

〈論 文〉

혼합 적층 복합 재료판의 최적설계

이영신* · 이열화** · 나문수***

(1990년 7월 13일 접수)

Optimal Design of Hybrid Laminated Composite Plates

Young-Shin Lee, Yeol-Wha Lee and Moon-Soo Na

Key Words: Optimal Design(최적설계), Hybrid Laminated(혼합적층), Plate(판), Recursive Linear Programming(순환 선형 계획법), Multicriteria Objective Function Optimization(다 목적 함수 최적화), Specific Damping Capacity(모달 에너지 감쇠비), Modal Strain Energy(모달 변형 에너지), Finite Element Method(유한 요소법)

Abstract

In this paper, optimization procedures are presented considering the static and dynamic constraints for laminated composite plate and hybrid laminated composite plate subject to concentrated load on center of the plates. Design variables for this problem are ply angle or ply thickness. Deflection, natural frequency and specific damping capacity are considered as constraints. Using a recursive linear programming method, the nonlinear optimization problems are solved. By introducing the design scaling factor, the number of iterations is reduced significantly. Composite plates could be designed optimally combined with FEM analysis under various conditions. In the optimization procedure, verification for both analysis and design of the laminated composite plates are compared with the results of the others. Various design results are presented for the laminated composite plates and hybrid laminated composite plates.

기 호 설 명

A : 적층판의 면적 ($A=a \times b$)
 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} : 적층판의 강성 행렬
 $(B_{ij})_k$: k 번째 층의 보간함수 미분행렬
 C_i, E_{ij}, H_j : 선형화된 설계제한조건식의 계수
 E_1, E_2 : 탄성계수
 $\{F\}$: 절점의 외력벡터
 g_i : 설계제한조건식
 k_c : 전단보정계수 (=5/6)
 $[K], [K_d]$: 판의 강성행렬과 감쇠강성행렬

m : 판의 절점 변위수
 M_1, M_2, M_3 : 합모멘트
 $[M]$: 판의 질량행렬
 n : 판의 적층수
 N_1, N_2, N_3 : 합응력
 N_i : 보간함수
 N_c, N_d : 설계제한조건과 설계변수의 수
 N_e : 판의 요소수
 N_n : 요소의 절점수
 Q_{ij} : 재료강성행렬
 \bar{Q}_{ij} : 판의 좌표로 변환된 강성행렬
 Q_x, Q_y : 합전단력
 R_{ij} : 판의 좌표로 변환된 감쇠강성 행렬
 T : 판의 두께

* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과
 ** 정회원, 충남대학교 대학원, 현 대전기계창
 *** 정회원, 대전기계창

$t_k, \Delta t_k$: k 번째 층의 두께와 두께변화량 ($\Delta t_k = t_k - t_0$)
[T]	: 변환 행렬
u, v, w	: 판의 x, y, z 방향 변위
u_0, v_0, w_0	: 중립면에서 판의 변위
{ U_i }	: 절점 변위
{ \bar{U}_i }	: 절점 변위의 설계제한값
$U_m, \Delta U_m$: 모달 변형 에너지와 응력 주기가 있는 동안의 방출에너지
{ v }	: 모달벡터
W	: 최적화 과정의 중량
\bar{W}	: 판의 설계 초기의 중량
X_i	: 선형 계획법의 해 ($\Delta t_i = t_i - t_0$)
Y_i	: 최적점의 해
z_k	: 중앙면에서 k 번째 층까지의 거리
γ_i	: 설계보정계수
$(\epsilon_{ij})_k$: k 번째 층의 변형률성분 ($i, j = 1, 2, 3$)
$\theta_k, \Delta \theta_k$: k 번째 층의 섬유각도와 각도 변화량 ($\Delta \theta_k = \theta_k - \theta_0$)
λ	: 진동 매개 변수
ν	: 프와송의 비
ρ	: 적층 복합 재료나 알미늄의 밀도
σ, τ	: 응력 성분
ψ_x, ψ_y	: xz, yz 평면에서의 기울기
ψ_{x0}, ψ_{y0}	: 중앙면에서의 기울기
$\Psi, \bar{\Psi}_i$: 모달 에너지 감쇠비 (S.D.C.)
$\bar{\Psi}$: 모달 에너지 감쇠비의 설계 제한값
ω	: 고유 진동수 ($\omega = 2\pi f$, rad/sec)
$\bar{\omega}$: 고유 진동수의 설계제한값

1. 서 론

복합 재료는 그 무게에 비하여 강도(strength) 및 강성(stiffness)이 높고, 섬유의 비중이 낮으며, 마름질(tailoring)이 가능하여 유지비가 적게 들기 때문에, 실제 응용 분야에서 섬유 강화 재료의 사용이 증가되고 중량 감소가 중요한 설계 목표가 되고 있는 구조물에서 복합재료 구조물의 최적설계는 매우 중요한 분야이다.

복합재료판의 최적설계는 여러 해 동안 연구의 대상이 되어 왔으며, 이전의 대개의 연구는 섬유 방향의 최적화 또는 특정한 섬유 방향에 대한 층간 두께(ply thickness)의 최적화를 수행하는 복합 재료 적층판의 최적설계^(1~5)를 수행하였다.

최적화 방법으로 1987년 Watkins와 Morris⁽⁶⁾는 여러 개의 목적 함수를 갖는 최적화 문제의 해결을 위하여 순환 선형 계획법을 이용한 다단계 구조 최적화 방법(multilevel structural optimization schemes)을 제시했다. 최근에 Kam과 Lai⁽⁷⁾는 이 방법을 이용하여 복합 재료판의 최적설계를 수행하였다.

같은 방법으로 Kam과 Chang⁽⁸⁾은 첫번째 단계에서 판의 처짐, 판의 모달 에너지 감쇠비(specific damping capacity) 및 고유진동수로 구성된 목적 함수를 사용하였다. 이들은 Reddy⁽⁹⁾의 벌칙법(penalty method)에 의한 판굽힘요소(plate bending element)를 사용하여 유한요소해석과 연결하여 복합 재료판의 최적설계를 수행한 것이 주목된다.

복합 재료판의 설계에서 좌굴응력을 제한조건으로 Shin⁽¹⁰⁾ 등은 적층 각도를 고정하고 층간 두께를 설계 변수로 취급하였다. 1989년 일본의 薄一平⁽¹¹⁾은 내평면응력(in-plane stress)를 받고 있는 다방향 적층판(T300/5208, A12024T3)에서 최대 강도를 얻을 수 있는 적층 두께의 최적화를 수행하였다.

국내에서도 복합재료 적층판에 대한 많은 연구^(12~15)가 수행되었다. 본 연구에서는 Kam과 Chang⁽⁸⁾의 연구와 같이 판의 최소 처짐, 판의 최대 모달 에너지 감쇠비 및 최대 고유 진동수를 설계제한 조건으로 택하고 Watkins와 Morris⁽⁶⁾가 사용한 순환 선형 계획법을 이용하여 혼합 적층 복합 재료판의 최적설계를 수행하였다.

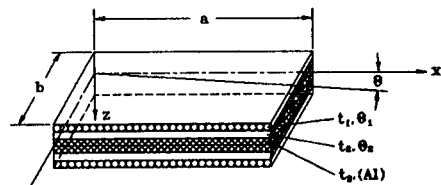
2. 혼합 적층 복합 재료판의 해석

2.1 기본 이론

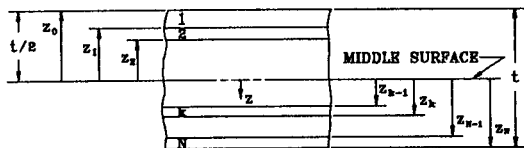
본 논문에서 연구 대상으로 선정한 혼합 적층 복합재료판의 기하학적 형상은 Fig. 1에 보인 바와 같고, 적층판에 대한 이론은 Yang-Norris-Stavsky(YNS)의 적층판이론^(9,16)을 이용하였고 변위장은 다음식에 기초를 두고 있다.

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y, t) + z \psi_x(x, y, t) \\ v &= v_0(x, y, t) + z \psi_y(x, y, t) \\ w &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 u, v, w 는 각각 x, y, z 축방향 변위이며, u_0, v_0, w_0 는 중앙면의 x, y, z 방향 변위이고, ψ_x, ψ_y 는 굽힘 만에 의해 발생하는 xz, yz 평면의 회전각이며, t 는 시간을 나타낸다.



(a) Global View



(b) Z-Direction View

Fig. 1 Geometry and coordinate system of plate and its section of a hybrid composite

따라서 Y.N.S.의 적층판이론^(9,16)에 의한 합응력과 합모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ Q_x \\ Q_y \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ & & A_{33} & 0 & 0 & B_{13} & B_{23} & B_{33} \\ & & & A_{44} & A_{45} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & A_{55} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ & & & & & & D_{22} & D_{23} \\ & & & & & & & D_{33} \end{bmatrix}$$

Symm.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \psi_x \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_y \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

여기서

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k t_k \quad (i, j=1, 2, 3)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k z_k t_k \quad (i, j=1, 2, 3)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 t_k z_k + \frac{t_k^3}{12}) \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (3)$$

$$A_{ij} = k_c \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k t_k \quad (i, j=4, 5)$$

이고, k_c 는 전단 보정 계수(shear correction coefficient)로 5/6를 취하였다⁽¹⁶⁾.

