표현된 불분명성을 동시에 포함하고 있다. 일반적으로 어떤 문제해결에 있어서 이용되는 인간의 '지식'은 주로 경험적으로 얻어지므로 근본적으로 이러한 불확실성을 갖고 있다. 따라서 이러한 지식에 근거하는 전문가 시스템에 있어서 이러한 불확실성과 불분명성을 갖는 정보 또는 지식으로 부터 새로운 의미있는 정보를 추출하기 위하여는 불확실성 및 불분명성 정보의 표현 및 그 처리 방법, 또는 소위 불확실성 추론이 요구된다. 이러한 불확실성 추론은 전력계통의 고장 진단 문제 또는 설계문제 등의 전문가 시스템 개발에 있어서 매우 절실히 요구되는 중요한 기능이나 이에 대한 연구가 매우 미미하여 일반적으로 불확실성을 무시하거나 또는 이론적 근거가 약한 경험적 처리에 의존하고 있다. 다른 분야에서는 현재 의학 진단용 전문가 시스템인 MYCIN 또는 광물탐사 전문가 시스템인 PROSPECTOR 등에 일반성을 갖는 불확실성 추론모델이 적용되어 그 실효성이 높이 인정되었다.

본고에서는 현재 응용되고 있는 세가지 주요 불확실성 추론 방법, 통계적 확률에 근거한 Bayesian 모델, 전문가의 지식에 대한 신뢰도의 정량화(Quantification of Belief)에 근거한 Certainty Factor 모델과 Dempster-Shafer 모델-에 대하여 그 기본이론을 소개한다.

2. 통계적 확률 모델

1600년대에 이론화 되기 시작한 확률이론은 우리가 일상생활에서 흔히 접할 수 있는 개념으로서 다음과 같은 세가지 공리로 구성되어 있다.

1) 사건 A의 확률 $P(A) \geq 0$

2) 표본공간 S의 확률 $P(S)=1$

3) 사건 A와 B가 상호 배타적 (mutually exclusive)이면

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

위의 공리를 이용하여 간단한 확률이론에 대해 알아보면 다음과 같다. 공리 1) 과 2)를 결합하면

$$\forall A \in S : 0 \le P(A) \le 1 \quad (1)$$

얻어지며 이는 어떤 사건의 확률도 0과 1 사이에 있음을 보여준다. 정의에 의해 $P(A)=0$ 일때는 사건 A는 절대 일어나지 않고 $P(A)=1$ 일때는 반드시 일어남을 뜻한다. A의 여집합 $\tilde{A}$는 표본공간 S에서 A를 뺀 나머지 집합을 형성하고 A와 $\tilde{A}$는 상호 배타적 (mutually exclusive) 이므로 공리 3)에 의해 식 (2)를 얻는다.

$$\begin{aligned} P(A) + P(\tilde{A}) &= P(A \cup \tilde{A}) \\ &= P(S) = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)는 $P(\tilde{A}) = 1 - P(A)$로 쓸 수 있으며 이는 P(A) 로부터 $P(\tilde{A})$를 구하는 쉬운 방법을 보여준다.

사건 B가 일어났을 때 사건 A가 일어날 조건부 확률을 P(A/B), A와 B가 동시에 일어날 확률을 $P(A \cap B)$라 표시하면 정의에 의해 조건부 확률 P(A/B)는 P(B)에 대한 $P(A \cap B)$의 비율 즉, 식 (3)과 같은 관계를 갖게된다.

$$P(A/B) = P(A \cap B)/P(B) \quad (3)$$

마찬가지로 $P(B/A) = P(B \cap A)/P(A)$이 성립하게 되므로 다음과 같은 Baye's Rule을 얻는다.

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \times P(A)}{P(B)} \quad (4)$$

만약 두사건이 독립적(independent)이라면 즉, 하나의 사건이 다른 사건에 영향을 미치지 않는다면 정의에 의해 $P(A/B) = P(A)$이고 $P(B/A) = P(B)$가 되며 이는 집합 이론과 확률이론간의 관련성을 보여준다. 예를 들어 A와 B가 교집합이 없으면 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$와 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$의 관계가 성립한다. 또한 B는 $(B \cap A) \cup (B \cap \tilde{A})$로 쓰여질 수 있으므로 다음과 같은 식이 유도 될 수 있다.

$$\begin{aligned} P(B) &= P((B \cap A) \cup (B \cap \tilde{A})) \\ &= P(B \cap A) + P(B \cap \tilde{A}) \quad (5) \\ &= P(B/A) \times B(A) + P(B/\tilde{A}) \times P(\tilde{A}) \end{aligned}$$

식 (5)를 (4)에 대입하면 다음식이 나온다.

