

〈論 文〉

등온 수직 평판에서의 혼합대류 열전달

박문길* · 이재신* · 양성환* · 권순석**

(1990년 7월 30일 접수)

Mixed Convection from Two Isothermal, Vertical, Parallel Plates

M.K. Park, J.S. Lee, S.H. Yang and S.S. Kwon

Key Words : Mixed Convection(혼합대류), Vertical Plate(수직평판), Plume Interaction(플럼 상호작용)

Abstract

The steady laminar mixed convection from two finite vertical parallel plates has been studied by numerical procedure. The governing equations are solved by the finite difference method and point successive over relaxation scheme at $Re=100\sim 1000$, $Gr=0\sim 10^6$, $Pr=0.71$ and dimensionless plate spacing $b/\ell=0.05\sim 1.0$. The plume interaction caused by the thermal interference of two plates is observed. As Reynolds numbers are increased, optimum plate spacings are moved to narrow spacings at the same Grashof number, and as Grashof numbers are increased, to wide spacings at the same Reynolds number.

기 호 설 명	ψ : 유동함수
b : 평판간격	ω : 와도
g : 중력가속도	θ : 무차원 온도, $(T-T_\infty)/(T_P-T_\infty)$
Gr : Grashof 수	Ψ : 무차원 유동함수, $\psi/u_\infty \ell$
ℓ : 평판길이	
Pr : 플란틀 수	하 첨 자
Re : 레이놀즈 수	d : 중첩영역
T : 온도	f : 자유영역
u : 수직방향 속도	P : 평판
U : 무차원 수직방향 속도, u/u_∞	T : 전체
v : 수평방향 속도	∞ : 주위유체
x : 수직방향 좌표	
y : 수평방향 좌표	
α : 열확산계수	
β : 체적팽창계수	
ν : 동점성계수	

1. 서 론

일반적으로 대류열전달은 외부에서 부가되는 유동에 의한 강제대류와 가열 혹은 냉각된 표면과 주위유체와의 온도차로 야기되는 밀도구배에 의한 자연대류로 대별된다. 그러나, 열교환기, 저속 유동

*정회원, 동아대학교 대학원

**정회원, 동아대학교 공과대학 기계공학과

의 열선유속계등과 같은 경우에는 유체의 유속이 작고, 표면과 주위유체와의 온도차가 커, 밀도변화에 따른 부력의 영향이 무시될 수 없는 혼합대류현상을 가진다.

단일 수직 또는 수평평판에서의 유동 및 열전달에 관한 자연대류 혹은, 강제대류의 실험 및 해석적 연구^(1~5)가 진행되었으며, 수직평판에서의 혼합대류 열전달에 대하여 Sparrow와 Gregg⁽⁶⁾는 교란기법(perturbation technique)을 사용하여 부력의 영향이 작은 경우에 대한 해를 구하였다. 또한, Sparrow와 Lloyd⁽⁷⁾는 같은 형상에서 순수 강제대류 유동으로부터 혼합대류와 자연대류를 포괄하는 범위에 대하여 플란틀수를 변수로 similarity 해를 구하였다.

평행 평판에서의 자연대류 열전달은 Bar-Cohen 등⁽⁸⁾이 수직평판에서 열전달을 최대로 하는 최적 평판 간격을 제시하였으며, 강제대류는 Mercer 등⁽⁹⁾이 평판의 입구부위에서 평판의 조건을 바꾸어 가며, 실험과 해석해를 상호 비교 검토하였다. 또한, Kwon 등⁽¹⁰⁾은 수직 평판이 평행하게 배열된 경우의 혼합대류 열전달에 관하여 평판 길이와 평판 간격을 변수로 수치해를 구하였다.

본 연구에서는 두 개의 수직 등은 평판이 평행하게 배열된 경우의 혼합대류 열전달에 대하여 무차원 평판 간격, b/ℓ 와 Grashof수, 레이놀즈수를 변수로 유한차분법을 사용 수치해석하고, 두평판사이의 간섭현상과 열전달을 최대로 하는 최적 평판간격을 구하였다.

