

시변 지연시간이 존재하는 시스템의 자기동조 PID제어

Self-Tuning PID Control of Systems with Time-Varying Delays

南 炫 道* · 安 東 俊**
(Hyun-Do Nam · Dong-Jun Ahn)

요 약

시변 지연시간이 존재하는 미지의 시스템을 제어하기 위한 PID제어기구조를 가지는 자기 동조 제어기를 제안하였다. 제어기는 극배치 방정식을 응용하여 지연시간이 d 인 일반적인 경우로 유도하였으며, 시변인 지연시간은 다중 예측자를 이용한 예측 오차 추정기법으로 추정하여 추정 알고리즘의 파라미터 벡터의 차원을 증가시키지않음으로써 제어 입력의 지속 여기조건을 완화시켰다. 또한 유색 잡음이 존재할 때 최소자승법은 편향특성을 보이므로 순환 기구 변수법으로 파라미터 벡터를 비편향되게 추정하였다. 제안된 방법은 기존의 적응 제어방식보다 계산량이 개선되며 계산기 시뮬레이션을 통하여 제안한 적응 제어기가 원하는 특성을 가짐을 보였다.

Abstract- In this paper, we propose a self-tuning PID controller for unknown systems with time-varying delay. Using pole placement equations, we derive the controller that can be extended to the multi-step time delay case. The time-varying delays are estimated by a prediction error delay method using multiple predictors. Since the order of the estimation vector is not increased, the persistent exciting condition of control input is alleviated. Since the least square method gives biased parameter estimates for colored noise cases, the recursive instrumental variable method is used to estimate system parameters. The computational burden of the proposed method is less than the conventional adaptive methods. Computer simulations are performed to illustrate the efficiency of the proposed method.

1. 서 론

PID 제어기는 제어기 구조가 비교적 간단하고

*正 會 員 : 檀國大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博
 **正 會 員 : 檀國大 工大 電氣工學科 博士課程
 接 受 日 字 : 1989年 6月 24日
 1 次 修 正 : 1990年 1月 19日
 2 次 修 正 : 1990年 2月 27日

구현하기 용이하며 시스템이 장시간 지연이나 심한 비선형 특성을 갖지 않는다면 거의 제어목적을 달성할 수 있다는 이점과 1970년대 초반 마이크로 프로세서가 등장함으로써 직접 디지털 제어(Direct Digital Control)가 가능하게 되어 다양한 용도(특히 프로세스 제어)에 광범위하게 사용되어 왔다. 그런데 제어대상 시스템의 파라미터가 미지

이거나 시변인 경우 온-라인으로 PID 파라미터를 조정 또는 재조정하는 것이 매우 어렵게 되어 제안된 것이 자기 동조 PID 제어기이다. 자기 동조형 적응제어기는 1973년 Åström과 Wittenmark[1]가 최소분산제어와 최소자승추정자를 조합하여 제시한 것이 시초이며, 이후 기준입력이 있는 일반화된 적응제어기를 Clarke와 Gathrop[2]이 제시하였고 페루우프의 특성근이 안정영역에 놓이도록 하는 극, 영점 지정 자기동조 제어기가 Åström과 Wittenmark[3]에 의해 제시되었다. 그리고 Ortega와 Kelly, Camron과 Scborg 등이 PID 구조를 가지는 자기동조 제어기를 제안하였고 [4, 5] Goodwin과 Sin[6]이 극부적인 수렴 특성을 갖는 극배치 적응제어기를 제안한 바 있다. 그러나 적응제어 기법을 도입하여도 적응제어를 하기 위해 필요한 여러가지 전체 조건을 만족해야하기 때문에 이 전체 조건을 만족하기 위한 적응제어기의 강인성 개선에 연구 초점이 모아져 있다. 그 중에서 연속계를 표본화하여 이산계로 변환할 때 생기는 시스템의 지연시간은 보통 상수이며 알고있다고 가정하지만 실제로는 미지이거나 시변인 경우가 많으며 이것을 제대로 보상하지 않으면 제어 목적을 달성할 수 없기 때문에 이에 대한 보상 방법으로 외재적인 기법과 내재적인 기법들이 제안되었다[7, 8]