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \times P(A)}{P(B/A) \times P(A) + P(B/\tilde{A}) \times P(\tilde{A})} \quad (6)$$

식 (6)은 확률이론을 이용 불확실성을 처리 하는데 있어 기본이 된다. 즉 이는 주어진 사건 A에 대한 B의 조건부 확률 P(B/A)를 알때 P(A/B)를 구하는 방법을 제공한다. 예를들어 다음과 같은 규칙 형태를 생각해보자. "If ⟨h is true⟩ Then ⟨e will be observed with probability P⟩" 명백히 이 규칙은 h가 관측 되었을 때 e가 발생할 확률이 p임을 말해주고 있다. 여기서 h를 가설(hypothesis)e를 증거(evidence)로 보았을때, 이 규칙으로 부터는 증거e가 관측되었을 경우 가설 h가 사실일 확률은 알 수가 없으며 식 (6)은 이 문제의 해결에 이용할 수 있다. 이때 이와 같은 문제해결에 필요한 확률들은 가능한 모든 가설에 대한 선 확률(prior probabillity) p(h)와 주어진 가설에 대한 관측된 증거의 조건부확률 p(e/h)를 포함한다. 식 (6)은 하나의 증거가 하나의 가설에만 영향을 미치는 경우에만 적용시킬 수 있으므로 이를 다수의 증거(e_1, e_2, …, e_n)와 서로 배타적이고 총체적(mutually exclusive and exhaustive)인 다수의 가설 (h_1, h_2, …, h_m)인 경우로 일반화 시키면 다음과 같다.

$$P(h_1/e_1e_2 \cdots e_n) = \frac{P(e_1e_2 \cdots e_n/h_i) \times P(h_i)}{\sum P(e_1e_2 \cdots e_nh_k) \times P(h_k)} \quad (7)$$

일반적으로 증거 수집에 따른 의사 결정 과정(Decision-Making Process)은 증거가 하나씩 차례로 고려되는 순차적 과정(Sequential Process)으로서 식 (7)을 이에 적합한 형태로 변형하면 식 (8)과 같이 된다.

$$P(h_i/E) = \frac{P(e/h_i, E_o)\ P(h_i/E_o)}{\sum_{k=1}^{m} P(e/h_j,\ E_o)\ P(h_j/E_o)} \quad (8)$$

단 E_o : 현재까지 고려된 증거 집합

e : 새로운 증거

E : E_o에 e가 추가된 증거 집합

식 (7)에서 보듯이 baye's Rule을 이용하려 할 경우 모든 가설에 대한 선확율 $P(h_i)$와 모든 가설과 증거의 조합에 대한 조건부 확률을 요구하며 또한 식 (8)에서 보듯이 모든 $P(e_i/h_j)$ 및 각 가설에 있어서의 증거들간의 관계를 알아야 하므로 실제 문제에의 적용에 있어서 이와같은 의미있는 확률값을 얻기 위하여는 엄청난 양이 통계적 자료를 필요로 하고 있어 실용상의 큰 제약이 되고 있다. 만약 각 가설에 대하여 각 증거들이 서로 독립이라 하면 요구되는 자료의 획득이 조금은 용이할 수 있으나 대부분의 실제 문제에서는 이러한 독립성을 기대하기가 매

우 어렵다. 따라서 Bayesian 방법은 복잡한 문제해결에는 적합하지 못하고 잘 정의된 좁은 영역의 문제에의 적용이 바람직하다고 하겠다.

3. 신뢰도 정량화 모델

일반적으로 전문가는 자신의 오랜 경험을 바탕으로 관찰되는 증거에 따른 가설을 판단할 수 있는 지식, 즉 "if<evidence is observed>then<hypothesis is true>" 형태의 판단적 지식(judgemental knowledge)을 소유하고 있으며, 이 지식에 대한 신뢰의 정도(Degree of Belief) 또는 불확실성(Uncertainty)을 정량화 (quantification) 할 수 있다고 볼 수 있다. 이 경우 정량화된 신뢰도는 Bayesin 모델에서의 조건부 확률 P(hj/ei)에 대한 근사치가 된다. 따라서, 전문가로부터 주어지는 판단 지식 및 각각에 대한 신뢰도가 주어졌을때 이들로부터 증거 수집에 따른 각개의 가설에 대한 총 신뢰도를 구하는 방법이 요구되는데 이 때 중요한 것은 전문가의 추론 방식에의 근접성이라 할 수 있다. 이러한 추론 모델로 가장 많이 이용되는 것으로 certainty Factor 모델과 Dempste-Shafer 모델이 있다.

