

대규모 선형 시스템에서의 비집중 반복 학습제어

Decentralized Iterative Learning Control in Large Scale Linear Dynamic Systems

黃 東 煥* · 卞 增 男** · 吳 尙 錄***
(Dong-Hwan Hwang · Zeungnam Bien · Sang-Rok Oh)

요 약

본 논문에서는 상호 연결된 부시스템으로 이루어진 미지의 대규모 시스템의 경로 추종제어를 위하여 각 부시스템에서의 비집중화된 정보만을 이용한 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 제안하였다. 제안한 2가지 알고리즘의 수렴성을 보장하는 충분조건을 제시하고, 유용성을 보이기 위하여 간단한 수치예를 보였다. 특히, 상호연결항에 불확실성이 존재하는 대규모 시스템에 대해서 유용하게 사용될 수 있음을 보였다.

Abstract- Decentralized iterative learning control methods are presented for a class of large scale interconnected linear dynamic systems, in which iterative learning controller in each subsystem operates on its local subsystem exclusively with no exchange of information between subsystems. Sufficient conditions for convergence of the algorithms are given and numerical examples are illustrated to show the validity of the algorithms. In particular, the algorithms are useful for the systems having large uncertainty of inter-connected terms.

1. 서 론

대규모 시스템 (large scale system)은 “각각 특정한 기능을 수행하면서, 자원을 공유하고, 상호

연관된 목표와 제한점에 의해 지배받는 개별적인 구성요소들로 이루어진 시스템”[1]이라고 개념적으로 정의되는데, 시스템 자체가 지역적으로 넓게 분포되어 있던지 그 차수 (order)가 매우 큰 것을 특징으로 들 수 있다. 이러한 대규모 시스템의 경우 집중화된 (centralized) 정보를 얻기가 어려우며 많은 계산량을 집중화시켜서 처리할 수 없기 때문에 제어하기가 힘든 것으로 알려져 있다. 그 예로 교통시스템[10][11], 전력시스템[12][13], 화학공정[14], 하천 수질 제어시스템[15] 등을 들 수 있으며 상호 연결항 (interconnected term)을 가진

*正 會 員 : KAIST 電氣 및 電子工學科 博士課程

**正 會 員 : KAIST 電氣 및 電子工學科 教授 · 工博

***正 會 員 : KIST 制御시스템 研究室 前任研究員 · 工博

接 受 日 字 : 1990年 6月 25日

1 次 修 正 : 1990年 9月 11日

시스템의 형태로 모델링 된다.

그동안의 대규모 시스템의 제어에 관한 이론적인 연구 결과를 살펴보면 상호 작용(interaction) 즉, 상호 연결항의 특성들을 다루는 기법을 중심으로 전개되어 온 것을 알 수 있다. 그 기법들은 계층적 접근(hierarchical approach), 모델 간략화(model reduction)에 의한 접근, 비집중화(decentralized)에 의한 접근등으로 크게 나누어진다. 이중 시스템의 신뢰도 및 실질적인 제어기의 구현 관점에서 비집중화 제어 방법의 연구가 많이 진행되어 왔다[2]~[9]. 비집중화 제어 방법은 부시스템(subsystem)사이의 상호 정보 교환없이 각각 독립적으로 동작하는 제어기를 설계하는 기법이다. 그런데 비집중화 제어기의 구현에 관한 연구들을 살펴보면 대부분이 부시스템의 동특성(dynamics) 및 상호 연결항들을 잘 알고 있다는 것을 가정하였으며, 플랜트(plant)를 안정화(stabilization)하는 문제들을 중심으로 다루어져 왔다[2]~[7][9]. 물론 부시스템의 동특성 및 상호 연결항들의 불확실성(uncertainty)을 다룬 비집중 적응제어(adaptive control)에 관한 연구[8]도 있지만 이것 역시 제어기의 목적이 전체시스템의 안정화이다.

일반적으로 모델링(modelling)한 플랜트들은 대부분 불확실성을 가지고 있으며, 흔히 보는 발전소 시스템의 경우 DSS(daily start-up and stop)운

전 및 WSS(weekly start-up and stop) 운전처럼 미리 예측된 출력이 일정 시간을 주기로 결정되어 있으며, 화학공정 및 제조(manufacturing) 공정에서는 시간에 따른 출력의 양이 미리 결정되어 있어 정해진 출력을 만족시키기 위한 제어 입력을 생성시켜야만 할 때가 많다. 이와 같이 불확실성을 가진 대규모 시스템의 출력 경로(trajectory)가 미리 정해진 경우, 일정한 시간 범위 내의 모든 시간에서 출력이 기준 출력과의 허용 오차 범위내에 있도록 하는 비집중화된 제어기의 설계가 요구되어 이제까지 연구된 비집중 안정화 기법으로는 제어의 목적을 충분히 달성할 수가 없다.

한편, 미지의 시스템에서 일정 시간 내의 모든 경로에 의존하는 작업들을 제어하기 위해서 반복 학습제어 기법이 최근에 많은 주목을 받고 있다. 반복 학습제어의 연구는 Arimoto등[17]에 의해 최초로 이론으로 정립되었는데 제어기의 기본 형태는 다음과 같다.

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + \Gamma(t)e^k(t) \quad (1-1)$$

여기서 $u^k(t)$ 는 k 번째 시행에서의 제어 입력이며,

$e^k(t)$ 는 실제 출력과 원하는 경로와의 오차 미분이다. 식 (1-1)에서 보여 주듯이 기본 이론은 입력을 반복 적용하여서 최종으로 출력이 완전한 추종(tracking)을 이루도록 하는 제어입력을 생성하는 것이다. 반복 학습제어 알고리즘은 시스템의 정확한 모델을 필요로 하지 않는 장점이 있으며, 이 알고리즘을 반복 적용함에 따라 수렴성이 보장된다. 그리고 Arimoto등의 알고리즘을 기본으로 한 많은 유사한 알고리즘들이 제안되었다[18]~[24]. 특히 많은 사람들의 연구 결과로 아크(Arc)용접, 스프레이 페인팅(spray painting) 및 형상 검사(appearance inspection)와 같은 로봇(robot)로 하여금 연속경로(continuous-path)를 추종하게 하는 작업에 효과적으로 응용 가능한 것으로 보고 되었으며, 최근에는 VTR서보(servo) 시스템에서 잠음 제거에 성공적으로 응용된 예도 볼 수 있다 [27].

