

다중 루프 PID 제어기의 자동 동조

Automatic Tuning of Multi-Loop PID Controller

金 鎮 勳* · 卞 增 男**
(Jin-Hoon Kim · Zeungnam Bien)

요 약

본 논문에서는 단일입력 단일출력 프로세스에 사용되어지는 PID 제어기의 자동동조 방법이 제시되었다. 제시한 동조방법에서는 프로세스의 주파수응답 데이터 모델로써 프로세스를 모델링하였고, 주파수 응답 데이터 모델을 이용하여 기준모델과 프로세스 응답간의 차의 제곱에 시간비중을 두어 적분한 것을 성능지수로하여, 이를 최소화함으로써 PID 제어기의 제어상수를 결정하였다. 이 방법은 프로세스의 동특성이 변화하거나, 기준모델을 변화시키고자할 때 매우 쉽게 재동조를 할 수 있는 장점을 가진다. 끝으로 예제를 통하여 제시한 동조방법의 유용성을 보였다.

Abstract- An automatic tuning method of a PID controller which is used for single input single output processes is proposed. In the proposed tuning method, the frequency response data model is adopted along with the performance index which is an integral of time weighted square error between reference model and process frequency response data model for tuning. This method is easier to retune when either the process dynamics is changed or the reference model is changed. Finally, an example is provided to show the usefulness of the method.

1. 서 론

PID 제어기는 산업공정용 제어기로써 40여년의

*正 會 員 : 韓 國 科 學 技 術 院 電 氣 電 子 工 學 科 博 士 過 程

**正 會 員 : 韓 國 科 學 技 術 院 電 氣 電 子 工 學 科 教 授 · 工 博

接 受 日 字 : 1989年 10月13日

1次 修 正 : 1990年 4月26日

역사를 가지며, 제어 알고리즘의 디지털 구현에 의해 제공되는 유연성에도 불구하고, 대부분의 제어 루프들은 기본적인 PID 또는 이의 변환 형태로써 제어되고 있다. [1] 이는 대부분의 공정제어에서 PID 제어가 대체로 좋은 성능을 가지며, 공정 파라미터의 변화에 대해 상태공간(state space) 개념을 이용한 현대 제어이론을 바탕으로 한 제어 기보다 더욱 강인하기 때문이다. 산업공정제어는

공정의 지연, 비선형등의 공정특성에 의하여 단일 출력 계환, 피이드포워드, 종속(cascade), 비단일 출력계환등 복합적으로 구성된 다중루프 제어구조를 가진다. [2] 일반적인 제어는 제어대상의 수학적 모델과 제어 목표/목적이 주어지며, 이에 알맞는 제어법칙 또는 제어 알고리즘을 찾은 후, 이를 구현하기 위한 제어구조를 정하는 것이 일반적이다. 시간최소의 뱅뱅 제어가 대표적인 이의 예이다. 그러나 PID 제어기와 같이 제어시스템의 구조를 미리 정한 후 제어목적을 달성하는 제어기 파라미터를 결정하는 방법은 단순한 단일 루프의 경우 많은 방법이 발표되었으나[3, 4, 5, 6], 공정이 복잡하여 많은 루프를 가지는 경우 이의 체계적인 동조방법은 별로 알려져 있지 않으며, 많은 부프로세스(sub-process)의 수학적모델(mathematical model)을 구하는 것은 많은 시간을 요하거나 매우 어렵다. 여기서 수학적모델이란 전달함수(tranfer function) 또는 상태방정식(state equation)형태의 모델을 말한다.

본 논문에서는 단일 입력 단일 출력시스템의 각 부프로세스들이 개루프(open-loop) 상태에서 안정(stable)하며, 각 부프로세스들의 수학적 모델이 주어지지 않은 각 부프로세스들이 하나 이상의 PID 형태의 제어기들과 하나 이상의 폐루프(closed-loop)를 형성하여 설계자(또는 운전자)의 원하는 동특성 사양(specification)을 만족하기 위하여 조작되는 다중루프 시스템의 자동동조 방법이 제시되었다. 여기서 자동동조라 함은 운전자의 지시에 따라 시험신호가 생성되어, 최적 PID 파라미터의 값이 자동적으로 얻어짐을 말한다. 비록 이의 주기적인 반복이 가능하나 주기적인 시험신호의 생성이 바람직하지 못함으로, 계속적으로 추정된 프로세스 파라미터들을 바꾸며 이에 따라 제어기의 파라미터를 조정하는 적응제어와 다르다.

