

〈論 文〉

경사진 평판 주위에서 경계층유동의 혼합대류에 관한 연구

김 동 현* · 최 영 기**

(1990년 10월 26일 접수)

A Numerical Study of Mixed Convection in Boundary Layer Flows over Inclined Surfaces

Dong Hyeon Kim and Young Ki Choi

Key Words : Mixed Convection Parameter(혼합대류지표), Nonsimilar Boundary Layer(비상사 경계층), Finite Difference Method(유한 차분법), Inclined Angle(경사각도), Buoyancy Assisting Flow(부력에 조력하는 유동), Separation Point(박리점)

Abstract

An analysis of laminar mixed convection flow adjacent to the inclined flat surface which is subjected to a uniform temperature in a uniform free stream is performed. Nonsimilar boundary layer equations are derived by using the mixed convection parameters such that smooth transition from the purely forced convection limit to the purely free convection limit is possible. The governing equations are solved by a finite difference method using the coupled box scheme of sixth order. Numerical results are presented for prandtl numbers of 0.7 and 7 with the angle of inclination ranging from 0 to 90 degree from the vertical. The velocity distributions for the buoyancy assisting flow exhibit a significant overshoot above the free stream value in the region of intense mixed convection and the velocity field is found to be more sensitive to the buoyancy effect than the temperature field. The separation point near the wall was obtained for the buoyancy opposing flow. The local Nusselt number increases for buoyancy assisting flow and decreases for opposing flow with increasing value of the local Grashoff number in the mixed convection parameter. For large Prandtl number, the Nusselt number and the friction factor decrease significantly near the separation point. Present numerical predictions are in good agreement with recent experimental results by Ramachandran.

기 호 설 명

C_P : 비열

C_f : 국소마찰계수

F : 유동 함수

g : 중력가속도

Gr_x : $g\beta(T_w - T_\infty)x^3/\nu^2$, 국소 Grashoff 수

k : 열 전도율

Nu_x : 국소 Nusselt 수

Pr : Prandtl 수

Re_x : $U_\infty x/\nu$, 국소 Reynolds 수

T : 유체온도

T_w : 벽면온도

T_∞ : 자유 유동온도

u : 주 유동방향속도성분

*정회원, 서울대학교 대학원

**정회원, 중앙대학교 공과대학 기계공학과

- U_∞ : 자유 유동속도
 ν : 평판에 수직방향 속도성분
 x : 주유동방향 좌표 (Fig. 1)
 y : 평판에 수직방향좌표 (Fig. 1)

회람문자

- α : 열확산계수
 β : 열팽창 계수
 γ : 수직으로 부터의 경사각도
 η : 상사변수
 θ : $(T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$, 무차원온도
 μ : 점성계수
 ν : 동점성계수
 ζ : 본 논문의 혼합대류지표
 $(1 + Gr_x^2 \cos \gamma / Re_x^2)^{-1}$, 수직으로부터 경사진 평판
 ζ_1 : $Gr_x \cos \gamma / Re_x^2$, 수직으로부터 경사진 평판에 대한 이전의 혼합대류지표
 ζ_s : 박리점
 χ : 매개 변수
 ρ : 밀도
 Ψ : 유동 함수
 Ω : 매개 변수

상첨자

- : η 에 대한 편미분

1. 서 론

강제 및 자연의 혼합대류는 핵 발전설비, 거대 열교환기, 전자설비, 냉각계 등의 열전달 장치에서 많이 볼 수 있다. 표면과 자유유동 사이의 온도차이가 상대적으로 크고 주위유속이 작을 때 열 부력은 강제대류에서 중요한 역할을 한다. 일반적으로 표면 열전달률은 부력이 강제유동에 조력할 때 증가하고, 부력이 강제유동에 대립할 때 감소한다. 층류 경계층유동에서 혼합대류에 대한 열전달 특성은 주로 수직평판과 수평평판에 대하여 연구되어 왔다⁽¹⁻⁸⁾. 수직평판과 수평평판에 대한 해석적 연구로는 Robertson⁽³⁾, Ramachandran과 Chen⁽⁴⁾, Raju와 Liu, Law⁽⁵⁾가 있으며, 수직평판에 대한 실험적 연구로는 Kliegel⁽⁶⁾, Ramachandran⁽⁷⁾ 등을 들 수 있다. 이에 반하여, 경사진 평판에 대한 Mucoglu와 Chen⁽⁹⁾, Moutsoglou⁽¹⁰⁾의 해석적 연구는 혼합대류지표의 제한된 범위에서 수치적으로 해

석되었고, 최근에 Ramachandran⁽¹¹⁾는 경사진 평판 주위의 혼합대류에 대한 실험결과를 발표하였다. Mucoglu, Ramachandran, Chen 등의 혼합대류 지표 ($\zeta_1 = Gr_x / Re_x^2$)는 순수 강제대류에서 순수 자연대류까지의 전체 혼합대류 영역이 $0 < \zeta_1 < \infty$ 로서 지배방정식이 각각의 극한 영역에서 해가 유일하게 된다. 이에 반하여, Fernandez-Pello와 Law⁽¹²⁾는 분산 화염구조의 연구에서 전 영역에서 유효한 단일화된 혼합대류지표, $(Re_x^2 + Gr_x^2)^{1/2}$ 를 제시하였고 Raju와 Liu, Law⁽⁵⁾는 이러한 전환성을 적용하여 순수 강제대류에서 순수 자연대류까지 전 영역이 $1 > \zeta > 0$ 으로 되어 해법절차가 용이한, 새로운 무차원좌표를 수직평판과 수평평판에 대하여 각각 제시하였다.

