

가법적 중복 적응 제어를 이용한 신뢰성 제어 시스템에 관한 연구

A Study on Reliable Control System Using an Additive Redundant Adaptive Controller

趙 瑛 朝* · 金 光 培** · 卞 增 男***
(Young-Jo Cho · Kwang-Bae Kim · Zeungnam Bien)

요 약

제어 시스템의 신뢰성을 향상시키는 한 방법으로 전형적인 궤환 제어기와 가법적 중복 적응 제어기로 이루어지는 다중 제어기 구조를 제안한다. 다중 제어기 시스템의 주제어기가 입출력 변수를 이용한 극점 할당 제어기로 주어지고 중복 제어기가 플랜트와 주제어기로 이루어지는 페루프 시스템을 기준 모델로 갖는 모델 기준 적응 제어기로 선택될 경우, 제어기 중의 하나에서 고장이 일어나거나 플랜트의 파라미터가 변화하더라도 플랜트 출력이 명령 입력을 추적한다. 또한, 이러한 다중 제어기 시스템은 주 제어기만을 갖는 단일 제어기 시스템에서보다 평균 수명의 관점에서 신뢰도가 더 높다는 사실도 입증된다. 다중 제어기 시스템의 제어기 고장에 따른 신뢰성 있는 동작은 시뮬레이션 예를 통해 규명하도록 한다.

Abstract- A multiple controller structure consisting of a typical feedback controller and an additive redundant controller is proposed for enhancing the reliability of the control system. For the case where the main controller is chosen as a pole assignment controller with input/output measurements and the redundant controller as the Model Reference Adaptive Controller (MRAC) whose reference model is the closed-loop combination of the plant and the main controller, it is proven that the tracking error between the command input and plant output converges to zero under failure in one of the controllers or parameter perturbations of the plant, and further that the reliability measured by Mean Time To Failure (MTTF) is greater than that of the system with only a single main controller. A simulation example is provided to illustrate reliable operation of the proposed control system against the controller failure.

1. 서 론

최근 다양한 산업 공정들에 적용되는 제어 시스템을 설계하는 데 있어서 가장 필수적인 고려사항 중의 하나로 인식되고 있는 문제는 제어 시스템의 신뢰성이다. 이는 제어 시스템의 낮은 신뢰도로 인하여 경제적 사회적 손실이나 더 나아가서는 인명의 손상까지도 초래할 수 있다는 점에 대한 인식에서 비롯된다. 제어 시스템에서는 어떤 부품이 고장나면 그 부품 뿐만 아니라 이를 포함하는 제어 루프는 물론 전체 제어 시스템까지도 고장나는 수가 많다. 예를들어, 국내 화력 발전소의 제어 시스템에서 수백개의 전자 제어 모듈중 한 모듈 안에 있는 부품의 고장으로 인해 발전소의 트립(trip)이 일어나는 사례가 이따금 존재한다. 이러한 트립 사고는 사고시의 급격한 전력 부하의 변동과 재 가동을 위한 급수 및 고장 회복 작업 등으로 많은 경제적 사회적 손실을 가져오게 된다. 따라서, 제어 시스템은 감지기(sensor), 구동기(actuator), 제어 모듈 등의 구성요소에 고장이 발생하여도 가능한 대로 전체 제어 시스템의 운전을 중단시키지 않고 본래의 제어 기능을 원활히 수행하도록 설계되어야 할 필요성이 있다.

제어 시스템의 신뢰도를 높이기 위해서는 통상 제어 시스템 내에 중복 구조의 부시스템(subsystem)을 첨가는 방법이 채택되고 있는데, 그 구성요소 중 특히 제어기는 시스템의 동작 특성에 가장 큰 영향을 미친다는 점에서 제어기 부분을 하나의 부시스템화하여 중복 구조를 구성하는 것은 신뢰도 향상의 측면에서 매우 중요한 일로 여겨진다. 이렇게 제어기가 중복 구조로 구성된 다중 제어기 시스템(multiple controller system)은 중복 구조의 사용방식에 따라 능동 중복(active redundancy)구조와 수동중복(passive redundancy)구조로 크게 구분된다. [1]

능동 중복구조는 보통 백업(back-up) 제어기를 이용하여 주 제어기(main controller)에서 고장이 발생할 때 주 제어기의 기능을 대신하게 한다 [2] [3] 이 구조는 기본적으로 주 제어기의 고장이 신속 정확하게 탐지되고, 이때의 정보가 백업 제

어기로 제대로 전달되어야 한다는 가정이 있다. 또한, 고장 진단 및 재구성 장치가 매우 복잡하여 전체 시스템의 신뢰도를 떨어뜨리는 효과를 가져올 수 있기 때문에 실제적인 설계에서 바람직한 구조는 아니다. 한편, 수동 중복 구조는 정상 동작시 두개의 제어기가 주어진 플랜트를 협동하여 동시에 제어하다가 그중 한 제어기에서 고장이 일어나더라도 다른 한 제어기에 의해 원하는 제어 성능이 유지되도록 설계된 구조이다. 따라서, 제어기 설계과정이 복잡할 수는 있어도 복잡한 고장 진단 및 재구성 장치가 필요없으므로 신뢰도 감소의 효과가 능동 중복구조에서 보다 적다.

수동 중복 구조의 한 형태로 플랜트의 입력단에서 다중 제어기들의 출력을 가산기(adder)를 사용하여 더해주는 다중 제어기 구조는 Siljak에 의해 처음 소개되었는데[4], 제어 시스템의 매우 간단한 수동 중복 구조를 획기적으로 제시하고 정량적인 신뢰도 향상 효과도 분석하였지만, 대규모 시스템의 비집중 제어 방식의 한 형태인 중복 분해(overlapping decomposition)의 개념을 기초로 하기 때문에 간단한 플랜트에 적용하기 어렵고, 제어 성능이 시스템 안정화에만 국한되며, 제어기의 고장도 그 출력 값이 입력에 관계없이 영으로 된다고 가정하여 실제 적용하기 어렵다. 뒤이어서 Siljak[5], Ladde와 Siljak[6], Mariton과 Bertrand[7]는 같은 구조의 중복 제어기를 갖는 제어 시스템을 기초로 동신뢰도(dynamic reliability) 문제를 설정하고 확률적 안정성의 개념에서 안정화에 대한 충분 조건을 제시하였는데, 전술한 Siljak의 결과에서의 문제점을 개선시키지는 못하였다. 한편, Vidyasagar와 Viswanadham은 여러 플랜트 구조에 대한 동시 안정화 문제[8]를 수동 중복 구조의 안정화 문제로 수정 보완하여 신뢰 안정화 문제(Reliable Stabilization Problem)를 제시하고 이를 위한 충분 조건도 아울러 제시하였다[1][9]. 이들의 방법은 이전의 상태 변수 측정 방식을 입출력 측정 방식으로 바꾸어 실제적인 문제에 어느 정도 접근하였으나, 제어 시스템의 안정화 문제에만 치중하여 플랜트의 파라미터 변화에 대한 대응이나 설정치 추적성에 대한 고려가 부족하였다.