[1] 프로세스의 수학적 모델이 주어지지 않은 경우의 동조는 프로세스의 계단응답을 지연(delay)과 1차 또는 2차의 전달함수로써 근사화하는 방법 [3]이 있으나, 이는 프로세스가 고차이면 많은 오차가 따른다. 제시한 모델링 방법은 수학적으로 모델링 하지않고 프로세스에 시험신호를 가해 얻어지는 출력을 이용하여 각주파수 점에서의 프로세스의 주파수 응답의 데이터로써 모델링하였다. 이는 수학적 모델을 구하는 위의 근사화 방법보다 더욱 충실하게 프로세스의 특성을 기술할 수 있다. 또한, 이러한 종속제어기의 동조시 최내곽 루프의 동조를 시작으로 점차 외곽루프를 동조하여,

마지막으로 최외곽 루프를 동조하여 사양을 맞추는 방법이 있으나, 이는 각각의 단일 루프의 특성 만족에 중점을 두어 동조됨으로써 전체루프의 사양 만족에 필요한 최적제어기 상수 값이라 보기가 어렵다. 제시한 동조방법은 주파수 응답 데이터 모델을 이용하여 기준모델과 프로세스 응답간의 차의 제공에 시간비중을 두어 적분한 것을 성능지수로 하여 이를 최소화함으로써 제어기 상수를 결정하였다. 이의 방법은 프로세스의 동특성이 변화하거나 기준모델을 변화시키고자할 때 매우 쉽게 재동조를 할 수 있는 장점을 가진다.

2. 주파수 응답 데이터 모델

제어 시스템의 설계와 해석에서 가장 중요한 일 중의 하나가 시스템의 특성을 정확히 수학적으로 묘사하는 시스템 모델링으로 선형 시스템의 모델링 방법 중 가장 널리 이용되는 방법이 전달함수와 상태 방정식으로서의 모델링 방법이다. [7] 그러나 많은 시스템에서 정확한 수학적 모델을 구한다는 것은 매우 어려운 일이거나 불가능한 일이므로, 쉽게 시스템의 특성을 충실히 나타낼 수 있는 모델링 방법과 이를 바탕으로한 시스템의 설계와 해석방법이 요구된다. 본 논문에서는 시스템의 수학적 모델을 구하는 것이 아니라, 각 주파수점에서의 시스템 주파수 특성의 데이터로써 시스템을 모델링하여, 이를 바탕으로 시스템의 설계 또는 해석을 하는 방법을 제시한다. 즉, 시스템에 적당한 시험신호를 가하여 얻은 출력으로부터 각 주파수 점에서의 시스템 주파수 응답특성을 실수부와 허수부(또는 크기와 위상)의 데이터 형태로써 시스템을 모델링하는 방법으로, 다음의 표 1은 4장 예제의 프로세스 1에 대하여, 다음에 기술된 방법으로 얻은 주파수 응답을 표로 나타낸 것이다.

여기서 $\Delta\omega = 2\pi/40.96$ 이며, 다음은 시스템 주파수 응답 데이터를 구하는 방법과 실제 시스템 주파수 응답과의 오차를 보였다. 연속신호 $x(t)$ 가 Dirichlet 조건 [7]을 만족하면 이의 푸리에 변환 $X(j\omega)$ 는