2. 이론해석

2.1 지배 방정식

혼합대류의 지배를 받는 수직 평행 평판의 도식적 형상은 Fig. 1과 같다. 평판의 입구에서는 온도, T_∞ 의 공기가 균일 속도, u_∞ 로 유입되며, 평판의 온도, T_p 는 일정하다. 또한, 유체는 Boussinesq Approximation을 따른다고 가정하였다.

2차원 비압축성, 층류 혼합대류에 대하여 유동함수(stream function)와 와도(vorticity)를 도입한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\omega = -\nabla^2 \psi \tag{1}$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \nabla^2 \omega - g\beta \frac{\partial T}{\partial y} \tag{2}$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \nabla^2 T \tag{3}$$

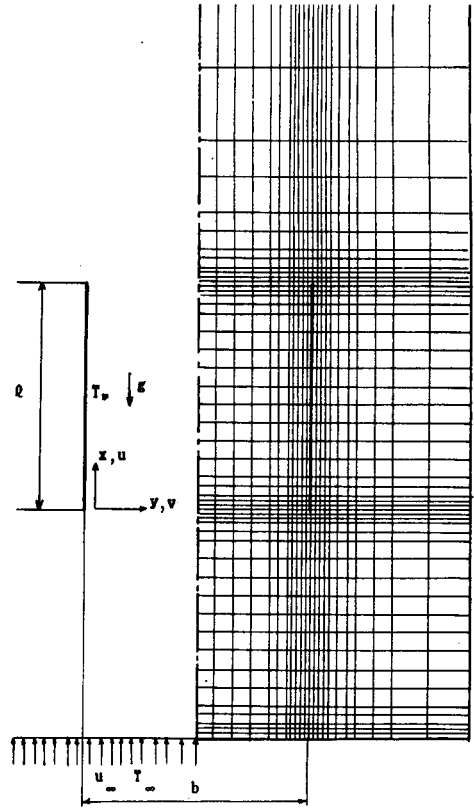


Fig. 1 Schematic diagram and grid system.

여기서

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{4}$$

경계조건을 다음과 같다.

(1) 평판 표면

$$u = v = \psi = 0, \quad T = T_p, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \tag{5}$$

(2) 유입부

$$u = u_\infty, \quad v = 0, \quad T = T_\infty, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tag{6}$$

(3) 유출부

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tag{7}$$

(4) 평판 외부 경계

$$u = u_\infty, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T = T_\infty, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \tag{8}$$

(5) 대칭축

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \omega = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \tag{9}$$

위 식 (1)~(9)를 특성길이, ℓ 과 온도, $(T_p - T_\infty)/(T_p - T_\infty)$ 를 사용하여 무차원화 하였다.

2.2 수치해석

Fig. 1과 같은 격자 형상에 대하여 지배방정식 (1)~(4)와 경계조건 (5)~(9)를 유한차분법을 사용하여 유한차분식으로 유도후 S.O.R.기법으로 수치해석 하였다. 또한 수렴기준은 다음과 같이 구하였다.

$$\text{MAX}|(Q^m - Q^{m-1})/Q^m| < 10^{-4} \quad (10)$$

여기서 Q 는 유동함수 또는 온도를 나타내며, m 은 반복회수를 나타낸다. 한개의 해를 구하는데 소요시간은 coprocessor가 부착된 386-PC를 사용 30분~1시간 정도였다.

3. 결과 및 고찰

본 연구는 무차원 평판 간격 $0.05 \leq b/l \leq 1.0$, $100 \leq Re \leq 1000$ 및 $0 \leq Gr \leq 10^6$ 의 범위에서 해를 구하였다.