본 연구는 Raju 등의 연구의 확장으로 일정한 온도로 유지되는 경사진 평판에 대하여 혼합대류 전 영역에 유효한 부력계수 (ζ)로서 $(1 + Gr_x^2 \cos \gamma / Re_x^2)^{-1}$ 를 적용하여 비상사 경계층 방정식을 유도하였다. 또한 적분형 경계조건을 가진 편미분 경계층방정식을 유한차분법으로 Keller와 Cebeci의 Box scheme⁽¹³⁾을 6차로 적용하여 수치해석하였다. 부력계수가 큰 영역에서 Mucoglu 등의 해석적 연구결과는 일정한 온도와 45°의 경사를 유지하는 평판에 대한 Ramachandran⁽⁶⁾의 실험적 연구결과와 약 10% 정도 벗어난다. 이에 Ramachandran의 실험적 연구를 해석적으로 재고찰하였다.

Pramdtl 수가 0.7과 7인 유체에 대하여 순수 강제대류에서 순수 자연대류까지 전 영역에 걸쳐, 경사진 평판 주위의 열전달계수 및 마찰계수와 부력에 조력하거나 대립하는 유동에 대한 속도분포, 온도분포를 구하였고 또한 대립하는 유동에 대한 박리점을 구하였다.

2. 이 론

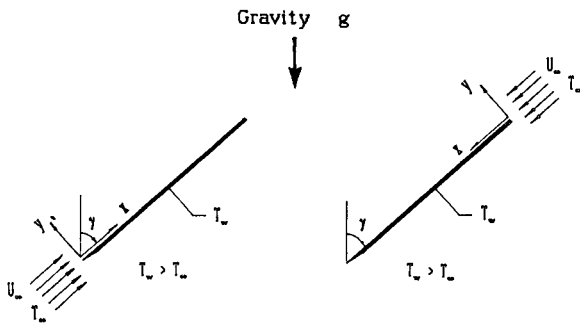
2.1 지배방정식 및 경계조건

등온의 경사진 평판에서 부력이 경계층유동의 성장에 영향을 미칠 때 Boussinesq 근사를 적용한, 정상 상태 (steady-state)의 2차원 지배방정식 및 경계조건은 다음과 같다.

(1) 지배방정식

연속방정식

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$



(a) Buoyancy assisting flow (b) Buoyancy opposing flow

Fig. 1 Schematic of flow geometry

x 방향 운동량 방정식

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \pm \rho g \beta (T - T_\infty) \cos \gamma + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

y 방향 운동량 방정식

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} \pm \rho g \beta (T - T_\infty) \sin \gamma \quad (3)$$

에너지 방정식

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

가열된 평판이 중력이 작용하는 수직 축에서 시계방향으로 각도 γ 만큼 기울어져 있을 때 강제유동의 방향은 Fig. 1에 나타나 있다. 식 (3)의 변형으로 부력에 의하여 야기된 유동방향의 압력구배는 다음과 같이 온도차이와 관계된 형태를 갖는다. 즉,

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \pm g \beta \sin \gamma \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty \rho (T - T_\infty) dy \quad (5)$$

식 (5)의 우변에서 \pm 의 묶음 기호는 각각 평판 위, 아래에서의 유동을 나타낸다. 식 (5)를 식 (2)에 적용하여 단일화된 운동량 방정식을 얻는다.

운동량 방정식

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \pm \rho g \beta (T - T_\infty) \cos \gamma \pm g \beta \sin \gamma \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty \rho (T - T_\infty) dy \quad (6)$$

식 (6)의 우변에서 제 2항은 야기된 부력에 기인한 Boussinesq 근사항으로 \pm 의 묶음기호는 각각 부력에 조력하는 유동과 대립하는 유동을 나타낸다. 유동방향의 압력구배 ($\partial p / \partial x$)는 차원해석을 통해 보편 수치해에서 거의 무시될 수 있다.

그러나, 본 연구에서는 높은 수준의 정확성을 추구하기 위하여 지배 방정식에서 나타나는 유동방향의 압력구배 ($\partial p / \partial x$)를 무시하지 않는다.

(2) 경계조건

$$y=0 \text{에서 } u=v=0, T=T_w$$

$$y \rightarrow \infty \text{에서 } u \rightarrow U_\infty, T \rightarrow T_\infty \quad (7)$$

$$x=0 \text{에서 } u=U_\infty, T=T_\infty$$

2.2 비상사 경계층 방정식

혼합대류 전 영역에 대하여 위의 지배방정식이 유효하기 위하여 아래와 같은 무차원 좌표변환을 도입하여 비상사 경계층방정식을 유도한다. Raju와 Liu, Law⁽⁵⁾가 수직평판에 대하여 제시한 좌표변환에 평판 경사의 영향을 적용하여 무차원화 하였다.