전술한 두가지 형태의 수동 중복 구조에 대한 제약 조건을 효과적으로 개선한 한 방법으로, 주어진 단일 제어기 시스템에 적용제어 방식을 사용하는 가법적 중복 제어기를 간단히 추가하여 제어기의 고장 뿐만 아니라 플랜트의 파라미터 변화에 대하여도 안정성과 설정치 추적성을 유지시키는

*正 會 員 : 韓國科學技術研究院 制御시스템研究室
先任研究院·工博

**正 會 員 : 韓國科學技術研究院 制御시스템研究室
責任研究院

***正 會 員 : 韓國科學技術研究院 電氣電子工學科 教授·
工博

接受日字 : 1989年 10月 16日

1次修正 : 1990年 1月 11日

신뢰성있는 제어 시스템이 최근에 제안된 바 있다 [10·11]. 그러나, 이 논문에서는 상태 변수가 모두 측정 가능하다고 가정하고, 중복 제어기의 고장에 대한 가정도 입력에 관계없는 영 출력으로 제한하였으므로, 실제적인 구현에 어려움이 있다. 본 논문에서는 전술한 바의 가법적 중복 적응제어기를 사용하되, 입력력 변수를 이용하는 다중 제어기 구조를 제안하고, 제어기 고장에 제어기는 입력에 무관한 일정값의 제어기 출력을 내보낸다고 가정하여 더욱 실제적인 문제에 접근하고자 한다. 아울러, 제어 시스템의 구성 요소에 대한 고장 유무에 따른 전체 제어 시스템의 동작 변화를 수학적으로 묘사하여 제어기의 고장과 플랜트 파라미터의 불확실성에 대해서도 출력이 설정치 입력에 접근적으로 수렴함을 증명하고, 모의 실험을 통해 그 결과를 확인해 본다.

2. 신뢰성 제어를 위한 다중 제어기 시스템

2.1 다중 제어기 시스템의 구조 및 고장의 패턴

어떤 플랜트에 대해 그 출력이 설정치 입력을 추적하도록 설계된 케환 제어기가 주제어기로 주어져 있다고 하자. 이 주어진 단일 제어기 시스템의 신뢰도를 향상시키기 위한 한 방법으로 그림1과 같이 중복 적응 제어기의 출력이 기존의 주 제어기 출력에 더해지는 구조를 갖는 다중 제어기 시스템을 제안한다. 여기서 중복 제어기에 주제어기와 플랜트가 결합된 폐루프 제어시스템을 기본 모델로 갖는 적응 제어 알고리즘을 적용하면 전체 제어 시스템은 제어기 하나의 고장이나 플랜트의 파라미터 변화에 대하여도 설정치 추적성을 유지할 수 있다. 이때, 중복 적응 제어기는 자체 고장의 경우 전체 제어시스템에 영향을 주지 않도록 하기 위하여 그 출력을 일반적인 적응 제어기 구

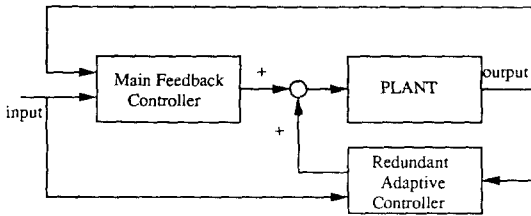


그림 1 가법적 중복 적응 제어기를 이용한 신뢰성있는 제어 시스템 구조

Fig. 1 A Structure of reliable control system using an additive redundant adaptive controller

조에서처럼 대상 플랜트(여기서는 주제어기와 플랜트가 결합된 폐루프 제어시스템에 해당된다)의 입력단에 연결하지 않고 주 제어기 출력단에 더해 주는 구조를 가지므로, 적응 제어 알고리즘이 더욱 복잡해지나 다른 제어기에 미치는 영향이 적어 지므로 신뢰성이 높다.

제어기 고장의 패턴은 여러가지로 나타날 수 있지만, 제어 시스템의 해석을 위하여 제어기 고장에 대한 몇가지 가정을 내리고자 한다. 아날로그 제어기를 구현할 때 주로 연산 증폭기나 저항, 콘덴서 등의 부품이 사용되므로, 부품 고장이나 회로의 개방(open), 단락(short) 등은 제어기 파라미터의 급격한 변화나 제어기 입력에 관계없는 일정 출력 또는 영 출력으로 나타날 것이다. 또한 디지털 제어기는 마이크로 프로세서와 그 주변 집적회로들로 이루어진 보드(board)로 구현되므로 부품과 회로의 고장은 파라미터 변화보다는 제어기 입력에 관계없는 일정 출력으로 나타날 것이다. 최근 마이크로 프로세서를 기초로 한 디지털 제어 보드는 자기 진단 장치(self-diagnosis mechanism)를 내장하고 있는 경우도 있어 자기 고장시 제어기 출력을 영(zero)으로 만들어 줄 수 있다는 점이 주목된다 [12].

이러한 관점에서 본인이 초기 결과에서는, 주 제어기의 고장이 파라미터의 급격한 변화나 제어기 입력에 무관한 일정 값의 제어기 출력으로 나타나고, 중복 제어기의 고장은 입력에 무관한 영 출력으로 나타난다고 가정한 바 있다[10]. 그러나, 상기의 제어기 고장에 대한 가정에는 중복 제어기에 자기 진단 장치가 반드시 내장되어야 한다는 제약이 있다. 따라서, 본 논문에서는 주 제어기와 중복 제어기가 모두 디지털 마이크로 프로세서 보드에 구현되는 디지털 제어기라고 보고, 고장시 두개의 제어기는 모두 제어기 입력에 무관하게 일정 값의 제어기 출력을 내보낸다고 가정하여 구현상의 제약 조건을 완화시키고자 한다.

2.2 제어기 동작 묘사 및 신뢰도 분석

시스템의 신뢰도를 분석하기 위해서는 먼저 시스템을 기능별 구분에 의해 부시스템으로 분해하고 각 부시스템을 블럭으로 나타낸 후 블럭 사이를 선으로 연결하여 기능적인 관계를 나타내는 방법을 주로 사용한다[13]. 이러한 도표는 신뢰도 블럭선도(reliability block diagram) 또는 신뢰도 네트워크(reliability network)로 불리워지는데 [14], 시스템을 기능적 블럭으로 분해하는 규칙은 신뢰도 분석의 목적에 따라 가변될 수 있다.

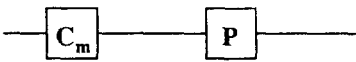
예를 들어, 플랜트 하나에 제어기 하나가 할당되어 있는 단일 제어기 시스템의 경우 그림2-(a)와 같이 직렬 구조로 신뢰도 블록선도를 나타낼 수 있다. 그림 2-(a)의 신뢰도 블록선도를 분석해 보면, 제어기(C_m)나 플랜트(P)에 고장이 일어나면 수평 경로가 끊어지므로 전체 제어 시스템이 고장난 것, 즉 원하는 제어 성능을 발휘하지 못한 것을 쉽게 파악할 수 있다.

전 절에서 제안된 가법적 중복 적용 제어기를 이용한 다중 제어기 시스템의 경우 전체 시스템은 주 제어기 부시스템(main controller subsystem : C_m)과 중복 제어기 부시스템(redundant controller subsystem : C_r)이 병렬 구조를 갖고 플랜트 부시스템(P)은 직렬로 연결된 그림2-(b)와 같은 신뢰도 블록선도를 나타낼 수 있다. 여기서 각 부시스템의 고장 여부에 따른 전체 제어 시스템의 동작 상태를 표시해 보자. 먼저 각 부시스템을 작용모드(functioning mode)와 고장 모드(failed mode)의 두가지 동작 모드로 구분하여, [5]에서와 비슷한 표시법으로 각 부시스템 C_m, C_r, P에 대하여 작용 모드는 C_m, C_r, P로 고장 모드는 \overline{C}_m , \overline{C}_r , \overline{P} 로 표시한다. 그러면 전체 제어 시스템에 존재 가능한 합성 모드는 다음과 같이 표시될 수 있다.

