

발전기-무한모선계통의 동태안정도 해석시 A행렬의 구조

On the Structure of A Matrix for Dynamic Stability Analysis of One Machine to the Infinite Bus

權 世 燮* · 宋 吉 永**
 (Sae-Hyuk Kwon · Kil-Yeong Song)

요 약

발전기-무한모선 계통에 대한 동적특성을 상세한 모델로 표현했을 때 A행렬 원소들간의 상호연관성을 전류모델 및 자속쇄교수모델에 대하여 규명하였다. A행렬은 초기동작점과 관련있는 부분행렬과 관련없는 부분행렬로 분할할 수 있으며 여러개의 서로 다른 초기동작점에 대한 안정도 계산시 관련있는 부분행렬만 열연산(Column Operation)으로 할 수 있음을 보였다. 이들 원소들을 발전기제작회사에서 제공하는 데이터로부터 직접적으로 계산할 수 있으며 초기상태변수값은 실효치를 그대로 사용할 수 있도록 하여, 상세한 모델의 A행렬의 원소계산을 간단히 할 수 있다.

Abstract- The structure of A matrix of one machine connected to the infinite bus is described for a full model. The A matrix can be partitioned to submatrices which depend on the initial operating point and do not depend on it. When the dynamic properties for several different operating points are desired, those submatrices can be obtained through simple column operations. Furthermore, the elements of A matrix can be directly calculated from the manufacturer's data. RMS quantities of the state variables for the initial operating point are used. This approach can save the labor for calculating the elements of A matrix for the dynamic stability analysis.

1. 서 론

전력계통의 동태안정도(Dynamic Stability)문제에서 발전기-무한모선계통의 모델링은 가장 기본

적인 문제이다. 통상 교류삼상권선(a, b, c상) 변수인 전압 및 전류를 파크변환(Park's Transformation)을 하여 회전자계자권선(Field Winding)의 직축성분을 d축 성분으로, 회전자계자권선의 중성축에 대한 성분을 q축성분(또는 횡축성분)이라고 하며, d 및 q축에 대한 변수들의 미분방정식을 만든다. 동태안정도 문제에서는 비선형미분방정식을 초기동작점에 대하여 미소신호

*正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博
 **正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 接受日字 : 1989年 6月 13日
 1次修正 : 1989年 10月 25日

선형화하여 식 (1)과 같은 선형미분방정식을 얻고, A행렬의 고유치(Eigenvalue)를 구하여 계통의 안정성 및 진동특성을 파악하고 있다.

$$\dot{X} = A(X_0)X + B(X_0)U \quad (1)$$

식 (1)은 발전기-무한모선계통의 전압방정식(Voltage Equation)과 동요방정식(Swing Equation)을 다 포함한 것이다. 발전기를 상세모델(Full Model)로 나타낼 경우 상태변수 X는 식 (2)와 같이 각 권선의 전류로 잡거나, 또는 자속쇄교수(Flux-Linkage)로 잡을 수도 있다.

$$X = [i_a, i_F, i_D, i_q, i_Q, \omega, \delta]^T \quad (2.1)$$

$$X = [\lambda_a, \lambda_F, \lambda_D, \lambda_q, \lambda_Q, \omega, \delta]^T \quad (2.2)$$

식 (2)에서 첨자 "F"는 제자권선을, 첨자 "D"는 d축제동권선(Damper Winding)을, 첨자 "Q"는 q축제동권선을 나타낸다. 본 연구에서는 전류모델 또는 자속쇄교수모델에 입각한 A행렬 각 원소들간의 상호연관성을 규명하고, 발전기제작회사(Manufacturer)가 공급한 데이터로부터 직접적으로 A행렬의 각 원소들을 구할 수 있는 방법을 제시한다. 우선 여자계통(Excitation System), 속도조절계통(Speed Governing System), 및 전력계통안정기(Power System Stabilizer : PSS)가 없는 발전기만의 A행렬의 구조를 전류모델 및 자속쇄교수모델에 대하여 제시하고, 직접계산공식을 유도하였다.

2. 문제의 정식화

그림 1은 동기발전기(Synchronous Machine)의 고정자 a, b, c권선과 회전자 F, D, Q권선을 나타낸 것이다. 여기서 제동권선의 인가전압은 없으므로 v_D 및 v_Q 는 각각 영이다. a, b, c변수를 파크변

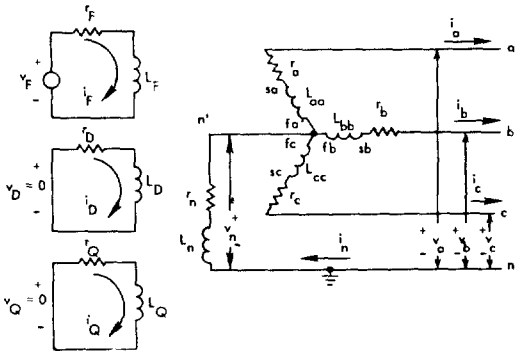


그림 1 동기발전기 내부권선의 개념도
Fig. 1 Schematic Diagram of a Synchronous Generator

환에 의하여 각각 d, q변수로 변환한 경우의 전압방정식은 식 (3)과 같이 표현된다. [1] 모든 단위는 P.U.화 되었다고 가정한다.