무차원 좌표

$$\xi = \xi(x), \quad \eta = \frac{Re^{1/2}}{x \xi^{1/8}} \int_0^y \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right) dy \quad (8)$$

무차원 유동함수

$$\Psi(\xi, \eta) = \frac{Re^{1/2}}{\xi^{1/8}} F(\xi, \eta) \quad (9)$$

무차원 온도

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (10)$$

여기서 유동함수 $\Psi(\xi, \eta)$ 는 연속방정식을 만족한다. 즉,

$$\rho u = \mu_\infty \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \rho v = -\mu_\infty \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (11)$$

c_p, μ 를 일정한 상수로 가정하고, 위의 무차원 변수 (8~10)와 식 (11)과 경계조건 (7)을 지배방정식 (4, 6)에 적용하여 다음의 비상사 경계층방정식을 유도한다.

$$F'''' + \frac{(3-\xi)}{4} F F'' - \frac{(1-3\xi)}{4} F' F'' \mp \Omega^{-1} (1-\xi)^{1/2} \frac{(1-\xi)}{4} \eta \theta' \tan^{1/2} \gamma \sin^{1/2} \gamma \pm (1-\xi)^{1/2} \theta' \cos^{1/2} \gamma = 2\xi(1-\xi) \left[F'' \frac{\partial F}{\partial \xi} - F' \frac{\partial F''}{\partial \xi} \mp \Omega^{-1} (1-\xi)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \tan^{1/2} \gamma \sin^{1/2} \gamma \right] \quad (12)$$

$$\theta'' + Pr \frac{(3-\xi)}{4} F \theta' = 2Pr\xi(1-\xi) \left(\theta' \frac{\partial F}{\partial \xi} - F' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (13)$$

무차원 경계조건

$$F(\xi, 0) = F'(\xi, 0) = 0, \quad \theta(\xi, 0) = 1 \quad (14-a)$$

$$F'''(\zeta, 0) = \mp Q^{-1}(1-\zeta)^{1/2} \left(\frac{(1+\zeta)}{4} \int_0^\infty \theta(\zeta, \eta) d\eta - 2\zeta(1-\zeta) \int_0^\infty \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} d\eta \right) \tan^{1/2} \gamma \sin^{1/2} \gamma$$

$$\mp (1-\zeta)^{1/2} \cos^{1/2} \gamma \quad (14-b)$$

$$F'(\zeta, \infty) = \zeta^{1/4}, \theta(\zeta, \infty) = 0 \quad (14-c)$$

여기서 상첨자(')는 η 에 관한 편미분을 나타내며 Q 는 단순한 매개변수이며 다음과 같다.

$$Q = (Re_x^2 + Gr_x^2 \cos \gamma)^{1/8} = \zeta^{-1/8} Re_x^{1/2} \quad (15)$$

유동방향의 압력구배를 무시한 수직평판의 혼합대류연구⁽⁵⁾에서는 운동량 비상사 경계층방정식은 3차 편미분방정식으로 간단한 형태로 유도하지만, 유동방향의 압력구배와 평판의 경사를 고려한 본 연구의 경우는 4차 편미분방정식으로 식 (12)와 같이 복잡한 형태로 유도한다. 혼합대류지표 $\zeta(x)$ 는 자연대류 영역에서 강제대류지표로 이용되고, 강제대류 영역에서는 부력 지표로 나타내어지며 아래와 같다.

$$\zeta = \left[1 + \frac{Gr_x^2}{Re_x^2} \cos \gamma \right]^{-1} \quad (16)$$

여기서, 국소 Grashoff 수는 $Gr_x = g\beta(T_w - T_\infty)x^3/\nu^2$ 이고, 국소 Reynolds 수는 $Re_x = U_\infty x/\nu$ 이다.

비상사 경계층 방정식은 $\zeta=1$ 일때 강제대류 경계층방정식이 되고 $\zeta=0$ 일 때 자연대류 경계층 방정식이 되며, 이 두 영역에서 상사해를 갖는다.

3. 수치해석

포물선 형태의 편미분 지배방정식을 유한 차분법으로 수치 해석하기 위해 Keller와 Cebeci의 진전된 box scheme⁽¹³⁾을 사용하였다. 4차 운동량 방정식과 2차 에너지 방정식을 6개의 η 에 관한 1차 편미분 방정식으로 완전 결부시켜 차분화한 후에 Newton의 선형화 방법(Newton's linearization method)을 적용하여 반복계산 관계를 만들어 block elimination 방법을 사용하여 행렬을 계산하였다. 여기서 끝자름 오차(truncation error)는 $(\Delta\eta)^2$ 이며 계산에서 수렴 허용오차는 10^{-5} 으로 정하였다.

Box scheme은 임의의 격자 크기를 사용할 수 있으며, 수치적으로 안정하게 수렴한다. 무차원 지배방정식의 적분형 경계조건(14-b)를 차분화 식으로 나타내어 계산할 경우에 반복 계산되는 선형화 식의 현재 근사값으로 수렴을 시키면 평균 15번의

반복(iteration)으로 경계값이 결정되어 시간 소비가 크며 수렴 오차가 있다. 이 난점을 해결하기 위하여 적분형경계조건을 미지수로 놓고 선형화 식을 Variational 방정식으로 변환하여 Newton-Raphson방법을 적용하여 적분형 경계조건을 만족시켰다. 이 경우에는 평균 7번 반복(iteration)으로 수렴한다.