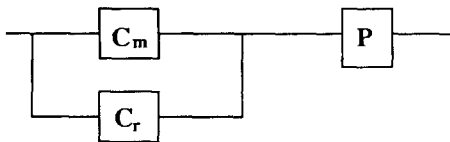
$$F_1 = \{C_m C_r P\} \quad F_2 = \{\overline{C}_m C_r P\} \quad F_3 = \{C_m \overline{C}_r P\}$$

$$F_4 = \{\overline{C}_m \overline{C}_r P\} \quad F_5 = \{P\} \quad (1)$$

여기서 합성 모드 F₅는 두개의 부시스템 C_m, C_r의 동작 모드에 의해 만들어 지는 4가지 경우의 합성 모드를 모두 포함한다. 그림2-(b)의 블록선



(a) 단일 제어기 시스템 (Single controller system)의 경우



(b) 이중 제어기 시스템 (Double controller system)의 경우

그림 2 제어시스템의 신뢰도 블록선도

Fig. 2 Reliability block diagram of control systems

도에서 각 부시스템의 동작 모드에 따라 전체 경로가 끊어지지 않을 때를 전체 시스템이 동작 성능을 제대로 발휘하는 작용합성 모드(functioning composite mode)에 있다고 말할 수 있으므로, 이러한 제어 시스템의 경우에는 $F(k) \in \{F_1, F_2, F_3\}$ 이면 작용 합성 모드에 존재하여 전체 시스템이 안정성과 설정치 추적성을 계속 유지하게 된다.

이제 앞서 제안한 가법적 중복 적용 제어기를 갖는 다중 제어기 시스템의 신뢰도를 정량적으로 평가하여 단일 제어기 시스템과 비교해 보겠다. 신뢰도의 척도로서는 가장 널리 이용되고 있는 평균 수명(MTTF)를 사용한다. 각 구성 부시스템의 고장에 관해서는 전자 제품의 고장이 주로 우발 고장(random failure)인 것으로 미루어 일정한 고장률(failure rate)을 갖고[15], 부시스템 간의 고장은 확률적으로 독립이라 가정한다. 따라서, 각 부시스템의 고장률을 C_m은 λ_m, C_r는 λ_r, P는 λ_p라고 할 때, 각 부시스템이 작용 모드에 있을 확률을 나타내는 부시스템 신뢰도 함수는 각각 $Prob\{C_m\} = e^{-\lambda_m t}$, $Prob\{C_r\} = e^{-\lambda_r t}$, $Prob\{P\} = e^{-\lambda_p t}$ 가 된다.

먼저 그림2-(a)와 같은 신뢰도 블록선도를 갖는 단일 제어기 시스템에서의 신뢰도 함수 R_s(t)는 C_m, P가 모두 작용 모드에 있어야 전체 제어 시스템이 작용 합성 모드에 있게 되므로

$$R_s(t) = Prob\{C_m P\} = Prob\{C_m\} Prob\{P\} = e^{-(\lambda_m + \lambda_p)t} \quad (2)$$

와 같이 주어진다. 따라서 평균 수명 MTTF_s는

$$MTTF_s = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \frac{1}{\lambda_m + \lambda_p} \quad (3)$$

로 계산된다. 한편, 그림2-(b)와 같은 신뢰도 블록선도를 갖는 다중 제어기 시스템은 식(1)과 같은 합성모드들을 갖게된다. 따라서, 신뢰도 함수 R_M(t)는 전술한 동신뢰도의 정의에 따라 전체 제어 시스템이 작용 합성 모드에 있을 확률이 되도록 기초적인 확률론적 계산에 의하여

$$R_M(t) = Prob\left[\bigcup_{k=1}^3 \{F_k(t) = F_k\}\right]$$

$$= Prob\{C_m C_r P\} + Prob\{\overline{C}_m C_r P\} + Prob\{C_m \overline{C}_r P\}$$

$$+ Prob\{C_m P\} + Prob\{C_r P\} + Prob\{C_m C_r P\}$$

$$= e^{-(\lambda_m + \lambda_r)t} + e^{-(\lambda_r + \lambda_p)t} - e^{-(\lambda_m + \lambda_r + \lambda_p)t} \quad (4)$$

로 구해져, 평균 수명 MTTF_M은

$$MTTF_M = \int_0^{\infty} R_M(t) dt$$

$$= \frac{1}{\lambda_m + \lambda_p} + \frac{1}{\lambda_r + \lambda_p} - \frac{1}{\lambda_m + \lambda_r + \lambda_p} \quad (5)$$

가 된다.

위와 같은 2가지 경우의 신뢰도를 평균 수명의 관점에서 정량적으로 비교하면 식(3)과 (5)로부터

$$MTTF_S < MTTF_M \quad (6)$$

가 됨을 쉽게 유도할 수 있다. 즉, 플랜트에서 고장이 일어나지 않고 두 제어기 부시스템의 고장률이 같다면 Siljak[5]의 결과에서와 같이 다중 제어기 시스템의 평균수명이 단일 제어기 시스템보다 $\frac{3}{2}$ 배 더 긴 것을 확인할 수 있다.

3. 다중 제어기 시스템의 설계 및 분석

3.1 고장의 모델링 및 시스템 묘사

단일 입출력을 갖는 연속시간 플랜트 $G_p(s)$ 에 대하여, 그 출력을 피드 백하여 출력 $y_p(t)$ 가 설정치 입력 $r(t)$ 를 추적하도록 하는 디지털 주 제어기가 주어졌다고 하자. 이 주어진 단일 제어기 시스템의 신뢰도를 향상시키기 위하여 그림 3-(a)와 같이 제어 입력에 디지털 제어 방식의 중복 적응 제어기 출력을 가산하면 그림 3-(b)의 블록선도와 같은 등가적 이산시간 제어 시스템을 얻을 수 있다. 주 제어기가 디지털 제어 방식을 이용하므로 플랜트의 실제 입력은 디지털 주 제어기의 샘플링된 출력이 영차 유지기(zero-order hold) $G_{zoh}(s)$ 를 통과한 신호와 같아서, 디지털 제어 관점에서의 이산시간 플랜트는 $G_p(s)$ 와 $G_{zoh}(s)$ 의 곱을 Z-변환 한 것으로 모델링 된다. 이를 지연 연산자(delay operator) q^{-1} 을 이용하여 표시하면 다음과 같다.

$$y_p(k) = \frac{B_o(q^{-1})}{A_o(q^{-1})} u_p(k) \quad (7)$$

여기서 $n \geq m + d$ 에 대하여

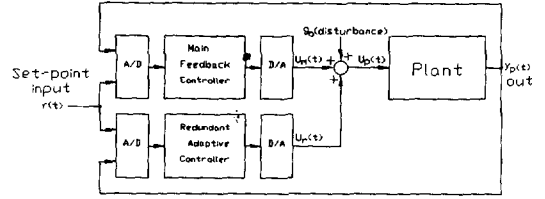
$$A_o(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \quad (8. a)$$

$$B_o(q^{-1}) = q^{-d}(b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m})$$

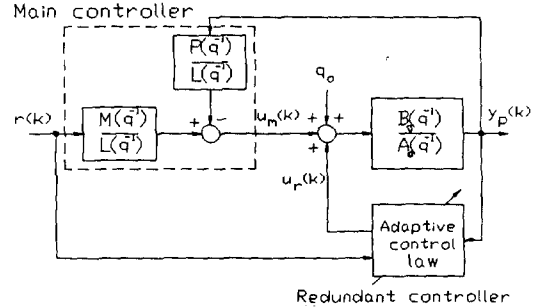
$$= q^{-d}B_o'(q^{-1}) \quad (8. b)$$

이고, 해석의 편의상 샘플 주기에 대한 표시는 생략하였다.