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

로써 주어지며, $X(j\omega)$ 를 $x(t)$ 의 주파수 응답이라 한다. 연속신호 $x(t)$ 의 주기 T 로 샘플링된 시퀀스를 $x^*(t)$ 라 하면

$$x^*(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(kT - nT)$$

표 1 프로세스 주파수 응답 모델의 예

Table 1 Example of process frequency response model

주파수 (ω)	0.0	$\Delta\omega$	$2\Delta\omega$	$3\Delta\omega$	$2047\Delta\omega$
실수부	1.5	1.50688	1.52792	1.56428	-1.54217 e -04
허수부	0.0	-5.41375e-02	-0.111051	-0.173962	5.47670e-05

로써 표시되며, 샘플링된 데이터 $\hat{x}(kT)$ 는 $\hat{x}(kT) = x(t)\delta(t-kT)$ 로써 표시된다. 또한 $\hat{x}(kT)$ 의 주파수 응답을 $\hat{X}(j\omega)$ 라 하면

$$\hat{X}(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}(kT) e^{-jk\omega T}$$

로써 주어진다. 만약 $X(j\omega) = 0, \{|\omega| > \omega_m\}$ 이면 샘플링 주기 $T \leq \pi/\omega_m$ 로 하여 $\hat{X}(j\omega)$ 로부터 $X(j\omega)$ 를 구할 수 있다. [8]

정의: 연속신호 $x(t) = 0, \{t < 0\}$ 이고, Dirichlet 조건을 만족하면 $\tilde{x}(kT), \tilde{X}(j\omega)$ 를 각각

$$\tilde{x}(kT) = \begin{cases} \tilde{x}(kT), & 0 \leq k \leq N \\ 0, & k < 0 \text{ 또는 } k > N \end{cases}$$

$$\tilde{X}(j\omega) = \tilde{F}^{-1}[\tilde{x}(kT)] = T \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}(kT) e^{-jk\omega T} \quad (1)$$

로 하자.

정리1: $\tilde{X}(j\omega)$ 를 주기 $\Omega = 2\pi/(NT)$ 로 샘플링하면, $\tilde{x}(kT)$ 는 $\tilde{X}(j\omega)$ 로부터 다음식을 이용하여 구하여진다.

$$\tilde{x}(kT) = \tilde{F}^{-1}[\tilde{X}(j\omega)] = \frac{1}{NT} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}(jn\Omega) e^{jkn\Omega T} \quad (2)$$

증명:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(kT) &= \frac{1}{NT} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}(jn\Omega) e^{jkn\Omega T} \\ &= \frac{1}{NT} \sum_{n=0}^{N-1} T \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}(mT) e^{-jmn\Omega T} e^{jkn\Omega T} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}(mT) e^{jn\Omega T(k-m)} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}(mT) \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(\frac{2\pi}{N})(k-m)} \\ &= \tilde{x}(kT) \end{aligned}$$

위의 증명에서 다음의 관계식이 이용되었다.

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(\frac{2\pi}{N})(k-m)} = \begin{cases} 0, & k \neq m \\ N, & k = m \end{cases} \quad \text{Q.E.D.}$$

정리2: 적당한 양의 실수 $\alpha, \beta, \epsilon_1, \epsilon_2$, 그리고 t_0

고 $x(t)$ 와 이의 푸리에 변환 $X(j\omega)$ 이 다음을 만족하면

$$|x(t)| \leq \epsilon_1 e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad t \geq t_0 \quad (3.1)$$

$$|X(j\omega)| \leq \epsilon_2 e^{-\beta(\omega-\omega_m)}, \quad \omega \geq \omega_m \quad (3.2)$$

다음의 관계식이 성립한다.

$$|X(j\omega) - \tilde{X}(j\omega)| \leq \epsilon_2 \{e^{-\beta\omega} + e^{\beta\omega}\} \left\{ \frac{e^{\beta\omega_m}}{e^{2\beta\omega_m} - 1} \right\} + T\epsilon_1 \frac{e^{\alpha T}}{e^{\alpha T} - 1}, \quad |\omega| \leq \omega_m \quad (4)$$

여기서 $|\cdot|$ 는 크기 (magnitude) 를 의미한다.