본 논문에서는 상호 연결된 부시스템으로 이루어진 미지의 대규모 시스템의 출력 경로의 추종제어를 위하여 비집중화된 반복 학습제어 알고리즘을 제안한다. 대상 시스템은 상호 연결된 부시스템으로 구성된 것으로 하며, 각 부시스템에서의 반복 학습제어기는 비집중화된 정보만을 이용하여 설계한다. 비집중 반복 학습제어기를 이용함으로써 미지의 대규모 시스템의 추종제어에 유용할 뿐만 아니라, 특히 시스템의 안정성이 보장되는 한

상호 연결항에 관계없이 충분히 제어목적은 달성할 수 있다. 제안된 알고리즘은 상태변수 접근법과 입출력 접근법의 2가지로 기술되며, 각각 출력의 수렴성을 보장하기 위한 충분조건을 제시한다. 그리고 각각의 장단점을 비교하며 응용의 제한성에 관해서도 논한다.

앞으로 2절에서 대상 시스템과 문제를 기술하고, 3절에서 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 기술하며 그 수렴성을 보인다. 또한 4절에서는 제안된 알고리즘의 유용성을 보이기 위해서 간단한 수치예를 보이며, 마지막으로 5절에서 결론을 맺도록 한다.

2. 문제 설정

본 절에서는 다루고자 하는 시스템 및 문제를 제시한다. 앞으로 아래 첨자(sub-script)는 부시스템을 나타내고 위 첨자(super-script)는 반복 동작의 횟수를 표시하는 바, 예를 들어 $x^k(t)$ 는 i 번째 부시스템의 k 번째 반복 동작 시의 시간 $t(0 \leq t \leq T)$ 에서의 상태벡터의 값을 뜻하고 $y^k(t)$, $e^k(t)$ 및

$u_i^k(t)$ 도 마찬가지로 정의된다.

다음과 같이 상호 연결된 부시스템으로 구성되고 대규모 선형 주기성 시스템에 대하여 생각하기로 하자.

$$S_i : \dot{x}_i(t) = A_i(t)x_i(t) + B_i(t)u_i(t) + \sum_{j=1}^N A_{ij}(t)x_j(t) \quad (2-1)$$

$$y_i(t) = C_i(t)x_i(t) + D_i(t)u_i(t) \quad (2-2)$$

$$x_i(0) = \xi_i^0$$

$$(i=1, \dots, N)$$

여기서 $x_i \in R^{n_i}$ 는 부시스템 S_i 의 상태벡터 $u_i \in R^{m_i}$ 는 부시스템 S_i 의 입력벡터, $y_i \in R^{r_i}$ 는 부시스템 S_i 의 출력벡터를 나타낸다. 식 (2-1) 및 (2-2)로서 기술되는 시스템에서 다음 사항을 가정한다. <가정-1>

$n_i \times n_i$ 행렬함수 $A_i(t)$, $n_i \times m_i$ 행렬함수 $B_i(t)$ 그리고 $n_i \times r_i$ 행렬함수 $A_{ij}(t)$ 는 미지의 파라미터를 포함하는 연속함수이며, 주기 T 인 주기함수이다. 즉,

$$A_i(t+T) = A_i(t)$$

$$B_i(t+T) = B_i(t)$$

$$A_{ij}(t+T) = A_{ij}(t)$$

<가정-2>

전체 시스템은 안정하다 (totally stable).

<가정-3>

행렬함수 $B_i(t)$ 와 $D_i(t)$ 의 랭크 (rank)는 각각 $\min(n_i, m_i)$ $\min(r_i, m_i)$ 이다. 여기서 $\min(n_i, m_i)$ 는 n_i 와 m_i 의 최소값이다.

이제 본 논문에서 다루고자 하는 문제 <P>는 다음과 같다.

<P> : 각 부시스템에서 원하는 출력 궤적 $y_i^p(t)$, $0 \leq t \leq T$, 및 오차함계 ϵ_i , ($i=1, \dots, N$)이 주어졌을 때 식 (2-1) 및 (2-2)로 주어지는 시스템의 출력 궤적 $y_i(t)$, ($i=1, \dots, N$)가 다음 식 (2-3)으로 주어지는 출력 부동 제약 조건식을 만족하도록 하는 각 부시스템의 제어입력 함수 $u_i(t)$, $0 \leq t \leq T$, ($i=1, \dots, N$)를 구하라.

$$P(y_i(t)) = \|y_i(t) - y_i^p(t)\|_\infty < \epsilon_i, 0 \leq t \leq T, (i=1, \dots, N) \quad (2-3)$$

여기서 $\|\cdot\|_\infty$ 는 r_i 차원 최대 노름(maximum norm)을 나타낸다.

<주2-1> : <가정-2>에서 전체 시스템은 안정하다고 했는데 불안정한 시스템의 경우에는 [4]—[6]의 비집중 안정화 기법을 이용하여 안정화 시킨 후,

앞으로 기술될 비집중 학습제어 기법을 이용할 수 있다.

<주2-2> : 앞으로 서술의 편의상 식 (2-1) 및 (2-2)를 다음과 같이 다시 정리하기로 하자.

$$S : \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t) \quad (2-4)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + D(t)U(t) \quad (2-5)$$

$$X(0) = \xi^0$$

여기서

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_1(t) & A_{12}(t) & \dots & A_{1N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1}(t) & A_{N2}(t) & \dots & A_N(t) \end{bmatrix}$$

$$B(t) = \text{block diag}(B_1(t), \dots, B_N(t))$$

$$C(t) = \text{block diag}(C_1(t), \dots, C_N(t))$$

$$D(t) = \text{block diag}(D_1(t), \dots, D_N(t))$$

$$X(t) = (x_1(t)^T, \dots, x_N(t)^T)^T$$

$$U(t) = (u_1(t)^T, \dots, u_N(t)^T)^T$$

$$Y(t) = (y_1(t)^T, \dots, y_N(t)^T)^T$$

$$\xi^0 = (\xi_1^{0T}, \dots, \xi_N^{0T})^T$$

이며 $\text{block diag}(\cdot)$ 는 대각 블록 행렬(block diagonal matrix)을 표시한다.

3. 비집중 반복 학습제어 알고리즘

본 절에서는 전절에서 언급한 문제를 풀기 위한 한가지의 방법으로 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 제안한다. 학습제어 알고리즘은 상태변수 접근과 입출력 접근으로 나누어서 각각에 대한 알고리즘과 수렴성을 서술하기로 한다.