3.1 Certainty Factor 모델

Certainty Factor 모델(이하 CF 모델)은 전문가시스템에 불확실성을 적용한 최초의 방법으로서 MYCIN 이라는 전문가 시스템에서 사용하였다. MYCIN은 화농성 질환을 진단하여 처방을 내려주는 의학진단용 전문가 시스템으로서 스텐포드 대학에서 1972 년부터 약 10년간에 걸쳐 개발된 시스템이다. 이 시스템은 개발과정에서 부터 인공지능 분야에 많은 기여를 하였으며, 성공한 최초의 전문가 시스템으로 불리워지고 있다.

CF 모델에서는 증거 e와 가설 h사이의 관계에 존재하는 불확실성을 −1서부터 1사이의 수치로 수량화하여 이들을 결합하여 여러 가설들간의 상대적인 비교를 가능하게 한다. 신뢰도 (CF)의 수학적 표현을 위해 먼저 믿음의 정도를 나타내는 단위로 다음과 같은 MB[h, e]와 MD[h, e]를 정의한다.

$$MB[h, e] = \begin{cases} 1 & \text{if } P(h)=1 \\ \dfrac{\max[P(h/e),\ P(h)]-P(h)}{\max[1,0]-P(h)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$MD[h, e] = \begin{cases} 1 & \text{if } P(h)=0 \\ \dfrac{\min[P(h/e),\ P(h)]-P(h)}{\min[1,0]-P(h)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서 MB[h, e] (measure of increased belief)는 조건 e로 인하여 가설 h에 대한 신뢰도 (belief)가 증가된 정도를 나타내고 MD[h, e] (measure of increased disbelief)는 반대로 조건 e로 인하여 가설 h에 대한 배척도(disbelief)가 증가된 정도를 나타낸다. 이때 신뢰도 (CF)는 다음과 같이 정의된다.

$$CF[h, e] = MB[h, e] - MD[h, e]$$

위의 정의들로 부터 다음의 성질들을 발견할 수 있다.

i) $0<MB[h,e]<1, 0<MD[h,e]<1, \ -1<CF<1$

ii) h가 100% 확실할 경우, 즉 P(h/e)=1이면
$MB[h,e]=1,\ MD[h,e]=0,\ CF[h,e]=1$

iii) $\tilde{h}$가 100% 확실할 경우, 즉 $P(\tilde{h}/e)=1$ 이면
$MB[\tilde{h},e]=0,\ MD[\tilde{h},e]=1,\ CF[\tilde{h},e]=-1$

iv) e가 h를 지지하지 않을 경우 MB[h, e]=0
e가 h를 배척하지 않을 경우 MD[h, e]=0
e가 h를 지지도 배척도 하지 않을 경우 CF[h, e]=0

확률적 모델에서는 $P(h/e)+P(\tilde{h}/e)=1$이 성립하여야 하며 이 경우 한 증거가 한 가설과 그의 부정에 대해 동시에 지지한다는 모순이 생긴다. CF 모델에서는 e가 h를 지지할 경우 이는 $\tilde{h}$에 대하여 같은 정도로 배척하는 것이므로 $MB[h,e]=MD[\tilde{h},e]$가 되어 $CF[h,e]+CF[\tilde{h},e]=0$가 되어 이러한 모순이 없어진다.

실제 문제에 있어 조건 e가 단일하게 주어지는 경우는 드물고 여러가지 결합되어 나타날 뿐만 아니라 증거가 추가될 수도 있으므로 이를 위하여 MB 및 MD에 대하여 다음과 같은 결합 함수를 정의한다.