이들 방법은 시스템 파라미터 추정 알고리즘의 파라미터 벡터의 차원을 최대 변화 지연시간까지 확장하기 때문에 계산량이 증가하고 추정 파라미터의 수렴 속도가 늦어지며 제어 입력의 지속 여기 조건을 만족하기 어렵게 되어 결국 제어 특성을 악화시키게 된다. 따라서 추정될 파라미터 벡터의 차원을 증가시키지 않으며 지속 여기 조건을 완화시켜 주는 내재적인 방법으로 김[9]이 제안한 다중 예측자를 이용하여 예측 오차가 최소가 되는 것을 실제의 지연시간으로 정하는 기법이 매우 효과적이다. 본 논문에서는 자기동조 PID 제어기의 구조를 지연시간이 d 인 일반적인 경우로 확장하였고 또한 유색 잡음으로 인하여 추정되는 시스템의 파라미터가 편향되는 것을 순환기변수법을 채택하여 방지하고 시변인 지연시간을 다중 예측자를 이용하여 추정함으로써 시변 지연시간을 가지는 미지의 시스템에 대한 자기동조 PID 제어기를 제안하고자 한다.

2. 자기 동조 PID 제어기

제어대상 시스템은 (1)식과 같은 ARMAX모델

로 모델링된다고 가정한다.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})w(t) \quad (1)$$

단,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_lq^{-l}$$

d : 지연시간, $y(t)$: 시스템 출력

$u(t)$: 제어입력, $w(t)$: 백색 잡음(white gaussian)

여기서 다항식 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 의 계수들은 미지이고 지연시간 d 는 미지이거나 시변이다. PID제어기는 1) 표준제어기 2) 출력의 미분제어기 3) 기준입력이 적분항에만 포함되는 제어기 4) 진상회로가 달린 제어기등 4가지로 분류할 수 있으며[10] 이 중에서 기준입력이 적분항에만 포함되는 제어기가 페루우프를 구성할때 여분의 영점이 도입되지 않으며 기준 입력의 변화나 시스템 파라미터의 변화등 여러가지 면에서 가장 안정한 특성을 보인다[11] Ortega와 Kelly가 제시한 기준 입력이 적분항에만 포함되는 PID제어기에 잡음항을 추가한 블록 선도는 그림 1과 같다.

그림 1의 블록 선도를 전달함수 꼴로 나타내면 전체 페루우프 시스템은 (2)식과 같이 된다.

$$y(t) = \frac{\alpha q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})M(q^{-1})}U_m(t) + \frac{S(q^{-1})C(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})M(q^{-1})}w(t) \quad (2)$$

단, $M(q^{-1}) = R(q^{-1}) + \alpha$

이때의 제어입력은

$$S(q^{-1})u(t) = \alpha e(t) - R(q^{-1})y(t) \quad (3)$$

(2)식에서 우변의 분모항은 전체 페루우프 시스템의 특성 방정식을 나타내므로 monic인 안정한 다항식 $C_p(q^{-1})$ 로 놓으면 $C_p(q^{-1})$ 의 근은원하는 페루우프의 극을 나타낸다, 즉 $S(q^{-1})$ 과 $M(q^{-1})$ 을 임의로 조정함으로써, 페루우프의 시스템의 극

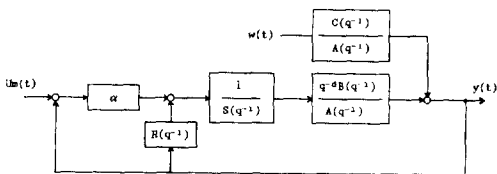


그림 1 기준입력이 적분항에만 포함되는 PID제어기

Fig. 1 Set-point-only-I PID controller

을 원하는 대로 재배치시킬 수 있다.