3.1 상태변수 접근

식 (2-1)과 (2-2)에서 $C_i(t) = I_{n_i}, D_i(t) = 0$ 이라 하고, 적당한 방법에 의하여 A_i 및 B_i 를 각각 \tilde{A}_i 및 \tilde{B}_i 로 모델링하고, 또한 각 부시스템에서 국부(local)상태 정보가 모두 측정 가능하다고 가정한다. 즉,

$$\tilde{S}_i : \dot{x}_i(t) = \tilde{A}_i(t)x_i(t) + \tilde{B}_i(t)u_i(t) \quad (3-1)$$

앞 절에서 서술한 바와 마찬가지로 식 (3-1)형태의 전체 시스템 모델은 식 (3-2)의 블록 행렬 형태로 정리할 수 있다.

$$\tilde{S} : \dot{X}(t) = \tilde{A}(t)X(t) + \tilde{B}(t)U(t) \quad (3-2)$$

여기서

$$\tilde{A}(t) = \text{block diag}(\tilde{A}_1(t), \dots, \tilde{A}_N(t))$$

$$\tilde{B}(t) = \text{block diag}(\tilde{B}_1(t), \dots, \tilde{B}_N(t))$$

이다.

이제 2절에서 설정된 문제 <P>를 풀기 위한 방법으로 식 (3-1) 또는 (3-2)로 주어진 모델을 이용하여 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 다음과 같이 제안한다.

$$u^{k+1}(t) = u^k(t) + \tilde{B}_i^+(t) \{e^k(t) - \tilde{A}(t)e^k(t)\} \quad (3-3)$$

여기서

$$e^k(t) = x_i^p(t) - x_i^k(t) \quad (3-4)$$

이고 $x_i^k(t)$ 는 각 부시스템에서 제어입력 $u^k(t)$ 를 가했을 때의 각 부시스템의 상태벡터로써 앞에서 측정 가능하다고 가정하였다. 앞으로 행렬 B^+ 는 행렬 B 의 전치(transpose)행렬, 그리고 행렬 B^+ 는 행렬 B 의 가상역(pseudo-inverse)행렬 즉, $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ [26]로 표기하기로 한다. 한편 식 (2-1)과 (3-1)에서 다음 식이 성립하는 것을 쉽게 보일 수 있다.

$$B^+(t) = \text{block diag}(B_1^+(t), \dots, B_N^+(t)) \quad (3-5)$$

$$\tilde{B}^+(t) = \text{block diag}(\tilde{B}_1^+(t), \dots, \tilde{B}_N^+(t)) \quad (3-6)$$

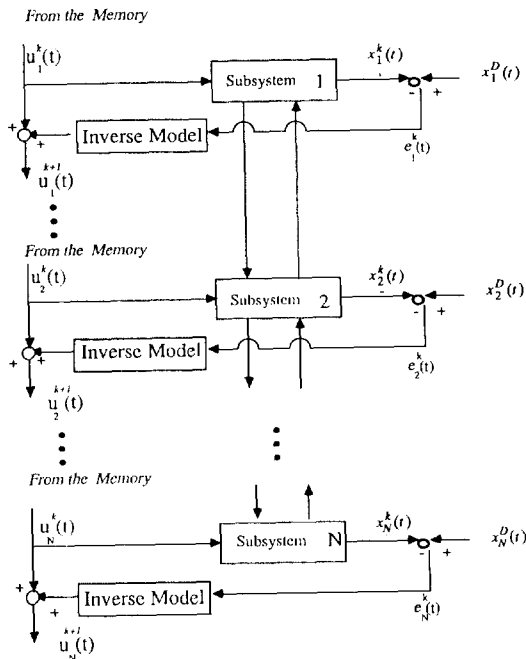


그림 3.1 상태변수 접근법에 의한 비집중 반복 학습제어

Fig. 3.1 State Space Approach of Decentralized Iterative Learning Control

식 (3-3)에서 제안한 비집중 반복 학습제어 알고리즘은 그림 3.1에 보였으며, 제안한 비집중 반복 학습제어 알고리즘의 수렴성을 정리 1에 요약하였다.

<정리 1>

식 (2-1)로 주어진 대규모 선형 주기성 시스템에 대하여, 식 (2-1)의 시스템이 안정하고 선택된 각 부시스템의 모델이 아래의 식 (3-7)을 만족한다면,

$$\|I_{n_i} - \tilde{B}_i^+(t)B_i(t)\|_\infty < 1, (i=1, \dots, N) \quad (3-7)$$

모든 k 및 모든 $t \in [0, T]$ 에 대하여 매 반복 시행시 $x_i^k(0) = x_i^p(0) = \xi_i^0 (i=1, \dots, N)$ 일 때, 식 (3-3)으로 제안한 비집중 반복 학습제어기에 의하여 모든 부시스템의 상태벡터는 k 가 증가함에 따라 원하는 궤적을 오차없이 추종한다. 즉,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e^k(t)\|_\infty = 0, (i=1, \dots, N)$$

(증명) : 증명에 앞서, 주어진 $n \times m$ 행렬 G 에서 각각의 요소(element)를 g^{ij} 라 표시하면, 행렬 노름 $\|G\|_\infty$ 를

$$\|G\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{j=1}^m |g^{ij}| \right\}$$

으로 정의하고[29], 또한 임의의 시간함수 $h : [0, T] \rightarrow R^n$ 에 대하여 다음의 노름을 정의한다.

$$\|h(\cdot)\|_\infty = \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \|h(t)\|_\infty$$

비집중 학습제어 알고리즘 식 (3-3)을 다시쓰면 아래와 같다.

$$U^{k+1}(t) = U^k(t) + \tilde{B}^+(t) \{e^k(t) - \tilde{A}(t)e^k(t)\} \quad (3-8)$$

여기서

$$e^k(t) = (e_1^k(t)^T, \dots, e_N^k(t)^T)^T \quad (3-9)$$

이다. $U^p(t)$ 를 $X(t)$ 로 하여금 원하는 궤적 $X^p(t)$ 를 추종하도록 하는 제어입력이라고 하자. 이때 식 (3-2), (3-8) 및 (3-9)로부터

$$\begin{aligned} & U^p(t) - U^{k+1}(t) \\ &= U^p(t) - U^k(t) - \tilde{B}^+(t) \{e^k(t) - \tilde{A}(t)e^k(t)\} \\ &= \{I - \tilde{B}^+(t)B(t)\} \{U^p(t) - U^k(t)\} - \tilde{B}^+(t) \{A(t) - \tilde{A}(t)\} e^k(t) \end{aligned} \quad (3-10)$$

가 얻어진다. 식 (3-10)양변의 노름을 계산하면, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 다음과 같은 부등식이 얻어진다.

$$\|U^p(t) - u^{k+1}(t)\|_\infty$$

$$\begin{aligned} &\leq \|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty \|U^D(t) - U^k(t)\|_\infty \\ &\quad + \|\tilde{B}^+(t)\|_\infty \|A(t) - \tilde{A}(t)\|_\infty \|X^D(t) - X^k(t)\|_\infty \end{aligned} \quad (3-11)$$