2.2 유한 요소 해석 모델

유한 요소 해석을 위한 판요소로 Reddy⁽⁹⁾가 제안한 벌침함수를 적용한 판의 굽힘요소를 사용하였으며, Fig. 2에서와 같이 u, v, w, ψ_x, ψ_y 를 갖는 5-자유도 문제로 수식화 하였고, 변위장 보간 함수는 다음과 같이 가정된다.

$$\begin{aligned} u_0^e &= \sum_{i=1}^{N_n} u_i^e N_i^e \\ v_0^e &= \sum_{i=1}^{N_n} v_i^e N_i^e \\ w_0^e &= \sum_{i=1}^{N_n} w_i^e N_i^e \\ \psi_{x0}^e &= \sum_{i=1}^{N_n} \psi_{xi}^e N_i^e \\ \psi_{y0}^e &= \sum_{i=1}^{N_n} \psi_{yi}^e N_i^e \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, N_i^e 는 보간 함수를 나타내고, N_n 은 요소의 절점수이다.

유한 요소 해석법의 적용을 위하여 유도된 운동 방정식은 다음과 같다.

$$[M^e]\{\dot{U}^e\} + [K^e]\{U^e\} = \{F^e\} \quad (5)$$

여기서, $\{U^e\}$ 는 요소 절점 변위벡터, $[M^e]$ 은 요소 질량행렬, $[K^e]$ 는 요소 강성행렬, $\{F^e\}$ 는 요소 절점 힘벡터이다.

정적 해석을 위해서는 식 (5)을 판의 계(global system)로 표현하면 다음과 같다.

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (6)$$

(2)

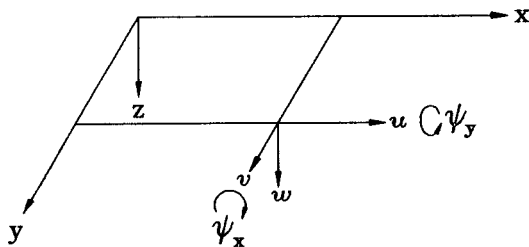


Fig. 2 Deflection of coordinates, displacements and rotations of plate

자유 진동 해석을 위해서는 다음과 같은 고유치 문제로 표시된다.

$$([K] - \omega^2[K])\{v\} = 0 \quad (7)$$

여기서, ω 는 고유 진동수, $[K]$ 는 판의 강성행렬, $\{M\}$ 은 판의 질량행렬, $\{v\}$ 는 모달벡터를 나타낸다.

2.3 모달 에너지 감쇠비의 해석

복합재료판의 모달에너지 감쇠모델은 Kam⁽⁸⁾이 사용한 모델을 선택하였는데, 이는 Lin⁽¹⁷⁾에 의해 개발된 것으로 이론적 예측과 실험적 반응 결과가 서로 잘맞는 것으로 입증되었고⁽⁸⁾, 그 내용은 다음과 같다.

모달 에너지 감쇠비(specific damping capacity, S.D.C.), Ψ 는 판의 굽힘 반응과 일치하고 다음과 같이 정의된다.

$$\Psi = \frac{\Delta U_m}{U_m} \quad (8)$$

여기서, ΔU_m 은 응력 주기(stress cycle)가 있는 동안에 방출된 에너지를 나타내고, U_m 은 모달 변형 에너지이다. 유한요소해석에서 모달 변형 에너지는 다음과 같이 나타낸다.

$$U_m = \frac{1}{2}\{v\}^T [K] \{v\} \quad (9)$$

여기서 $\{v\}$ 벡터는 식 (7)에서 구하고, $[K]$ 는 판의 강성행렬이다.

만일 0° 방향으로의 모달 에너지 감쇠비를 Ψ_{11} , 90° 방향으로의 모달 에너지 감쇠비를 Ψ_{22} 라 하고, Ψ_{12} , Ψ_{23} , Ψ_{13} 를 전단에서의 모달에너지 감쇠비라 하면 식 (9)의 정의를 관찰함으로써 판에서 방출된 모달 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^{N_e} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{A^e} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\epsilon_{ij})_k [\Psi_{ij}]_k (\sigma_{ij})_k dz_k dA^e \right]_1 \quad (10)$$

여기서, N_e 는 요소 수이고, n 은 layer수, A^e 는 요소 면적, z 는 중앙면에서의 거리, ϵ_{ij} , σ_{ij} 는 각각 섬유 방향에 관련된 변형률, 응력의 벡터이고, Ψ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & & & 0 \\ & \Psi_{22} & & \\ & & \Psi_{23} & \\ & & & \Psi_{13} \\ 0 & & & & \Psi_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

섬유 방향 좌표계로 표현되어 있는 식 (10)을 기준 좌표계(reference coordinate system)로 변환하

면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^{N_e} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{A^e} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\epsilon_{ij})_k^T [T^{-1}]_k (\Psi_{ij})_k (Q_{ij})_k [T^{-T}]_k (\epsilon_{ij})_k dz_k dA^e \right]_1 \quad (12)$$

여기서, ϵ_{ij} 는 기준 좌표계에 관련된 변형률 벡터, $[T]$ 는 좌표 변환 행렬, Q_{ij} 는 재료 강성 행렬이다. 이때, k 번째 층의 변환 축소 감쇠 강성 행렬, R_{ij} 는

$$(R_{ij})_k = [T^{-1}]_k (\Psi_{ij})_k (Q_{ij})_k [T^{-T}]_k \quad (13)$$

이고, 식 (12)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^{N_e} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{A^e} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\epsilon_{ij})_k^T (R_{ij})_k (\epsilon_{ij})_k dz_k dA^e \right]_1 \quad (14)$$

그리고 유한 요소 방법에서 사용되는 유사한 기법으로 요소의 임의의 점에서 변형률은 절점 변위로부터 다음과 같이 계산될 수 있다⁽⁸⁾.

$$(\epsilon_{ij})_k^e = (B_{ij})_k^e \{U^e\} \quad (15)$$

여기서, $(B_{ij})_k^e$ 는 요소 형상 함수의 미분 행렬이고 $\{U^e\}$ 는 요소 절점의 모달 변위 벡터이다. 식 (14)에 식 (15)를 대입하면 다음과 같다.

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \{U^e\}^T [K_d^e] \{U^e\} \quad (16)$$

여기서

$$[K_d^e] = \sum_{k=1}^n \int_{A^e} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\epsilon_{ij})_k^T (R_{ij})_k (\epsilon_{ij})_k dz_k dA^e \quad (17)$$

적합조건(condition of compatibility)에서 식 (16)의 방출 에너지는 판전체의 모달 에너지 감쇠 행렬(global damped stiffness matrix) $[K_d]$ 와 판의 모달 벡터 $\{v\}$ 의 항으로 표현될 수 있다.

$$\Delta U_m = \frac{1}{2}\{v\}^T [K_d] \{v\} \quad (18)$$

3. 최적설계

3.1 최적화 모델

설계 최적화의 목표를 중량 감소에 두고 설계 변수로서 층간 두께를 택하였으며, 중량 감소를 위한 최적화 수식은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize } \Phi_0(t_i) = A \cdot \sum_{k=1}^n \rho_k \cdot t_k \quad (19)$$

$$\text{Subject to } \begin{aligned} g_1(t_i) &= U_k - \bar{U}_k \leq 0, \quad (k=1, \dots, m) \\ g_2(t_i) &= -\omega^2 + \bar{\omega}^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$g_3(t_i) = -\Psi + \bar{\Psi} \leq 0$$

$$t_i^1 \leq t_i \leq t_i^u, \quad t_i \geq 0$$

여기서, n 은 적층수, m 은 절점 변위 벡터수, Φ_0 는 목적함수, g_1 은 변위 제한조건식, g_2 는 고유 진동수 제한조건식, g_3 는 모달 에너지 감쇠비의 제한조건식이고, t_i^1 과 t_i^u 는 설계변수 t_i 의 하한치와 상한치이다.

한편, 설계변수로서 적층각도만을 택한 경우는 다음과 같은 최적화 문제로 표현한다.

$$\text{Minimize } \Phi_0(\theta_i) = \sum_{j=1}^m q_j U_{N_j} - q_{m+1} \cdot f_n - q_{m+2} \cdot \Psi_n$$

(21)

$$\text{Subject to } U_{N_j} \leq 1 \quad (j=1, \dots, m)$$

$$-f_n \leq -1$$

$$-\Psi_n \leq -1$$

$$\theta_i^1 \leq \theta_i \leq \theta_i^u, \quad \theta_i \geq 0$$

(22)

여기서, $U_n = U_j / \bar{U}_j$, $f_n = f / \bar{f}$, $\Psi_n = \Psi / \bar{\Psi}$ 이고, q_i 는 $\sum q_i = 1$ 이 되도록 정한 상수이다.

3.2 최적화 방법

본 연구에서 사용한 최적화방법은 Watkins와 Morris가 좌굴하중 및 변형률의 제한조건을 받는 적층복합재료판에 적용한 순환선형계획법(recursive linear programming)이다⁽⁶⁾.