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})M(q^{-1}) = C_p(q^{-1}) \quad (4)$$

단,

$$C_p(q^{-1}) = 1 + c_1 \cdot q^{-1} + \dots + c_p \cdot q^{-p}$$

$$\deg[S(q^{-1})] = \deg[B(q^{-1})] + d - 1$$

$$\deg[M(q^{-1})] = \max\{\deg[A(q^{-1})], \deg$$

$$[C_p(q^{-1})] - \deg[B(q^{-1})] - d\}$$

(4)식의 극배치 방정식의 해가 유일하게 존재할 조건은 1) $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ 은 서로소(Coprime)이다. 2) 다항식 $C_p(q^{-1})$ 의 차수는 $A(q^{-1})$ 의 차수와 $B(q^{-1})$ 의 차수 그리고 지연시간을 더한 것과 같다. 3) 다항식 $B(q^{-1})$ 는 $q=1$ 인 근을 가질 수 없다 1), 2)는 일반적인 극배치 방정식의 해의 조건이고 3) 조건은 다항식 $S(q^{-1})$ 에 적분기를 달아 정상상태 오차를 제거하는 $(1-q^{-1})$ 항을 포함하고 있기 때문이다. 제어기 다항식 $S(q^{-1})$, $M(q^{-1})$ 을 구하는 방법은 여러가지가 있으나 본 논문에서는 편의상 극배치 방정식의 Sylvester행렬처럼 표현하여 행렬식을 지연시간이 d 인 일반적인 경우로 표현하면 (5)식과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & a_1-1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_2-a_1 & a_1-1 & \cdot & \cdot \\ b_0 & \cdot & a_2-a_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_1-1 \\ \cdot & a_n-a_n-1 & \cdot & \cdot & a_2-a_1 \\ b_m & -a_n & a_n-a_n-1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -a_n & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_n-a_n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & -a_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_1-b_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_m-b_m-1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -b_m & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ s_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{ns} \\ r_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1+1-a_1 \\ c_2+a_1-a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n+a_n \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_p \end{bmatrix} \quad (5)$$

(2)식과 (3)식은 다항식 $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, d 의 계수를 알아야 구할 수 있으므로 이를 추정하기 위해 최소 자승법을 사용하여 추정하는 것이 일반적이나 시스템이 잡음과 연관되어 있으므로 추정된 파라미터가 편향되게 되어 있어 순환 기구변수법(Recursive Instrumental Variable method:RIV)을 채택하여 정확한 파라미터를 추정한다. 먼저 시스템을 회귀 벡터형태로 표현하면

$$y(t) = \phi(t)' \theta \quad (6)$$

단,

$$\begin{aligned} \theta^t &= [a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m] \\ \phi(t)^t &= [-y(t-1), \dots, -y(t-n), \\ & \quad u(t-d), \dots, u(t-d-m)] \end{aligned}$$

시스템 파라미터를 추정하기 위한 순환 기구변수법의 알고리즘은 (7)식과 같다.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)[y(t) - \phi(t)^t \hat{\theta}(t-1)] \quad (7)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)\delta(t)}{\alpha(t) + \phi(t)P(t-1)\delta(t)}$$

$$P(t) = \alpha(t)[P(t-1) - \frac{P(t-1)\delta(t)\phi^T(t)P(t-1)}{\alpha(t)\phi^T(t)P(t-1)\delta(t)}]$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \alpha(t-1) + (1 - \alpha_0)$$

$$\alpha(0) = 0.95, \alpha_0 = 0.99$$

여기서 $\delta(t)$ 는 기구 변수이며 보통 다음과 같이 선택하는 것이 일반적이다.

$$\begin{aligned} \delta^T(t) &= [-y_m(t-1), \dots, -y_m(t-n), \\ & \quad u(t-\hat{d}), \dots, u(t-\hat{d}-m)] \\ y_m(t) &= -\hat{a}_1 y_m(t-1) - \dots - \hat{a}_n y_m(t-n) + \\ & \quad b_{0u}(t-\hat{d}) + \dots + b_{mu}(t-\hat{d}-m) \end{aligned}$$

그리고 $\alpha(t)$ 는 망각 인수(forgetting factor)이고 시변 지연시간의 추정 알고리즘의 빠른 지연시간 추정을 하게 된다. \hat{d} 는 3장의 시변 지연시간 추정기법에 의해 추정된다.