그리고,

$$\dot{X}^D(t) = A(t)X^D(t) + B(t)U^D(t)$$

가 성립함을 알 수 있다. 가정에서 모든 k 에 대해서 $X^k(0) = X^D$ 이 성립하므로, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 다음 식 (3-12)이 성립한다.

$$\begin{aligned} &\|X^D(t) - X^k(t)\|_\infty \\ &= \left\| \int_0^t \{A(\tau)X^D(\tau) + B(\tau)U^D(\tau)\} - \{A(\tau)X^k(\tau) + B(\tau)U^k(\tau)\} d\tau \right\|_\infty \\ &\leq \int_0^t \{\|A(\tau)\|_\infty \|X^D(\tau) - X^k(\tau)\|_\infty + \|B(\tau)\|_\infty \|U^D(\tau) - U^k(\tau)\|_\infty\} d\tau \end{aligned} \quad (3-12)$$

식 (3-12)에서 Bellman-Gronwall의 보조정리(lemma) [25]를 적용하면, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 식 (3-13)가 성립한다.

$$\|X^D(t) - X^k(t)\|_\infty \leq \int_0^t \|B(\tau)\|_\infty \|\delta U^k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \quad (3-13)$$

식 (3-13)에서 $\delta U^k(t) = U^D(t) - U^k(t)$ 이며, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 $a = \|A(t)\|_\infty$ 이다. 또 식 (3-12)과 식 (3-13)로부터 다음 식 (3-14)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} &\|\delta U^{k+1}(t)\|_\infty \\ &\leq \|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty \|\delta U^k(t)\|_\infty \\ &\quad + \|\tilde{B}^+(t)\|_\infty \|A(t) - \tilde{A}(t)\|_\infty \int_0^t \|B(\tau)\|_\infty \|\delta U^k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (3-14)$$

식 (3-14)의 양변에 정함수(positive function) $e^{-\lambda t}$ 를 곱하면, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 다음의 관계가 얻어진다.

$$\begin{aligned} &e^{-\lambda t} \|\delta U^{k+1}(t)\|_\infty \\ &\leq \|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty e^{-\lambda t} \|\delta U^k(t)\|_\infty \\ &\quad + \|\tilde{B}^+(t)\|_\infty \|A(t) - \tilde{A}(t)\|_\infty e^{-\lambda t} \int_0^t \|B(\tau)\|_\infty \|\delta U^k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} \\ &\leq \|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty e^{-\lambda t} \|\delta U^k(t)\|_\infty + k_1 \int_0^t e^{-\lambda t} \|\delta U^k(\tau)\|_\infty e^{(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (3-15)$$

여기서 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 $k_1 = \|\tilde{B}^+(t)\|_\infty \|A(t) - \tilde{A}(t)\|_\infty \|B(t)\|_\infty$ 이다. 따라서 모든 $t \in [0, T]$ 및 $\lambda (\neq a)$ 에 대해서

$$\|\delta U^{k+1}(\cdot)\|_\lambda \leq \|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty \|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda + k_1 \left[\frac{1 - e^{-(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \right] \|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda \quad (3-16)$$

가정으로부터 $\|I_n - \tilde{B}_i^+(t)B_i(t)\|_\infty < 1$ 이므로 $\lambda > 0$ 를 충분히 크게 선택함으로써 다음의 부등식이 성립하도록 할 수 있다.

$$\|I - \tilde{B}^+(t)B(t)\|_\infty + k_1 \left[\frac{1 - e^{-(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \right] < 1 \quad (3-17)$$

그러므로 $k \rightarrow \infty$ 때 $\|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda \rightarrow 0$ 이다. 한편, $\|\cdot\|_\lambda$ 의 정의로부터

$$\sup_{t \in [0, T]} \|\delta U^k(t)\|_\infty \leq e^{\lambda T} \|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda$$

이다. 결국 k 가 커짐에 따라 $\sup_{t \in [0, T]} \|\delta U^k(t)\|_\infty$ 가 0으로 수렴하게 된다. 이는 곧, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 $k \rightarrow \infty$ 때 $U^k(t) \rightarrow U^D(t)$ 임을 의미하며, 식 (3-13)에 의해서 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 $k \rightarrow \infty$ 일 때 $X^k(t) \rightarrow X^D(t)$ 임을 알 수 있다. (증명끝)

<주3-1> : 위에서 제안한 알고리즘 식 (3-3)에서 각 부시스템의 비집중 학습 제어기는 부시스템 모델의 역모델을 이용하고 있음을 알 수 있다.

<주 3-2> : 각 부시스템의 알고리즘 각각이 역모델을 이용하는 점은 [18]의 알고리즘과 유사하지만 각 부시스템에서는 다른 부시스템의 정보를 전혀 사용하지 않는다. 특히 알고리즘 식 (3-3) 및 수렴을 보장하기 위한 충분조건 식 (3-7)을 보면, 상호 연결항의 고려없이 부정확한 부시스템 모델을 이용해서 식 (3-7)을 보증하는 한 원하는 제적을 추종하는 제어기의 설계가 가능하다.

<주3-3> : 위에 주어진 시스템 식 (3-1)에서는 $y_i(t) = x_i(t)$ 이며, 이때 각 부시스템에서의 입력벡터와 출력벡터와의 상대차수(relative degree)는 1이다. 또한 알고리즘 특성상 미분기를 이용하고 있으며, $B_i(t)$ 는 각 부시스템의 입력에서 출력의 미분값으로의 직달항(direct transmission term)이다. 이러한 고찰과 정리1의 충분조건에서 보면, [20][28]에서 논의된 바와 마찬가지로 대규모 시스템에서도 각 부시스템에서의 직달항이 수렴성의 증명에 결정적인 역할을 함을 알 수 있다[20][28].