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_F \\ v_D \\ \dots \\ v_q \\ v_Q \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & \dots \\ 0 & r_F & 0 & \dots \\ 0 & 0 & r_D & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & r & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & r_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_F \\ i_D \\ \dots \\ i_q \\ i_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\omega\lambda_q \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \omega\lambda_a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dots \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_Q \end{pmatrix} \quad (3)$$

식 (3)의 전압방정식은 전류 i 및 자속쇄교수 λ 가 혼합되어 있는 형태이다. 만약 자속쇄교수를 전류로 치환하면 우변은 전류만으로 표현될 것이고, 전류를 자속쇄교수로 치환한 경우는 자속쇄교수만으로 표현할 수 있다. 자속쇄교수와 전류간에는 식 (4)와 같은 관계가 성립된다. [1] 여기서 $k = \sqrt{3/2}$ 이다.

$$\begin{pmatrix} \lambda_a \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \dots \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_a & kM_F & kM_D & \dots \\ kM_F & L_F & M_R & \dots \\ kM_D & M_R & L_D & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & L_q & kM_Q \\ \dots & \dots & kM_Q & L_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_F \\ i_D \\ \dots \\ i_q \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (4)$$

단 L_d : 직축리액턴스
 L_q : 횡축리액턴스

계통방정식을 정규화함에 있어서 기본단위(Base Quantity)를 잡는다는 여러가지 선택을 할 수 있겠으나 등상호자속쇄교수(Equal Mutual Flux Linkages)의 개념에 입각하면 식 (4)의 비대각요소들은 다음과 같다.

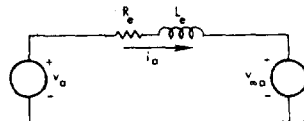


그림 2 발전기-무한모선 계통
Fig. 2 One Machine Connected to Infinite Bus

$$\begin{aligned}
 L_{AD} &= kM_F = kM_D = M_R = L_a - l_d \\
 L_{AQ} &= kM_Q = L_q - l_q \\
 \text{여기서 } l_d &= l_q = X_I (\text{누설리액턴스}) \quad (5)
 \end{aligned}$$

계통의 동요방정식은 식 (6)과 같은 미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 (2H/\omega_R)\dot{\omega} + D\omega &= T_m - T_e \\
 &= T_m - (i_q\lambda_a - i_d\lambda_q) \quad (6) \\
 \dot{\delta} &= \omega
 \end{aligned}$$

단

- H : 발전기의 관성정수 (sec)
- ω_R : 377 (rad/sec) (60Hz계통에서)
- D : 제동계수
- T_m : 기계적 입력력
- T_e : 전기적출력력

식 (3) 및 식 (6)의 전압방정식 및 동요방정식을 함께 고려하면 계통방정식이 된다. 발전기가 그림 2와 같이 저항이 R_e , 그리고 인덕턴스가 L_e 인 송전선을 통하여 무한모선에 연결되어 있다고 할 때 발전기단자전압 v_d 및 v_q 와 무한모선전압 $v_{\infty d}$ 및 $v_{\infty q}$ 사이에는 식 (7)과 같은 관계가 성립된다. [1]

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} v_{\infty d} \\ v_{\infty q} \end{bmatrix} + R_e \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L_e \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} \\
 &\quad + \omega L_e \begin{bmatrix} i_q \\ -i_d \end{bmatrix} \quad (7)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{bmatrix} V_{\infty d} \\ V_{\infty q} \end{bmatrix} = \sqrt{3} V_{\infty} \begin{bmatrix} -\sin(\delta - \alpha) \\ \cos(\delta - \alpha) \end{bmatrix}$$

전류모델

A행렬

$$\begin{bmatrix}
 -\tilde{r}\tilde{D}_{11} & -r_F\tilde{D}_{12} & -r_D\tilde{D}_{13} & \vdots & -\omega_o\tilde{L}_q\tilde{D}_{11} & -\omega_oL_{AQ}\tilde{D}_{11} & \vdots & -\tilde{L}_q\tilde{D}_{11}I_{qo} & \tilde{D}_{11}V_{\infty qo} \\
 -\tilde{r}\tilde{D}_{21} & -r_F\tilde{D}_{22} & -r_D\tilde{D}_{23} & \vdots & -\omega_o\tilde{L}_q\tilde{D}_{21} & -\omega_oL_{AQ}\tilde{D}_{21} & \vdots & -\tilde{L}_q\tilde{D}_{21}I_{qo} & \tilde{D}_{21}V_{\infty qo} \\
 -\tilde{r}\tilde{D}_{31} & -r_F\tilde{D}_{32} & -r_D\tilde{D}_{33} & \vdots & -\omega_o\tilde{L}_q\tilde{D}_{31} & -\omega_oL_{AQ}\tilde{D}_{31} & \vdots & -\tilde{L}_q\tilde{D}_{31}I_{qo} & \tilde{D}_{31}V_{\infty qo} \\
 \omega_o\tilde{L}_d\tilde{Q}_{11} & \omega_oL_{AD}\tilde{Q}_{11} & \omega_oL_{AD}\tilde{Q}_{11} & \vdots & -\tilde{r}\tilde{Q}_{11} & -r_Q\tilde{Q}_{12} & \vdots & \tilde{Q}_{11}\tilde{\Lambda}_{do} & -\tilde{Q}_{11}V_{\infty do} \\
 \omega_o\tilde{L}_d\tilde{Q}_{21} & \omega_oL_{AD}\tilde{Q}_{21} & \omega_oL_{AD}\tilde{Q}_{21} & \vdots & -\tilde{r}\tilde{Q}_{21} & -r_Q\tilde{Q}_{22} & \vdots & \tilde{Q}_{21}\tilde{\Lambda}_{do} & -\tilde{Q}_{21}V_{\infty do} \\
 (L_q - L_d)I_{qo} & -L_{AD}I_{qo} & -L_{AD}I_{qo} & \vdots & L_qI_{do} - \Lambda_{do} & L_{AQ}I_{do} & \vdots & -D & 0 \\
 \tau_j & \tau_j & \tau_j & \vdots & \tau_j & \tau_j & \vdots & \tau_j & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0
 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$BU = [\tilde{D}_{12}V_F, \tilde{D}_{22}V_F, \tilde{D}_{32}V_F, 0, 0, T_m/\tau_j, 0]^t$$