3. 시변 지연시간의 추정

지연시간 추정 알고리즘의 대부분은 [7, 8] 시스템 파라미터벡터의 차원을 $[a_1, \dots, a_n, 0, \dots, 0, b_1, \dots, b_m]$ 으로 하여 파라미터 벡터의 차원이 증가하므로

순환 최소 자승법으로 파라미터를 추정할때의 계산량은 $(n+dmax+m)^2$ 에 해당하는 계산량을 필요로 하여 $dmax$ 가 커질때 이에 따른 여러가지 문제(계산량 증가, 제어 특성 악화, 지속 여기조건 불만족)를 발생시키게 된다.

따라서 본 논문에서는 파라미터벡터를 $[a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m]$ 으로하여 시변 지연시간에 관계없이 차원을 고정하여 필요한 계산량이 $(n+m)^2$ 에 예측자의 계산량(지연시간 추정 알고리즘)이 되도록 하여 지연시간이 큰 경우에 효과적인 김[9]이 제안한 지연시간의 추정기법을 채택하였다. 이것은 지연시간의 최대변화 범위를 고려하여 각각의 지연시간마다 간접 예측자를 구성하고 예측오차가 최소가 되는 예측자의 지연시간은 실제 시스템의 지연 시간으로 하는 것으로 지연시간의 추정 오차가 예측오차의 크기를 지배하게 된다. 실제의 지연시간은 $d_o = d + \hat{d}$ 이라고 하면 의미를 가지는 예측자는 $y(t|t-d_o)$ 이다. 이때의 예측 오차는

$$e(t, d_o) = y(t) - y(t|t-d_o) \quad (8)$$

프로세스를 시간-평균(Time Average)으로 근사시키면

$$E[e^2(t, d_o)] = \frac{1}{N} \sum_{i=t}^{t+N-1} e^2(i, d_o) \quad (9)$$

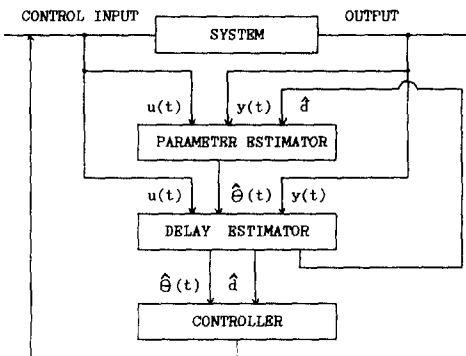


그림 2 자기동조 PID 제어기와 지연시간 추정기의 조합

Fig. 2 Combination of self-tuning PID controller and delay estimator

d_o 의 추정값은 (10)식에 의해 결정된다.

$$\hat{d}_o = \min_{d_o} \{E[e^2(t, d_o)]\} \quad (10)$$

시변 지연시간의 추정 알고리즘은 다음과 같다.

- i) 초기 지연시간 d_o' 를 off-line으로 결정
- ii) $d = d_o'$ 일때 순환 기구 변수법으로 계수 추정
- iii) $dmin < d_o < dmax$ 인 각각의 d_o 에 대하여 간접 예측자들을 구성

$$iv) E[e^2(t, d_o)] = \frac{1}{N} \sum_{i=t}^{t+N-1} e^2(i, d_o)$$

$$v) \hat{d}_o = \min\{d_o E[e^2(t, d_o)]\} \quad vi) d_o' = \hat{d}_o$$

여기서 N 의 값은 다항식의 $A(q^{-1})$ 의 차수와 $B(q^{-1})$ 의 차수를 합한 것에 3-4배 정도가 적당하다.