차분화된 선형화 식은 tridiagonal block구조를 갖는 행렬을 이루며, 여기서 세부 블록은 6×6 행렬이다. 이에 대해 block elimination 방법을 적용하여 프로그램을 코드화 하였다.

4. 결과 및 토의

강제 및 자연대류가 동시에 존재하는 혼합대류 전 영역에서 Prandtl 수 0.7 및 7인 유체에 대하여 경사진 평판에서 수치 해석하여 속도분포, 온도분포, 국소 Nusselt 수, 국소 마찰계수를 분석하였다.

국소 Nusselt 수

국소마찰계수

$$Nu_x = \frac{q_w}{(T_w - T_\infty)} \frac{x}{k}, \quad C_f = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2 / 2} \quad (17)$$

여기서, $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$ 은 벽 전단응력이고,

$q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$ 은 Fourier의 법칙이다.

식 (8~11)을 적용하여 다음 식이 유도된다.

$$Nu_x Re_x^{-1/2} = - \frac{\theta'(\zeta, 0)}{\zeta^{1/8}} \quad (18)$$

$$C_f Re_x^{1/2} = \frac{2F''(\zeta, 0)}{\zeta^{3/8}} \quad (19)$$

먼저 경사각도가 45도를 이루고 일정한 온도로 유지되는 가열된 평판에서 부력에 조력하는 유동에 대하여 속도와 온도 분포를 $60000 \geq Re_x \geq 5000$ 의 Reynolds 수 범위에서 $1 \geq \zeta \geq 0.0535$ 의 영역에 있는 혼합대류 지표에서 수치해석 하였다. 또한 경사진 평판에 대한 층류 혼합대류 영역으로 대략 $Gr_x < 10^6 Re_x^{0.96}$ 으로 제시한 Chen의 조건⁽¹⁴⁾에 맞추어 수치해석하였다. 위의 해석적 조건은 Ramachandran(1987)의 실험조건⁽¹¹⁾과 일치하며 위에서 언급한 유동영역조건과 45°의 경사에 대하여 가열된 평판 위의 유동은 가열된 평판 아래의 유동과 기본적으로 같은 결과를 얻는다는 것은 수치적으로 예측되었고 실험으로 증명되었다⁽⁹⁻¹¹⁾. 앞에서 제시한 층류 영역 Reynolds 수 범위에서 속도분포와

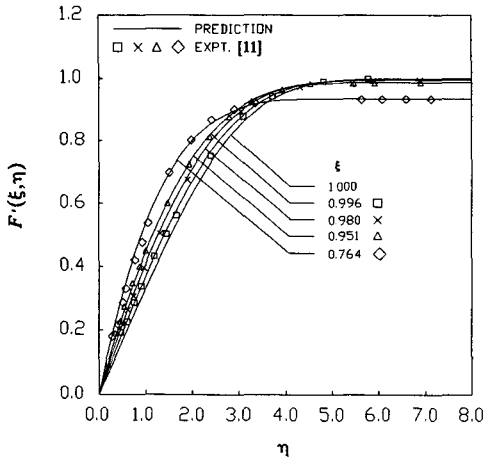


Fig. 2 Velocity distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy assisting flow (for higher values of ξ)

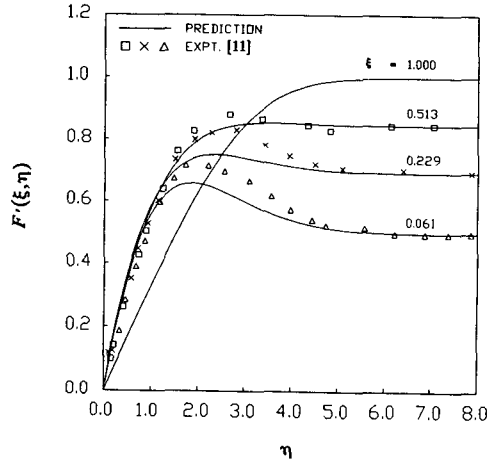


Fig. 4 Velocity distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy assisting flow (for lower values of ξ)

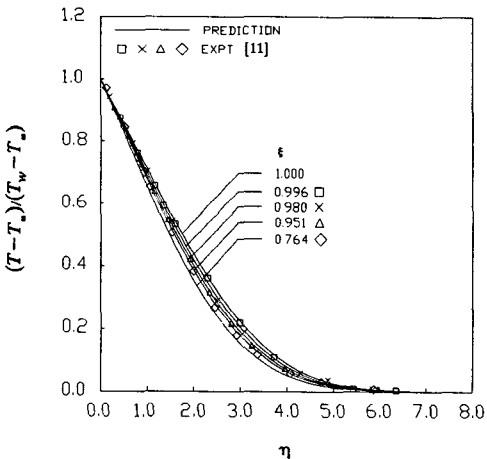


Fig. 3 Temperature distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy assisting flow (for higher values of ξ)