증명: $\omega_0 = 2\omega_m$ 라 하자. $|X(j\omega)| = |X(-j\omega)|$ 의 관계식이 성립하므로

$$\begin{aligned} &|X(j\omega) - \tilde{X}(j\omega)| \\ &\leq |X(j\omega) - T\tilde{X}(j\omega)| + |T\tilde{X}(j\omega) - \tilde{X}(j\omega)| \\ &= |X(j\omega) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\omega - n\omega_0)| \\ &+ T \left| \sum_{k=N}^{\infty} \tilde{x}(kT) (e^{-j\omega T}) \right| \\ &\leq \left| \sum_{n=1}^{\infty} X(j\omega - jn\omega_0) \right| + \left| \sum_{n=1}^{\infty} X(j\omega + jn\omega_0) \right| \\ &+ T \sum_{k=N}^{\infty} |\tilde{x}(kT)| \\ &\leq \epsilon_2 \{e^{-\beta\omega} + e^{\beta\omega}\} \{e^{-\beta\omega_m} + e^{-3\beta\omega_m} + e^{-5\beta\omega_m} + \dots\} \\ &+ T \sum_{k=N}^{\infty} \epsilon_1 e^{-\alpha(kT-NT)} \\ &= \epsilon_2 \{e^{-\beta\omega} + e^{\beta\omega}\} \left\{ \frac{e^{\beta\omega_m}}{e^{2\beta\omega_m} - 1} \right\} + T\epsilon_1 \frac{e^{\alpha T}}{e^{\alpha T} - 1}, \quad |\omega| \leq \omega_m \end{aligned} \quad \text{Q.E.D.}$$

정리 2의 수식 (4)는 $\epsilon_1, \epsilon_2, T$ 가 충분히 적고, NT 가 충분히 크면, $\tilde{X}(j\omega)$ 는 $X(j\omega)$ 와 매우 근사함을 보였다. 프로세스가 안정하면 이의 임펄스 응답과 주파수 응답은 (2)와 같은 관계를 가진다.

프로세스의 주파수 응답 $X(j\omega)$ 를 구하기가 매우 어려우므로 이의 근사인 $\tilde{X}(j\omega)$ 로써 프로세스를 모델링한다. 샘플링 시간 T 와 총 샘플링 시간 NT 의 선정은 매우 어려운 일이며, 하나의 기준은 프로세스의 사수시각이다 [9]

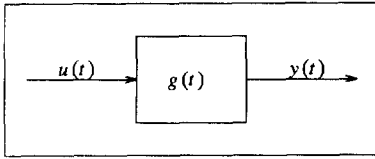


그림 1 SISO 시스템의 블록 다이어그램
Fig. 1 Block diagram of SISO system

스 응답 $g(t)$ 로 구성되어 있는 프로세스에서 $y(t) = g(t) * u(t)$, 즉 $G(j\omega) = Y(j\omega)/U(j\omega)$ 의 관계가 있다. 프로세스의 입력에 정현파 또는 임펄스 $\delta(t)$ 를 가하는 것은 바람직하지 않거나 매우 어려우므로, 크기 A , 폭 Δ 를 가지는 펄스를 가해 얻어지는 출력 $y(kT)$ 를 이용하여 수식(1)를 이용하여 주파수 응답 $\tilde{Y}(j\omega)$ 를 구한 후, $\tilde{G}(j\omega) = \tilde{Y}(j\omega)/U_s(j\omega)$ 를 이용하여 프로세스의 주파수 응답을 구한다. 여기서 구한 주파수 응답을 주파수 응답 데이터 모델이라 한다. 여기서, $U_s(j\omega) = A\Delta \exp(-j\omega\Delta/2) \text{sinc}(\omega\Delta/2)$ 이며, $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ 이다.