선형계획법으로 최적설계를 수행하기 위해서는 우선 목적함수와 제한조건식들을 선형화하여야 하는데, 식 (19), (20)의 목적함수와 제한조건식들을 Taylor 급수 전개하여 선형화(linearization)하면 다음과 같은 최적화 문제로 다시 정의할 수 있다.

$$\text{Minimize } \Phi_0(t_i) = A \cdot \sum_{k=1}^n \rho_k \cdot t_k$$

(23)

$$\text{Subject to } g_1(t_i) = U_k - \bar{U}_k + \Delta t_i \frac{\partial U_k}{\partial t_i}$$

$$(k=1, \dots, m)$$

$$g_2(t_i) = -\omega^2 + \bar{\omega}^2 + \Delta t_i \frac{\partial \omega^2}{\partial t_i}$$

(24)

$$g_3(t_i) = -\Psi + \bar{\Psi} + \Delta t_i \frac{\partial \Psi}{\partial t_i}$$

$$t_i^1 \leq t_i \leq t_i^u, \quad t_i \geq 0$$

식 (21), (22)의 선형화 수식은 다음과 같이 변환된다.

$$\text{Minimize } \Phi_0(\theta_i) = \sum_{j=1}^m q_j (U_{N_j} + \Delta \theta_i \frac{\partial U_{N_j}}{\partial \theta_i})$$

$$-q_{m+1} (f_n + \Delta \theta_i \frac{\partial f_n}{\partial \theta_i})$$

$$-q_{m+2} (\Psi_n + \Delta \theta_i \frac{\partial \Psi_n}{\partial \theta_i})$$

(25)

$$\text{Subject to } U_{N_j} + \Delta \theta_i \frac{\partial U_{N_j}}{\partial \theta_i} \leq 1 \quad (j=1, \dots, m)$$

$$-f_n - \Delta \theta_i \frac{\partial f_n}{\partial \theta_i} \leq -1$$

$$-\Psi_n - \Delta \theta_i \frac{\partial \Psi_n}{\partial \theta_i} \leq -1$$

(26)

$$\theta_i^1 \leq \theta_i \leq \theta_i^u, \quad \theta_i \geq 0$$

비선형문제를 선형화하여 해결하기 위해서는 많은 최적화방법이 동원되는데 t_i 와 θ_j 의 적절한 상한치 및 하한치의 결정이 필요하고 문제에 알맞은 보정계수(scaling factor, γ) 및 적절한 설계 수렴 조건의 선정이 필요하다.

설계변수 t_i 와 θ_j 에 경계를 주는 방법은 Watkins와 Morris가 다음의 식으로 제안하였다⁽⁶⁾.

$$t_i^u = \{1 + 0.5(0.95)^{k-1}\} t_{k-1}$$

$$t_i^1 = \{1 + 0.5(0.95)^{k-1}\} t_{k-1}$$

(27)

$$\theta_j^u = \theta_{k-1} + 15(0.9)$$

$$\theta_j^1 = \theta_{k-1} - 15(0.9)^{k-1}$$

여기서 k 는 설계단계의 수이고, 또한 설계보정 계수에 대한 설명은 다음의 3.3절에서 상세히 설명되며, 설계수렴조건에 대한 설명은 제4장의 4.2절에서 언급된다.

3.3 설계 보정 계수

목적함수와 제한조건식들이 비선형 조건식들이므로 이들을 선형화하여 다루는 최적화 이론은 수학적 계획법에 비해 수렴 속도가 늦고 해의 정확도에서 떨어지므로 적절한 설계보정계수의 설정이 필요하며 본 연구에서는 다음과 같은 방법을 적용하였다. 순환선형계획법의 적용을 위한 선형화된 식 (23)과 (24)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Minimize } f(x) = C_i^T X_i \quad (i=1, \dots, N_d)$$

(28)

$$\text{Subject to } [E_{ij}]^T X_i \leq H_j \quad (j=1, \dots, N_c)$$

(29)

여기서, C_i 는 목적함수의 계수로 이루어진 벡터이며, E_{ij} 는 선형화된 제한조건식들의 계수, X_i 는 찾고자 하는 설계변수의 변화량, 그리고 H_j 는 상수 벡터요소를 나타내며, N_d 는 설계변수의 수이고, N_c 는 설계제한조건의 수를 의미한다. 그러나, 여기서 X_i 는 식 (23)과 식 (24)로 나타난 순환 계획법 문제에 대한 해이지만 식 (19)와 식 (20)으로 표현되는 최적화 문제의 최적점은 아니므로 최적점의 해를 Y_i 라 하면 다음과 같은 관계를 가정할 수 있다.

$$Y_i = \{\gamma X_i^n\}$$

(30)

여기서, γ 는 선형화문제의 해인 X_i 와 실제 최적점

의 해 Y_i 의 관계를 연결하는 설계보정계수이고, X_i^n 는 X_i 를 단위 크기 벡터로 변환한 방향벡터이다. 그러므로 식 (30)을 식 (28)에 대입하면 목적함수는 다음과 같이 설계보정계수 γ 의 함수로 새로이 정의할 수 있다.

$$f(\gamma) = \gamma C_i^T X_i^n \quad (31)$$

따라서, 설계보정계수 γ 를 결정하기 위한 최적화 문제는 식 (20)을 만족시키면서 함수 $f(\gamma)$ 를 최소화하는 γ 를 결정하는 문제로 변환된다. 설계보정계수 γ 에 따른 제한조건식 (20)의 위배량은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$R(\gamma) = \{1 - U_n(\gamma)\} + |\omega_n^2(\gamma) - 1| + |\Psi_n(\gamma) - 1| \quad (32)$$

여기서, 식 (32)로 표현되는 제한조건 위배량을 최소화하는 설계보정계수 γ 를 결정하기 위한 최소화 문제는 최소자승법에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Minimize } \varepsilon(\gamma) = s\{1 - U_n(\gamma)\}^2 + \{f_n(\gamma) - 1\}^2 + \{\Psi_n(\gamma) - 1\}^2 \quad (33)$$

여기서, s 는 부호 함수로서 $U_n(\gamma) \geq 1$ 인 경우 $s = -1$ 의 값을 갖도록 한다. 식 (33)에서 $U_n(\gamma)$, $f_n(\gamma)$ 및 $\Psi_n(\gamma)$ 를 선형화하면

$$\begin{aligned} U_n(\gamma) &\cong U_n^0(\gamma) + \nabla U_n^T \cdot X_i^n \cdot \gamma \\ f_n(\gamma) &\cong f_n^0(\gamma) + (\nabla f_n)^T \cdot X_i^n \cdot \gamma \\ \Psi_n(\gamma) &\cong \Psi_n^0(\gamma) + \nabla \Psi_n^T \cdot X_i^n \cdot \gamma \end{aligned} \quad (34)$$

식 (34)을 식 (33)에 대입하고 오차 함수 $\varepsilon(\gamma)$ 의 1차 미분이 0이 되게 하는 설계보정계수 γ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma &= [s(1 - U_n^0) \nabla U_n^T \cdot X_i^n - (f_n^0 - 1) (\nabla f_n)^T \cdot X_i^n - (\Psi_n^0 - 1) \nabla \Psi_n^T \cdot X_i^n] \\ & \quad / [s(\nabla U_n^T \cdot X_i^n)^2 + \{(\nabla f_n)^T \cdot X_i^n\}^2 + \{\nabla \Psi_n^T \cdot X_i^n\}^2] \end{aligned} \quad (35)$$

이렇게 구한 γX_i^n 은 설계점이 멀리 있을 때에는 설계영역을 벗어날 만큼 큰 값을 갖게 되고, 설계점이 가까이 있으면 매우 작은 값을 갖게 된다. γX_i^n 가 작은 값을 갖는 경우와는 달리 큰 값을 갖게 되더라도 식 (27)의 t_i 에 대한 경계를 만족해야 하므로, 실제 사용하는 설계의 해, t_i 는 경계를 벗어난 경우에 대하여 다음과 같이 계산한다.

$$t_i^k = t_i^{k-1} + t_i^B \frac{\gamma X_i^n}{\max(|\gamma X_i^n|)} \quad (36)$$

$$t_i^k \geq 0$$

여기서, k 는 설계단계의 수이고, t_i^B 는 식 (27)

에서 구한 값으로, 상한치와 하한치에 대한 각각의 경계값이다.

4. 설계에 및 고찰

4.1 적층판의 해석 결과 비교

해석결과의 비교를 위하여 사용한 재료에 대한 Fig. 1(a)의 계수값과 GFRP 적층판의 물성치⁽⁸⁾는 다음과 같이 하였고, 자유진동 해석을 위한 고유치 문제는 Garbow⁽¹⁹⁾ 등의 Eispack-Subroutine을 이용하였다.

$$\begin{aligned} a &= 1.5 \text{ (m)} \\ b &= 0.375 \text{ (m)} \\ t_1 &= 1.95 \text{ (cm)} & \theta_1 &= 90^\circ \\ t_2 &= 1.3 \text{ (cm)} & \theta_2 &= 90^\circ \\ t_3 &= 3.34 \text{ (cm)} & \theta_3 &= 0^\circ \text{ Symmetric} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} E_1 &= 55 \text{ (GPa)} & E_2 &= 18.2 \text{ (GPa)} \\ G_{12} = G_{13} &= 9.1 \text{ (GPa)} & G_{23} &= 4.55 \text{ (GPa)} \\ \nu_{12} &= 0.25 & \rho &= 1993 \text{ (kg/m}^3\text{)} \\ \Psi_{11} &= 0, & \Psi_{22} = \Psi_{23} = \Psi_{13} = \Psi_{12} &= 0.5 \end{aligned}$$

유한요소 해석모델은 각 절점당 5개의 자유도를 가지는 8-절점요소이며 모델 및 경계조건은 Fig. 3과 같다.