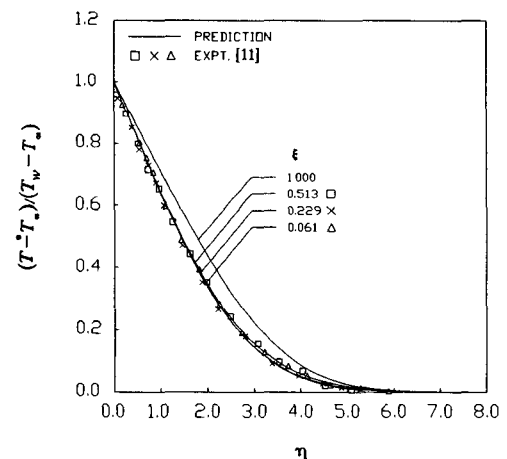


Fig. 5 Temperature distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy assisting flow (for lower values of ξ)

온도분포는 부력계수 ξ 와 비상사 변수 η 만의 함수로 간주될 수 있다. 수치해석을 통해보면, 앞에서 주어진 Reynolds 수 범위의 양 극단에서 속도와 온도분포에 대한 Reynolds 수 영향은 1%이하로 얻어졌으며, 이 층류 범위내의 어떤 Reynolds 수를 선택하든 공학문제 정밀성에 영향을 미치지 않는다.

경계층 내에서 부력에 조력하는 유동에 대한 속도와 온도분포의 수치적 예측을 Ramachandran의

실험결과⁽¹¹⁾와 비교하여 Fig. 2~5에 나타내었다. 평판 아래에서 부력에 조력하는 유동은 평판 위의 경우와 거의 같은 수치적 결과를 얻어서 나타내지 않는다. 순수강제대류($\xi=1$)에 대한 속도와 온도분포는 비교를 위하여 각 그림에 나타낸다. Fig. 2~5에서 속도와 온도분포는 실험결과와 매우 잘 일치하고 있다. 온도분포에 대한 수치적 결과와 실험적 결과의 일치하는 속도분포의 경우보다 더 좋다. 이는 속도장이 온도장보다 부력의 변화에 더 민감

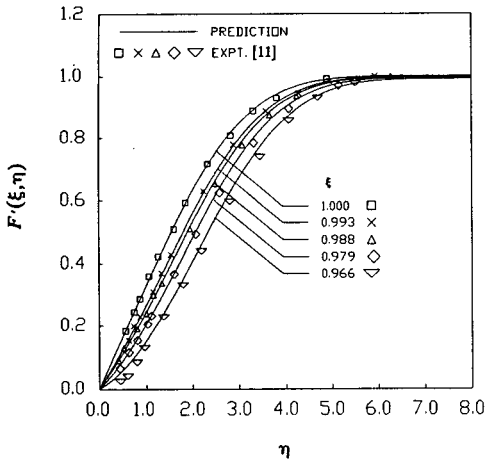


Fig. 6 Velocity distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy opposing flow

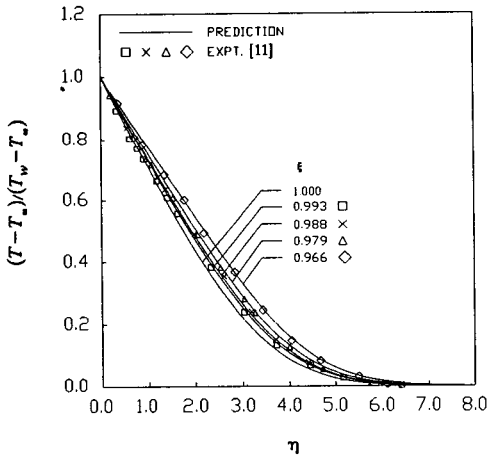


Fig. 7 Temperature distribution for $Pr=0.7$, $\gamma=45^\circ$, buoyancy opposing flow

하기 때문인 것으로 사료된다. 부력의 영향이 증가 하므로서 유체는 가속되며 속도와 온도의 경계층 두께는 감소하고 벽면에서 속도와 온도구배는 증가 한다. 이는 Nusselt 수와 마찰계수를 증가하게 한다. 속도분포의 수치적 결과는 실험적 결과보다 약간 더 낮은 지나침(overshoot)을 보여준다. 예를 들어 혼합대류지표, $\zeta=0.6136$ 에서 수치적 결과는 실험적 결과와 최대 9.27% 정도 벗어난다(이 영역에서 속도 측정의 불확실성이 약 8%; Ramachandran⁽¹¹⁾). 부력에 대립하는 유동의 경우에서 유동의 박리점은 $Pr=0.7$ 에서 $\zeta_s=0.9582$ 이고 Pr

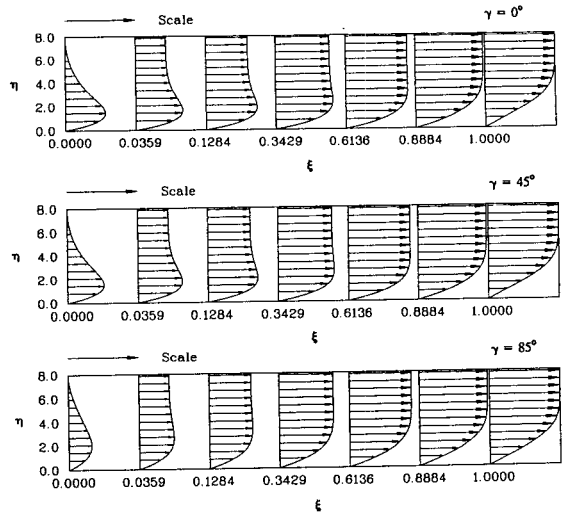


Fig. 8 Velocity profiles at various angles of inclination, $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, Buoyancy assisting flow