3. 동조 방법

각각의 부프로세스의 주파수 응답 데이터 모델을 위의 2장에서 기술한 방법으로 구할 수 있으므로, 이를 바탕으로한 동조방법을 제시한다. PID 제어기는 사용자 또는 이의 성질로 인하여 여러 구조를 가지며[9], 제시한 동조방법은 여러 구조의 제어기에 대하여 이를 (5)식의 변환형태로 바꾼 후, (6)식처럼 주파수 영역으로 변환하여 쉽게 적용할 수 있다. PID 제어기의 대표적인 구조는 다음과 같다.

$$u(t) = K_p [e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + \tau_D \frac{de(t)}{dt}] \quad (5)$$

여기서, $e(t)$ 는 오차, $u(t)$ 는 제어기의 출력, 즉 프로세스 입력을 나타낸다. 위의 수식에서 $\int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) d\tau \neq 0$ 임으로 제어기의 주파수 응답은

$$K(j\omega) = U(j\omega)/E(j\omega) = a + b\{1/(j\omega) + \pi\delta(\omega)\} + cj\omega \quad (6)$$

으로 표시된다. 여기서, $a = K_p$, $b = K_p/\tau_I$, $c = K_p\tau_D$ 이며, 다음의 관계식이 성립한다.

$$\partial K/\partial a = 1, \partial K/\partial b = 1/(j\omega) + \pi\delta(\omega), \partial K/\partial c = j\omega \quad (7)$$

위의 수식 (7)에서 보듯이, $\omega=0$ 일 때 $\partial K/\partial b$ 의

값을 구하는 것이 델타 함수가 있어 쉽지 않으므로, 본 논문에서는 $\Delta\omega$ 를 적게하여 $\omega=0$ 일 때와 $\omega=\Delta\omega$ 의 값이 같도록하였다.

일반적으로 m 개의 부프로세스, $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, 와 n 개의 PID 형태의 제어기, $\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 로써 구성되어 있는 다중루프 시스템의 주파수 응답은 적당한 함수 $f(\cdot)$

$$M(j\omega) = Y(j\omega)/R(j\omega) = f(K_1, K_2, \dots, K_n, G_1, G_2, \dots, G_m)$$

로써 주어진다. 여기서 $R(j\omega)$, $Y(j\omega)$ 는 각각 기준입력, 출력의 푸리에 변환이다.

동조의 최종목적은 페루프 주파수 응답 $M(j\omega)$ 의 계단입력 출력이 원하는 것이 되도록 제어기 $K_i(j\omega)$, $\{i=1, 2, \dots, n\}$ 을 결정하는 것이다. 여기서 $\tilde{G}_i(j\omega)$, $\{i=1, 2, \dots, m\}$ 를 2장의 방법으로 구하여, $\tilde{M}(j\omega)$ 를 구한다. 위의 동조방법으로는 기준입력과 동조되는 프로세스 출력간의 오차 제곱의 적분(ISE), 오차 제곱에 시간 비중을 둔 적분(ITSE)등으로 구할 수 있으나, 이의 방법은 동조후 원하는 사양을 만족하도록 동조하는 것이 매우 어렵다. 따라서, 동조후 원하는 사양을 간단한 형태의 기준 모델로써 변환하여, 이 기준모델과 동조되는 시스템과의 차의 제곱을 시간 비중을 두어 적분하는 다음의 형태를 성능지수로하였다.

$$J = \int_0^{t_0} t^n [\tilde{m}(t) - m(t)]^2 dt \quad (8)$$

여기서, 실수 값 n 은 시간 비중의 요소이며, $\tilde{m}(t)$ 는 기준모델, $m(t)$ 는 동조되는 시스템의 임펄스 응답이다. 또한 t_0 는 매우적은 ϵ_1 에 대하여 $|m(t)| \leq \epsilon_1$, $\{t \geq t_0\}$ 가 되도록하는 t_0 를 선택한다. 위의 수식(8)의 적분(integral)를 합(sum)으로 근사화하면

$$J = T \sum_{k=0}^{N-1} (kT)^n \{ \tilde{m}(kT) - \tilde{F}^{-1}[\tilde{M}(j\omega)] \}^2 \quad (9)$$

이되어, 시스템의 동조 문제가 위의 성능지수를 최소화 하는 문제로 치환되었다. 위의 수식은 비선형 수식이므로 비선형 수식을 최소화 하는 방법 [10, 11]을 사용하여 제어기상수를 구하였다. 비선형 수식의 최소화하는 방법에는 성능지수의 1차 미분값을 필요로하는 방법과, 이를 필요로하지 않는 방법이 있다. 다음 장의 예제를 통하여, 프로세스의 모델링 방법과 동조 방법을 자세히 기술하였다.