한편, 제어 입력의 묘사는 주 제어 입력을 $u_m(k)$, 중복 제어 입력을 $u_r(k)$ 로 하여 다음과



(a) 다중 제어기 시스템의 블록선도
(a) Block diagram of multiple controller system



(b) 등가적 이산시간 제어 시스템의 블록선도
(b) Block diagram of equivalent discrete-time control system

그림 3 입출력 변수를 이용한 신뢰성 제어 시스템
Fig. 3 Reliable control system using input/output measurements

같이 나타낸다.

$$u_p(k) = u_m(k) + u_r(k) + g_0 \quad (9)$$

$$u_m(k) = \frac{M(q^{-1})}{L(q^{-1})} r(k) - \frac{P(q^{-1})}{L(q^{-1})} y_p(k) \quad (10)$$

여기서, g_0 는 초기 일정 외란 입력을 나타내고, $L(q^{-1})$, $M(q^{-1})$, $P(q^{-1})$ 의 차수와 파라미터 값은 주 제어기와 플랜트로 이루어진 제어 시스템이 설정치 추적성을 유지하도록 적절히 결정되어 있다고 본다. 단, PID 제어기와 같은 실제적인 제어 시스템에서 주제어기는 모델링 오차나 외란에 대하여 강인하게 설계되어 있는 것이 보통이므로, $L(q^{-1})$ 는 다음과 같이 주어졌다고 가정한다.

$$L(q^{-1}) = (1 - q^{-1})L_o(q^{-1}) = 1 + q^{-1}L'(q^{-1}) \quad (11)$$

여기서 $L(q^{-1})$ 는 모닉 다항식(mononic polynomial)으로 보아도 일반성을 잃지 않으므로 우측항의 표시가 가능하다.

이제 제어기의 고장에 대한 가정과 이에 따른 전체 제어 시스템의 변화를 해석적으로 기술하고자 한다. 본 절에서 제시하는 제어기들은 모두 디지털 제어 방식을 사용하고 있어 실제 적용시에는

마이크로 프로세서를 기초로 한 보드 상에 각각 구현된다. 따라서, 2-1절에서 기술한 바와 같이 주 제어기와 중복제어기에 공통으로 그 고장 상태를 제어기 입력에 무관한 일정 신호의 제어기 출력으로 가정한다.

한편, 전체 제어 시스템은 이중 제어기 구조를 사용하므로 그림 2-(b)와 같은 신뢰도 불력선도를 갖게 되고, 구성 부시스템의 고장 여부에 따라 식 (1)의 합성 모드를 취한다. 이러한 여러 합성 모드를 Markov 프로세스의 상태 변수로 취급하면, 상태 확률 벡터를 $\Psi(k) = \{\Psi_1(k), \dots, \Psi_s(k)\}^T$ 로 하고 전이 확률 행렬을 $\Phi \in R^{5 \times 5}$ 로 표시할 때

$$M : \Psi(k+1) = \Phi \Psi(k) \quad (12)$$

$$\Psi(0) = [1, 0, 0, 0, 0]$$

가 된다. 여기서 $F(k) \in \{F_j, j=1, 2, \dots, 5\}$ 에 대하여 $\Psi(k) = [\Psi_1(k), \dots, \Psi_s(k)]^T$, $\Psi_j(k) = Prob\{F(k) \in F_j\}$ 이고, Φ 는 각 부시스템의 고장률에 대한 선형 조합을 원소로 갖는다.

전체 제어 시스템을 Markov 프로세스 M 에 관련해서 묘사하기 위하여 다음의 고장계수를 정의한다.

$$f_m(j) \triangleq f_m(F(k) = F_j) = \begin{cases} 0 & \text{if } j=2,4 \\ 1 & \text{if } j=1,3 \end{cases} \quad (13.a)$$

$$f_r(j) \triangleq f_r(F(k) = F_j) = \begin{cases} 0 & \text{if } j=3,4 \\ 1 & \text{if } j=1,2 \end{cases} \quad (13.b)$$

즉, 식(13.a)는 주 제어기 부시스템 C_m 이 고장 모드에 있을 때는 $f_m(j)=0$, 작용 모드에 있을 때는 $f_m(j)=1$ 이고, 중복 제어기 부시스템 C_r 도 고장 모드에서 $f_r(j)=0$, 작용모드에서 $f_r(j)=1$ 임을 나타낸다. 위의 식의 정의에 따라 동작 모드의 개념을 포함하여 각 제어기 부시스템을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$u_m(k) = \frac{f_m(j)[M(q^{-1})r(k) - P(q^{-1})y_p(k)]}{1 + f_m(j)q^{-1}L'(q^{-1})} + [1 - f_m(j)]g_m \quad (14.a)$$

$$u_r(k) = f_r(j)u(k) + [1 - f_r(j)]g_r \quad (14.b)$$

여기서 g_m 과 g_r 는 각각 제어기 고장에 의해 발생되는 미지의 일정 외란이고, $u(k)$ 는 고장이 없을 때 중복 제어기의 출력을 나타낸다. 식(14.a)에서 분모에 고장 계수가 들어간 것은 제어 시스템을 중복 제어기의 관점에서 보게 되므로, 주제어기의 고장시 분모항의 지연 연산자 q^{-1} 에 의한 대상 제어 시스템의 동특성 변화를 방지하기 위한 조치이다. 식(7)과 (14)를 식(9)에 의해 결합하면 다음

과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{A_o(q^{-1})}{B_o(q^{-1})}y_p(k) = \frac{f_m(j)[M(q^{-1})r(k) - P(q^{-1})y_p(k)]}{1 + f_m(j)q^{-1}L'(q^{-1})} + f_r(j)u(k) + g(j) \quad (15)$$

for $g(j) = g_o + [1 - f_m(j)]g_m + [1 - f_r(j)]g_r$

식 (15)를 중복 제어기의 관점에서 본 입력력 관계식으로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$A(q^{-1};j)y_p(k) = q^{-a}B(q^{-1};j)f_r(j)u(k) + q^{-a}C(q^{-1};j)r(k) + q^{-a}D(q^{-1};j)g(j) \quad (16)$$

for $j=1, 2, 3, 4$

여기서 $f_m(j)$ 와 $f_r(j)$ 에 따라 변하는 다항식 $A(q^{-1};j)$, $B(q^{-1};j)$, $C(q^{-1};j)$, $D(q^{-1};j)$ 는 각각 다음과 같다.