단 $V_F = (1/\sqrt{3})V_F$

$$\tilde{\Lambda}_{do} = \Lambda_{do} + L_e I_{do}$$

단

- V_{∞} : 무한모선 상전압의 실효치
- δ : 발전기 위상각
- α : 무한모선 위상각

식 (7)로 식 (3)의 전압방정식에 있는 v_d 및 v_q 를 각각 치환하면 발전기가 송전선을 통하여 무한모선에 연결된 경우의 전압방정식이 된다. 계통방정식에 혼재하고 있는 전류 i 및 자속쇄계수 λ 를 어느 한쪽으로 통일 할 경우 식 (4)의 인덕턴스행렬 (Inductance Matrix)의 역행렬을 구하여야 한다. 인덕턴스행렬의 각 요소는 발전기 제작회사의 데이터로 부터 얻을 수 있으며 직접 얻을 수 없는 경우에는 얻을 수 있는 데이터로 부터 계산하여야 한다. 통상 L_F , L_D 및 L_Q 는 데이터로 직접 주어지지 않으므로 계산하여야 한다. 인덕턴스행렬의 역행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{bmatrix} L_d & L_{AD} & L_{AQ} \\ L_{AD} & L_F & L_{AQ} \\ L_{AQ} & L_{AQ} & L_Q \end{bmatrix}^{-1} \quad (8) \\
 Q &= \begin{bmatrix} L_q & L_{AQ} \\ L_{AQ} & L_Q \end{bmatrix}^{-1}
 \end{aligned}$$

그리고 \tilde{D} 는 식 (8)에서 L_a 를 $\tilde{L}_d (= L_a + L_e)$ 로 치환한 경우의 역행렬을 나타내고, \tilde{Q} 는 역시 L_q 를 $\tilde{L}_q (= L_q + L_e)$ 로 치환한 경우의 역행렬을 나타낸다. 각 역행렬의 (i, j) 번째 원소는 각각 D_{ij} , Q_{ij} , \tilde{D}_{ij} 및 \tilde{Q}_{ij} 로 표기하기로 한다.

초기동작점(첨자 "o"로 표시함)에 대하여 식 (3), (6) 및 (7)의 계통방정식을 선형화하여 식

자속쇄교수 모델

A 행렬

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \vdots & -\omega_o D'_{11}(Q'_{11})^{-1} - \omega_o L_e D'_{11} Q_{12} & \vdots & a_{16} & D'_{11} V_{\infty qo} \\ -r_F D_{21} & -r_F D_{22} & -r_F D_{23} & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_D D_{31} & -r_D D_{32} & -r_D D_{33} & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_o Q'_{11}(D'_{11})^{-1} & \omega_o L_e Q'_{11} D_{12} & \omega_o L_e Q'_{11} D_{13} & \vdots & a_{44} & a_{45} & a_{46} & -Q'_{11} V_{\infty do} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -r_Q Q_{21} & -r_Q Q_{22} & 0 & 0 \\ \underline{(D_{11} L_q - 1) I_{qo}} & \underline{L_q D_{12} I_{qo}} & \underline{L_q D_{13} I_{qo}} & \vdots & \underline{I_{do} - Q_{11} \Lambda_{do}} & \underline{-Q_{12} \Lambda_{do}} & \vdots & \underline{-D} & 0 \\ \tau_j & \tau_j & \tau_j & \vdots & \tau_j & \tau_j & \vdots & \tau_j & \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ & & & & & & & & \vdots \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$BU = [-L_e D'_{11} D_{12} V_F, V_F, 0, 0, 0, T_m / \tau_j, 0]^t$$

(1)의 A행렬과 BU행렬을 전류모델 및 자속쇄교수 모델에 대하여 유도한 것이 각각 식 (9) 및 (10)이다. 여기서 $\tau_j = 2H\omega_R$ 이며 $\hat{r} = r + R_e$ 이다. 여기서 전류모델인 경우 상태변수를 식 (11.1)과 같이 각 전류의 실효치로 잡고, 자속쇄교수모델인 경우 상태변수를 식 (11.2)와 같이 각 자속쇄교수의 실효치로 잡았다.

전류모델

$$X = [I_a, I_F, I_D, I_q, I_D, \omega, \delta]^t$$

단 $[I_a, I_F, I_D, I_q, I_D]$

$$= (1/\sqrt{3}) [i_a, i_F, i_D, i_q, i_D] \quad (11.1)$$

자속쇄교수모델

$$X = [A_d, A_F, A_D, A_q, A_Q, \omega, \delta]^t$$

단 $[A_d, A_F, A_D, A_q, A_Q]$

$$= (1/\sqrt{3}) [\lambda_d, \lambda_F, \lambda_D, \lambda_q, \lambda_Q] \quad (11.2)$$

$$[V_{\infty do}, V_{\infty qo}] = (1/\sqrt{3}) [v_{\infty do}, v_{\infty qo}] \quad (11.3)$$

식 (10)의 원소들은 다음과 같이 유도된다.

$$[a_{11}, a_{12}, a_{13}] = -\hat{r} D'_{11} [D_{11}, D_{12}, D_{13}]$$

$$- L_e D'_{11} D_{12} [a_{21}, a_{22}, a_{23}]$$

$$- L_e D'_{11} D_{13} [a_{31}, a_{32}, a_{33}]$$

$$[a_{44}, a_{45}] = -\hat{r} Q'_{11} [Q_{11}, Q_{12}]$$

$$+ L_e Q'_{11} Q_{12} [a_{54}, a_{55}] \quad (12)$$

$$a_{16} = -D'_{11} \hat{L}_q I_{qo}$$

$$a_{46} = Q'_{11} \hat{\Lambda}_{do}$$

여기서 $\hat{\Lambda}_{qo} = \Lambda_{qo} + L_e I_{do}$

$$D'_{11} = (1 + L_e D_{11})^{-1}$$

$$Q'_{11} = (1 + L_e Q_{11})^{-1}$$

식 (9) 및 식 (10)의 A행렬을 다음과 같은 부분행렬로 구분하여 각 원소의 관계를 관찰하면 다음과 같다. 여기서 초기동작점의 각속도 (p.u.) ω_o 는

1 p.u.이다.