1) $$MB[h, e_1\&e_2] = \begin{cases} 0 & \text{if } MD[h, e_1\&e_2]=1 \\ MB[h,\ e_1]+MB[h,\ s_2](1-MB[h, e_1]) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$MD[h, e_1\&e_2] = \begin{cases} 0 & \text{if } MB[h, e_1\&e_2]=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} MD[h, e_1]+MD[h, e_2] \\ (1-MD[h, e_1]) \text{ otherwise} \end{cases}$$

2) $MB[h_1\&h_2, e]=\min(MB[h_1, e], MB[h_2, e])$
   $MD[h_1\&h_2, e]=\max(MD[h_1, e], MB[h_2, e])$

3) $MB[h_1 \text{ or } h_2, e]=\max(MB[h_1, e], MB[h_2, e])$
   $MD[h_1 \text{ or } h_2, e]=\min(MD[h_1, e], MD[h_2, e])$

결합함수 1은 MB(MD)가 배척도(신뢰도)의 비례적 감소를 나타내기 때문에 새로운 증거의 MB(MD)는 남아있는 배척도(신뢰도)에 비례적으로 적용되어야 함을 뜻한다. 결합함수 2는 AND로 결합된 두 가지 가설에 대한 신뢰도(배척도)는 각각의 가설에 대한 신뢰도 중 작은 신뢰도(큰 배척도)로 주어짐을 뜻하며, OR로 결합된 경우에 대하여 결합함수 3에 정의되어 있다. 위의 정의에 따라 CF의 결합함수를 정의하면 다음과 같다.

$$CF[h, e_1\&e_2]=CF[h, e_1]+CF[h, e_2]\times(1-CF[h, e_1]) \quad \text{if } CF[h, e_1],\ CF[h, e_2]>0$$

$$CF[h, e_1\&e_2]=CF[h, e_1]+CF[h, e_2]\times(1+CF[h, e_1]) \quad \text{if } CF[h, e_1],\ CF[h, e_2]<0$$

$$CF[h, e_1\&e_2]=\frac{CF[h, e_1]+CF[h, e_2]}{1-\min(CF[h, e_1],\ CF[h, e_2])} \quad \text{if } CF[h, e_1]\times CF[h, e_2]<0$$

만약 증거 e_1이 증거 e_2를 포함할 경우 $CF[h, e_1\&e_2]$의 값은 $CF[h, e_2]$에 상관없이 $CF[h, e_1]$이 되어야하나 결합함수1 에서 보듯이 CF 모델은 이와같은 증거간의 관계를 인식하는 방법이 없으므로 규칙들의 취득및 이용에 있어서 주의를 요한다. 이와같이 CF 모델은 Bayesian 모델을 갖고 있는 근본적인 문제들을 해결 또는 개선시킨 방법이라고는 할 수 없으나 의미있는 확률치를 추출하기의한 통계적 자료가 부족한 문제, 조건부 확률 P(e/h)가 주어질 수 없는 문제 등에 있어서의 전문가의 판단적 지식의 표현및 의사결정과정 (Decision-Making Process) 모델에의 적용을 용이하게 하였다. CF 모델을 사용한 전문가 시스템은 MYCIN 이와에도 환기 장치 감시 프로그램인 VM(ventilatormonitoring) 등 여러가지가 있으며, 전문가 시스템 Shell 인 EMYCIN, S1 등에서 채택되어 그 효용성이 인정되고는 있으나 이론적인 기반이 약한 경험적인 결합함수를 사용함으로 인하여, 결과에 대하여 어떻게해서 그렇게 되는지에 대한 확실한 설명을 해줄 수 없는 취약점을 가지고 있다. 이러한 이유에서 CF 방법의 이론적 의미에 대해 많은 논란이 있고, 또 이의 보완을 위한 노력이 있어서 점차 개선되어 사용되고 있으며 이론적으로도 많은 보완되어지고 있다.

3.2 Dempster-Shafer 모델

Dempter-Shafer 모델(이하 D-S 모델이라 함)은 1960년대에 Arther Dempster에 의해 종래 확률이 갖고 있던 두 가지 모순점- (i) 무지(ignorance)의 표현, (ii) $P(h)+P(\tilde{h})=1$을 개선하려는 노력으로부터 시작되었으며 이어서 Glen Shafer에 의해 1970년대에 체계화된 이론으로 발달되었다. 종래의 확률 이론에서는 무지의 표현에 있어서 균등 확률(uniform probablities)을 이용하였으나 이 경우에는 소위 불확실성(uncertainty) 또는 지식의 부재(lack of knowledge)와 동일 확신도(equal certainty)간의 구별이 없게 된다. 또한 $P(h)+P(\tilde{h})=1$인 경우 한 증거가 한 가설과 그의 부정에 대해 동시에 지지한다는 모순이 생긴다. 이와 같은 확률적 방법의 모순점을 개선한 D-S 모델은 전문가의 의사 결정 과정의 특징인 증거 확립에 따른 가설 범위의 축소 과정의 모델링에 있어서 앞서 설명한 CF 모델에 비하여 이론적 기반이 강한 장점을 지닌다. 다음에 D-S 모델의 기본 이론을 살펴본다.