3.2 입출력 집근

3.1에서 제안한 방법은 시스템의 모델을 이용하였다. 대규모 시스템의 특성상 모델링이 불가능하거나 매우 어려운 경우 앞의 방법이 효과적이지 않을 수 있다. 이런 경우 각 부시스템의 입출력만을 이용하여 비집중반복 학습제어 알고리즘을 수행할 수 있다. 본 절에서는 식 (2-1)과 (2-2)로 주어진 시스템에 대하여 문제<P>의 해로써 입출력

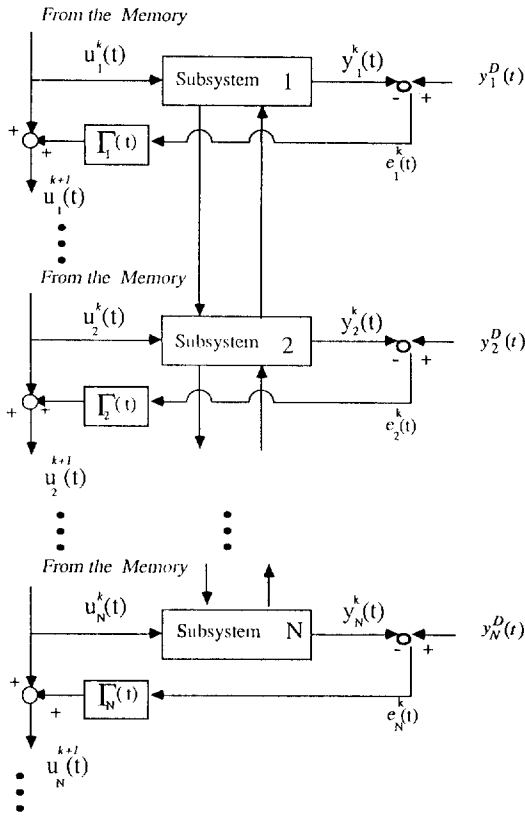


그림 3.2 입출력 접근법에 의한 비집중 반복 학습 제어
 Fig. 3.2 Input Output Approach of Decentralized Iterative Learning Control

만을 이용한 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 다음과 같이 제안한다.

$$u_i^{k+1}(t) = u_i^k(t) + \Gamma_i(t)e_i^k(t) \quad (3-18)$$

여기서

$$e_i^k(t) = y_i^k(t) - y_i^D(t) \quad (3-19)$$

이고, $y_i(t)$ 는 각 부시스템의 출력이며 $\Gamma_i(t)$ 는 각 부시스템의 학습제어기의 이득이다. 식(3-18)에서 제안한 비집중 반복 학습제어 알고리즘은 그림 3.2에 보였으며, 제안한 비집중 반복 학습제어 알고리즘의 수렴성을 정리 2에 요약하였다.

<정리2>

식 (2-1) 및 (2-2)로 주어진 대규모 선형 주기성 시스템에 대하여, 전체 시스템이 안정하고 각 부시스템의 반복 학습제어기의 이득이 아래의 식

(3-20) 또는 (3-21)을 만족하면,

$$\|I_r - D_i(t)\Gamma_i(t)\|_\infty < 1 \quad (3-20)$$

$$\|I_m - \Gamma_i(t)C_i(t)\|_\infty < 1 \quad (3-21)$$

모든 k 및 모든 $t \in [0, T]$ 에 대하여 매 반복 시행시 $x_i^k(0) = x_i^D(0) = \xi_i^0 (i=1, \dots, N)$ 일 때 식 (3-18)로 제안한 비집중 반복 학습제어기에 의하여 모든 부시스템의 출력벡터는 k 가 증가함에 따라 원하는 궤적을 오차없이 추종한다. 즉,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_i^k(t)\|_\infty = 0, (i=1, \dots, N)$$

(증명) : 비집중 반복 학습제어 알고리즘 식 (3-18)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$U^{k+1}(t) = U^k(t) + \Gamma(t)e^k(t) \quad (3-22)$$

여기서

$$e^k(t) = (e_1^k(t)^T, \dots, e_N^k(t)^T)^T \quad (3-23)$$

이다.

(i) 식 (2-4), (2-5), (3-22)로부터

$$e^{k+1}(t) = \{I - D(t)\Gamma(t)\}e^k(t) + C(t) \int_0^t e^{A(t-\tau)}B(\tau)\Gamma(\tau)e^k(\tau)d\tau \quad (3-24)$$

가 얻어진다. 식 (3-24)양변의 노름을 계산하면, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 다음의 부등식이 성립한다.

$$\|e^{k+1}(t)\|_\infty \leq \|I - D(t)\Gamma(t)\|_\infty \|e^k(t)\|_\infty + \|C(t)\|_\infty \int_0^t \|e^{A(t-\tau)}B(\tau)\Gamma(\tau)\|_\infty \|e^k(\tau)\|_\infty d\tau \quad (3-25)$$

식 (3-25)의 양변에 양함수 $e^{-\lambda t}$ 를 곱하면 다음의 관계가 얻어진다.

$$\|e^{k+1}(\cdot)\|_\lambda \leq \|I - D(t)\Gamma(t)\|_\infty \|e^k(\cdot)\|_\lambda + \|C(t)\|_\infty \|B(t)\Gamma(t)\|_\infty \int_0^t e^{a(t-\tau)} \|e^k(\tau)\|_\infty e^{-\lambda \tau} d\tau \leq [\rho + h_0 \left(\frac{1 - e^{-(\lambda - a)T}}{\lambda - a} \right)] \|e^k(\cdot)\|_\lambda \quad (3-26)$$

여기서 $a = \|A(t)\|_\infty, \rho = \|I - D(t)\Gamma(t)\|_\infty$ 그리고 $h_0 = \|C(t)\|_\infty \|B(t)\Gamma(t)\|_\infty$ 이다. 식 (3-20)으로부터 $0 \leq \rho < 1$ 이므로, $\lambda > 0$ 를 충분히 크게 선택함으로써 다음의 부등식이 성립하도록 할 수 있다.

$$\rho + h_0 \left[\frac{1 - e^{-(\lambda - a)T}}{\lambda - a} \right] < 1$$

따라서 $k \rightarrow \infty$ 일때 $\|e^k(\cdot)\|_\lambda \rightarrow 0$ 이다. 그러므로 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해, $k \rightarrow \infty$ 일때, $Y^k(t) \rightarrow Y^D(t)$ 이다.

(ii) $U^D(t)$ 및 $X^D(t)$ 를 $Y(t)$ 로 하여금 원하는 출

력을 추종하도록 하는 제어 입력과 시스템의 상태 변수라고 하자. 이때 식 (2-4), (2-5), (3-22)에서

$$U^p(t) - U^{k+1}(t) = \{I - \Gamma(t)D(t)\} \{U^p(t) - U^k(t)\} - \Gamma(t)C(t)\{X^p(t) - X^k(t)\} \quad (3-27)$$

가 얻어진다. 식 (3-27) 양변의 노름을 계산하면, 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 다음의 부등식이 얻어진다.

$$\|U^p(t) - U^{k+1}(t)\|_\infty \leq \|I - \Gamma(t)D(t)\|_\infty \|U^p(t) - U^k(t)\|_\infty + \|\Gamma(t)C(t)\|_\infty \|X^p(t) - X^k(t)\|_\infty \quad (3-28)$$

식 (3-28)에서 식 (3-13)을 이용하면 다음 식 (3-29)가 얻어진다.