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \quad (13)$$

1. 두 모델의 경우 모두 부분행렬 A_{33} 는 발전기 정수 (τ_j 및 D)에만 관계가 있다.

2. 두 모델 모두 부분행렬 A_{11} , A_{12} , A_{21} 및 A_{22} 는 발전기 정수 및 송전선 정수에만 관계가 있으며 상태변수의 초기치와는 무관하다. 따라서 송전선정수가 고정이면 여러개의 서로다른 초기동작점에 대해서 이들 부분행렬은 불변이다.

3. 두 모델 모두 부분행렬 A_{13} , A_{23} , A_{31} 및 A_{32} 는 발전기정수, 송전선 정수 및 초기동작점에 의하여 결정된다. 즉 발전기 및 송전선정수가 고정이면 여러개의 서로다른 동작점에 대하여 A행렬을 구성할 경우 이들 부분행렬만 재계산하면 된다.

4. 전류모델의 경우 A_{12} 미 A_{13} 의 각 열은 A_{11} 의 첫번째 열과 일차중속이다. 또한 A_{21} 및 A_{23} 의 각 열은 A_{22} 의 첫번째 열과 일차중속이다. 다시말해서 A_{12} 및 A_{13} 의 각 열은 $[D_{11}, D_{21}, D_{31}]^t$ 에 적절한 계수를 곱하여 계산할 수 있고, A_{21} 및 A_{23} 의 각 열은 $[Q_{11}, Q_{21}]^t$ 에 적절한 계수를 곱하여 계산할 수 있다.

5. 자속쇄교수 모델의 경우 부분행렬 A_{11} 의 둘째 및 셋째 행은 발전기 정수에만 관계된다. A_{22} 의 둘째행도 발전기정수에만 관계된다.

6. 초기동작점에 관련된 부분행렬 A_{13} , A_{23} , A_{31} 및 A_{32} 의 모든 원소는 초기치 I_{do} , I_{qo} , Λ_{do} , $\hat{\Lambda}_{do}$, $V_{\infty do}$ 및 $V_{\infty qo}$ (실효치)만 알면 계산할 수 있다.

식 (9) 및 식 (10)으로 표시된 계통의 A행렬은 각 원소들의 상호관련성을 관찰하기에는 편리한 형태이나, 실제 계산에 있어서는 불편하다. 왜냐 하면 저항 r_F , r_D 및 r_Q 등을 알아야만 계산이 가능한데 이들은 제작회사 데이터로 직접 주어지지 않으며 이들 데이터로 부터 역산을 하여야 한다. A행렬의 원소를 이러한 역산 과정없이 직접 계산 할 수 있는 공식을 유도하였다.

3. A행렬 원소의 직접계산방법

식 (8)의 인덕턴스행렬의 역행렬의 각 원소를 과도리액턴스 L'_a 및 L'_q 차과도리액턴스 L''_a 및 L''_q 그리고 시정수 τ'_{ao} , τ''_{ao} , τ'_{qo} 및 τ''_{qo} 의 정의에 의거 정리하였다. [1] 우선 D_{11} , D_{21} 및 D_{31} 을 식 (14)로 보였다.

$$\tilde{D}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{D}_{11} \\ \tilde{D}_{21} \\ \tilde{D}_{31} \end{bmatrix} = (\tilde{L}'_a)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -L''_{AD}(L_a - L'_a)(L'_{AD})^{-1}(L_{AD})^{-1} \\ -(L'_a - L''_a)(L'_{AD})^{-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} \tilde{L}''_a &= L''_a + L_e \\ L''_{AD} &= L''_a - l_d \\ L'_{AD} &= L'_a - l_d \end{aligned}$$

$[D_{11}, D_{21}, D_{31}]^t$ 은 $[\tilde{D}_{11}, \tilde{D}_{21}, \tilde{D}_{31}]^t$ 와 다음과 같은 관계가 있다. 즉 (14)의 \tilde{L}''_a 대신 L''_a 을 넣은 것과 같다.

$$\begin{aligned} D_1 &= [D_{11}, D_{21}, D_{31}]^t \\ &= (L''_a)^{-1}(\tilde{L}''_a)[\tilde{D}_{11}, \tilde{D}_{21}, \tilde{D}_{31}]^t \end{aligned} \quad (15)$$

\tilde{Q}_{11} , \tilde{Q}_{21} , Q_{11} 및 Q_{21} 은 식 (16)으로 구한다. 즉 Q_1 은 \tilde{Q}_1 의 \tilde{L}''_a 대신 L''_a 을 넣는 것과 같다.

$$\tilde{Q}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{11} \\ \tilde{Q}_{21} \end{bmatrix} = (\tilde{L}''_q)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -(L_q - L''_q)(L_{AQ})^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Q_1 = [Q_{11}, Q_{21}]^t = (L''_q)^{-1}(\tilde{L}''_q)[\tilde{Q}_{11}, \tilde{Q}_{21}]^t \quad (17)$$