Fig. 2는 $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$ 에서 여러가지 무차원간격, b/l 에 대한 등온선을 나타낸 것이다. 평판간격이 좁아질수록 양 평판에서 성장한 온도경계층이 평판의 사이에서 더욱 중첩되어, $b/l=0.1$ 은 단일 평판과 유사한 현상을 보인다. 또한, $b/l=0.5$ 의 경우 평판상부에서 약한 플립 상호작용 현상을 보인다.

Fig. 3은 Fig. 2와 같은 경우 $Gr=10^6$ 에서의 등온선은 나타낸 것이다. Gr 의 증가로 자연대류가 지배적인 경우이며, $b/l=0.5$ 에서는 평판 상부의 양평판에 의한 플립 상호작용이 명확히 나타남을

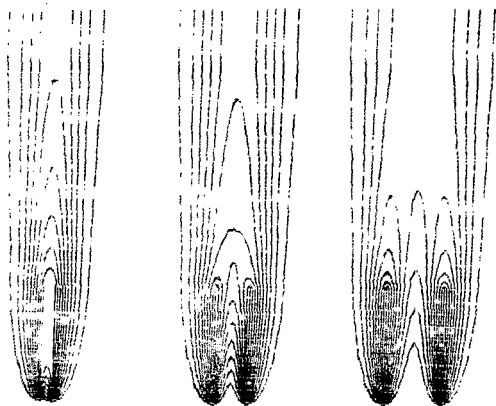
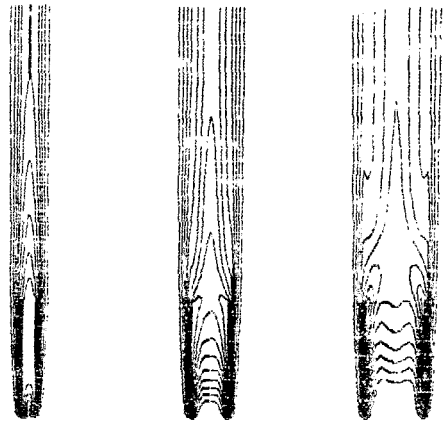


Fig. 2 Isotherms for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$.



(a) $b/l=0.1$ (b) $b/l=0.3$ (c) $b/l=0.5$

Fig. 3 Isotherms for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^6$

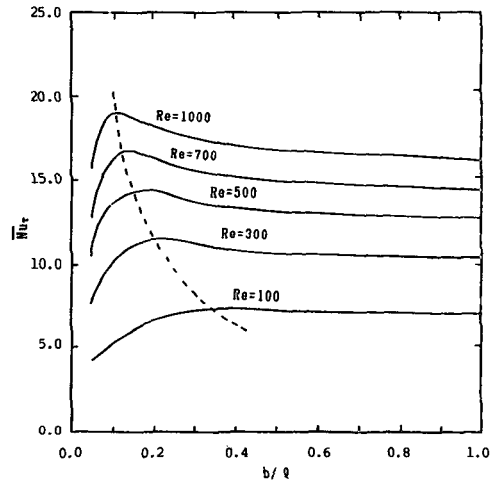


Fig. 4 Total mean Nusselt number distributions for various Reynolds number at $Gr=10^4$, $Pr=0.71$

알 수 있다. b/l 가 감소할수록 Fig. 2에서와 같이 단일 평판에 접근하는 현상을 보인다.

Fig. 4는 $Gr=10^4$ 에서 b/l 에 대한 전체 평균 누셀트 수 분포를 여러가지 레이놀즈 수에 대하여 나타낸 것이다. 점선은 최적 평판간격, 즉 최대 누셀트 수를 보이는 평판 간격은 레이놀즈수가 증가할수록 좁은 곳에서 나타났다.