$$A(q^{-1}, j) = A_o(q^{-1}) + f_m(j)[q^{-1}A_o(q^{-1})L'(q^{-1}) + B_o(q^{-1})P(q^{-1})] \quad (17.a)$$

$$B(q^{-1}, j) = B_o'(q^{-1})[1 + f_m(j)q^{-1}L'(q^{-1})] \quad (17.b)$$

$$C(q^{-1}, j) = f_m(j)B_o'(q^{-1})M(q^{-1}) \quad (17.c)$$

$$D(q^{-1}, j) = B_o'(q^{-1})[1 + f_m(j)q^{-1}L'(q^{-1})] \quad (17.d)$$

3.2 극점 할당 제어 시스템에 대한 가법적 중복 적응 제어기의 설계

주 제어기가 식(10)의 형태를 갖는 디지털 극점 할당 제어기 (pole assignment controller)로 주어지고, $L(q^{-1})$, $P(q^{-1})$, $M(q^{-1})$ 가 모두 차수 n 을 갖는다고 하자, 또 이러한 주 제어기를 갖는 케루프 제어 시스템은 중복 제어기가 없고 주 제어기에 고장이 일어나지 않았을 때 극점 (pole)에 대한 특성 다항식을 $N=2n$ 차수의 $E(q^{-1})$ 로 갖고 영점 (zero)에 대한 특성 다항식을 $M=n+m+d$ 차수의 $q^{-a}N(q^{-1})$ 로 갖는다고 하자. 그러면, 식 (10)의 $L(q^{-1})$, $P(q^{-1})$, $M(q^{-1})$ 은 각각 다음과 같은 방정식의 유일해로 존재한다[16].

$$A_o(q^{-1})(1 - q^{-1})L_o(q^{-1}) + q^{-a}B_o(q^{-1})P(q^{-1}) = E(q^{-1}) \quad (18.a)$$

$$q^{-a}B_o'(q^{-1})M(q^{-1}) = q^{-a}N(q^{-1}) \quad (18.b)$$

여기서 $L(q^{-1})$ 는 식(11)과 같이 $(1 - q^{-1})L_o(q^{-1})$ 로 표시된다. 이제 식(16)에 표시된 극점 할당 제어 시스템에 대하여 모델 기준 적응 제어기를 이용한 중복 제어기를 설계해보자.

모델 기준 적응 제어기에서는 먼저 기준 모델을 주고, 제어 대상 시스템이 그 기준 모델을 추종하

도록 제어 법칙을 만들어 준다. 본 논문의 가법적 중복 적응 제어기에 적용되는 모델 기준 적응 제어기는 기준 모델을 정상 상태에서 주 제어기와 플랜트 모델로 이루어 지는 페루프 시스템으로 한다. 특히, 주 제어기가 극점 할당 제어기로 주어졌으므로, 식(18)에서 제시된 $E(q^{-1}), q^{-d}N(q^{-1})$ 를 분모와 분자항으로 갖는 기준 모델을 취하면 된다. 따라서, 제어 대상이 되는 식(16)의 페루프 시스템을 다음과 같이 예측기 형태로 바꾸어 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(q^{-1})y_p(k+d) &= \alpha(q^{-1}, j)y_p(k) + \beta(q^{-1}, j)f_r(j)u(k) \\
 &+ \gamma(q^{-1}, j)r(k) + \delta(q^{-1}, j)1 \quad (19)
 \end{aligned}$$

여기서 식(16)과 (18)로 부터

$$\begin{aligned}
 \alpha(q^{-1}, j) &= \alpha^j_0 + \alpha^j_1 q^{-1} + \dots + \alpha^j_{N-1} q^{-N+1} \\
 &= G(q^{-1}, j) \quad (20, a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta(q^{-1}, j) &= \beta_0 + \beta^j_1 q^{-1} + \dots + \beta^j_{M-1} q^{-M+1} \\
 &= F(q^{-1}, j)B(q^{-1}, j) \quad (20, b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma(q^{-1}, j) &= \gamma^j_0 + \gamma^j_1 q^{-1} + \dots + \gamma^j_{M-1} q^{-M+1} \\
 &= F(q^{-1}, j)C(q^{-1}, j) \quad (20, c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta(q^{-1}, j) &= \delta^j_0 + \delta^j_1 q^{-1} + \dots + \delta^j_{M-1} q^{-M+1} \\
 &= F(q^{-1}, j)D(q^{-1}, j)g(j) \quad (20, d)
 \end{aligned}$$

이 되고 $d-1$ 차수의 $F(q^{-1}, j)$ 와 $N-1$ 차수의 $G(q^{-1}, j)$ 는 다음 식의 유일해로서 얻어진다.

$$E(q^{-1}) = F(q^{-1}, j)A(q^{-1}, j) + q^{-d}G(q^{-1}, j) \quad (21)$$

식(19)를 선형 제어 형식 (linear control form)으로 나타내면 다음과 같다[16].

$$S_M : f_r(j)u(k) = \bar{\phi}(k)^T \theta_0 \quad (22)$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 \bar{\phi}(k)^T &= [-y_p(k), \dots, -y_p(k-N+1) \\
 &- u(k-1), \dots, -u(k-M+1) \\
 &- r(k), \dots, -r(k-M+1), \\
 &\dots, -1, y_a(k+d)] \quad (23, a)
 \end{aligned}$$

$$\text{for } y_a(k+d) = E(q^{-1})y_p(k+d)$$

$$\begin{aligned}
 \theta^T_0 &= \frac{1}{\beta_0} [\alpha^j_0, \dots, \alpha^j_{N-1}, \beta^j_1, \dots, \beta^j_{M-1}, \\
 &\gamma^j_0, \dots, \gamma^j_{M-1}, \delta^j_0, \dots, \delta^j_{M-1}, 1] \quad (23, b)
 \end{aligned}$$

로 표시된다. 단, $F(q^{-1}, j)$ 도 모닉 다항식으로 β_0 도 플랜트의 구조가 바뀌지 않는한 영이 될 수 없다.

이제 다음의 정리를 통하여 상기의 제어 시스템

이 작용 합성 모드에서 안정성과 설정치 추적성을 유지하도록 하는 중복 적응 제어기를 설계하고 전체 제어 시스템의 성능을 분석해 본다.

정리

식(12)과 (22)로 표시되는 다중 제어기 시스템 $\Sigma = (S_M, M)$ 이 $Fj, = 1, 2$ 에 대하여 다음의 가정을 만족한다고 하자.

- (1) 다항식 $B(q^{-1}, j)$ 의 영점(zero)은 단위 원 상이나 그 내부에 존재한다.
- (2) 전달함수 $\frac{A(q^{-1}, j)}{B(q^{-1}, j)}, \frac{C(q^{-1}, j)}{B(q^{-1}, j)}$ 의 모든 가 제어성 극점(controllable poles)은 단위원 내부에 존재한다.
- (3) 전달함수 $\frac{A(q^{-1}, j)}{B(q^{-1}, j)}, \frac{C(q^{-1}, j)}{B(q^{-1}, j)}$ 의 단위원 상의 모든 극점은 Jordan 블럭의 크기가 1이다.
- (4) 시간 지연 d 값은 알려져 있다.

여기에서

$$\begin{aligned}
 \phi'(k)^T &= [-y_p(k), \dots, -y_p(k-N+1), \\
 &- u(k-1), \dots, -u(k-M+1), \\
 &- r(k), \dots, -r(k-M+1), -1, \dots, \\
 &-1, r_a(k)] \\
 \text{for } r_a(k) &= N(q^{-1})r(k) \quad (24)
 \end{aligned}$$

라고 할 때

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}'(k) &= \hat{\theta}(k-1) + \frac{a\bar{\phi}(k-d)}{c + \bar{\phi}(k-d)^T \hat{\theta}(k-1)} \\
 &[u(k-d) - \bar{\phi}(k-d)^T \hat{\theta}(k-1)] \quad (25)
 \end{aligned}$$

와 같은 파라미터 추정 알고리즘을 사용하고,

$$u(k) = \theta'(k)^T \hat{\theta}(k) \quad (26)$$

의 중복 적응 제어 법칙을 사용하면, 전체 제어 시스템은 다음과 같은 성질을 만족한다.