Fig. 3의 절점 21에 집중하중 $5 \times 10^6 \text{ N}$ 을 부가하였을 때 중앙에서의 처짐 및 고유진동수를 구하였는데, 처짐량은 본 연구의 결과가 21.1mm이고

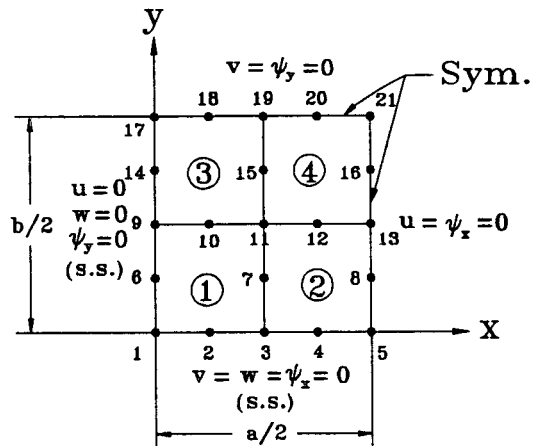


Fig. 3 Finite element mesh generation and boundary conditions

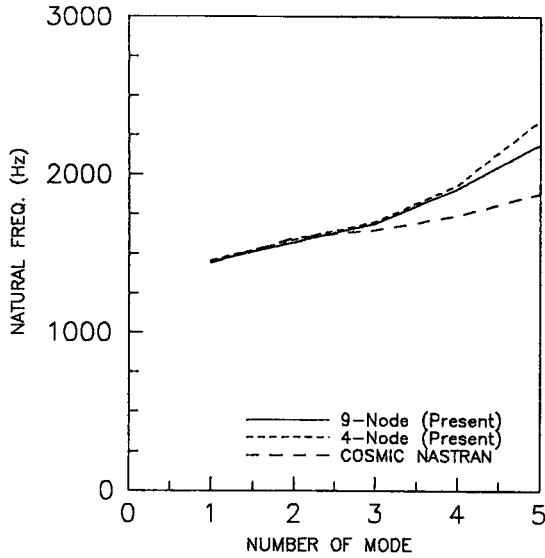


Fig. 4 Comparison of results by each analysis method

COSMIC/NASTRAN 결과가 27.8mm이었고, 이는 판의 전체 두께가 x, y 방향의 길이 a, b 에 비해서 너무 두꺼운 데도 불구하고 ($a/T=11.38, b/T=2.845$), 전단 보정 계수를 5/6으로 택하였기 때문으로 보인다. 그러나, 고유진동수는 각각 1573 Hz 및 1553Hz를 얻었으며, 본 연구결과가 1.3%가 크다.

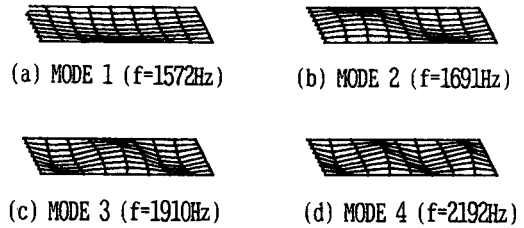


Fig. 5 Vibration mode shapes for a simply supported composite plate (GFRP, $a/b=4$)

고유진동수해석을 위한 유한요소 해석모델로는 9-절점요소를 이용한 16-요소모델과 4-절점요소를 이용한 64-요소모델을 선정하였다. 해석결과의 비교는 Fig. 4에 보였으며, Fig. 4를 보면 모드수가 3보다 클수록 본 연구에서 작성한 프로그램에 의한 해석결과가 COSMIC/NASTRAN 해석결과 보다 크게 나타나고 있으며, 모우드가 4를 넘어가면 그 차이는 더욱 커지고, 9-절점요소를 이용한 경우가 4-절점요소를 이용한 경우보다 COSMIC/NASTRAN의 해에 근접한 해석결과를 보였다. 그러나 본 연구의 설계에서 사용하는 기본 고유진동수에 대한 값은 매우 잘 일치하고 있다. Fig. 5에는 9-절점요소를 이용하여 해석한 진동 형태를 수록하였다.

본 연구에서 작성한 유한요소 해석프로그램을 이용한 모달에너지감쇠비에 대한 해석결과는 Alam

Table 1 Results of the specific damping capacity and the resonant frequency parameter (λ_r) for composite plate (GFRP, $a/b=4, [(+\theta/-\theta)/(+\theta/-\theta)]_s$)

Results		Ply angles						
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
Present (A)	Ψ	0.482	0.450	0.352	0.228	0.120	0.0504	0.0230
	$\lambda_r \times 10^6$	0.100	0.107	0.128	0.162	0.204	0.252	0.273
	f (Hz)	105.87	109.46	119.59	134.78	151.01	167.97	174.74
Ref.(18) (B)	Ψ	0.482	0.442	0.334	0.203	0.0995	0.0403	0.0216
	$\lambda_r \times 10^6$	0.101	0.107	0.128	0.166	0.214	0.256	0.273
	f (Hz)	106.29	109.40	119.65	136.26	154.71	169.21	174.74
Deviation [(B-A)/A $\times 100$]	Ψ (%)	0.00	-1.78	-5.11	-10.96	-17.08	-20.04	-6.09
	λ (%)	1.07	0.0	0.0	2.47	4.90	1.59	0.0
	f (%)	0.4	-0.05	0.05	1.10	2.45	0.74	0.0

등⁽¹⁸⁾의 해석결과와 비교하였다. 본 연구의 대상 판재의 종횡비(aspect ratio, a/b)가 4이므로, Alam등⁽¹⁸⁾의 해석결과에서 종횡비가 4이고 $a/T=150$ 인 경우 모드 1에 대한 결과는 Table 1에 나타낸 바와 같다. Table 1에서 표시한 실수부분의 진동매개변수 (resonant frequency parameter, λ_r)는 다음의 식으로 주어진다⁽¹⁸⁾.

$$\lambda_r = \frac{\rho t_1 \omega^2}{E_1} \quad (38)$$

여기서 ρ , t_1 , E_1 은 첫번째 적층판의 섬유방향에 대한 질량밀도, 두께 및 탄성계수를 나타내고, ω 는 진동수로서 단위는 rad/sec이다.

Table 1에서 참고문헌 (18)의 고유진동수는 참고문헌 (18)에 진동매개변수가 제시되고 있으므로 진동 매개변수를 식 (38)에서 고유진동수로 환산하여 비교한 것이다.

Table 1에서 보는 바와 같이 참고문헌 (18)에서는 모달 에너지 감쇠비가 적층각이 0°인 경우 0.482이고, 90°인 경우 0.0216인데, 본 연구에서 계산된 결과는 0°인 경우 0.482이고 90°인 경우 0.0230이었다. 또 Table 1에서 모달 에너지 감쇠비는 0°, 15°, 90°에서 오차가 6%정도로써 대체로 잘 일치하고 있으나, 다른 영역에서는 10%~20% 정도의 큰 오차를 보인다. 이는 Alam⁽¹⁸⁾ 등의 해석결과는 복소수 재료상수법(complex moduli method)으로 직교 이방성(orthotropic)이 아닌 적층판을 직교 이방성으로 가정하여 계산하였기 때문이며, 0°, 90°를 제외한 계산 결과는 본 연구의 결과와 틀린 것이나, 적층각도변화에 따른 모달 에너지 감쇠비의 변화를 보기 위하여 실은 것이다. Table 1에서 고유진동수의 오차는 0%~2.45% 정도로서 전반적으로 잘 일치 하고 있다.

이상의 결과에서 작성한 유한요소프로그램이 본

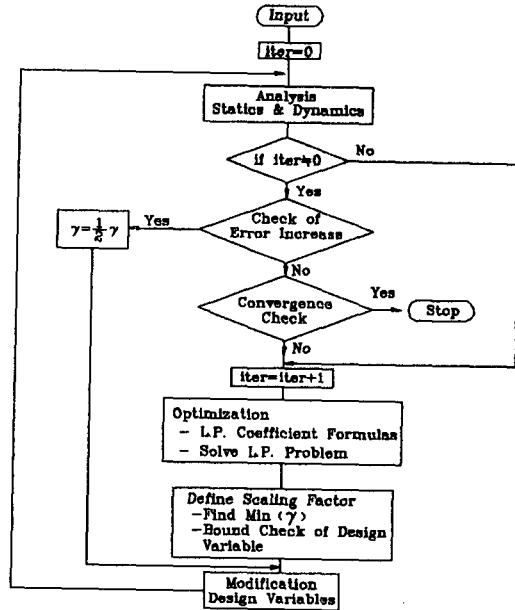


Fig. 6 Flow chart of the optimization program

연구의 문제를 해석하는데 적합하다고 판단되어 Fig. 6와 같이 최적설계 프로그램을 구성하여 복합 재료 적층판에 대한 설계최적화를 수행하였다.

4.2 최적화 계산 결과

(1) 적층각도에 대한 설계에

초기 적층각도를 45°로 하는 적층각도설계에서 $a/T=150$, $a=1500\text{mm}$ 이고 GFRP재료에 대하여 식 (21)의 여러 개의 목적함수 중 각각에 대한 계산결과를 Table 2에 수록하였다.