Fig. 5는 $Re=100$ 에서 b/l 에 대한 전체 평균 누셀트 수 분포를 여러가지 Grashof수에 대하여 나타낸 것이다. Gr 이 $0, 10^4$ 에서는 $b/l=0.4$ 에서 최적을 보이나 Gr 이 증가할수록 b/l 가 넓은 곳으로

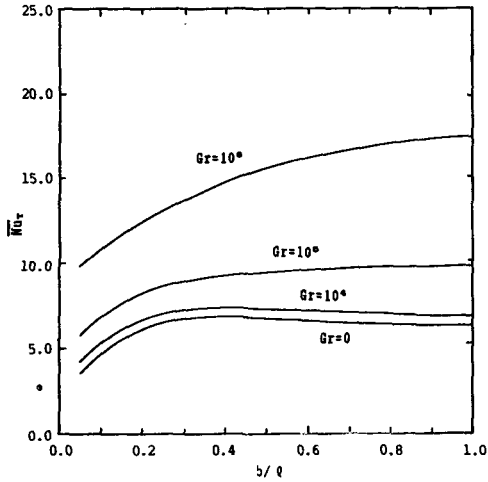


Fig. 5 Total mean Nusselt number distributions for various Grashof number at $Re=100$, $Pr=0.71$

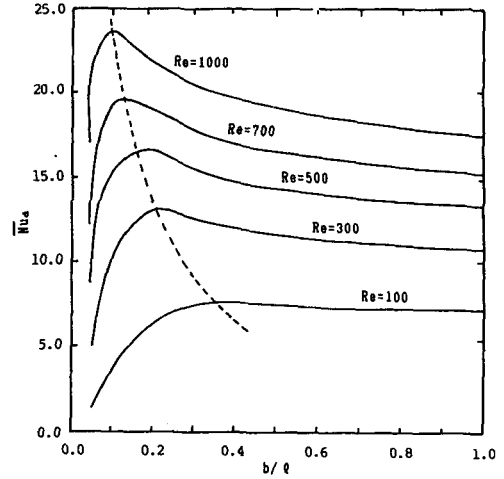


Fig. 7 Mean Nusselt number distributions of overlap region for various Reynolds numbers at $Pr=0.71$, $Gr=10^4$

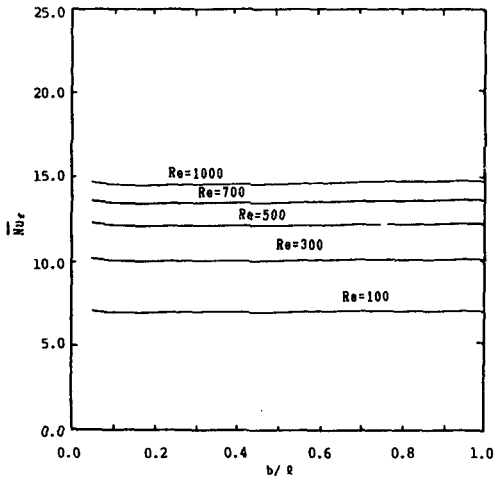


Fig. 6 Mean Nusselt number distributions of free stream region for various Reynolds numbers at $Pr=0.71$, $Gr=10^4$

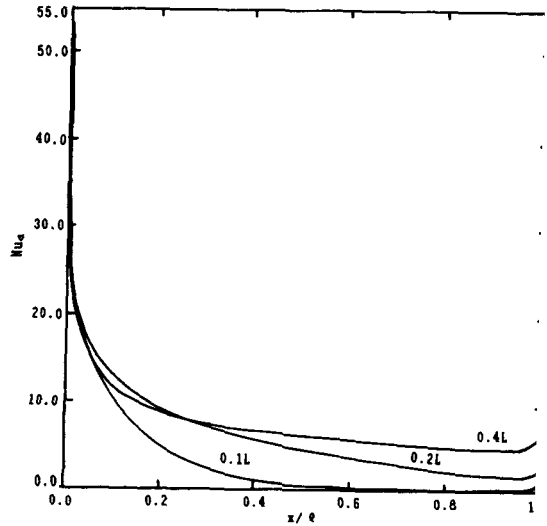


Fig. 8 Local Nusselt number distributions of overlap region for various plate spacings at $Re=100$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$

최적치가 이동함을 알 수 있다.