$$\|\delta U^{k+1}(t)\|_\infty \leq \|I - \Gamma(t)D(t)\|_\infty \|\delta U^k(t)\|_\infty + k_1 \int_0^t \|\delta U^k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \quad (3-29)$$

여기서 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해 $k_1 = \|\Gamma(t)C(t)\|_\infty \|B(t)\|_\infty$ 이다. 식 (3-29)의 양변에 양함수 $e^{-\lambda t}$ 를 곱하여 정리하면 모든 $t \in [0, T]$ 와 $\lambda (= a)$ 에 대하여

$$\|\delta U^{k+1}(\cdot)\|_\lambda \leq \|I - \Gamma(t)D(t)\|_\infty \|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda + k_1 \left[\frac{1 - e^{-(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \right] \|\delta U^k(\cdot)\|_\lambda \quad (3-30)$$

이다. 식 (3-21)에서 $\|I - \Gamma(t)D(t)\|_\infty < 1$ 이 성립하므로 $\lambda > 0$ 를 충분히 크게하여 식 (3-31)이 성립하도록 할 수 있다.

$$\|I - \Gamma(t)D(t)\|_\infty + k_1 \left[\frac{1 - e^{-(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \right] < 1 \quad (3-31)$$

따라서 $k \rightarrow \infty$ 일 때 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 $U^k(t) \rightarrow U^p$ 이다. 식 (3-13)에 의해서 $k \rightarrow \infty$ 일 때 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 $X^k(t) \rightarrow X^p(t)$ 이며 식 (2-3), (2-4) 및 위의 관계에 의해서 $k \rightarrow \infty$ 일 때 모든 $t \in [0, T]$ 에 대해서 $Y^k(t) \rightarrow Y^p(t)$ 이다. (증명끝)

<주3-4> : 위의 알고리즘을 살펴보면, 비집중화 방법으로 각 부시스템에서는 [17]의 알고리즘을 사용하고 있음을 알 수 있는데, [17]에서는 충분조건으로 식 (3-20)만을 제시하고 있다. 그러나 출력의 갯수가 입력의 갯수보다 적을 때는 식 (3-20)을 만족하는 이득 $\Gamma_i(t)$ 을 찾을 수 있지만 반대로 출력의 갯수가 입력의 갯수보다 많을 때는 충분조건을 만족하는 제어기의 이득 $\Gamma_i(t)$ 를 찾을 수 없다. 본 논문에서는 이러한 경우에도 제안한

학습제어기가 제어 목적을 달성할 수 있도록 식 (3-21)을 또다른 충분조건으로 제시하였다.

<주3-5> : <주3-1>에서 언급한 것처럼 비집중 반복 학습제어 알고리즘에서도 적당할 $D_i(t)$ 가 출력오차 수렴성의 증명에 결정적인 역할을 함을 알 수 있다. 그런데 흔히 보는 시스템에서는 $D_i(t) = 0$ 인 경우가 많다. 이때에는 [20] 및 [24]에서처럼 입출력의 상대차수만큼 미분한 것을 원하는 출력으로 두고서 알고리즘을 수행하면 제시한 알고리즘을 그대로 적용할 수 있다. 즉, 입력을 보상할 때 출력오차를 상대차수만큼 미분한 후 학습제어기의 이득을 곱하여 다음번 수행 시의 입력을 계산한다. 이 경우 제안한 비집중 학습제어 알고리즘이 수렴하기 위한 충분조건은 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$\|I - \Gamma(t)C(t)A^{p-1}(t)B(t)\|_\infty < 1 \quad (3-32)$$

$$\|I - C(t)A^{p-1}(t)B(t)\Gamma(t)\|_\infty < 1 \quad (3-33)$$

여기서 p 는 전체 시스템의 입출력 상대차수이다. 식 (3-32) 및 (3-33)에서 p 가 1보다 클 때는 식 (3-32) 혹은 (3-33)을 만족하는 $\Gamma_i(t)$ 를 선택하기가 매우 어렵다. 즉, p 가 1보다 클 때는 $\Gamma(t)C(t)A^{p-1}(t)B(t)$ 혹은 $C(t)A^{p-1}(t)B(t)\Gamma(t)$ 이 대각블록 행렬이 되지 않기 때문에 비집중화 기법으로 $\Gamma_i(t)$ 를 선택하기가 어렵다. 한편, 아래와 같이 각 부시스템의 입력이 1개이고 각각의 출력이 연결된 대규모 시스템을 생각해 보자.

$$y_i^{(n)}(t) + a_1(t)y_i^{(n-1)} + \dots + a_n(t)y_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}(t)y_j(t) = b_i(t)u_i(t) \quad (i=1, \dots, N) \quad (3-34)$$

식 (3-34)를 식 (2-1) 및 (2-2)의 상태방정식 형태로 정리하면,

$$\dot{x}_i(t) = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -a_n(t) & \cdot & \cdot & -a_1(t) \end{bmatrix} x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -a_{ij}(t) \end{bmatrix} x_j(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_i(t) \end{bmatrix} u_i(t) \quad (3-35)$$

$$y_i(t) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] x_i(t) \quad (3-36)$$

여기서 $x_i(t) = [y_i(t), \dots, y_i^{(n-1)}(t)]^T$ 이다. 따라서 식 (3-34)의 형태로 이루어진 대규모 시스템에서는 비집중화 방법으로 식 (3-32) 혹은 (3-33)을 만족하는 이득을 쉽게 택할 수 있다.

4. 수치예

제안한 알고리즘들의 유용성을 보이기 위해서 아래와 같은 선형 시스템에 대해서 시뮬레이션을 수행하였다.

예제1. 상태변수 접근법

다음의 식 (4-1)과 (4-2)가 상호 결합된 시스템을 생각해 보자.

$$S_1: \ddot{q}_1(t) + 2\dot{q}_1(t) + 3q_1(t) + a_1q_2(t) = u_1(t) \quad (4-1)$$

$$S_2: \ddot{q}_2(t) + 3\dot{q}_2(t) + 4q_2(t) + a_2q_1(t) = u_2(t) \quad (4-2)$$