Table 2에서 판의 처짐량은 적층각이 112.5°일 때 최소값을, 고유 진동수는 적층각이 99.37°일 때

Table 2 Initial and final design value of ply angle for simply supported laminated plate ($a/b=4$)

Object	Ply No.	Ply angle (deg)		
		Initial	Final	Ref. (8)
Min (U_n)	1	45°	112.5°	—
Max (f_n)	1	45°	99.37°	—
Max (ψ)	1	45°	3.75°	0
	2	-45°	-3.75°	0

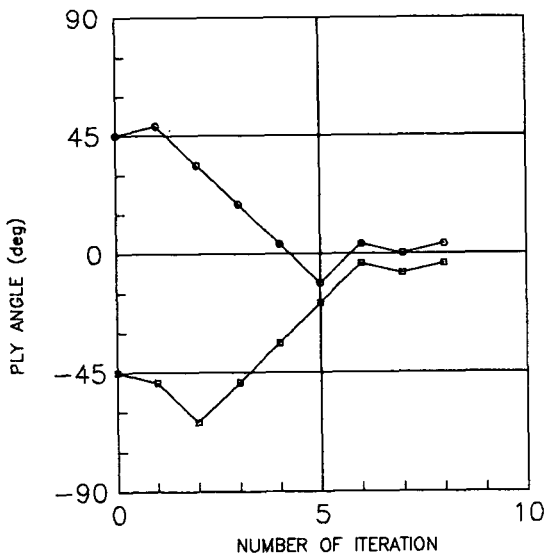


Fig. 7 Variation of the ply angle with number of iteration for simply supported laminated plate (S.D.C.)

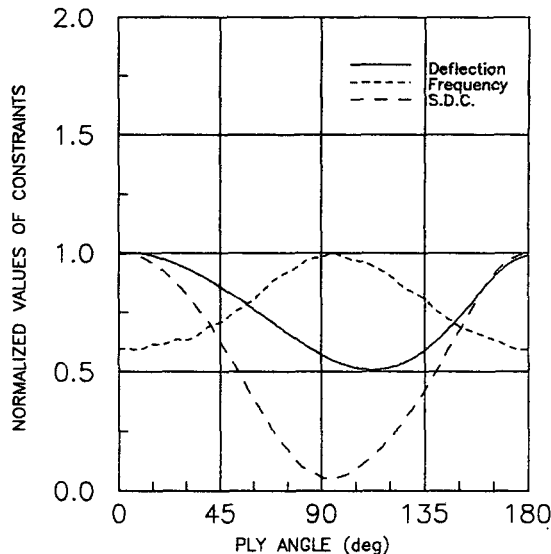


Fig. 8 Variation of the normalized values of constraints with ply angle for simply supported plate (GFRP, $a/b=4$)

최대값을 나타내며, 적층순서가 $[45^\circ, -45^\circ]$ 인 경우에 대한 최대 모드에너지감쇠비는 적층각이 $\pm 3.75^\circ$ 일 때 얻어짐을 알 수 있다. Fig. 7에서는 모드에너지감쇠비에 대하여 반복 회수에 따른 적층각도의 변화를 보여 주고 있는데, 반복회수가 증가함에 따라 적층각도는 0° 로 접근함을 보여준다.

또한, Fig. 8은 적층각도의 변화에 따른 설계제한조건값들의 변화를 나타낸 것으로 최소 처짐량은 적층각이 112.5° 부근에서, 최대 고유진동수는 적층각 99.37° 부근에서, 그리고 최대 모드에너지 감쇠비는 적층각이 0° 및 180° 에서 발생함을 알 수 있어 Table 2의 결과를 확인할 수 있다. Fig. 8에서 처짐량, 고유진동수 및 모드에너지감쇠비는 각각의 최대크기를 단위크기 ($U_n = U/U_{max}$, $f_n = f/f_{max}$, $\Psi_n = \Psi/\Psi_{max}$)로 하여 표시한 것이다.

(2) 적층두께에 대한 설계

적층두께를 설계변수로 하는 설계예에 대한 결과는 Table 3에 보인 바와 같다. 초기치는 참고문헌⁽⁶⁾과 동일하게 하였고, 수렴조건으로는 무게의 변화는 1%이내이며 설계 제한 조건에 대해서는 각각의 위배량이 2%이며 그 합이 변화량이 1%이내 일때로 하였다.

Table 3과 Kam⁽⁶⁾ 등의 결과를 비교하여 보면

같은 적층각도를 갖고 있는 t_1 층과 t_2 층의 두께가 $t_1=19.5\text{mm}$, $t_2=13.0\text{mm}$ 으로 설계되었으나, 본 연구에서는 Case 1의 경우 $t_1=13.6\text{mm}$, $t_2=20.0\text{mm}$ 로 두 설계가 차이를 보이고 있다. 이는 최적화 방법의 차이로 보인다. 즉, 본 연구에서는 선형 계획법을 이용한 반면에 Kam⁽⁶⁾은 최적화조건법 (optimality criterion method)을 이용하였으며, 그 절차로 최적조건 (optimality criteria)을 정립하고, 라그랑주 승수 (Lagrange multiplier)를 결정한 후 제한한 설계영역에 대한 설계변수의 조정 및 재설계수식을 구성하는 방법으로 수행하였다.

한편, 최적화방법 뿐만 아니라 수렴조건에 차이도 고려할 수 있다. 실제로 참고문헌에서는 설계제한조건만 제시되었고 수렴조건에 대한 언급이 없으며, 최적설계 후의 계산결과 또한 수록 되지 않아 최적상태의 해석결과를 비교하기 위하여 본 연구에 사용된 해석 프로그램을 이용하였다. 계산된 결과를 살펴보면 중량은 본 연구에서 계산된 결과가 작은 값을 나타내고 있으며, 설계 제한 조건의 계산된 값 즉, 처짐량, 고유진동수 및 모드에너지감쇠비를 비교하여 볼 때 대체로 잘 일치하여 두 방법의 설계가 비슷한 결과를 보이고 있다.

Case 2에서 Case 4는 앞에서 수행한 적층 각도

Table 3 Initial and final design values of thickness variables for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$)

Case No.	Layer No.	Angle (deg)	Ply thickness		Wt(kgf)		Constraint values		
			Initial (mm)	Final (mm)	Initial	Final	U_{max} (30)	f_{min} (1592)	Ψ_{min} (0.25)
Case 1	1	90	30	13.6	179.37	143.27	22.4	1562	0.250
	2	90	20	20.0					
	3	0	30	30.3					
Case 2	1	99.37	30	12.7	179.37	142.82	22.4	1560	0.253
	2	99.37	20	22.1					
	3	0	30	28.9					
Case 3	1	105.93	30	17.7	179.37	145.74	22.0	1560	0.271
	2	105.93	20	20.0					
	3	0	30	27.3					
Case 4	1	112.5	30	20.3	179.37	154.03	20.7	1560	0.301
	2	112.5	20	20.0					
	3	0	30	28.4					
Ref.(8)	1	90	30	19.5	179.37	147.75	21.1	1572	0.26
	2	90	20	13.0					
	3	0	30	33.4					

설계에서 얻은 결과를 이용하여 Case 2는 Max(f_n)의 결과를 사용하였고, Case 3은 Max(f_n)의 결과와 Min(U_n)의 중간치를 사용하였고, Case 4는 Min(U_n)의 결과를 사용하였다.

Fig. 9에서는 적층두께설계에 대한 설계반복 계산회수에 따른 무게변화를 보여 주고 있으며, 3~4번의 반복계산에서의 거의 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이들의 경우를 비교하여 보면 Case 2의 경우가 가장 유리한 설계를 제공하고 있다.

Fig. 10에서는 Case 1의 경우에 대한 설계제한 조건들의 수렴 정도를 나타내며 2번의 반복 계산에서 모달에너지감쇠비와 고유진동수가 최소 허용치에 도달함을 보여준다.

Fig. 11에서는 Case 2의 경우에 대한 설계제한 조건들의 수렴 정도를 나타내며 2~3번의 반복 계산에서 거의 수렴하였으나, 위배량의 합의 변화 조건이 만족되지 못하였기 때문에 설계가 계속 진행되었으며, 모달 에너지 감쇠비와 고유 진동수의 변화가 서로 교차하면서 크게 개선되는 설계를 수행함

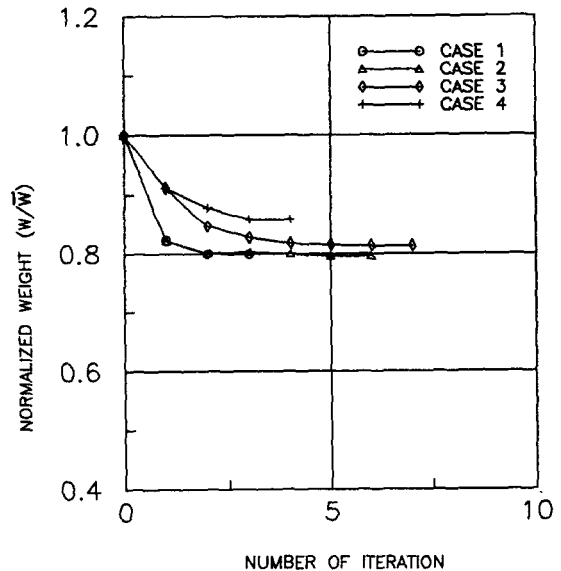


Fig. 9 Variation of normalized weight with number iteration for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$)