Fig. 6은 $Gr=10^4$ 에서 b/l 에 대한 자유역의 평균 누셀트수 분포를 레이놀즈수에 대하여 나타낸 것이다. 레이놀즈수가 증가할수록 전체적으로 높은 값을 보이고, 평판간격이 좁은 곳에서 다소 증가하나, b/l 에 관계없이 일정한 값을 나타내었다.

Fig. 7은 $Gr=10^4$ 에서 b/l 에 대한 중첩역의 평균 누셀트수 분포를 레이놀즈수에 대하여 나타낸

것이다. 이는 전체 평균누셀트수분포와 유사한 향을 보이며, b/l 가 좁은곳에서는 양 평판의 길이로 누셀트수가 급격히 감소함을 알 수 있다.

Fig. 8은 $Re=100$, $Gr=10^4$ 에서 중첩역의 국누셀트수 분포를 $b/l=0.1$, 0.2 , 및 0.4 에 대해 나타낸 것이다. 평판의 입구에서는 b/l 에 관계이 높은 값을 가지나, 평판의 출구로 갈수록 급히 감소하여 $b/l=0.1$ 에서는 양평판에서 성장

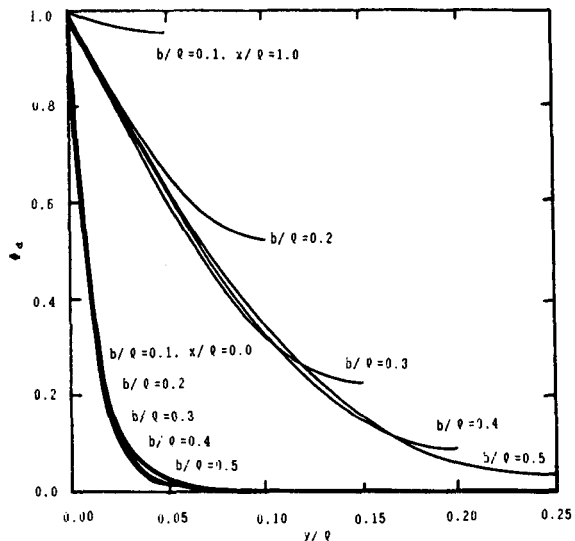


Fig. 9 Dimensionless temperature distributions of over-lap region for various plate spacings at $Re=300$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $x/l=0.0$ and $x/l=1.0$.

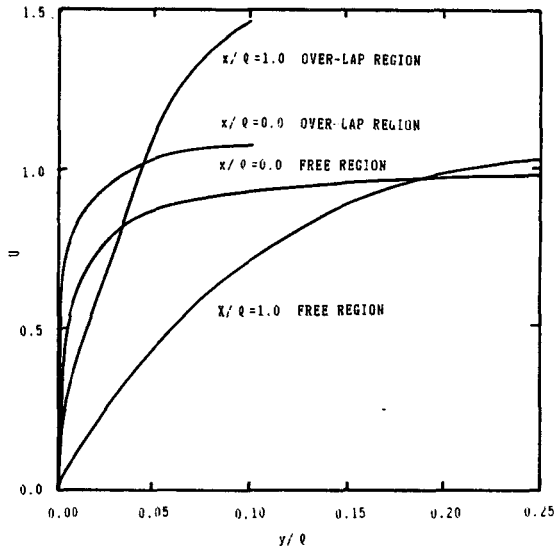


Fig. 11 Dimensionless vertical velocity distributions for over-lap and free region at $Re=300$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$, $b/l=0.2$, $x/l=0.0$ and $x/l=1.0$.