지연시간 추정기와 자기 동조 PID제어기를 조합

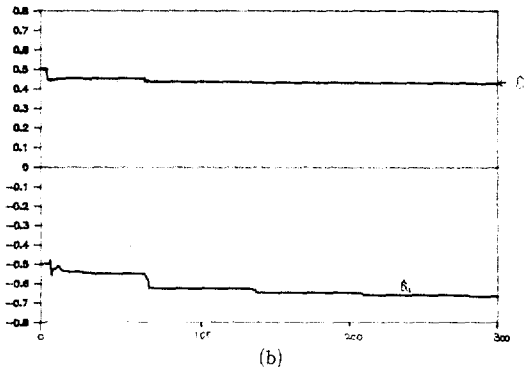
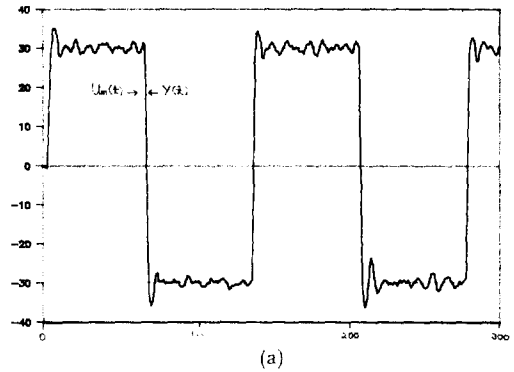


그림 3 RIV를 이용한 지연시간이 4인 경우의 자기 동조 PID제어 (신호대 잡음비: 25dB)
(a) 시스템 출력

Fig. 3 Self-tuning PID control for 4step delay using RIV (S/N ratio:25dB)
(a) system output
(b) estimated system parameter

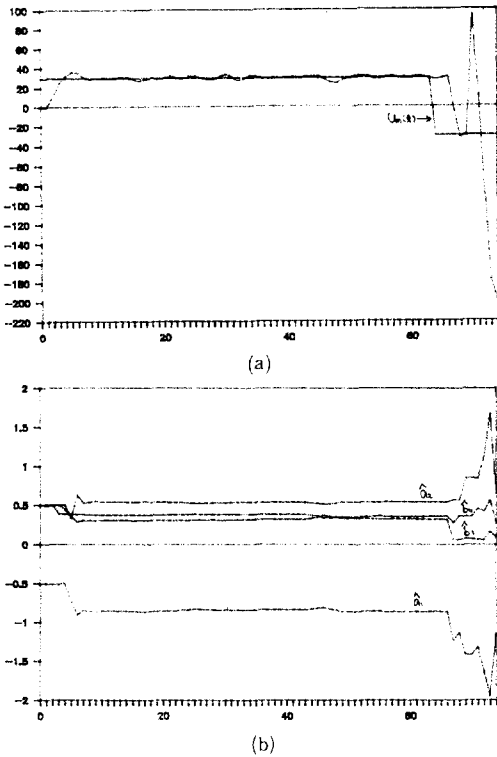


그림 4 시변 지연시간을 추정하지 않은 자기 동조 PID제어(신호대 잡음비 : 25dB, 초기 지연시간 : 2)
 (a) 시스템 출력
 (b) 추정된 시스템 파라미터

Fig. 4 Self-tuning PID control not estimating time varying delays (S/N ratio:25dB, initial time delay:2)
 (a) system output
 (b) estimated system paramatar

한 전체적인 블록선도를 나타내면 그림 2와 같다.

4. 시뮬레이션 및 검토

2장과 3장에서 설계한 자기동조 PID제어기와 지연시간 추정 알고리즘의 출력 응답 특성을 알아보기 위해 ARMAX 모델로 모델링되는 시스템의 계수가 (11)식과 같이 2차로 된다고 가정하고 계산기 시뮬레이션을 행하였다.