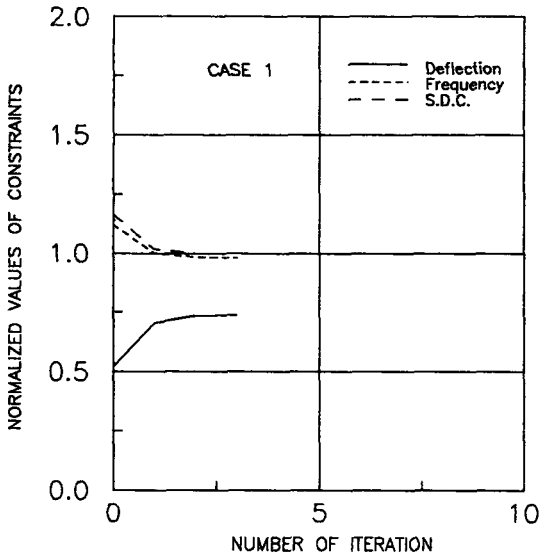


Fig. 10 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$, $[90^\circ/90^\circ/0^\circ]_s$)

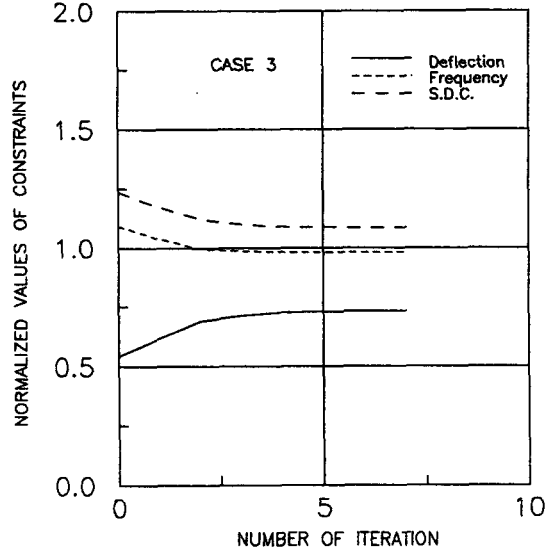


Fig. 12 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$, $[105.93^\circ/105.93^\circ/0^\circ]_s$)

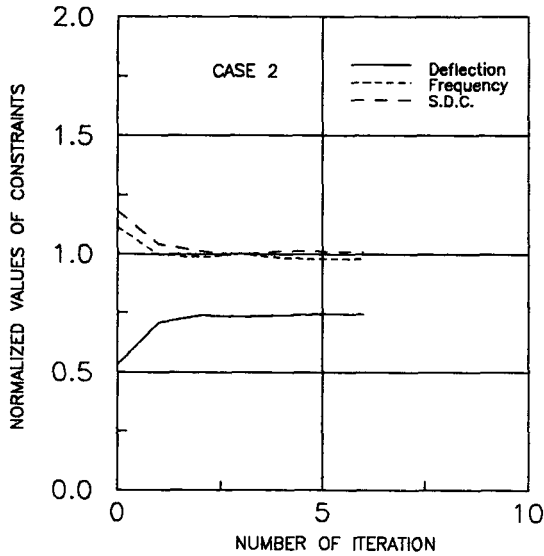


Fig. 11 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$, $[99.37^\circ/99.37^\circ/0^\circ]_s$)

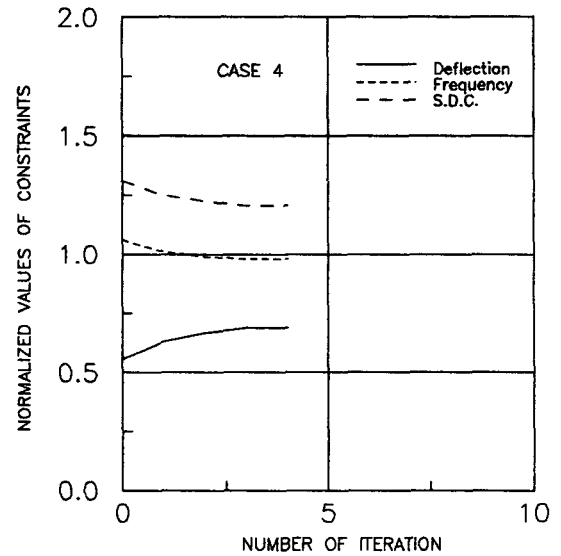


Fig. 13 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported laminated plate (GFRP, $a/b=4$, $[112.5^\circ/112.5^\circ/0^\circ]_s$)

이 없이 설계 반복회수만 증가하다가 고유 진동수의 위배량이 2%이내를 만족할 때 설계가 중지되었다.

Fig. 12에서는 Case 3의 경우에 대한 설계 제한

조건들의 수렴 정도를 보이며, 이 경우도 Case 2의 경우와 같이 고유진동수의 수렴조건이 설계를 지배하고 있다.

Fig. 13에서는 Case 4의 경우에 대한 설계제한

조건들의 수렴 정도를 보이는데, 이 경우는 Case 3과 같은 수렴 현상을 보이고 있으며, 처짐량 제한 조건에 유리한 적층각도를 사용하였기 때문에 고유진동수가 수렴조건을 지배하고 있다.

(3) 혼합 적층 복합 재료판에 대한 설계예 (I)

본 연구의 대상인 혼합 적층판의 최적화 설계를 수행하기 위하여 Fig. 1와 같이 중간 층은 알루미늄 합금으로 구성되고, 바깥 층은 GFRP를 [45, -45]_s로 적층한 혼합 적층판을 선정하였다. 여기

서 사용한 알루미늄 합금의 물성치는 아래와 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} E_1 = E_2 &= 68.9457 \text{ (GPa)} \\ G_{12} = G_{13} = G_{23} &= 26.5183 \text{ (GPa)} \\ \nu_{12} &= 0.3, \quad \rho = 2675 \text{ (kg/m}^3\text{)} \\ \Psi_{11} = \Psi_{22} = \Psi_{23} = \Psi_{13} = \Psi_{12} &= 0.02 \end{aligned} \quad (39)$$

Table 4는 혼합 적층 복합 재료판의 설계 결과를 보여준다. 이 결과를 Table 3과 비교하면 금속 재료 혼합 적층판 설계의 경우가 단순 복합재료 적

Table 4 Initial and final design for simply supported hybrid laminated plate considered to all constraints (U_{\max} , f_{\min} , Ψ_{\min} , $a/b=4$)

Case No.	Layer No.	Angle (deg)	Ply thickness		Wt (kgf)		Constraint values		
			Initial (mm)	Final (mm)	Initial	Final	U_{\max} (30)	f_{\min} (1592)	Ψ_{\min} (0.25)
Case 1	1	A1	30	3.03	202.39	163.53	19.0	1560.0	0.276
	2	45	20	8.53					
	3	-45	30	60.34					
Case 2	1	45	30	31.1	194.72	167.99	15.5	1560.0	0.255
	2	A1	20	10.3					
	3	-45	30	30.0					
Case 3	1	45	30	43.3	202.39	187.06	11.8	1622.0	0.250
	2	-45	20	-					
	3	A1	30	29.9					

Table 5 Initial and final design for simply supported hybrid laminated plate without S.D.C. constraint. (U_{\max} , f_{\min} , Ψ_{\min} , $a/b=4$)

Case No.	Layer No.	Angle (deg)	Ply thickness		Wt (kgf)		Constraint values		
			Initial (mm)	Final (mm)	Initial	Final	U_{\max} (30)	f_{\min} (1592)	Ψ_{\min} (0.25)
Case 1	1	A1	30	8.7	202.39	137.39	19.4	1560.0	0.169
	2	45	20	20.0					
	3	-45	30	29.6					
Case 2	1	45	30	0.0	194.72	115.88	21.8	1560.0	0.067
	2	A1	20	16.9					
	3	-45	30	29.0					
Case 3	1	45	30	12.4	202.39	160.82	14.6	1560.0	0.168
	2	-45	20	20.0					
	3	A1	30	29.3					

층판 설계의 경우보다 중량이 큰 결과를 보인다. 이는 복합재료가 등방성 재료에 비하여 에너지 감쇠 능력이 우수하기 때문이다. 즉, 설계 제한 조건에서 최소 모달 에너지 감쇠비 C_{min} 을 0.25보다 클 경우 중량면에서 보다 경량화 된 설계결과를 얻을 수 있다. 이는 모달 에너지 감쇠비에 대한 설계 제한조건을 고려하지 않은 Table 5의 설계예에서 알 수 있다.

Fig. 14는 Table 4의 3가지 경우에 대하여 설계 반복 회수에 따른 목적함수인 중량이 감소하는 과정을 보이고 있다. 이 경우 등방성재료를 사용하였기 때문에 2~3번의 반복 계산시 모달 에너지 감쇠비가 설계제한조건을 위배하여 최적설계를 지배하기 때문에 무게가 증가하는 결과를 보이고 있으며 반복 계산 회수가 증가하면 빠르게 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이러한 설계제한조건들의 수렴 현상은 Fig. 15~17에서도 알 수 있으며, Fig. 15, Fig. 16 및 Fig. 17에서는 설계제한조건들의 수렴 정도를 보인다. 여기서 사용한 수렴조건은 설계예 (2)와 같은 조건을 택하였다.