여기서

$$x_{11}(t) = q_1(t), x_{12}(t) = \dot{q}_1(t)$$

$$x_{21}(t) = q_2(t), x_{22}(t) = \dot{q}_2(t)$$

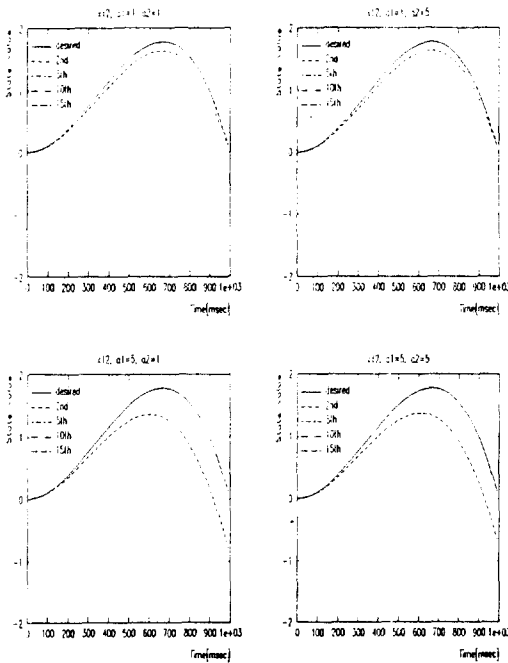


그림 4.1 상태변수 경로 $x_{12}(t)$
Fig. 4.1 State Trajectory $x_{12}(t)$

라 두면, 위 시스템은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$S_1: \begin{bmatrix} \dot{x}_{11}(t) \\ \dot{x}_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_1 \end{bmatrix} x_{21}(t) \quad (4-3)$$

$$S_2: \begin{bmatrix} \dot{x}_{21}(t) \\ \dot{x}_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_2 \end{bmatrix} x_{11}(t) \quad (4-4)$$

$$y_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix}, y_2(t) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

여기서 $x_{11}(0) = x_{12}(0) = x_{21}(0) = x_{22}(0) = 0$ 이며, 원하는 상태 궤적을 다음과 같이 선정하였다.

$$x_{11}^D(t) = x_{21}^D(t) = t^3(4-3t) (0 \leq t \leq 1) \quad (4-6)$$

$$x_{12}^D(t) = x_{22}^D(t) = 12t^2(1-t) (0 \leq t \leq 1)$$

다음과 같이 10[%]의 계수 오차를 가진 모델이 유용하다고 하자.

$$\tilde{S}_1: \begin{bmatrix} \dot{x}_{11}(t) \\ \dot{x}_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3.3 & -2.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.1 \end{bmatrix} u_1(t) \quad (4-7)$$

$$\tilde{S}_2: \begin{bmatrix} \dot{x}_{21}(t) \\ \dot{x}_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4.4 & -3.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.1 \end{bmatrix} u_2(t) \quad (4-8)$$

제안된 알고리즘을 적용하기 위해서 식 (4-7)과 (4-8)의 역모델을 이용하였다. 식(4-3)과 (4-4)에서 상호연결항인 (a_1, a_2) 의 값을 (1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5)로 변화시키면서 제안한 비집중 반복 학습제어 알고리즘을 적용한 결과로 각 시행의 $x_{12}(t)$ 의 궤적을 그림 4.1에 보였다. 그림 4.1에서 보듯이 상호 연결항의 큰 변화에도 불구하고, 모두 5번째 시행 이내에 원하는 궤적을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다.

예제2. 입출력 접근법

예제1과 같은 시스템 식 (4-1)과 (4-2)에 대해서,

$$y_1(t) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix}, y_2(t) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

이며, 여기서도 $x_{11}(0) = x_{12}(0) = x_{21}(0) = x_{22}(0) = 0$ 이다. 원하는 출력 궤적은 다음과 같다.

$$y_1^D(t) = y_2^D(t) = 12t^2(1-t) (0 \leq t \leq 1) \quad (4-10)$$

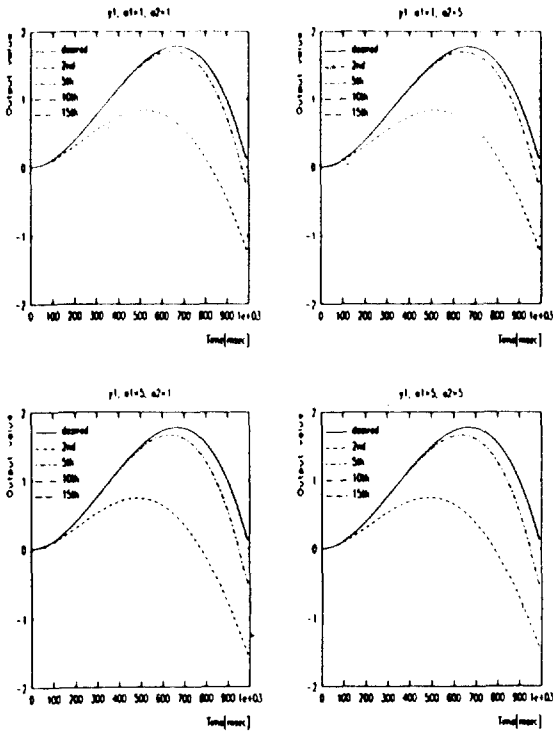


그림 4.2 출력 경로 $y_i^k(t)$
 Fig. 4.2 Output Trajectory $y_i^k(t)$

$\Gamma_1(t) = \frac{1}{1.1}$, $\Gamma_2(t) = \frac{1}{1.1}$ 로 두었으며 $D_i(t), i=1,2$ 항을 만들어내기 위해서 미분기를 사용하였다. 예제1과 마찬가지로 상호연결항인 (a_1, a_2) 의 값을 $(1, 1)$, $(1, 5)$, $(5, 1)$, $(5, 5)$ 로 변화시키면서 제안한 비집중반복 학습제어 알고리즘을 적용한 결과로 각 시행에서의 $y_i(t)$ 의 궤적을 그림 4.2에 보였다.

예제1과 예제2의 시뮬레이션 결과로 제안된 비집중 반복 학습제어 방법이 제어의 목적을 잘 수행하고 있음을 알 수 있다. 두 예제의 결과를 비교해보면, 상태변수 접근법이 입출력 접근법에 비해서 수렴의 속도가 빠른 것을 알 수 있다. 상태변수 접근법이 보다 많은 시스템의 정보를 이용하는 사실을 생각하면 당연한 것으로 받아들여진다. 그런데 상태변수 접근법은 상호 연결항의 크기가 변함에 따라 수렴속도가 크게 변하는 반면, 입출력 접근법에서는 수렴 속도가 크게 변하지 않는 것을 시뮬레이션 결과로부터 알 수 있다.

5. 결론 및 추후 연구과제

상호 연결된 부시스템으로 구성된 미지의 대규모 시스템의 출력 경로 추종제어를 위하여 비집중 반복 학습제어 방법을 제안하였다. 상태변수 접근법과 입출력 접근법의 2가지 알고리즘을 제안하였는바, 제안된 알고리즘이 수렴하기 위한 충분조건을 각각 제시하였고 제안된 알고리즘이 유용하게 적용될 수 있음을 보였다. 특히 대규모 시스템의 제어에서 시스템의 특성상 상호 연결항에 불확실성이 가장 크게 존재하는데, 이 경우에도 부시스템의 국부 정보만을 가지고서도 전구간에 걸쳐 허용 오차 범위내로 출력 경로 추종제어가 가능함을 보였다.