- (i) $Fj, j=1, 2, 3$ 에 대하여 $\{y_p(k)\}, \{u(k)\}$ 는 유계 수열(bounded sequence)이고 $\lim_{k \rightarrow \infty} [y_p(k) - r(k)]$ 는 0이다.

- (ii) 식(14, a)의 $u_r(k)$ 를 가하지 않은 단일 제어기 시스템 보다 평균 수명이 크다.

단, 식(25)에서 $c > 0$ 이고, $\hat{\theta}(0)$ 는 주어진다. 또한 $\hat{\theta}_{N+3M}(k) \text{sign}(\frac{1}{\beta_0}) \geq |\frac{1}{\beta_0}|_{\min}$ 이면 $\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}'(k)$ 이고, 그 외의 경우에는 다음과 같은 $\hat{\theta}(k)$ 가 주어진다.

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}'_i(k) & \text{for } i=1, 2, \dots, N+3M-1 \\ \hat{\theta}_{N+3M}(k) = \left| \frac{1}{\beta_0} \right|_{\min} \text{sign}\left(\frac{1}{\beta_0}\right) \end{cases}$$

(증명)

(i) $F_j, j=1, 2, 3$ 인 합성 모드 중 $f_r(j) = 0$ 인 경우, 즉 F_3 의 합성 모드에서는 주제어기만 작용하므로 중복 제어기 없이 설정치 추적 성능이 보장된다. 다른 한편으로 $f_r(j)=1$ 인 경우 중복 제어기의 동작 성능을 분석해 보자. 식(25)의 파라미터 추정 알고리즘에 대하여 $e(k) = u(k-d) - \bar{\phi}(k-d)^T \hat{\theta}(k-d)$ 라고 할 때 다음의 관계식이 성립한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{e(k)^2}{c + \bar{\phi}(k-d)^T \bar{\phi}(k-d)} = 0 \quad (7)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-d)\| = 0 \quad (28)$$

따라서 추적 오차를 $\varepsilon(k) = y_p(k) - r(k)$ 라고 할 때

$$\begin{aligned} e(k) &= u(k-d) - \bar{\phi}(k-d)^T \hat{\theta}(k-1) \\ &= \phi'(k-d)^T \hat{\theta}(k-d) - \phi'(k-d)^T \hat{\theta}(k-1) \\ &\quad + [\phi'(k-d)^T - \bar{\phi}(k-d)^T] \hat{\theta}(k-1) \\ &= \hat{\theta}_{N+3M}(k-1)^T [r(k) - y_p(k)] \\ &\quad + \phi'(k-d)^T [\hat{\theta}(k-d) - \hat{\theta}(k-1)] \end{aligned} \quad (29)$$

가 되어 다음의 관계식을 만족시킨다. ([16]의 194 페이지 참조)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon(k)}{[c + \bar{\phi}(k-d)^T \bar{\phi}(k-d)]^{1/2}} = 0 \quad (30)$$

또한, 가정으로 부터

$$\begin{aligned} \|\bar{\phi}(k-d)\| &\leq C_1 + C_2 \max_{1 \leq \tau \leq k} |\varepsilon(\tau)|; \\ 0 < C_1 < \infty, \quad 0 < C_2 < \infty \end{aligned} \quad (31)$$

와 같은 역행 벡터(regression vector) $\bar{\phi}(k)$ 의 유계 조건(bounded condition)을 구할 수 있다(부록 참조). 따라서, 식(30)과 (31)에 Key Technical Lemma([17]의 Lemma 6.2.1)를 이용하면 바로 (i)의 결론을 얻을 수 있다.

(ii) 2-2절의 식(6)과 같다.

△△△

3.3 PID 제어 시스템에 대한 가법적 중복 적응 제어기의 설계

주 제어기가 PID 제어기인 제어 시스템이 정상 상태에서 설정치 추적 성능을 제대로 발휘한다면 대상 플랜트는 2차 플랜트로 모델링 가능한 것으로 간주된다. 즉, 식(7)에서 $n=2, d=1, m=1$ 로 놓을 수 있는 것이다. 이때 PID 제어기가 다음과 같은 형태를 갖는다고 하자[18].

$$u_m(k) = K_D(1 + \frac{h}{T_I} \frac{1}{q-1} + \frac{T_D}{h} \frac{q-1}{q+v}) \varepsilon(k) \quad (32)$$

여기에서 $\varepsilon(k) = r(k) - y_p(k)$ 이고, h 는 샘플 주기를 나타내며, $3 \leq N_p \leq 10$ 인 정수에 대하여 $v = -\exp(-\frac{hN_p}{T_D})$ 로 주어진다. 이를 식(10)에서와 같은 다항식의 형태로 나타내면 각 다항식 $L(q^{-1}), M(q^{-1}), P(q^{-1})$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$L(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + vq^{-1}) \quad (33, a)$$

$$\begin{aligned} M(q^{-1}) &= P(q^{-1}) \\ &= K_D [1 + \frac{T_D}{h} + (v-1) + \frac{h}{T_I} - \frac{2T_D}{h}] q^{-1} \\ &\quad + (-v + \frac{vh}{T_I} + \frac{T_D}{h}) q^{-2} \end{aligned} \quad (33, b)$$

따라서, 주 제어기로서의 PID 제어기는 가법적 중복 적응 제어기의 설계 문제에서 전술한 극점 할당 제어기의 특수한 한 형태로 간주될 수 있다. 이러한 PID 제어기가 주 제어기로 주어진 경우 중복 적응 제어기는 3-2절에서 기술한 바와 똑같이 구성될 수 있으며 그 타당성은 다음 장의 모의 실험을 통하여 입증될 것이다.

4. 모의 실험 및 결과

대상 플랜트가

$$Y_p(s) = \frac{1}{s(s+1)} U_p(s) \quad (34)$$

와 같이 2차 연속시간 입출력 관계식으로 모델링되고, 주 제어기로 식(32)에서 보인 바와 같은 디지털 PID 제어기가 연결되어 있다고 하자. 여기서의 연속시간 플랜트 모델을 영차 유지기를 갖는 이산시간 모델로 치환하면 다음과 같다.

$$y_p(k) = \frac{q^{-1}(b_1 + b_2 q^{-1})}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} u_p(k) \quad (35)$$

여기서 샘플 주기를 $h=0.1$ 초로 할 때 제어기 파라미터 값은 각각 $b_1=0.004837, b_2=0.004679, a_1=-1.9, a_2=0.9$ 로 주어진다. 이러한 플랜트에 대해서, PID 제어기는 제어기 이득을 $K_D=1.3, T_I=10, T_D=0.7, v=-0.49$ 로 갖는다고 할 때, 이 PID 제어기를 식(10)에 나타난 극점 할당 제어기의 형태로 표시하면

$$u_m(k) = \frac{10.4 - 20q^{-1} + 9.73q^{-2}}{(1 - q^{-1})(1 - 0.49q^{-1})} [r(k) - y_p(k)] \quad (36)$$

로 된다. 따라서, 식(18)을 통하여 볼 때 주 제어기와 플랜트의 페루프 시스템 모델은 다음과 같이 극점 특성 다항식 $E(q^{-1})$ 과 영점 특성 다항식 $q^{-1}N(q^{-1})$ 을 갖게 된다.

$$E(q^{-1}) = 1 - 3.344q^{-1} + 4.183q^{-2} - 2.327q^{-3} + 0.488q^{-4} \quad (37. a)$$

$$q^{-1}N(q^{-1}) = q^{-1}(0.05 - 0.049q^{-1} - 0.047q^{-2} + 0.046q^{-3}) \quad (37. b)$$

윗 식은 극점을 $0.6979 + 0.1667j$, 0.9858 , 0.9625 에 갖고, 영점을 0.9470 , -0.9672 , 0.9880 에 갖는 것을 의미한다.