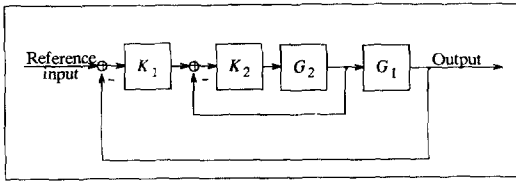


그림 2 다중루프 제어 시스템
Fig. 2 Multi-loop control system

4. 예 제

프로세스 1, 프로세스 2의 동특성과 기준 모델이 다음과 같이 주어진 그림 2의 종속제어 시스템의 동조를 고려하자.

프로세스 1 :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1.6 & -2.3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [3 \ 1 \ 0]x(t)$$

프로세스 2 :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \ 0]x(t)$$

기준 모델 :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \ 0]x(t)$$

위의 프로세스1, 2에 크기 $A=1$, 폭 $\Delta=1$ 의 펄스를 입력에 가해 샘플링 시간 $T=0.02$, 총 샘플링 시간 $NT=81.92$ 으로 얻어진 시간응답이 그림 3이다. 이를 이용하여 각주파수 $\Delta\omega = \pi/40.86$ 점에서의 주파수 응답 $\tilde{G}_1(j\omega)$, $\tilde{G}_2(j\omega)$ 를 구한 결과가 그림 4이다.

여기서, 샘플링 시간 T 와 총 샘플링 시간 NT 는 위의 두 프로세스의 상송시간 중에 적은 것의 수 $1/100$, 주파수 영역에서의 샘플링 주파수 $\Delta\omega$ 가 수 $1/100$ 이 되도록 정한 값이다. 제어기는 수식(5)의 전형적인 PID 형태라고하면, 그림 1의 시스템 폐루프 주파수 응답 $\tilde{M}(j\omega)$ 는

$$\tilde{M} = \tilde{G}_2 K_2 \tilde{G}_1 K_1 / \{1 + \tilde{G}_2 K_2 (1 + \tilde{G}_1 K_1)\}$$

로 주어지며, 다음의 관계식이 성립한다.

$$\frac{\partial \tilde{M}}{\partial K_1} = \tilde{G}_1 \tilde{G}_2 K_2 (1 + \tilde{G}_2 K_2) / \{1 + \tilde{G}_2 K_2 (1 + \tilde{G}_1 K_1)\}^2$$

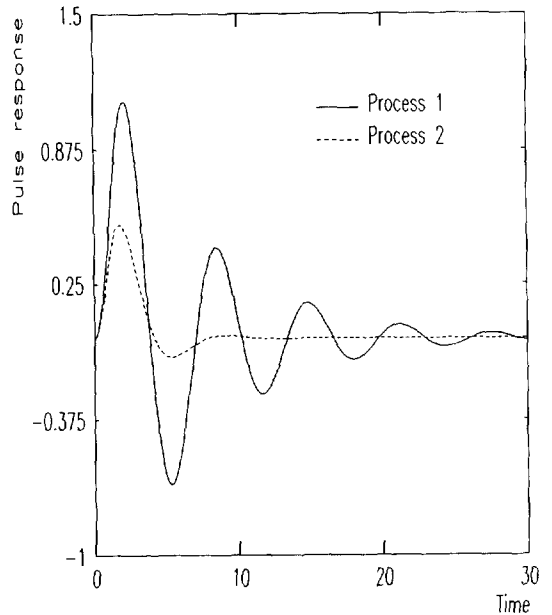


그림 3 프로세스의 펄스 응답($\Delta=1, A=1$)
Fig. 3 Pulse response of processes($\Delta=1, A=1$)