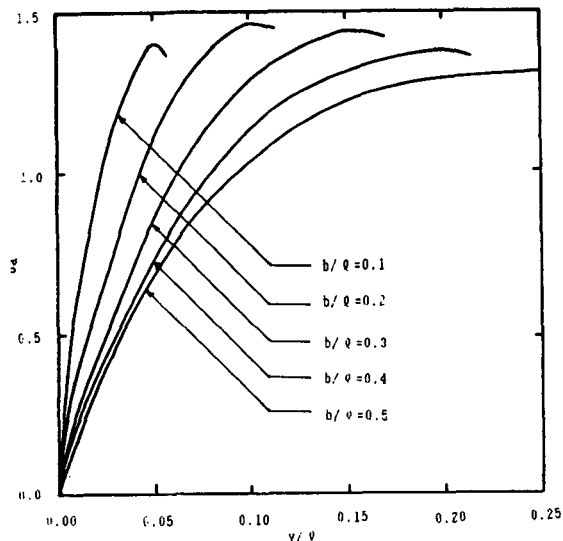


Fig. 10 Dimensionless vertical velocity distributions of over-lap region for various plate spacings at $Re=300$, $Pr=0.71$, $Gr=10^4$ and $x/l=1.0$.

에 의한 부력상승작용으로 $b/l=0.2$ 보다 높은 분포를 나타내었다.

Fig. 9는 $Re=300$, $Gr=10^4$ 에서 입구와 출구의 중첩역 온도분포를 여러가지 b/l 에 대하여 나타낸 것이다. 입구에서는 b/l 에 관계없이 온도분포가 일정하나, 출구에서는 $b/l=0.3$ 에서 온도구배가 최대가 되며, $b/l=0.1$ 에서는 양평판에 의한 경계층의 중첩으로 데워진 공기가 상승, 완만한 온도분포를 보인다.

Fig. 10은 Fig. 9와 같은 조건에서 b/l 에 대한 출구에서의 수직방향 속도분포를 나타낸 것이다. b/l 가 증가할수록 완만한 분포를 보이며, 최대속도는 동일조건에서 최적간격인 $b/l=0.2$ 에서 나타났다.

Fig. 11은 $Re=300$, $Gr=10^4$ 의 최적간격인 $b/l=0.2$ 에서 입구 및 출구의 수직방향 속도분포를 자유역과 중첩역에 대하여 나타낸 것이다. 양 평판에서 성장한 온도경계층의 중첩에 의한 유체의 상승 효과 때문에 중첩역은 자유역보다 입, 출구 각각에 대하여 높은 값의 속도분포를 보였다.

Fig. 12는 $Re=200$, $Gr=6016$ 에서 수치해석과 실험을 비교한 것이다. 본 연구에서는 평판 두께가 무한히 얇다고 가정하였으나, 실험과 상호 비교하

온도경계층의 간섭으로 데워진 공기가 상승, 열전달이 거의 일어나지 않으며, $b/l=0.2$ 와 $b/l=0.4$ 에서는 $b/l=0.4$ 가 양 평판의 온도경계층의 중첩