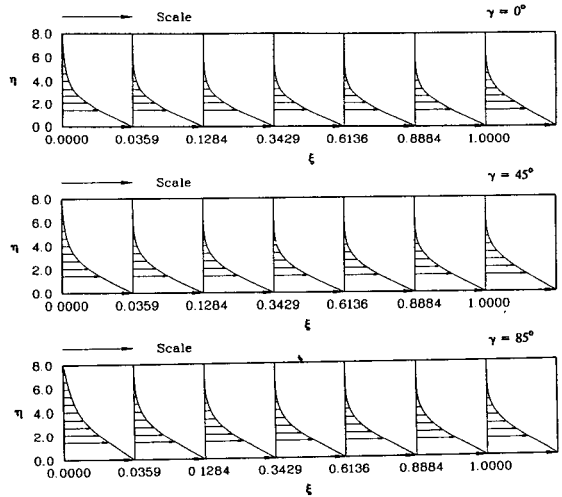


Fig. 9 Temperature profiles at various angles of inclination, $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, buoyancy assisting flow

=7에서 $\zeta_s=0.9139$ 로 구해졌다.

부력에 대립하는 유동에 대하여 속도와 온도분포의 수치적 결과와 실험적 결과의 비교는 Fig. 6~7에 나타난다. 수치해석에 의한 속도와 온도분포는 실험적 결과와 5% 이내에서 부력에 조력하는 유동보다 좋은 일치성을 나타낸다.

부력에 조력하는 유동의 경우에 모든 혼합대류지표 범위에 대해서 경사각도 γ 에 따른 속도와 온도

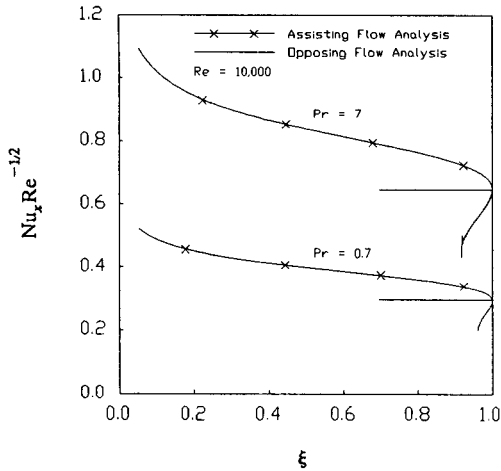


Fig. 10 Local Nusselt number results for $\gamma=45^\circ$, $Pr=0.7$ and $Pr=7$

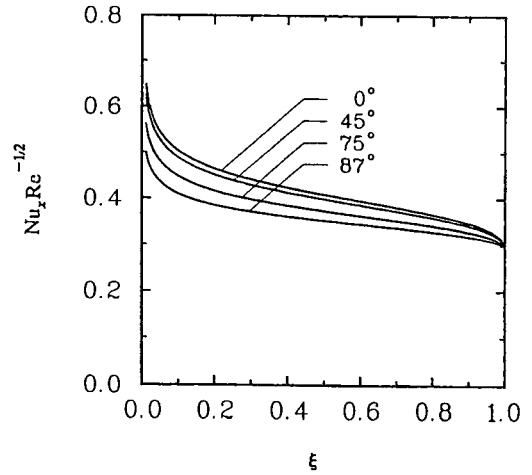


Fig. 12 The effect of angles of inclination on the local Nusselt number at $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, buoyancy assisting flow

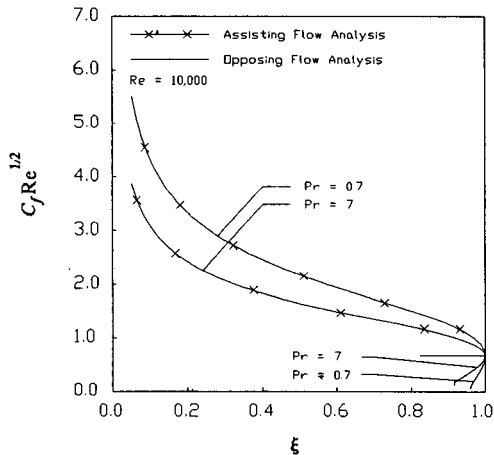


Fig. 11 Local friction factor results for $\gamma=45^\circ$, $Pr=0.7$ and $Pr=7$

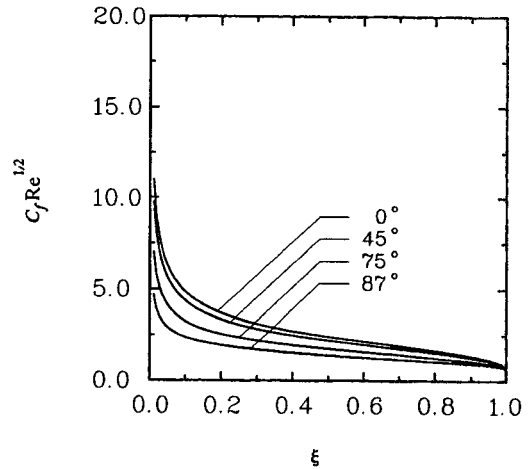


Fig. 13 The effect of angles of inclination on the local friction factor at $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, buoyancy assisting flow

분포는 Fig. 8~9에 나타낸다. 평판의 경사각도 γ 가 증가함에 따라 벽면에서의 속도와 온도구배는 감소한다. 이는 Nusselt 수와 마찰계수를 감소하게 한다.