(4) 혼합적층 복합재료판에 대한 설계예(II)

혼합적층 복합재료판의 설계에서 등방성재료의

모달에너지 감쇠비가 적어 설계에 영향을 미치므로, 모달에너지감쇠비에 대한 설계제한조건을 고려하지 않고 최소 처짐과 최대 고유진동수만을 설계

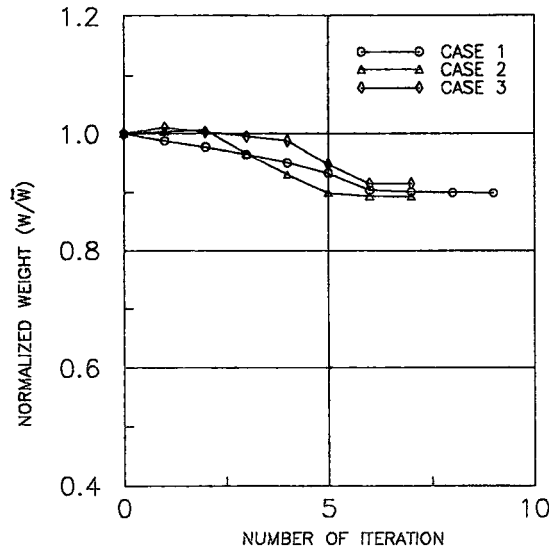


Fig. 14 Variation of normalized weight with number of iteration for simply supported hybrid laminated plate considered to all constraints (U_{max} , f_{min} , Ψ_{min} , $a/b=4$)

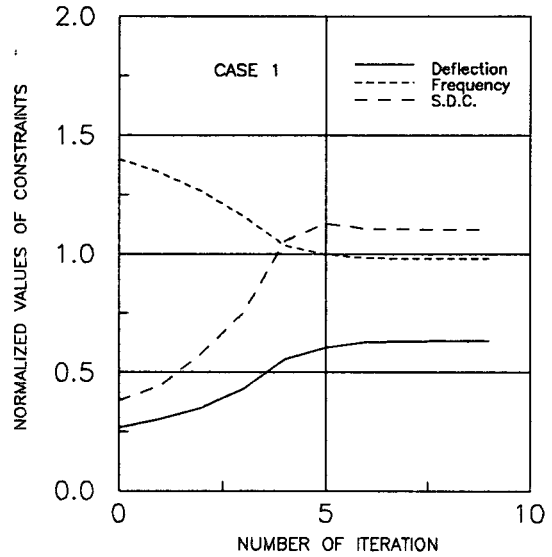


Fig. 15 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate considered to all constraints (U_{max} , f_{min} , Ψ_{min} , $[Al/GFRP/GFRP]_s$, $a/b=4$)

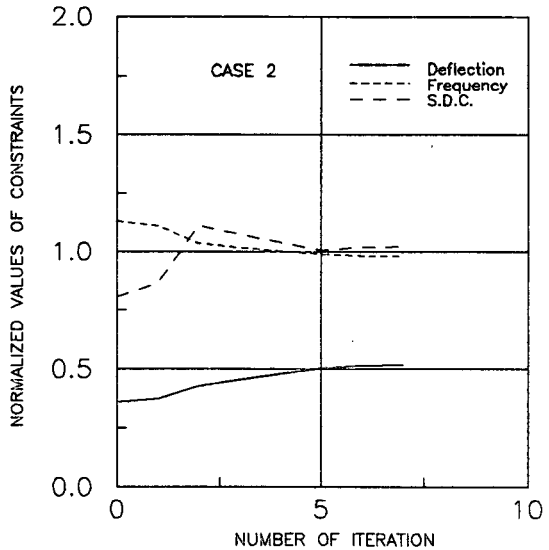


Fig. 16 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate considered to all constraints (U_{max} , f_{min} , Ψ_{min} , $[GFRP/Al/GFRP]_s$, $a/b=4$)

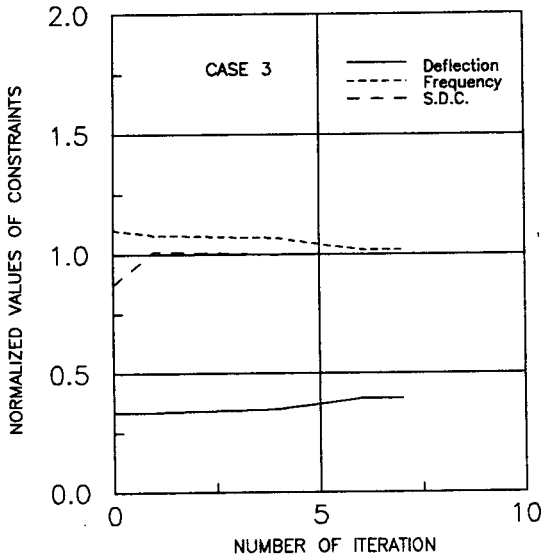


Fig. 17 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate considered to all constraints (U_{max} , f_{min} , Ψ_{min} , $[GFRP/GFRP/Al]_s$, $a/b=4$)

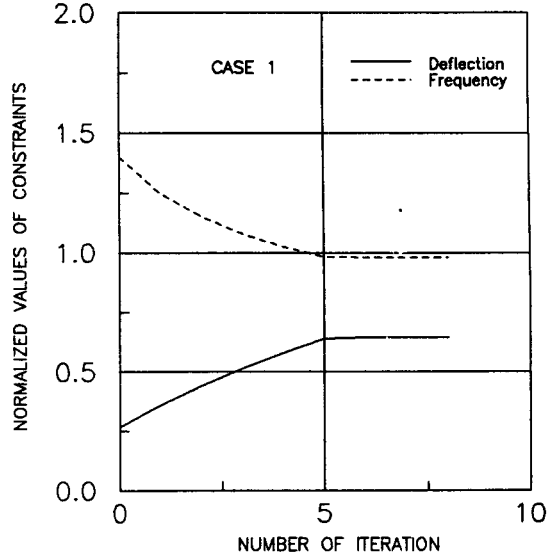


Fig. 19 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate without S.D.C. constraint. (U_{max} , f_{min} , $[Al/GFRP/GFRP]_s$, $a/b=4$)

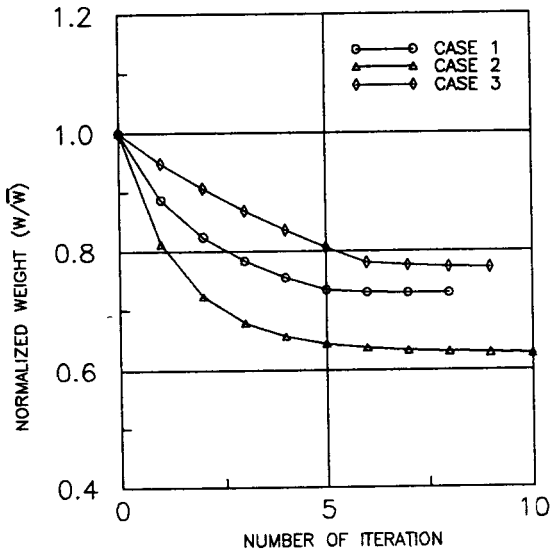


Fig. 18 Variation of normalized weight with number of iteration for simply supported hybrid laminated plate without S.D.C. constraint. (U_{max} , f_{min} , $a/b=4$)

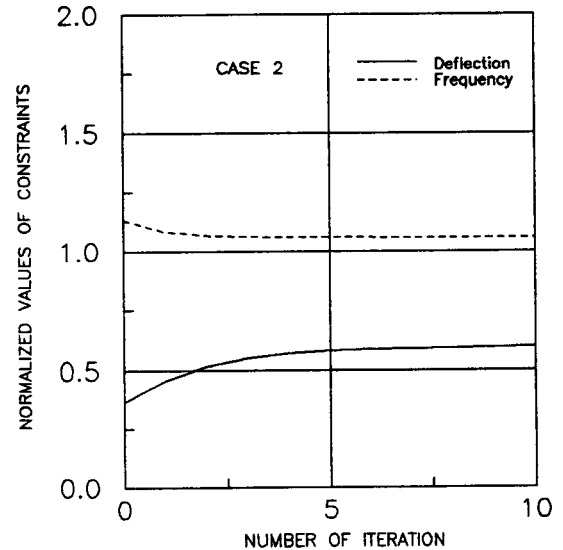


Fig. 20 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate without S.D.C. constraint. (U_{max} , f_{min} , $[GFRP/Al/GFRP]_s$, $a/b=4$)

제한조건으로 하여 설계에 (3)과 같은 방법으로 설계를 수행하였으며, Table 5와 같은 결과를 얻었다.

Table 5에서 설계 중량이 Case 1의 경우 설계예 (3)의 163.53kgf에서 137.39kgf로 감소하였고, Case 2의 경우는 167.99kgf에서 115.88kgf로,

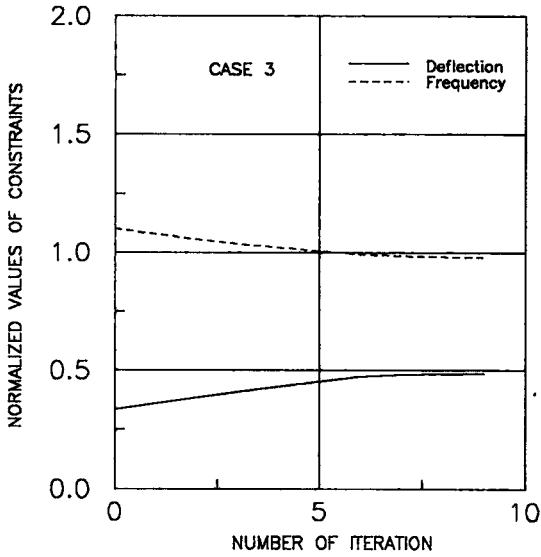


Fig. 21 Convergence sensitivity of the optimization for simply supported hybrid laminated plate without S.D.C. constraint. (U_{max} , f_{min} , [GFRP/GFRP/Al]_s, $a/b=4$)

Case 3의 경우는 187.06kgf에서 160.82kgf로 감소하여 설계예 (3)에서 언급한 대로 최소 중량 면에서 훨씬 유리함을 알 수 있다.