추후 연구과제로는 제시한 방법을 비선형 대규모 시스템으로 확장하는 것과 입출력 접근법에서 입출력의 상태차수가 1보다 큰 일반적인 시스템에서의 이득 설정 및 시스템에 외란이 존재하는 경우의 정량적인 분석등을 들 수 있다.

부록. Bellman-Gronwall 보조정리[25];

$$m, p \in C[[t_0, t_0 + a), R]$$

그리고

$$m(t) \leq m(t_0) + \int_{t_0}^t [km(s) + p(s)] ds, k > 0$$

이면,

$$m(t) \leq m(t_0)e^{k(t-t_0)} + \int_{t_0}^t p(s)e^{k(t-s)} ds, t \in [t_0, t_0 + a)$$

이다.

참 고 문 헌

- [1] M.S. Mahmoud, M.F. Hassan and M.D. Darwish, *Large-Scale Control System : Theories and Teshinique*, New York : Marcel Dekker, INC, 1985.
- [2] D.D. Siljak, *Large Scale Dynamic Systems : Stability and Structure*, New York : North-Holland, 1978.
- [3] M.G. Singh and A. Titli Ed., *Handbook of Large Scale Systems Engineering Applications*, New York : North-Holland, 1979.
- [4] A.K. Mahalanabis and R. Singh, "On Decentralized Feedback Stabilization of Large-Scale Interconnected Systems," *Int. J. Contr.*, vol. 32, pp. 115~126, 1980.
- [5] I.H. Suh, Y.S. Moon and Z. Bien, "Comment

- on Decentralized Feedback Stabilization of Large-Scale Interconnected Systems," *Int. J. Contr.*, vol. 32, pp. 1045~1047, 1981.
- [6] J. Lyou, Y.S. Kim and Z. Bien, "A Note on the Stability of a Class of Interconnected Dynamic Systems", *Int. J. Contr.*, vol. 39., pp. 743~746, 1984.
- [7] 서일홍, "시간지연이 존재하는 대규모 시스템의 비집중 안정화에 관한 연구," 박사 학위 논문, KAIST, 1982.
- [8] 류준, "상호 연결된 대규모 선형 시스템의 비집중 적응 안정화에 관한 연구," 박사 학위 논문, KAIST, 1984.
- [9] 채석, "상호 연결된 부시스템으로 구성되는 대규모 시스템의 비집중 안정화에 관한 연구," 박사 학위 논문, KAIST, 1989.
- [10] M.G. Singh and H. Tamura, "Modelling and Hierchical Optimization for Oversaturated Urban Road Traffic Network," *Int. J. Contr.*, vol. 20, pp. 913~934
- [11] J.H. Lim, S.H. Hwang, I.H. Suh and Z. Bien, "Hierarchical Optimal Control of Oversaturated Urban Traffic Network," *Int. J. Contr.*, vol. 33, pp. 727~737, 1981.
- [12] E.J. Davison and N.K. Tripathi, "The Optimal Decentralized Control of a Large Power System: Load and Frequency Control", IEEE, *Trans. Aut. Contr.*, vol. AC-23, pp. 321~324, 1978.
- [13] H.M. Soliman, M. Darwish and J. Fartin, "Stabilization of a Large-Scale Power System via Multilevel Technique", *Int. J. Syst. and Sci.*, vol. 9, pp. 1091~1111, 1978
- [14] T.C. Bichel and D.M. Himmelblau, "The Optimal Expansion of a Chemical Plant," in *Handbook of Large Scale System Engineering Applications*, M.G. Singh and A. Titli., Ed., New York, North Holland, 1979.
- [15] M.S. Mahmoud, "Decentralized River Pollution Control," *Large Scale Systems*, vol. 13, pp. 223~249, 1987.
- [16] M. Uchiyama, "Formulation of high-spped motion pattern of a mechanical arm by trial," *Trans. Soc. Ins:rum. Contr. Eng.*, vol. 14, no. 6, pp. 706~712, 1978.
- [17] S. Arimito, S. Kawamura and F. Miyazaki, "Bettering Operaion of Robots by Learning," *J. of Robotic Syst.*, vol. 1, no. 2, 1984.
- [18] S-R. Oh, Z. Bien, I.H. Suh, "An Iterative Learning Control Method with Application for the Robot Manipulator," *IEEE J. Robotics Automat.*, vol. 4, no. 5, pp. 508~514, Oct. 1988.
- [19] M. Togai and O. Yamano, "Analysis and Design of an Optimal Control Scheme for Industrial Robots: A Discrete System Approach," in *Proc. 24th IEEE Conf. on Decision and Control* (Ft. Lauderdale, FL, Dec. 11-13, 1985), pp. 1399~1404.
- [20] T. Sugie and T. Ono, "On a learning control law," *System and Control*, vol. 31, no. 2, pp. 129~135, 1987.
- [21] Y. Gu and N. Loh, "Learning Control in Robotics Systems", *Proc. IEEE Int. Symp. Intelligent Control*, Philadelphia, PA, pp. 360~364.
- [22] C. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulator*, New York: Addison Wesley, 1988.
- [23] T. Ishihara, K. Abe and H. Takeda, "A Design of Discrete Time Repetitive Control Systems," *Trans. Soc. Instrum. Contr. Eng.*, vol. 21, pp. 43~49, 1986.
- [24] Z. Bien and K.M. Huh, "Higher-Order Iterative Learning Control Algorithm," *IEE Proceedings*, vol. 136, Pt. D, pp. 105~112, May, 1989.
- [25] V. Lakshmikantham and S. Leela, *Differential and Integral Inequalities*, New York, NY: Academic Press, 1969, vol. 1, pp. 37~41.
- [26] S. Barnett, *Matrices in Control Theory*, New York, NY: Van Nostrand Rein-hold, 1971.
- [27] Nakamura et al., "New Technology in VTR Digital Servoing," *TV Technology*, pp. 27~33, Oct., 1989.
- [28] 오상록, 황동환, 변중남, 서일홍, "파라미터 추정 방법을 이용한 로보트 반복 학습제어의 설계," 대한전기학회 논문지, 제39권, 제4호, pp. 393~402, 1990, 4
- [29] C.T. Chen, *Linear System Theory and Design*, New York, NYT: CBS College Publishing, 1984.