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.857q^{-1} + 0.548q^{-2} \quad (11.1)$$

$$B(q^{-1}) = (0.381 + 0.31q^{-1}) \quad (11.2)$$

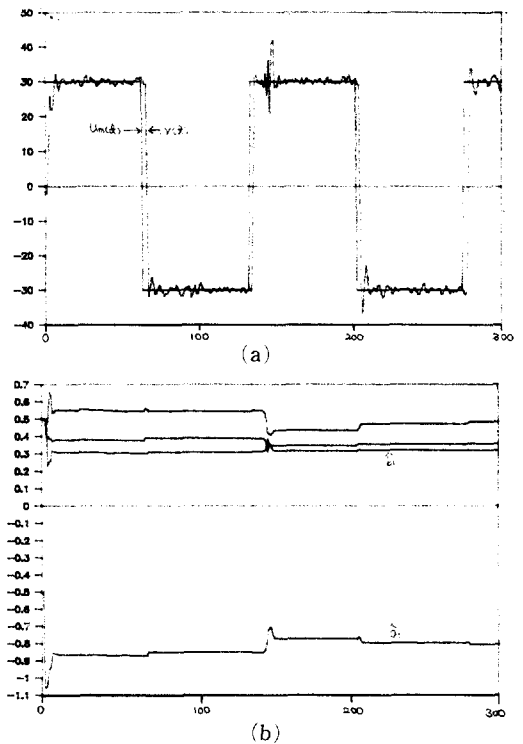
$$C(q^{-1}) = 1 - 0.102q^{-1} + 0.173q^{-2} \quad (11.3)$$

$$d = 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \text{ (50 step 마다 변동)} \quad (11.4)$$

계산기는 IBM-PC/AT 컴퓨터로 하였고 프로그램 수행 step은 300step으로 그리고 페루우프 특성 방정식을 1로 하는 dead beat제어로, 시스템 파라미터 초기치는 $a_1 = -0.5$, $a_2 = 0.5$, $b_0 = 0.5$, $b_1 = 0.5$ 로 선정하였다. 그림 3은 유색잡음이 존재하는 자연시간이 4인 시스템의 자기 동조 PID제어기의 제어 특성을 보인 것이고 그림 4는 지연시간을 보상하지 않는 경우 지연시간이 변할때 제어계가 깨지는 것을 보인것이다. 그림 5는 유색잡음이 존재하는 시스템에서 지연 시간추정과 자기 동조 PID제어를 행한 것을 나타낸것이다. (b)그림은 (12)식과 같은 정규 오차 (normalized error: NE)를 이용하여 추정오차를 관찰한 것이다.

$$NE = \frac{\|\theta - \hat{\theta}(t-1)\|}{\|\theta\|} \quad (12)$$

그림 3. (a)를 보면 지연시간 만큼의 지연을 가지며 출력이 기준 신호를 추적하고 있으며, 그림 5에서는 추정된 파라미터의 변동이 지연 시간의 추정 정확도를 좌우하게 되고 이 정확도에 따라 전체 시스템에 큰 영향을 주게 됨을 알 수 있다. 따라서 가장 중요한 관건은 시스템 파라미터 벡터의 정확한 추정이 된다.



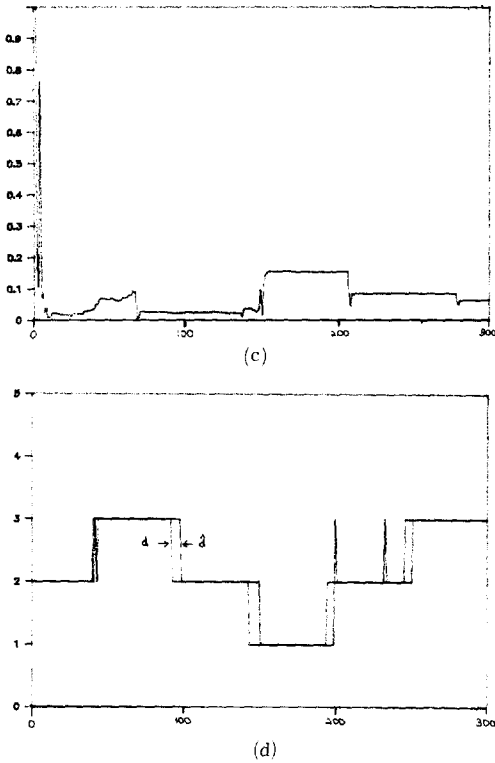


그림 5 RIV를 이용한 시변 지연시간 추정과 자기 동조 PID제어(신호대 잡음비 : 25dB)
 (a) 시스템 출력
 (b) 정규오차
 (c) 추정된 시스템 파라미터
 (d) 추정된 지연시간