여기서

$$\tilde{L}''_q = L''_q + L_e$$

전류 모델

식 (9)의 A행렬 각 원소를 공급데이터로부터

직접계산할 수 있도록 공급데이터의 각종 인덕턴스 및 시정수로서 기호형(Symbolic Form)으로 표현하여 표 1에 보였다. 부분행렬 A_{12} , A_{13} , A_{21} , 및 A_{23} 는 열연산(Column Operation)으로 구할 수 있다. 식 (9)의 BU행렬의 각원소는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} BU &= [a_{12}(L_{AD})^{-1}E_{FD}, -a_{22}(L_{AD})^{-1}E_{FD}, \\ &\quad -a_{32}(L_{AD})^{-1}E_{FD}, 0, 0, T_m/\tau_j, 0]^t \end{aligned} \quad (18)$$

자속쇄교수모델

식 (10)의 A행렬의 각 원소를 공급데이터상의 각종 인덕턴스 및 시정수로서 표현한 것이 표 2이다. 식 (12)의 D'_{11} 는 $(L''_a)(\tilde{L}'_a)^{-1}$ 이며 Q'_{11} 는 $(L''_q)(\tilde{L}'_q)^{-1}$ 인 것을 알 수 있다. 식 (10)의 BU행렬의 각 원소는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} BU &= [L_e \tilde{L}''_a^{-1}(\tau'_{ao} L'_{AD})^{-1} L''_{AD} E_{FD}, \\ &\quad (\tau'_{ao} (L_a - L'_a))^{-1} L_{AD} E_{FD}, 0, 0, 0, T_m/\tau_j, 0]^t \end{aligned} \quad (19)$$

이상 규명한 A행렬의 구조와 직접계산법을 예시하기 위하여 다음과 같은 발전기 정수를 가진 발전기가 송전선을 통하여 무한모선에 연결되어 있을 경우 동태안정도 해석을 위하여 A행렬을 반복적으로 계산한다고 가정한다. 두가지 경우를 생각할 수 있는데, (1) 송전선정수(R_e , L_e) 및 발전기 출력($P+jQ$)를 변화시키는 경우와 (2) 송전선정수는 고정시키고 발전기 출력만을 변화시키는 경우이다.

발전기정수(공급데이터)

$$\begin{aligned} L_a &= 1.70\text{p.u.}, \quad L_q = 1.64\text{p.u.}, \\ L'_a &= 0.245\text{p.u.}, \quad L'_q = 0.380\text{p.u.}, \\ L''_a &= 0.185\text{p.u.} = L''_q, \quad l_d = l_q = 0.15\text{p.u.}, \\ \tau'_{ao} &= 5.9\text{sec}, \quad \tau''_a = 0.023\text{sec} \\ \tau''_{qo} &= 0.075\text{sec}, \quad H = 2.37\text{sec}, \\ r &= 0.001096\text{p.u.} \end{aligned}$$

표 1 및 표 2의 세번째 열은 두번째 열의 기호형으로 표시된 각 원소에 발전기 정수를 넣어 각각 계산한 것이다. 이들 수치들은 발전기정수만으로 계산된 것이므로 송전선정수 및 발전기출력 중 어떤것이 변화하더라도 불변이다.

송전선정수를 변화시킬 경우 자속쇄교수모델 쪽이 계산량이 적은 것을알 수 있다.