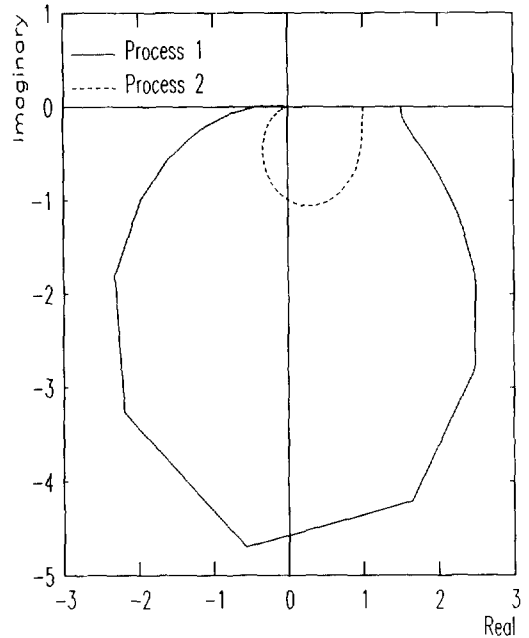


그림 4 프로세스의 확인된 주파수 응답
Fig. 4 Identified frequency response of processes

$$\frac{\partial \tilde{M}}{\partial K_2} = \tilde{G}_1 K_1 \tilde{G}_2 / \{1 + \tilde{G}_2 K_2 (1 + \tilde{G}_1 K_1)\}^2$$

또한, 성능지수와 그의 1차 미분은 다음으로 주어

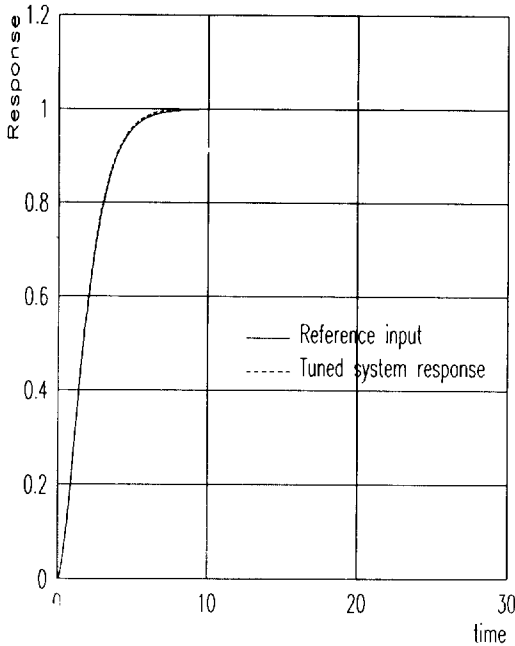


그림 5 동조된 시스템의 계단 응답
Fig. 5 Step response of tuned system

진다.

$$J = T \sum_{k=0}^{N-1} (kT)^n \{ \tilde{m}(kT) - \tilde{F}^{-1}[\tilde{M}] \}^2$$

$$\frac{\partial J}{\partial K_1} = T \sum_{k=0}^{N-1} (kT)^n \{ \tilde{m}(kT) - \tilde{F}^{-1}[\tilde{M}] \tilde{F}^{-1}[\frac{\partial \tilde{M}}{\partial K_1}] \}$$

$$\frac{\partial J}{\partial K_2} = T \sum_{k=0}^{N-1} (kT)^n \{ \tilde{m}(kT) - \tilde{F}^{-1}[\tilde{M}] \tilde{F}^{-1}[\frac{\partial \tilde{M}}{\partial K_2}] \}$$

위의 수식에서 $\tilde{F}^{-1}[\cdot]$ 는 수식 (2)를 이용하여 구한다.