한편, 실제적인 적용 문제를 고려하여, 실제 플랜트는 연속시간 영역에서 $\frac{2}{s(s+2)}$ 이지만 식(34)와 같은 모델링 되었다고 가정하자. 이 실제 플랜

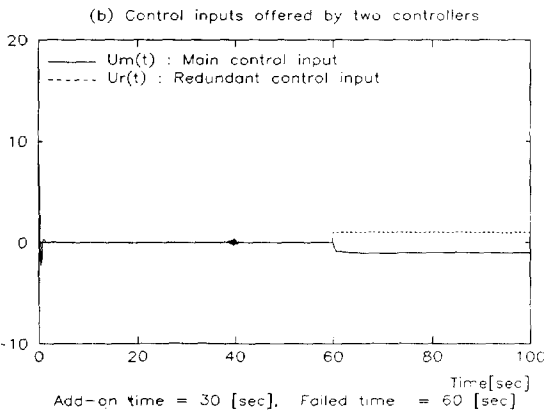
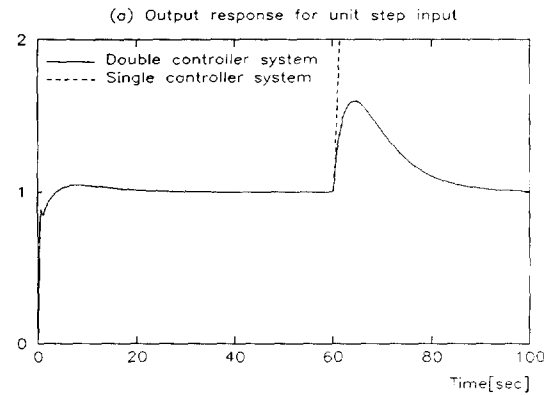


그림 4 중복 제어기 고장에 대한 신뢰성 제어 시스템의 응답
Fig. 4 Response of reliable control system for the redundant controller failure

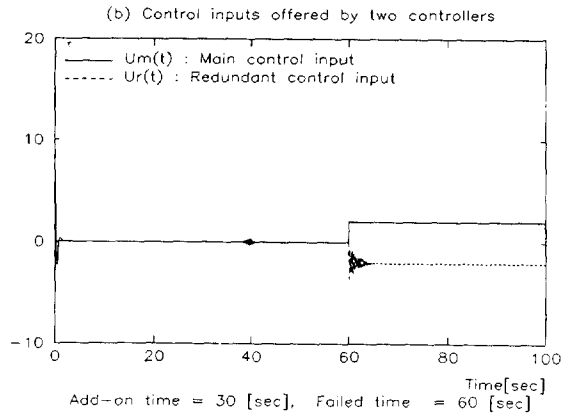
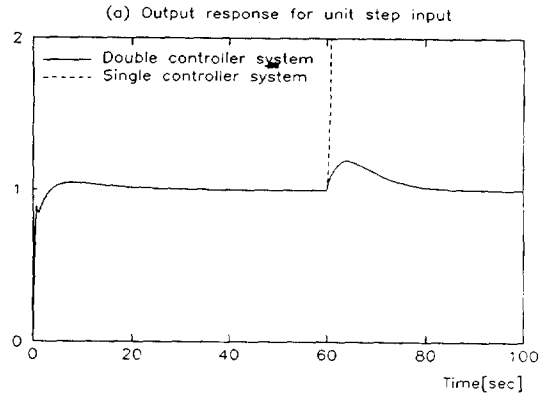


그림 5 주 제어기 고장에 대한 신뢰성 제어 시스템의 응답
Fig. 5 Response of reliable control system for the main controller failure

트를 전술한 바와 같이 이산 시간 영역으로 전환하면 다음의 입출력 관계식이 얻어진다.

$$y_p(k) = \frac{q^{-1}(0.0094 + 0.0088q^{-1})}{1 - 1.819q^{-1} + 0.819q^{-2}} u_p(k) \quad (38)$$

또한, 가법적 중복 적응 제어기는 플랜트와 주 제어기로 이루어 지는 기존 단일 제어기시스템에 30초 후에 추가되고 60초 후에 제어기 중의 하나에서 고장이 일어난다고 가정한다. 중복 적응 제어가 추가되는 추가 시간(add-time)에 파라미터 추정 알고리즘의 초기 파라미터가 주어져야 하는데, 그 이전 시간에 정상 동작시의 주 제어기와 플랜트로 이루어 지는 페루프 시스템에 대한 모델 파라미터로부터 이 파라미터의 초기치를 결정해 준다.

모델 기준 적응 제어기의 기준 모델은 정상 동작시의 주 제어기와 플랜트 모델로 구성되는 식

(37)의 페루프 시스템으로 정하고 식(26)의 파라미터 추정 알고리즘에서 $c=1$ 로 하면, 중복 적응 제어기와 추가 시각 이후 $B(q^{-1}, j)$ 의 영점은 0.49, -0.94, 1 이 되므로, 영점이 모두 단위 원 내부 또는 Jordan 블록의 크기가 1인 단위원 상에 존재하여 정리의 가정들을 모두 만족한다. 따라서, 중복 적응 제어기 추가 시각 이후에 설정치 추적 성능이 보장된다. 이제 제어기 고장 시각 이후의 시스템에 대한 동작을 관찰해 보자.

60초 후에 중복 적응 제어기에서 고장이 일어나 그 출력이 크기 1의 입력 외란으로 작용하였다고 하자. 이 때 전체 제어 시스템은 PID 제어기의 적분기 특성에 의해 제어 시스템은 설정치 추적 성능을 잃지 않는다. 이에 대한 모의 실험 결과 그림4와 같은 응답 특성을 얻을 수 있었다. 그림4-(a)의 실선으로 나타난 출력 응답에서 보면, 정상 상태에 이르러서는 설정치를 추적하지만 과도 상태에서는 휘청거림이 큰 것을 관찰할 수 있다. 그러므로, 중복 적응 제어기의 고장시 제어기 출력은 가능한 한 작은 값으로 유지되는 것이 바람직하다. 그림 4-(a)의 점선은 중복 적응 제어기만으로 구성된 단일 제어기 시스템에서의 응답 특성으로 제어기 고장시 그 출력은 발산하고 만다.

이번에는 60초 후에 PID 주 제어기에서 고장이 일어나 크기 2의 입력 외란으로 작용하였다고 하자. 이에 대한 시스템의 응답 특성은 그림5와 같다. 즉, 그림5-(b)에서와 같이 주 제어기의 고장시 일정 외란으로 작용하는 주 제어기 출력을 중복 제어기의 출력이 보상해주므로, 그림5-(a)의 실선에서와 같이 고장 순간에 출력이 약간 휘청거리나 곧바로 설정치를 추적하게 된다. 그러나, 중복 제어기가 없으면 그림5-(a)의 점선에서와 같이 그 출력이 발산하고 만다.