표 1 전류모델의 경우 부분행렬원소

Table 1 Elements of Submatrices for Current Model

부분행렬원소		기호형표현	수치계산례
A ₁₁	a ₁₁	$-\hat{r}\hat{D}_{11}$	$-\hat{r}\hat{L}''_d^{-1}$
	a ₂₁	$-\hat{r}\hat{D}_{21}$	$-.345840a_{11}$
	a ₃₁	$-\hat{r}\hat{D}_{31}$	$-.631579a_{11}$
	a ₁₂	$-\hat{r}_F\hat{D}_{12}$	$.256734 \times 10^{-3}\hat{L}''_d^{-1}$
	a ₂₂	$-\hat{r}_F\hat{D}_{22}$	$-.a_{32} - 165.635 \times 10^{-6}\hat{L}''_d^{-1}\hat{L}_d$
	a ₃₂	$-\hat{r}_F\hat{D}_{32}$	$4.63279 \times 10^{-3}\hat{L}''_d^{-1}\hat{l}_d$
	a ₁₃	$-\hat{r}_D\hat{D}_{13}$	$8.27296 \times 10^{-3}\hat{L}''_d^{-1}$
	a ₂₃	$-\hat{r}_D\hat{D}_{23}$	$81.7463 \times 10^{-3}\hat{L}''_d^{-1}\hat{l}_d$
	a ₃₃	$-\hat{r}_D\hat{D}_{33}$	$-87.0837 \times 10^{-3}\hat{L}''_d^{-1}\hat{L}'_d$
A ₂₂	a ₄₄	$-\hat{r}\hat{Q}_{11}$	$-\hat{r}\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₅₄	$-\hat{r}\hat{Q}_{21}$	$-.976510a_{44}$
	a ₄₅	$-\hat{r}_Q\hat{Q}_{12}$	$52.6967 \times 10^{-3}\hat{L}''_q^{-1}$
a ₅₅	$-\hat{r}_Q\hat{Q}_{22}$	$-35.3669 \times 10^{-3}\hat{L}''_q^{-1}\hat{L}_q$	
A ₁₂	a ₁₄	$-\hat{L}_q\hat{D}_{11}$	$-\hat{L}_q\hat{L}''_d^{-1}$
	a ₂₄	$-\hat{L}_q\hat{D}_{21}$	$-.345840a_{14}$
	a ₃₄	$-\hat{L}_q\hat{D}_{31}$	$-.631579a_{14}$
	a ₁₅	$-\hat{L}_{AQ}\hat{D}_{11}$	$\hat{r}^{-1}a_{11}\hat{L}_{AQ}$
	a ₂₅	$-\hat{L}_{AQ}\hat{D}_{21}$	$\hat{r}^{-1}a_{21}\hat{L}_{AQ}$
	a ₃₅	$-\hat{L}_{AQ}\hat{D}_{31}$	$\hat{r}^{-1}a_{31}\hat{L}_{AQ}$
A ₂₁	a ₄₁	$\hat{L}_d\hat{Q}_{11}$	$\hat{L}_d\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₅₁	$\hat{L}_d\hat{Q}_{21}$	$-.976510a_{41}$
	a ₄₂	$\hat{L}_{AD}\hat{Q}_{11}$	$1.55\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₅₂	$\hat{L}_{AD}\hat{Q}_{21}$	$-.976510a_{42}$
	a ₄₃	$\hat{L}_{AD}\hat{Q}_{11}$	a ₄₂ *
a ₅₃	$\hat{L}_{AD}\hat{Q}_{21}$	a ₅₂	
A ₁₃	a ₁₆	$-\hat{D}_{11}\hat{A}_{q0}$	a ₁₄ I _{q0}
	a ₂₆	$-\hat{D}_{21}\hat{A}_{q0}$	$-.345840a_{16}$
	a ₃₆	$-\hat{D}_{31}\hat{A}_{q0}$	$-.631579a_{16}$
	a ₁₇	$\hat{D}_{11}V_{\infty q0}$	$\hat{L}''_d^{-1}V_{\infty q0}$
a ₂₇	$\hat{D}_{21}V_{\infty q0}$	$-\hat{L}''_d^{-1}\hat{L}'_{AD}(L_d - L'_d)L'_{AD}{}^{-1}\hat{L}_{AD}{}^{-1}V_{\infty q0}$	
a ₃₇	$\hat{D}_{31}V_{\infty q0}$	$-\hat{L}''_d^{-1}\hat{L}'_{AD}{}^{-1}(L'_d - L''_d)V_{\infty p0}$	
A ₂₃	a ₄₆	$\hat{A}_{d0}\hat{Q}_{11}$	$\hat{A}_{d0}\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₅₆	$\hat{A}_{d0}\hat{Q}_{21}$	$-.976510a_{46}$
	a ₄₇	$-\hat{V}_{\infty d0}\hat{Q}_{11}$	$-\hat{V}_{\infty d0}\hat{L}''_q^{-1}$
a ₅₇	$-\hat{V}_{\infty d0}\hat{Q}_{21}$	$\hat{V}_{\infty d0}\hat{L}''_q^{-1}(L_q - L''_q)L_{AQ}{}^{-1}$	
A ₃₁	a ₆₁	$\tau_j^{-1}(L_q - L_d)I_{q0}$	$-33.5762 \times 10^{-6}I_{q0}$
	a ₆₂	$-\tau_j^{-1}\hat{L}_{AD}I_{q0}$	$-867.385 \times 10^{-6}I_{q0}$
	a ₆₃	a ₆₂	a ₆₂
A ₃₂	a ₆₄	$-\tau_j^{-1}(\hat{A}_{d0} - L_q I_{d0})$	$559.60 \times 10^{-6}(-\hat{A}_{d0} + 1.64I_{d0})$
	a ₆₅	$\tau_j^{-1}\hat{L}_{AQ}I_{d0}$	$833.809 \times 10^{-6}I_{d0}$