국소 Nusselt 수와 국소 마찰계수는 식 (18~19)을 적용하여 $\zeta, F''(\zeta, 0), \theta'(\zeta, 0)$ 의 값들로 부터 구해질 수 있다. 혼합대류의 계산으로부터 결과되는 국소 Nusselt 수는 순수 강제대류나, 순수 자연대류의 국소 Nusselt 수로 부터 5%이상 벗어나는 영

역을 혼합대류 영역으로 정의한다. Ramchandran의 실험⁽¹¹⁾과 비교하여 본 논문의 혼합대류지표의 경우에 혼합대류영역은 $Pr=0.7$ 이고 평판경사각도가 45° 일때 부력에 조력하는 영역에 대하여 $0.0280 \leq \zeta < 0.9930$ 이고, 부력에 대립하는 영역에 대하여 $0.9582 < \zeta < 0.9970$ 이다. 혼합대류 지표의 함수로 연결된 마찰계수와 국소 Nusselt 수의 변화는 Fig. 10~11에 나타내었다. 부력에 조력하는 유동에 대하여, 부력이 증가하면(ζ 의 감소) 국소 마찰계수

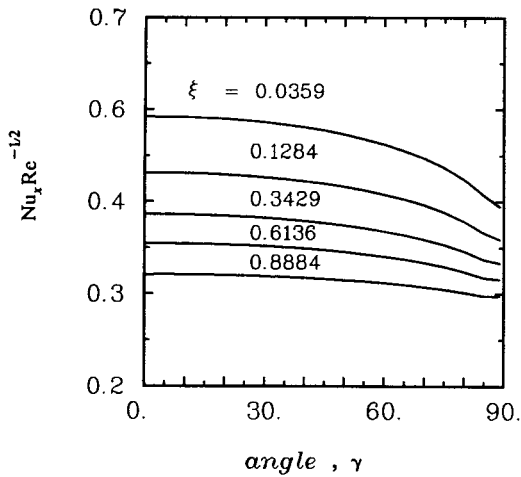


Fig. 14 Angular distribution of the local Nusselt number at $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, buoyancy assisting flow

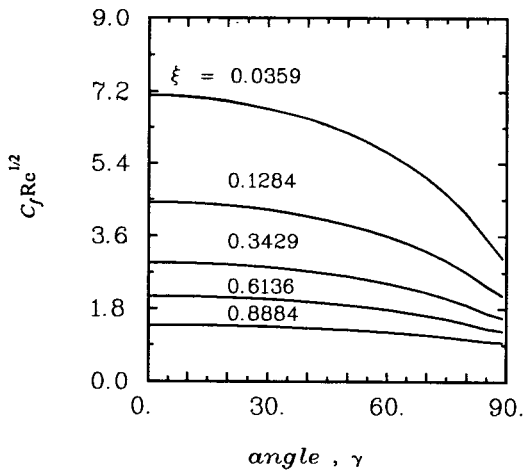


Fig. 15 Angular distribution of the local friction factor at $Pr=0.7$, $Re_x=10^3$, buoyancy assisting flow

와 국소 Nusselt 수는 증가됨을 볼 수 있다. 부력에 대립하는 유동에서 $Pr=7$ 인 경우에 유동 역류 부근의 영역에서 국소 Nusselt 수와 국소마찰계수가 급격히 감소됨을 볼 수 있다. 대립하는 유동의 일반적인 양상은 부력의 영향이 증가하면 벽면에서의 온도와 속도 구배는 감소한다. 따라서 열전달율을 점차적으로 감소시키고 유동역류 부근에서 국소 Nusselt 수와 국소 마찰계수가 급격히 감소한다. Fig. 10에서 $Pr=0.7$ 인 유체보다 $Pr=7$ 인 유체에

서 국소 Nusselt 수는 더 크다. 이는 Prandtl 수가 증가함에 따라 경계층 두께는 감소하여 벽면의 온도 구배가 증가한다. 또한 $Pr=7$ 인 유체보다 $Pr=0.7$ 인 유체에서 부력은 마찰계수에 더 큰 영향을 미친다. 이 현상은 부력의 영향에 더 큰 민감성을 갖는 공기의 낮은 밀도에 기인한다. 이런 까닭에 벽면에서의 속도구배에 더 큰 변화를 일으킨다.