5. 결 론

제어 시스템의 설정치 추적성에 대한 신뢰도를 향상시키는 한 방법으로 가법적 중복 적응제어기를 사용하는 다중제어기 구조를 제안하였다. 본 논문에서의 다중 제어기 시스템은 제어기 고장 뿐 아니라 플랜트 파라미터의 급격한 변화에 대해서도 설정치 추적성능을 보장한다. 가법적 중복 적응 제어기는, 주어진 주제어기와 플랜트로 이루어지는 페루프 시스템을 기준모델로 갖는 모델기준 적응 제어기의 형태를 취한다. 이러한 각각의 가법적 중복 적응 제어기를 갖는 다중 제어기 시스템에 대하여, 구성 부분의 고장 여부에 따라 여러

가지 동작모드를 규정하고, 전체 제어 시스템이 작용모드에서 설정치 추적성을 유지할 충분조건을 제시하였다. 아울러, 전체 제어시스템의 신뢰도 향상을 평균 수명의 관점에서 정량적으로 분석하였으며, 2차 플랜트의 적용예에 대한 모의 실험을 통해 그 타당성을 입증하였다.

본 논문에서 한개의 가법적 중복 적응제어기를 기존의 단일 제어기 시스템에 추가하여 전체 제어 시스템의 신뢰도를 향상시키는 방법을 제시하였는데, 보다 실제적으로 보완되기 위해서는 다음과 같은 연구가 더 활발히 진행되어야 할 것이다. 즉, 1) 제어시스템에 나타날 수 있는 고장에 대한 더욱 일반화 된 가정이 필요하고, 2) 입력 제한이나 비선형성등 대상 시스템의 제한 조건에 대응할 수 있는 중복 적응 제어기의 설계에 대한 연구가 요망되며, 3) 3개 이상의 다중 제어기 구조에 대한 연구도 매우 높은 신뢰성과 안전성을 요하는 공정에서 필요하다고 사료된다.

(부록)역행 벡터 $\bar{\phi}(k)$ 의 유계 조건 유도

식(19)와 등가식인 식(16)에서 $u(k) = u_1(k) + u_2(k) + u_3(k)$ 에 대하여 다음의 관계식이 성립한다고 보아도 일반성을 잃지 않는다.

$$\begin{aligned} A(q^{-1}, j)y_p(k) &= q^{-d}B(q^{-1}, j)u_1(k) & (A.1, a) \\ &- q^{-d}C(q^{-1}, j)r(k) = q^{-d}B(q^{-1}, j)u_2(k) & (A.1, b) \\ &- q^{-d}D(q^{-1}, j)g(j) = q^{-d}B(q^{-1}, j)u_3(k) & (A.1, c) \end{aligned}$$

여기서 정리의 가정 (1), (2), (3), (4)가 성립한다고 하면, [16]의 Lemma B.3.3에 의해 모든 $1 \leq t \leq k$ 에 대해 다음 관계식을 만족하는 유한 상수 m_a, m_b, m_c, m_d, m_e 가 존재한다.

$$|u_1(t-d)| \leq m_a + m_b \max_{1 \leq \tau \leq t} |y_p(\tau)| \quad (A.2, a)$$

$$|u_2(t-d)| \leq m_c + m_d \max_{1 \leq \tau \leq t} |r(\tau)| \quad (A.2, b)$$

$$|u_3(t-d)| \leq m_e \quad (A.2, c)$$

즉, 모든 $1 \leq t \leq k$ 에 대하여 다음의 관계식을 만족하는 유한 상수 m_3, m_4 가 존재한다.

$$\begin{aligned} |u_1(t-d)| &\leq |u_1(t-d)| + |u_2(t-d)| + |u_3(t-d)| \\ &\leq m_3 + m_4 \max_{1 \leq \tau \leq t} |y_p(\tau)| \quad (A.3) \end{aligned}$$

식 (23)과 (A.3)으로부터 $\bar{\phi}(k-d)$ 의 원소는 모두 $\max_{1 \leq \tau \leq k} |y_p(\tau)|$ 에 bound되어 있으므로 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\bar{\phi}(k-d)\| &\leq C_3 + C_4 \max_{1 \leq \tau \leq k} |y_p(\tau)| \\ 0 &< C_3 < \infty, \quad 0 < C_4 < \infty \quad (A.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{그런데 } |\varepsilon(k)| &\geq |y_D(k)| - |r(k)| \\ &\geq |y_D(k)| - m_1, m_2 < \infty \end{aligned}$$

인 관계가 있으므로, 식(A.4)로부터 $\|\phi(k-d)\|$ 의 $|\varepsilon(k)|$ 에 대한 유계조건은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \|\bar{\phi}(k-d)\| &\leq C_3 + C_4 \max_{1 \leq \tau \leq k} (|\varepsilon(\tau)| + m_1) \\ &\leq C_1 + C_2 \max_{1 \leq \tau \leq k} \varepsilon(\tau) \\ 0 < C_1 < \infty, 0 < C_2 < \infty \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

참 고 문 헌

[1] M. Vidyasagar and N. Viswanadham, "Reliable stabilization using a multi-controller configuration," *Automatica*, vol. 21, no. 5, pp. 599-602, 1985.

[2] T.J. Williams, "The development of reliability in industrial control systems," *IEEE Micro*, pp. 66-80, Dec. 1984

[3] J.H. Kim, H.Y. Cho, M.J. Chung, and Z Bien, "A case study on fault tolerant control system for power plant boiler controller," *Journal of the Korean Institute of Telematics and Electronics*, vol. 24, pp. 28-34, 1987

[4] D.D. Siljak, "Reliable control using multiple control systems," *Int. J. Control*, vol. 31, no. 2, pp. 303-329, 1980

[5] D.D. Siljak, "Dynamic reliability of multiplex control systems," *Proc. 8th IFAC Congress*, vol. XII, pp. 110-115, Kyoto, Japan, 1981.

[6] G.S. Ladde and D.D. Siljak, "Multiplex control systems: stochastic stability and dynamic reliability," *Int. J. Control*, vol. 38, no. 3, pp. 515-524, 1983

[7] M. Mariton and P. Bertrand, "Improved multiplex control system: dynamic reliability and stochastic optimality," *Int. J. Control*, vol. 44, no. 1, pp. 219-234, 1986

[8] M. Vidyasagar and N. Viswanadham, "Alge-

braic design techniques for reliable stabilization," *IEEE Trans. Aut. Control*, vol. AC-27, pp. 1085-1095, 1982.

[9] M. Vidyasagar, *Control System Synthesis: A Factorization Approach*, The MIT Press, London, England, 1985.

[10] Y.J. Cho and Z Bien, "Reliable control via an additive redundant controller," *Int. J. Control*, vol. 50, no. 1, pp. 385-398, 1989.

[11] Y.J. Cho, B.K. Kim and Z Bien, "Reliable control via additive redundant adaptive controller," *Proceedings of the 1989 American Control Conference*, vol. 3, pp. 1899-1904, Pittsburg, Pennsylvania, June, 1989.

[12] Y.D. Shin, J.H. Kim, B.K. Kim, M.J. Chung, and Z Bien, "Fault detection of the control system based on multiprocessor," *Journal of the Korean Institute of Telematics and Electronics*, 1988.

[13] M.G. Singh, *Systems and Control Encyclopedia*, vol 6, pp. 4011-4026, Pergamon Press, Oxford, England, 1987.

[14] B.S. Dhillon and C. Singh, *Engineering Reliability*, pp. 29-45, Willey-interscience, New York, 1981.

[15] K.S. Park, *Reliability Engineering and Maintenance Theory*, Hee Jung Dang, Seoul, Korea, 1986.

[16] G.C. Goodwin and K.S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1984.

[17] Y.J. Cho, "A Study on Enhancing Reliability of Control Systems via Additive Redundant Adaptive Controller," Ph. D. Thesis, KAIST, 1989.

[18] K.J. Astrom and B. Wittenmark, *Computer-Controlled Systems-Theory and Design*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1984.