* $\hat{l}_d = l_d + L_e$

표 2 자속해교수 모델의 경우 부분행렬 원소
Table 2 Elements of Submatrices for Flux-linkage Model

부분행렬 원소			기호형표현	수치계산례
A ₁₁	a ₁₁	*	$-\hat{r}\hat{L}''_a^{-1} - K_1(a_{42}a_{21} + a_{43}a_{31})$	$-\hat{r}\hat{L}''_a^{-1} + 28.7233 \times 10^{-3}$ $L_e\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₁₂	*	$\hat{r}\hat{L}''_a^{-1}(L_a - L'_a)L''_{AD}L'_{AD}{}^{-1}L_{AD}{}^{-1}$ $-K_1(a_{42}a_{22} + a_{43}a_{32})$	$.34584\hat{r}\hat{L}''_a^{-1} + 40.0361$ $\times 10^{-3}L_e\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₁₃	*	$\hat{r}\hat{L}''_a^{-1}(L'_d - L''_d)L''_{AD}{}^{-1}$ $-K_1(a_{42}a_{23} + a_{43}a_{33})$	$.631579\hat{r}\hat{L}''_a^{-1} - 71.539$ $\times 10^{-3}L_e\hat{L}''_q^{-1}$
	a ₂₁	$-r_f D_{21}$	$(\tau'_{do}L''_dL'_{AD})^{-1}L_{AD}L''_{AD}$	1.38775×10^{-3}
	a ₂₂	$-r_f D_{21}$	$-(\tau'_{do}L''_dL'_{AD})^{-1}L_dL''_{AD}{}^{-1} - a_{23}$	-5.27836×10^{-3}
	a ₂₃	$-r_f D_{21}$	$(\tau'_{do}L''_dL'_{AD})^{-1}L_{AD}l_d(L'_d - L''_d)(L'_{AD})^{-1}$	3.75631×10^{-3}
	a ₃₁	$-r_D D_{31}$	$(\tau''_{do}L''_d)^{-1}L'_{Ad}$	44.7187×20^{-3}
	a ₃₂	$-r_D D_{31}$	$(\tau''_{do}L''_d)^{-1}(L_a - L'_a)l_dL_{AD}{}^{-1}$	66.2808×10^{-3}
	a ₃₃	$-r_D D_{31}$	$-(\tau''_{do}L''_d)^{-1}L'_d$	-115.327×10^{-3}
A ₂₂	a ₄₄		$-\hat{r}\hat{L}''_q^{-1} + K_1^{-1}a_{15}a_{54}$	$-\hat{r}\hat{L}''_q^{-1} + 278.156 \times 10^{-3}$ $L_e\hat{L}''_a^{-1}$
	a ₄₅		$\hat{r}\hat{L}''_q^{-1}(L_q - L''_q)L_{AQ}{}^{-1} + K_1^{-1}a_{15}a_{55}$	$.97651\hat{r}\hat{L}''_q^{-1} - 306.158$ $\times 10^{-3}L_e\hat{L}''_a^{-1}$
	a ₅₄	$-r_q Q_{21}$	$(\tau''_{qo}L''_q)^{-1}L_{AQ}$	284.847×10^{-3}
	a ₅₅	$-r_q Q_{22}$	$-(\tau''_{qo}L''_q)^{-1}L_q$	-313.523×10^{-3}
A ₁₂	a ₁₄	$-D'_{11}Q'_{11}{}^{-1}$	$-K_1$	-1.0
	a ₁₅	$-L_e D'_{11}Q_{12}$	$L_e L''_d \hat{L}''_d^{-1} (L_q - L''_q) L_{AQ}{}^{-1}$	$.976510 L_e \hat{L}''_a^{-1}$
A ₂₁	a ₄₁	$Q'_{11} D'_{11}{}^{-1}$	$K_1^{-1} - (L''_q)^{-1} L_e (L''_d)^{-1} L''_{AD} (L_a - L'_d)$	1.0
	a ₄₂	$L_e Q'_{11} D_{12}$	$(\hat{L}'_{AD})^{-1} (L_{AD})^{-1} L''_q$ $-(\hat{L}''_q)^{-1} L_e (L''_d)^{-1} (L'_d - L''_d)$	$-.345740 L_e \hat{L}''_q^{-1}$
	a ₄₃	$L_e Q'_{11} D_{13}$	$(L'_{AD})^{-1} L''_q$	$-.631579 L_e \hat{L}''_q^{-1}$
A ₁₃	A ₁₆	$-D'_{11} \hat{L}_q I_{qo}$	$-\hat{L}''_d^{-1} L''_d \hat{L}_q I_{qo}$	$-.185 \hat{L}_q \hat{L}''_q^{-1} I_{qo}$
	a ₁₇	$D'_{11} V_{\infty qo}$	$\hat{L}''_d^{-1} L''_d V_{\infty qo}$	$.185 \hat{L}''_d^{-1} V_{\infty qo}$
A ₂₃	a ₄₆	$Q'_{11} \hat{A}_{do}$	$L''_q \hat{L}''_q^{-1} \hat{A}_{do}$	$.185 \hat{L}''_q^{-1} \hat{A}_{do}$
	a ₄₇	$-Q'_{11} V_{\infty do}$	$-\hat{L}''_q^{-1} L''_q V_{\infty do}$	$-.185 \hat{L}''_q^{-1} V_{\infty do}$
A ₃₁	a ₆₁	$\tau_j^{-1} (D_{11} L_q^{-1}) I_{qo}$	$\tau_j^{-1} (L_q L''_d^{-1} - 1) I_{qo}$	$4.40120 \times 10^{-3} I_{qo}$
	a ₆₂	$\tau_j^{-1} L_q D_{12} I_{qo}$	$-\tau_j^{-1} L_q L''_d^{-1} L''_{AD} (L_a - L'_d) L'_{AD}{}^{-1} L_{AD}{}^{-1} I_{qo}$	$-1.71565 \times 10^{-3} I_{qo}$
	a ₆₃	$\tau_j^{-1} L_q D_{13} I_{qo}$	$-\tau_j^{-1} L_q L''_d^{-1} (L'_d - L''_d) L'_{AD}{}^{-1} I_{qo}$	$-3.13314 \times 10^{-3} I_{qo}$
A ₃₂	A ₆₄	$\tau_j^{-1} (I_{do} - Q_{11} \Lambda_{do})$	$\tau_j^{-1} (-L''_q^{-1} \Lambda_{do} + I_{do})$	$559.603 \times 10^{-6} (-5.4054 \Lambda_{do} + I_{do})$
	a ₆₅	$-\tau_j^{-1} (Q_{12} \Lambda_{do})$	$\tau_j^{-1} L''_q^{-1} (L_q - L''_q) L_{AQ}{}^{-1} \Lambda_{do}$	$2.95383 \times 10^{-3} \Lambda_{do}$

* $K_1 = \hat{L}''_q L''_q^{-1} L''_d \hat{L}''_d^{-1}$

4. 수치계산례

만약 송전선정수 R_e 및 L_e를 특정한 값으로 고

정시키고 발전기출력만을 변화시키는 경우, 표 1 및 표 2의 부분행렬 A₁₁, A₁₂, A₂₁ 및 A₂₂는 초기동작점과는 관계없으며, 초기동작점에 관계있는

전류 모델

$$10^{-3} \begin{pmatrix} -36.0615 & 0.43886 & 14.1418 & \vdots & -3487.18 & -2547.01 \\ 12.4715 & -4.9502 & 76.8555 & \vdots & 1206.01 & 880.857 \\ 22.7757 & 4.35561 & -96.0154 & \vdots & 2202.43 & 1608.64 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 3589.74 & 2649.57 & 2649.57 & \vdots & -36.0615 & 90.0798 \\ -3505.42 & -2587.33 & -2587.33 & \vdots & 35.2145 & -123.331 \end{pmatrix} \quad (20)$$

자속쇄교수 모델

$$10^{-3} \begin{pmatrix} -16.4217 & 39.8466 & -26.1399 & \vdots & -1000 & 667.669 \\ 1.38775 & -5.27836 & 3.75631 & \vdots & 0 & 0 \\ 44.7187 & 66.2808 & -115.327 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 1000 & -236.472 & -431.849 & \vdots & 154.131 & 174.124 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 284.847 & -313.523 \end{pmatrix} \quad (21)$$

부분행렬만 재계산하면 된다. 송전선정수 $R_e = 0.02\text{p.u.}$, $L_e = 0.4\text{p.u.}$ 으로 가정한다. 부분행렬 A_{11} , A_{12} , A_{21} 및 A_{22} 는 전류모델 및 자속쇄교수 모델에서 표 1 및 표 2에서 계산하여 각각 식 (20)과 식 (21)로 보였다.