한편, 복합재료 두께층의 총 두께를 살펴보면 Case 1의 경우 설계예 (3)의 68.87mm에서 38.3mm로 감소하였고, Case 2의 경우는 61.1mm에서 29.0mm로, Case 3의 경우는 43.3mm에서 32.4mm로 감소하였다. 이는 모달에너지 감쇠비 설계

제한조건이 제외되었기 때문이다.

Fig. 18은 설계반복횟수에 따른 무게의 감소 정도를 보이며, Table 5의 3가지 경우에 대하여 나타내었다. 3가지 경우의 설계가 5~6번의 반복 계산 후에는 거의 수렴한 상태이다. 이 현상은 Fig. 19~21에서도 나타나며, Fig. 19, Fig. 20 및 Fig. 21에서는 설계제한조건들의 수렴 정도를 보인다.

설계예 (2)의 Fig. 9, 설계예 (3)의 Fig. 14, 설계예 (4)의 Fig. 18등은 매 설계과정에서 설계된 값을 설계 초기의 중량으로 나눈 것을 표시한 것이다.

4.3 설계 결과 검토

본 연구에서 수행한 혼합 적층 복합재료판의 최적설계 결과를 요약하여 Table 6에 수록하였다. Table 6에서 설계제한조건 중 모달에너지 감쇠비를 고려하지 않은 설계결과가 중량이 가장 작은 설계결과를 얻었는데, 이는 등방성재료의 모달 에너지 감쇠비가 적기 때문이다.

알루미늄층의 두께를 기준으로 한 설계를 검토하여 보면 첫번째 층을 알루미늄 층으로 한 Case 1의 경우, 설계예 (3)은 3.03mm, 설계예 (4)는 8.7mm로 설계 되었으며, 대체로 전체판의 두께에 비하여 작은 값이다. 두번째 층을 알루미늄 층으로 한 Case 2의 경우는 설계예 (3)이 10.3mm, 설계예 (4)가 20.0mm로서 모달에너지 감쇠비가 고려되지 않은 설계예 (4)에서 더 두꺼운 설계를 보였다. 세번째 층을 알루미늄층으로 한 Case 3의 경우는 설계예 (3)이 29.9mm, 설계예 (4)가 29.6m

Table 6 Comparison initial and final design for simply supported hybrid laminated plate according to constraints. ($a/b=4$)

Exam. No.	Case No.	Al-ply thickness (mm)	Wt(kgf)		Constraint values			Reduced weight (%)
			Initial	Final	U_{max} (30)	f_{min} (1592)	Ψ_{min} (0.25, 0.0)	
3	No.1	3.03	202.39	163.53	19.0	1560.0	0.279	19.2
	No.2	10.3	194.72	167.99	15.5	1560.0	0.255	13.7
	No.3	29.9	202.39	187.06	11.8	1622.0	0.25	7.5
4	No.1	8.7	202.39	137.39	19.4	1560.0	0.169	32.1
	No.2	20.0	194.72	115.88	21.8	1560.0	0.067	40.5
	No.3	29.6	202.39	160.82	14.6	1560.0	0.168	20.5

로 비슷한 결과를 보인다.

중량 감소 비율을 살펴보면 모달에너지 감쇠비의 설계제한조건이 고려된 설계에 (3)에서는 첫번째 층을 알루미늄층으로 한 Case 1의 경우가 19.2%로서 가장 크고 세번째 층을 알루미늄으로 한 Case 3의 경우가 7.5%로서 가장 작은 설계결과를 보인다. 한편, 모달에너지 감쇠비의 설계제한조건이 고려되지 않은 설계에 (4)에서는 두번째 층을 알루미늄으로 한 Case 2의 경우가 40.5%로서 중량 감소 비율이 가장 크고 세번째 층을 알루미늄으로 한 Case 3의 경우가 20.5%로 가장 작은 비율을 보인다.

5. 결 론

금속재료인 알루미늄과 복합재료인 GFRP로 혼합 적층한 사각판에 대해 유한요소해석과 연결하여 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유한요소법과 연계함으로써 임의의 경계 조건이나 다양한 재료의 적층순서와 무관하게 최적설계를 수행할 수 있게 되었다.

(2) 순환선형계획법(recursive linear programming method)를 이용하여 비선형 최적화문제의 해결을 시도하였고 설계변수의 보정계수를 도입하여 반복 계산량을 줄였다.

(3) 설계제한조건으로 정적 및 동적 특성을 동시에 고려하였고 설계변수로 적층각도 또는 층간 두께를 채택하였다.

(4) 혼합 적층 복합재료판에 대해 정적 및 동적 특성을 고려하여 최적설계를 수행한 결과 중량면에서 알루미늄 층이 바깥 쪽에 적층한 경우가 중앙에 적층한 경우보다 중량면에서 유리한 설계를 보인다. 또한, 감쇠특성을 고려하지 않으면 모달에너지 감쇠비가 적기 때문에 훨씬 더 작은 중량을 갖는 설계 결과를 얻을 수 있었고, 초기 수렴속도가 빠른 해석결과를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Hirano, Y., 1977, "Optimum Design of Laminated Plates Under Axial Compression", AIAA Journal, Vol. 17, pp.1017~1019.
 (2) Tauchert, T.R. and Adibhatla, S., 1984, "Design of

Laminated Plates for Maximum Stiffness", Journal of Composite Materials, Vol. 18, pp.58~69.
 (3) Tauchert, T.R. and Adibhatla, S., 1985, "Design of Laminated Plates for Maximum Bending Strength", Engineering Optimization, Vol. 8, pp.253~263.
 (4) Park, W.J., 1982, "An Optimal Design of Simple Symmetric Laminates Under First Ply Failure Criterion", J. of Composite Materials, Vol. 16, pp. 341~345.
 (5) Hirano, Y., 1979, "Optimum Design of Laminated Plates Under Shear", J. Comp. Mater., Vol. 13, pp. 329~334.
 (6) Watkins, R.I. and Morris, A., 1987, "A Multicriteria Objective Function Optimization Scheme for Laminated Composites for Use in Multilevel Structural Optimization Schemes", Comput. Methods Appl. Mech. Engng., Vol. 60, pp.233~251.
 (7) Kam, T.Y. and Lai, M.D., 1989, "Multilevel Optimal Design of Laminated Composite Plate Structures", Comput. and Struct., Vol.31, pp. 197~202.
 (8) Kam, T.Y. and Chang, R.R., 1989, "Optimal Design of Laminated Composite Plates With Dynamic and Static Considerations", Comput. and Struct., Vol. 31, No. 2, pp.387~393.
 (9) Reddy, J.N., 1980, "A Penalty Plate-Bending Element for the Analysis of Laminated Anisotropic Composite Plates", Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol. 15, pp.1187~1206.
 (10) Shin, Y.S., Haftka, R.T., Watson, L.T. and Plaut, P.H., 1989, "Design of Laminated Plates for Maximum Buckling Load", J. Comp. Mater., Vol. 23, pp. 348~369.
 (11) 薄一平, 1989, "多方向積層板の強度特性と最適設計", 日本機械學會論文集(A編), 第55卷, 第516號, pp.1892~1899.
 (12) 이해경, 최재철, 1984, "탄소섬유 강화 플라스틱으로 적층한 캔틸레버평판의 진동해석", 서울대학교 공대연구보고, 제16권, 제1호, pp.145~152.
 (13) 김학준, 1986, "유한요소법에 의한 복합적층판의 정적해석 및 진동해석", 고려대학교 대학원, 기계공학과, 석사논문.
 (14) 전재수, 광명만, 홍창선, 1987, "횡하중을 받는 복합 적층판 강성의 최적화", 한국항공우주학회지, Vol. 15, No. 1, pp.53~64.
 (15) 조덕형, 이인, 1988, "복합재료 날개의 진동특성", 한국복합재료학회지, 제 1 권, 제 1 호, pp. 26~33.
 (16) Yang, P.C., Norris, C.H. and Stavsky, Y., 1966,

- "Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Plates", *Int. J. Sol. & Struct.*, Vol. 2, pp.665~684.
- (17) Lin, O.X., Ni, R. G., and Adams, R. D., 1984, "Prediction and Measurement of the Vibrational Damping Parameters of Carbon and Glass Fiber-Reinforced Plastics Plates", *J. Comp. Mater.*, Vol. 18, pp.132~151.
- (18) Alam, N. and Asnani, N. T., 1986, "Vibration and Damping Analysis of Fiber Reinforced Composite Material Plates", *J. Composite Mater.*, Vol. 20, pp. 2~18.
- (19) Garbow, B. S., Boyle, J. M., Dongarra, J. J. and Moler, C. B., 1977, "Matrix Eigensystem Routines EISPACK Guide Extension", Springer Verlag, Berlin Heidelberg.