주어진 문제 영역에 있어서 가능한 모든 가설들의 집합을 H라 하고 H가 상호 배타적(mutual exclusiveness)이고 총체적(exhaustiveness)이라 했을 때 H는 총 가설체(frame of discernment)라 부르며 H의 가능한 모든 집합으로 이루어진 가설공간을 P(H)라 한다. 예를들어 $H=\{h_1, h_2, h_3\}$인 경우 가설공간 P(H)는 그림 1과 같이 주어진다.

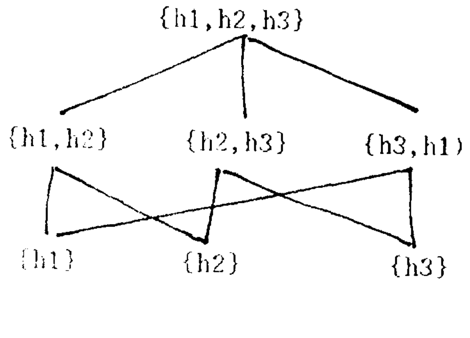

그림 1. $H=\{h_1, h_2, h_3\}$인 경우의 가설 공간 P(H)

H에 있는 각 가설은 한개의 요소를 갖으며 이를 단위 가설(singleton)이라 하고 P(H)를 구성하는 가설 중 단위 가설을 제외한 나머지 가설은 두개 이상의 요소를 갖으며 이를 복합 가설이라 한다.

D-S이론에서는 특정한 가설에 대한 신뢰도를 나타내는 방법으로 Bel이라는 신뢰도 함수를 정의한다.

$Bel : P(H) \longrightarrow [0,1]$

즉 Bel은 0에서 부터 1사이의 값을 P(H)의 모든 가설에 배정하는 함수이며 다음 3개의 공리를 만족한다.

공리1(경계조건) : $Bel(\phi)=0$, $Bel(H)=1$

공리2(단조증가) $A \subseteq B$ 이면 $Bel(A) \le Bel(B)$

단, A, $B \in P(H)$

공리3(합집합) : $Bel(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \ge \sum_i Bel(A_i) - \sum_{i<j} Bel(A_i \cap A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} Bel(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n)$

공리 1은 주어진 문제에 대한 결론은 반드시 총가설체 내에 들어있어야 함을 뜻하며 공리 2는 가설 공간에서 가설에 대한 신뢰도는 그것의 부분 집합 가설의 신뢰도 보다 크거나 같아야 함을 나타낸다. 공리 3에서 n=2인 경우

$Bel(A_1 \cup A_2) \ge Bel(A_1) + Bel(A_2) - Bel(A_1 \cap A_2)$

가 되며 종래의 확률 이론의 합집합 공리의 일반 형태이다. 여기서 $A_1=A$, $A_2=\tilde{A}$라 하면

$Bel(A \cup \tilde{A}) \ge Bel(A) + Bel(\tilde{A}) - Bel(A \cap \tilde{A})$되며 따라서

$$Bel(A) + Bel(\tilde{A}) \le 1$$

가 됨을 알 수 있다. 여기서 Bel(A)은 A에 대해 주어지는 총 신뢰도를 나타낸다. 반면에 $Bel(\tilde{A})$는 A의 부정에 대해 지지해주는 정도를 나타내며 이로부터 $1-Bel(\tilde{A})$로 주어지는 가능성 함수(Plausibility function) Pl(A)이 정의된다.

즉 $Pl(A) \le -Bel(\tilde{A})$ (9)

Pl(A)는 A에 대한 최대의 가능성 정도를 나타낸다. 가능성 함수의 정의로 부터 $Bel(A)=1-Pl(\tilde{A})$로 주어지며 이 둘로부터 신뢰도 함수와 가능성 지수간의 상호 대칭성을 볼 수 있다. 또한 가능성 지수를 신뢰도 함수가 정의된 방법으로 정의하면

$$Pl : P(H) \longrightarrow [0,1] \quad (10)$$

가 되며 공리 1과 공리 2를 충족시키며 또한 다음과 같은 공리 3'을 만족 시키는 함수로 정의된다.

공리 3' : $Pl(A_1 \cap A_2 \cap \ \cap A_n) \le Pl(A_i) - \sum_{i<j} Pl(A_i \cup A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} Pl(A_1 \cup A_2 \cup \ \cup A_n)$.