발전기출력을 $P = 1.0\text{p.u.}$ 0.85P.F.이고 무한모션 전압을 1.0P.U.일 경우의 초기동작점은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_{d0} &= -0.91856, & I_{q0} &= 0.40472, \\ V_{\infty d0} &= -0.80656, & V_{\infty q0} &= 0.59178, \\ A_{d0} &= 0.96764, & A_{q0} &= 0.66374 \end{aligned}$$

초기동작점에 관련된 부분행렬을 계산하여 전류 모델의 경우는 식 (22)에, 자속쇄교수모델의 경우는 식 (23)에 보였다. 자속쇄교수모델의 경우가 계산량이 적은 것을 알 수 있다.

전류 모델

$$\begin{pmatrix} A_{12} \\ \dots \\ A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.41133 & 1.01159 \\ 0.488095 & -0.349848 \\ 0.891366 & -0.638899 \\ \dots & \dots \\ 1.02524 & 1.37874 \\ -1.00133 & -1.34635 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$[A_{31} : A_{32}] = \begin{pmatrix} -13.5903 & -351.048 & -351.048 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots \\ & & -1384.50 & -765.904 \\ & & 0 & 0 \end{pmatrix} 10^{-6}$$

자속쇄교수 모델

$$\begin{pmatrix} A_{12} \\ \dots \\ A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -261.096 & 187.144 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 189.702 & 255.066 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} 10^{-3} \quad (23)$$

$$[A_{31} : A_{32}] = \begin{pmatrix} 1.78126 & -0.69436 & -1.26805 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots \\ & & -3.44103 & 2.85824 \\ & & 0 & 0 \end{pmatrix} 10^{-3}$$

BU행렬은 전류모델 및 자속쇄교수모델에 대하여 식 (18) 및 식 (19)에서 각각 식 (24) 및 식 (25)로 계산된다.

$$BU = [-.283135 E_{FD}, 3.19368 E_{FD}, -2.8100 E_{FD}, 0, 0, T_m/\tau_j, 0]^t \quad (24)$$

$$BU = [113.254 \times 10^{-6} E_{FD}, 478.934 \times 10^{-6} E_{FD}, 0, 0, 0, T_m/\tau_j, 0]^t \quad (25)$$

이상에서 전류모델 및 자속쇄교수모델에 대하여 회전자정수 r_F, r_D, L_F, L_D, r_Q 및 L_Q 등을 공급 데이터로 부터 역산하는 과정이 없이 공급데이터로 부터 표 1 및 표 2에 제시된 바와 같이 직접적으로 계산하는 과정을 고찰하였다. 표 1 및 표 2에 제시된 A행렬의 각 원소는 기호형으로 표현되어 있으므로 송전선정수 또는 초기동작점이 변화할 경우 어떻게 바뀌는지를 명확히 하였다. 송전선정수를 변화하지 않는 상태에서 여러동작점에 대한 고유치(Eigenvalue)를 구하고 싶을 때는 식 (20) 또는 식 (21)의 5×5 행렬은 불변이며 식 (22) 및 식 (23)의 부분행렬만을 각초기동작점에

대해서 재계산하면 된다는 사실도 명확히 이해할 수 있다.

5. 검토 및 결론

발전기제작회사 공급데이터로 부터 직접적으로 1기-무한대모선의 상세한 모델의 A행렬 원소를 구하는 방법을 고찰하였다. 식 (9) 및 식 (10)에서 전류모델 및 자속쇄교수 모델의 A행렬 원소의 상호관련성을 규명하였다. A행렬을 아홉개의 부분행렬로 나누었을 때 (1) 발전기정수에만 관련되는 부분행렬 (2) 발전기정수 및 송전선 정수에만 관련되는 부분행렬, 그리고 (3) 발전기 및 송전선 정수와 초기동작점 모두에 관련되는 부분행렬이 있음을 알 수 있다. 전류모델의 경우 식 (14)의 열벡터 D_1 을 구하면 A_{12} 및 A_{13} 을 간단히 구할 수 있으며, 식 (16)의 열벡터 Q_1 을 구하면 A_{21} 및 A_{23} 를 간단히 구할 수 있다. 여러개의 서로 다른 초기동작점에 대하여 고유치를 구하는 경우에는 본 연구에서 제시한 계통행렬구조를 이용하면,

초기동작점에 관련된 부분행렬만을 재계산하면 되므로 노력을 절감할 수 있다. 또한 초기동작점의 전류 및 자속쇄교수의 초기치를 모두 실패치에서 구할 수 있도록 했으므로 $\sqrt{3}$ 또는 3으로 곱하거나 나눌 필요가 없으므로 계산을 간단히 할 수 있다.

이 논문은 1988년도 문교부지원 한국 학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음

참 고 문 헌

- [1] P.M. Anderson and A.A. Fouad, Power System Control and Stability, Iowa State University Press, Ames, 1977.
- [2] 권세혁, "발전기-무한대모선계통의 계통행렬 구조에 관한 연구," 고려대학교 공과대학 공학논집 (28집), pp. 63~70, 1987.