Fig. 5 Estimation of time varying delays & self-tuning PID control using RIV (S/N ratio: 25dB)
 (a) system output
 (b) normalized error
 (c) estimated system parameter
 (d) estimated time delay

5. 결 론

ARMAX모델로 모델링되는 시변지연시간을 가지는 확률 이산계에서 기준입력이 적분항에만 포함되는 PID제어기 구조를 가지는 간접 극 배치 자기동조 PID제어기를 시스템의 지연시간이 시변인 경우로 확장하여 간접 예측자들을 구성하고 지연시간을 추정하는 지연시간 추정기를 도입하여 전체적으로 시변 지연 시간을 가지는 미지의 시스템을 제어할 수 있는 적응 제어기를 제안하였다. 시

스템 파라미터 추정 알고리즘으로 순환 최소 자승법을 이용하여 추정하는 것이 일반적이나, 유색잡음이 존재하여 추정된 파라미터가 편향되게 되므로 비편향 특성을 가지는 순환 기구 변수법으로 비편향된 시스템 파라미터를 추정하고 추정된 시스템 파라미터로 극배치 방정식을 이용하여 전체 페루우프 시스템의 극점을 원하는 위치에 있게 하는 제어기 다항식을 구하였다. 시변 지연시간은 다중 예측자를 만들어 예측 오차를 최소가 되는 것을 실제의 지연시간으로 하고 추정 알고리즘의 파라미터 벡터의 차원을 증가시키지 않음으로써 계산량의 절감과 제어입력의 지속 여기조건을 완화시켰다. 향후 연구되어야 할 과제는 지연시간과 시스템 파라미터가 동시에 변화할때 생기는 지연시간 추정 문제이다.

참 고 문 헌

- [1] K.J. Åström & B. Wittenmark, "On Self-Tuning Regulators." Automatica, Mar. 1973.
- [2] D.W. Clarke & Gawthrop, "Self-tuning controller." Proc., IEE vol. 122, pp.929-934, 1979
- [3] K.J. Åström & B. Wittenmark, "Self-Tuning Controllers Based on Pole-Zero Placement." IEE Proc., vol. 127, no. 3, 1980.
- [4] R. Ortega & R. Kelly, "PID Self-tuners:Some Theoretical and Practical Aspects." IEEE Trans., Ind., Elec., vol. IE-31, no. 4, Nov. 1984.
- [5] F. Cameron & D.E. Seborg, "A Self-tuning Controller with a PID Structure." Int. J. Contr vol. 38, no. 2, 1983.
- [6] G.C. Goodwin & K.S. Sin, "Adaptive control of nonminimum phase systems." IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-26, no. 2 Apr. 1981
- [7] K.Y. Wong & M.M. Beyoumi, "A Self-Tuning Control Algorithm with Unknown Delay." IFAC Identification and system Parameter Estimation., 1982, Washington D.C.
- [8] H. Kurz & W. Geodecke, "Digital Parameter Control of Process with Unknown Dead Time." Automatica, vol. 17, no. 1, 1981.
- [9] 김영철, 김국현, 정찬수, 양홍석, "시변 지연시간을 가지는 이산형 프로세스의 적응제어." 전기학회논문지, 35권, 11호, 1986.
- [10] K.J. Åström & B. Wittenmark, Computer

Controlled Systems Theory and Design.
Prentice Hall, Inc., 1984.

[11] 김종환, "비최소위상 시스템에 대한 직접 극

배치 PID자기 동조기 및 적응제어기에 관한
연구."박사 학위 논문, 서울대, 1987. 8.