공리 3으로부터 n=2이고 $A_1=A$, $A_2=\tilde{A}$인 경우 $Pl(A)+Pl(\tilde{A}) \ge 1$가 됨을 알 수 있다.

D-S 이론에서는 한개의 주어진 자료 또는 증거로 인한 각 가설에 대한 영향 즉, 증거의 정도를 다음과 같은 함수로 표현한다.

$$m : P(H) \longrightarrow [0,1] \quad (11)$$

그리고 함수 m은 다음의 두조건을 만족한다.

$$\Sigma\, m(\phi)=0, \quad \sum_i m(A_i)=1 \quad (12)$$

즉 m은 0에서부터 1사이의 값을 가설 공간의 모든 구성요소에 배정하는 함수이며 모든 가설에 주어진 증거의 정도치를 더하면 1이 된다. 여기서 함수 m은 확률 이론에서의 확률 분포 함수형태와 비슷하며 따라서 기초 확률 배정함수(basic probability assignment)라 불리우며 줄여서 bpa로 쓴다. 확률 분포 함수는 총 가설체의 구성요소에 대해서만 정의되지만 기초 확률 배정 함수는 전 가설공간에 대해 정의된다. m(A)로 주어지는 증거의 정도는 A의 부분 집합 사이에 나누어 배정될 수 없는 값이며, 또한 A의 부분집합으로된 가설에 증거도를 배정했을시 남는 증거도를 나타낸다. 만약 증거 e가 A라는 가설을 $S(0<S<1)$ 만큼 지지한다고 했을 때 그 증거는 다른 가설에 대해 지지한다고도 반대한다고도 볼수 없으므로 다른 모든 가설에 대해서는 m은 0을 배정하게 되며 나머지 증거도 $(1-S)$는 식 (12)에 의해 총가설체 H에 배정된다. 증거 e가 주어졌을 시 0이 아닌 bpa를 갖는, 즉 $m(A)>0$이 되는 가설을 핵심 가설(focal element) 이라 한다. 가설에 대한 증거가 하나도 없을 시 이를 완전 무지(total ignorance)라 하며 $m(H)=1$, $m(A)=0$ $A \in P(H)$으로 표시 될수 있다.

Bel(A)로 표시되는 신뢰도 함수는 A에 할당된 증거도 뿐 아니라 A의 모든 부분집합에 배정된 증거도를 합한 A에 대한 총 신뢰도를 나타내며 따라서 이는 기초확률 배정함수 m으로 부터 식 (13)에 의해 주어진다.

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (13)$$

식 (13)에서 A가 단위가설(Singleton)인 경우 $Bel(A)=m(A)$로서 단위가설에 대한 총 신뢰도는 기초

확률 배정치와 같아진다. 또한 A가 총가설체(frame of discernment) H인 경우는 Bel(H)은 가설공간 전체에 주어진 기초확률 배정값으로 1이 됨을 쉽게 알 수 있다. 가능성 함수 Pl 또한 기초 배정함수로부터 식(14)와 같이 주어진다.

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B) \quad (14)$$

Pl(A)와 Bel 사이에는 항상 $Pl(A) \geq Bel(A)$가 성립한다. 일반적으로 가설 A에 대한 최대 가능도를 나타내는 Pl(A)와 총 신뢰도 Bel(A)은 서로 같지 않으며 이 둘에 의하여 정의되는 구간 [Bel(A), Pl(A)]은 현재까지의 증거로 보아 가설 A가 사실일 가능성의 범위를 나타내며 이를 신뢰도 구간(Belief Interval)이라 부른다. 신뢰도 구간의 폭인 Pl(A) −Bel(A) 또는 1-Bel($\tilde{A}$)는 A와 $\tilde{A}$ 어느 쪽에도 확실하게 배정되지 못한 신뢰도 또는 불확실성을 나타내며, A와 교집합을 갖되 A의 부분집합이 아닌 가설에 배당된 신뢰도의 합으로 주어진다. 예를들면 총 가설체 H가 $\{h_1, h_2, h_3\}$, A가 $\{h_1\}$이라 했을때 A에 대한 신뢰도 구간 BI(A)는

$$\begin{aligned} BI(A) &= 1 - Bel(A) - Bel(\tilde{A}) \\ &= 1 - Bel(\{h_1\} - Bel(\{h_2, h_3\}) \\ &= 1 - m(\{h_1\}) - [m(\{h_2, h_3\}) + m(\{h_2\}) + m(\{h_3\})] \\ &= m(\{h_1, h_2\}) + m(\{h_3, h_1\}) + m(\{h_1, h_2, h_3\}) \end{aligned}$$

으로 주어진다.