Fig. 12~13은 각각의 경사각도에서 부력에 따른 국소 마찰계수와 국소 Nusselt 수의 변화를 나타내며 수직으로부터 경사 각도가 증가됨에 따라 Nusselt 수와 마찰계수는 감소한다. 경사각도에 따른 국소 Nusselt 수와 마찰계수의 변화는 각각의 혼합대류지표에 대해 Fig. 14~15에 나타내었다. 경사각도 $0^\circ \leq \gamma \leq 87^\circ$ 까지 적용하였으며 이는 평균 Nusselt 수의 상관 관계식으로 Ramachandran에 의해 제시된 영역이다⁽¹¹⁾. 부력의 영향이 커질수록 (ξ 의 감소) 경사각도 80도 부근에서 Nusselt 수와 마찰계수는 급격히 감소한다. 이 영역에서 자연대류의 영향보다는 강제대류의 영향이 지배적임을 보여준다.

5. 결 론

등온의 경사진 평판에서 층류경계층유동에 대하여 혼합대류지표를 사용하여 비상사 경계층방정식을 유도하였고 $Pr=7$ 및 $Pr=0.7$ 인 유체에 대하여 유체유동 및 열전달 현상에 대하여 수치해석하였다.

(1) 45°의 경사진 평판에 대하여 분석한 최근의 실험결과와 세밀히 비교 검토하여 속도와 온도분포는 부력에 조력하는 유동에 대하여 10%이내에서 잘 일치하며, 부력에 대립하는 유동에 대하여 5%이내에서 타당한 일치를 보인다.

(2) 부력에 조력하는 유동에 대한 속도분포는 자유 유동치를 넘어서서 상당한 지나침(overshoot)이 존재한다. 속도장은 온도장보다 부력의 영향에 더욱 민감하게 변화하였다.

(3) Prandtl 수가 작을 때 국소 Nusselt 수와 국소 마찰계수는 더 큰 값을 갖는다.

(4) $Pr=0.7$ 인 유체보다 $Pr=7$ 인 유체가 더 큰 부력에서 유체의 역류가 일어난다. $Pr=0.7$ 인 유체보다 $Pr=7$ 인 유체가 유체역류 부근에서 국소 Nusselt 수의 상당한 감소를 보여준다.

(5) 부력의 영향이 강한 혼합대류지표에 대하여 경사각도 80° 부근에서 Nusselt 수와 마찰계수는

급격히 감소한다. 이 영역에서 자연대류의 영향보다는 강제대류의 영향이 지배적임을 보여준다.

참고 문헌

- (1) Lloyd, J.R. and Sparrow, E.M., 1970, "Combined Forced and Free Convection Flow on Vertical Surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13, pp.434~438.
- (2) Hiber, C.A., 1973, "Mixed Convection Above a Heated Horizontal Surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16, pp.769~785.
- (3) Roberston, G.E., Seinfeld, J.H. and Leal, G.E., 1973, "Combined Forced and Free Convection Flow Past a Horizontal Flat Plate", *AIChE Journal* 19, pp. 998~1008.
- (4) Ramachandran, N., Armaly, B.F. and Chen, T.S., 1983, "Mixed Convection Over a Horizontal Plate", *ASME Journal of Heat Transfer*, 105, pp.420~423.
- (5) Raju, M.S., Liu, X.Q. and Law, C.K., 1984, "A Formulation of Combined Forced and Free Convection Past Horizontal and Vertical Surfaces", Report, Northwestern Univ.
- (6) Kliegel, J.R., 1959, "Laminar Free and Forced Convection Heat Transfer from a Vertical Flat Plate", Ph.D. thesis, University of California, Berkeley.
- (7) Ramachandran, N., Armaly, B.F. and Chen, T.S., 1985, "Measurements and Predictions of Laminar Mixed Convection Flow Adjacent to a Vertical Surface", *ASME Journal of Heat Transfer*, 107, pp. 636~641.
- (8) Chen, T.S., Sparrow, E.M. and Mucoglu, A., 1977, "Mixed Convection in Boundary Layer Flows on a Horizontal Plate", *ASME Journal of Heat Transfer*, 99, pp.66~71.
- (9) Mucoglu, A. and Chen, T.S., 1979, "Mixed Convection on Inclined Surface", *ASME Journal of Heat Transfer*, 101, pp.422~426.
- (10) Moutsoglou, A., Tzuoo, S.K.L. and Chen, T.S., July 1980, "Mixed Convection in Boundary Layer Flows Over Inclined Surfaces", *AIAA 15th Thermophysics Conferences*, Snowmass, Co., pp.14~16.
- (11) Ramachandran, N., Armaly, B.F. and Chen, T.S., 1987, "Measurements of Laminar Mixed Convection Flow Adjacent to an Inclined Surface", *ASME Journal of Heat Transfer*, 109, pp.146~150.
- (12) Fernandez-Pello, A.C. and Law, C.K., 1983, "On the Mixed Convective Flame Structure in the Stagnation Point of a Fuel Particle", *19th Symposium(Int.) on Combustion*, pp.1037~1044.
- (13) Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1982, *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.
- (14) Chen, T.S., Moutsoglou, A. and Armaly, B.F., 1982, "Thermal Instability of Mixed Convection Flow Over Inclined Surfaces", *Numerical Heat Transfer*, 5, pp.343~352.
- (15) Schlichting, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill Book Company, 7th edition.