동조 방법은 편미분의 성질을 이용하여 $\frac{\partial J}{\partial a_i} = (\frac{\partial J}{\partial K_i}) \cdot (\frac{\partial K_i}{\partial a_i})$, $\{i=1, 2\}$ 를 구한 후, 수식(7)를 이용하여 성능지수와 그의 1차미분을 먼저 구한다. 그 다음은 모든 제어기 상수가 0이 되지않는 초기값을 이용하여 비선형 프로그래밍 방법을 이용하여 성능지수 J 를 최소화하는 제어기 상수들을 구한다. 위의 수식에서 $a_i, b_i, c_i, \{i=1, 2\}$ 는 각 PID제어기 K_1, K_2 의 내부 상수이다. 수식(9)를 최소화하는 제어기 상수를 초기값, $a_1=0.5, b_1=0.5, c_1=0.5, a_2=0.5, b_2=0.5, c_2=0.5$, 시간 비중 상수 $n=1$ 로 하여,

Conjugate-gradient 방법을 이용하여, $a_1=0.142853, b_1=0.336635, c_1=0.455192, a_2=0.597265, b_2=2.04406, c_2=2.05052$ 를 얻었다. 이의 동조 후 계단응답이 그림 5이다.

또한 위의 성능지수 또는 1차 미분값의 계산에서 시간비중상수 n 이 결정되면 Parseval[8] 정리와 푸리에 변환 성질을 이용하면 주파수 영역에서 위의 계산을 쉽게할 수 있으며, 초기치는 모든 제어기 상수가 0이 아닌 값을 취하면 된다.

5. 결 론

각 부프로세스의 성질에 의해 단일 루프 형태가 아닌 다중루프 형태로 구성되어 제어되는 단일 입력 단일 출력 시스템의 자동동조 방법이 제시되었다. 본 논문에서는 많은 부프로세스를 전달함수 또는 상태방정식으로 모델링하지않고, 주파수 응답데이터 모델로써 프로세스의 특성을 알아내어, 기준모델과 동조하고 있는 프로세스간의 차의 제곱에 시간비중을 두어 적분한 것을 성능지수로 하여, 이 성능지수를 최소화하도록 하는 PID 제어기 파라미터를 구하였다. 이의 방법은 동조시 프로세스의 특성을 빨리, 쉽게 알 수 있으며, 동조 시 기준모델을 설정하여 동조함으로써, 동조후의 시간특성을 쉽게 바꿀 수 있다. 이의 방법은 단일 루프의 경우에도 쉽게 적용할 수 있으며[12], 프로세스의 특성이 변하거나, 프로세스 응답특성을 바꾸고자할 때 매우 유용하다. 끝으로, 제시한 방법에서는 강인성(robustness)과 비선형의 경우는 고려하지 못하였으므로, 강인성의 해석과 불안정(unstable)한 시스템, 비선형 시스템의 자동동조 방법이 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] C. Zervos, P.R. Belanger and G.A. Dumont, "On PID controller tuning using orthonormal series identification", Automatica, 24, 165-175, 1988.
- [2] F.G. Shinskey, "Process control systems", McGraw-Hill, 1979.
- [3] J.G. Ziegler and N.B. Nichols, "Optimum setting for PID controllers", Trans, ASME, 64, 759-768, 1942
- [4] K.J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifica-

- tions on phase and amplitude margins", *Automatica*, 20, 645-651, 1981.
- [5] G.H. Cohen and G.A. Coon, "Theoretical investigation of retarded control", *Trans, ASME*, 75, 1953.
- [6] M. Yuwana and D. Seborg, "A new method for on line controller tuning", *AIChEJ.*, 28, 434-440, 1982.
- [7] B.C. Kuo, "Automatic control", Prentice Hall, 1982.
- [8] R.A. Gabel and R.A. Roberts, "Signals and linear systems", John Willey and Sons, 1980.
- [9] K.J. Astrom and B. Wittenmark, "Computer controlled systems: Theory and Design", Prentice-Hall, 1984.
- [10] D.G. Luenberger, "Linear and nonlinear programming", Addison and Wesley, 1984.
- [11] D.G. Luenberger, "Optimization by vector space method", John Willey and Sons, 1969.
- [12] 김진훈, "다중 루프 PID 제어기의 자동 동조", KAIST 석사 논문, 1989.
-