신뢰도 함수 Bel이 주어 졌을시 기초 확률 배정함수 m은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$m(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A-B|} Bel(B) \quad (15)$$

단 $|A-B|$는 (A−B)의 cardinality를 나타낸다.

식(13)과 (15)로부터 신뢰도 함수 Bel과 기초확률 배정함수 m은 서로 역변환이 가능한 1대1 대응 관계가 있음을 알수있다.

두개 이상의 증거가 존재할 시는 전체 증거들에 의해 지지되는 각 가설에 대한 최종 신뢰도를 구하는 방법이 요구된다. Dempster-Shafer 모델에서는 다음과 같은 "Dempster의 결합법칙(Combination Rule)"이 이용된다. 두개의 증거 e_1 및 e_2에 의해 주어지는 기초확률 배정함수를 m_1, m_2 그리고 신뢰도 함수를 Bel_1, 및 Bel_2라 하고, 각각의 핵심요소를 A 및 B라 하고 C를 A와 B의 교집합이라 하자. 두 증거 e_1, e_2에 의한 새로운 증거도를 나타내는 합성 bpa 및 신뢰도 함수는 다음식에 의해 주어진다.

$$m_1 \oplus m_2(C) = \frac{\sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B)}{1-K} \quad (16)$$

(단 $C \neq \phi$)

$$m_1 \oplus m_2(\phi) = 0$$

여기서 $K = \sum_{A \cap B = \phi} m_1(A) \cdot m_2(B)$

$$Bel_1 \oplus Bel_2(C) = \sum_{B \subseteq A} m_1 \oplus m_2(S) \quad (17)$$

A와 B의 교집합은 공집합이 될 수 있으며, 공집합에 대한 bpa는 0이어야 하므로, 공집합에 배정된 bpa의 합인 K를 구하여 공집합이 아닌 모든 C에 대해 (1−K)로 나누어 줌으로써 합성 bpa의 총 배정치를 1로 만든다. (즉 normalization), 예를 들어 다음과 같은 경우를 보자.

예) $H = \{h_1, h_2, h_3\}$

증거1 : $m(\{h_1, h_2\}) = 0.3$ $m(\{h_3\} = 0.5$

증거2 : $m(\{h_2, h_3)\} = 0.6$

증거 1과 2에 의한 합성 bpa는 다음과 같은 테이블을 이용하여 쉽게 계산할 수 있다.

m_2 \ m_1	(0.3) $\{h_1, h_2\}$	(0.5) $\{h_3\}$	(0.2) H
$\{h_2, h_3\}$ (0.6)	0.18	0.3	0.12
H (0.4)	0.12	0.2	0.08

$m_1 \oplus m_2(\{h_2\}) = 0.18$

$m_1 \oplus m_2(\{h_3\}) = 0.3 + 0.2 = 0.5$

$m_1 \oplus m_2(\{h_2, h_3\}) = 0.12$

$m_1 \oplus m_2(\{h_1, h_2\}) = 0.12$

따라서 합성 신뢰도 함수는 다음과 같이 주어진다.

$Bel1 \oplus Bel2(\{h_2\}) = 0.18$

$Bel1 \oplus Bel2(\{h_3\}) = 0.5$

$Bel1 \oplus Bel2(\{h_2, h_3\}) = 0.18 + 0.5 + 0.12 = 0.8$

$Bel1 \oplus Bel2(\{h_1, h_2\}) = 0.12 + 0.18 = 0.3$

식 (16)에서 보듯이 C에 대한 합성 bpa는 증거 e_1에 의한 m_1, 증거 e_2에 의한 m_2의 순서가 결과에 영향을 미치지 않아야 한다는 점에서 매우 중요한 특성이다.

Dempster-Shafer 모델에 있어서 명확히 들어나는 단점은 총가설체(frame of discernment)가 클 경우 이의 가설공간이 기하급수적으로 커지며 이로인한