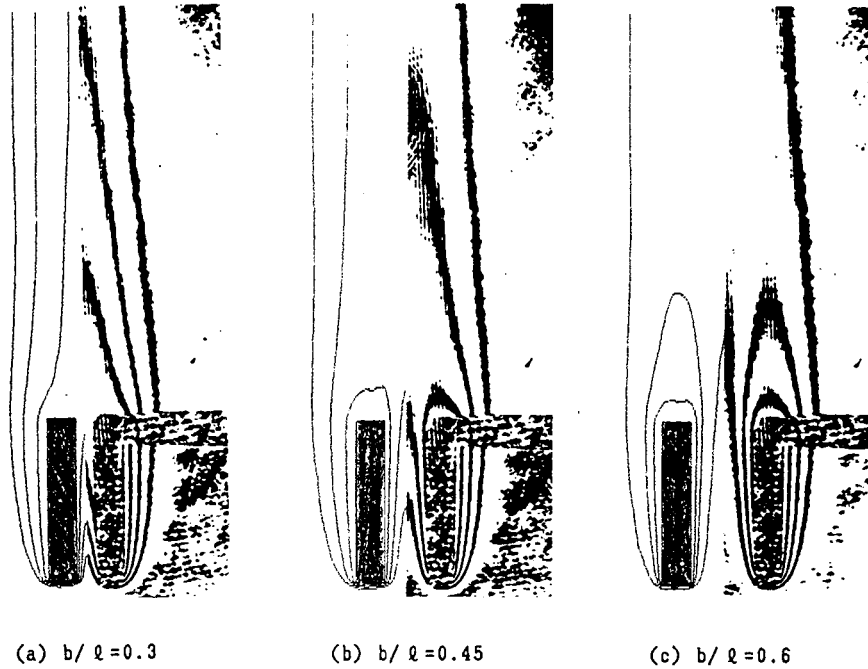


Fig. 12 Comparison of experimental and numerical isotherms at $Re=200$, $Pr=0.71$, $Gr=6016$, $\Delta\psi=0.33$

기 위하여, 실험과 동일한 두께로 변경, 수치해석 하였다. 실험은 소형 풍동을 제작, Mach-Zender 간섭계를 사용하여 행하였다. 상부 플럼에서 약간의 오차를 보이나, 대체적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결 론

등은 수직 평판에서의 혼합대류 열전달에 대하여 $100 \leq Re \leq 1000$, $Pr=0.71$, $0 \leq Gr \leq 10^6$ 및 $0.05 \leq b/l \leq 1.0$ 의 범위에서 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 동일 Grashof수에서 최적 평판 간격은 레이놀즈수가 증가할수록 좁은 곳에서 나타났다.
- (2) 동일 레이놀즈수에서 최적 평판 간격은 Grashof수가 증가할수록 넓은 곳에서 나타났다.
- (3) 자유역의 평균 누셀트수는 레이놀즈수가 증가할수록 높은 값을 가지며, b/l 에 관계없이 거의 일정한 값을 가졌다.
- (4) 중첩역의 평균 누셀트수는 b/l 가 좁은 경우 급격한 감소를 보였다.
- (5) 수치해석과 실험은 대체적으로 잘 일치하였

다.

참 고 문 헌

- (1) Yang, R. and Yao, L.S., 1987, "Natural Convection along a Finite Vertical Plate", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 109, pp. 413~418.
- (2) Kays, W.M. and Crawford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, New York, 2nd ed., pp. 133~160.
- (3) Miyamoto, M. and Aklyoshi, T., 1981, "Free Convection Heat Transfer near Leading Edge of Semi-Infinite Flat Plate with Finite Thickness", JSME, Vol. 24, pp. 1945~1952.
- (4) Yousef, W.W., Tarasuk, W.J., and Mckeen W.J., 1982, "Free Convection Heat Transfer from Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 104, pp. 493~500.
- (5) Miyamoto, M., Katoh, y. and Kurima, J., 1985, "Free Convection Heat Transfer from Vertical and Horizontal Short Plates, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1733~1745.
- (6) Sparrow, E.M., and Gregg, J.L., 1959, "Buoyancy Effects in Forced Convection Flow and Heat Tras-

- fer", ASME J. of Applied Mechanics, Vol. 13, pp. 133~134.
- (7) Lloyd, J.R. and Sparrow, E.M., 1970, "Combined Forced and Free Convection Flow on Vertical Surfaces", Int. J. Heat and Mass Transfer Vol. 13, pp. 434~438.
- (8) Bar-Cohen, A., and Rohsenow, W.M., 1984, "Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates", ASME J. of Heat Transfer, Vol. 106, pp. 116~123.
- (9) Mercer, W.E., Pearce, W.M., and Hitchcock, J.E., 1967, "Laminar Forced Convection in the Entrance Region Between Parallel Flat Plates", ASME J. of Heat Transfer, pp. 251~257.
- (10) 권순석, 양성환, 1988, "수직 평행 평판에서의 혼합대류 열전달", 대한기계학회논문집, 제13권, 제 2호, pp. 299~306.