계산량의 증가이다. 만약 총 가설체를 구성하는 가설들이 상호 배타적이 아닌 경우 총 가설체를 이의 가설 공간으로 재구성할수 있으나 이 경우 계산상의 복잡성은 더욱 심각해진다. 이러한 계산상의 부담은 신뢰도 계산을 상호 배타적인 단순가설체와 이들의 보집합 복합 가설체에로 국한 시킴으로서 그 계산량과 시간을 줄일 수 있으며 또한 실제 문제에 있어서는 증거들에 의해 지지되는 가설은 가설공간의 일부만을 포함하기 때문에 신뢰도 계산을 이들 핵심요소에 국한시킴으로서 계산량을 줄일 수 있다. 또한 총 가설체를 상호 배타적인 가설들로만 구성된 복수개의 세분된 총가설체로 재구성함으로써 계산상의 복잡성을 감소시킬 수 있다. D-S 모델은 CF 모델과 많은 특징을 공유하고는 있으나 이에 비하여 수학적 기반이 강하고 인간의 추론에 보다 접근된 방법으로 평가된다. 따라서 D-S 모델은 계산상의 부담을 주어진 문제 특성을 고려하여 효과적으로 줄일 수 있는 경우 다른 모델에 비하여 앞으로 그 적용가능성이 매우 높다.

4. 결 론

본고에서는 전문가 시스템에 있어서의 불확실성 정보의 표현 및 처리를 담당하는 주요 추론모델중 Bayesian 모델, Certainty Factor 모델 그리고 Dempster-Shafer 모델의 기본 이론을 살펴보았다. 이외의 주요 추론 방법으로서 Fuzzy 추론 모델이 있는데 이는 판단 지식에 대한 주관적 불확실성과 '매우', '많이' 등의 자연어가 포함하고 있는 불분명성을 체계적이고 효과적으로 다룰 수 있는 Fuzzy Set 이론에 근거한 방법으로서, 불확실성 또는 불분명성을 0에서부터 1 사이의 값을 갖는 membership degree로 표시하며, 이를 'MIN'과 'MAX' 함수를 이용한 합성 추론 규칙(Composition Rule of Inference)를 적용하여 처리한다. Fuzzy 추론 모델은 자연어를 포함하는 전문가의 지식 처리에 매우 적합하여 앞으로 그 응용이 높이 기대되는 방법이다. 이외에 Bayesian 모델을 변형 응용한 PROSPECTOR의 Likelyhood Ratio 모델, 정량적 방법인 Theory of Endorsement 모델 등 여러 방법이 있다.

그러나 어느 모델이 더 일반성을 갖고 더 좋은 방법인가 하는 문제에 대하여는 아직 많은 연구가 요구된다. 따라서 이러한 모델들의 전문가 시스템에 적용에 있어서는 각 모델의 장단점을 고려하여 주어진 문제 영역에 적합한 모델을 선택하는 것이 바람직하다. 현재 불확실성 처리에 있어서 각 문제에 따른 경험적인 처리에 의존하는 전력 계통 분야의 적용에 있어서도 이러한 실인간 전문가의 추론방법에 근접된 반성을 갖는 불확실성 추론 방법 도입이 요구된다.

참 고 문 헌

[1] R.R. Yager, "Reasoning with Uncertainty for Expert Systems", IJCAL, 1985, pp. 1275-1287.

[2] P.L. Bogler, "Shafer-Dempster Reasoning with Application to Multisensor Target Identification Systems", IEEE Tr. SMC-17, No.6, 1987, pp. 968-977

[3] J.A.Barnett, "Computation Methods for A Mathematical Theory of Evidence", IJCAL, 1981, pp. 868-875.

[4] B.G.Bucchanan, E.H.Shortliffe, Rule-Based Expert Systems Addison Wesley, 1984.

[5] H.Prade. "A Synthetic View of Approximate Reasoning Techniques:" Prroc. IJCAL, 1983, pp. 130-136.

[6] K.S.Fu, J.T.P. Yao, "Inexat Inference for Rule-Based Damage Assesment of Exissting Structues", Proc. IJCAL, 1981. pp. 837-842

[7] J.Pearl, "On Evidential Reasoning in a Hiarachy of Hypotheseses", Artificial Intelligence, Vol. 28, 1986, pp. 9-15

[8] Y.Cheng, R.L.Kashyap, "Study of the Different Methods for Combining Evidence", SPIE Vol, 635, 1986, pp. 384-393.

[9] J.F. Baldwin, "Fuzzy Logic and Fuzzy Reasoning", in Fuzzy Rasoning and Its Applications, Academic Pres, 1981.

[10] D.Dubois, H. Prade, Fuzzy Sets and Systems; Theory and Applications, Academic Press, New York, 1980.

[11] F.Hays-Roth, et al., Buildding Expert Systems, Addison-Wesley Pub.

[12] E.Pednault, S. Zucker, I. Muresan, "On the Independence Assumption Underlying Subjective Baysian Updating", Artificial Intelligence, Vol. 16, 1981, pp. 213-222.