고온 크립현상에 응용되는 연속체 대미지 이론의 발전

호 광 일

한국전력기술(주) 부설 R&D 센터

● 1957년 생
● 진동학 및 재료거동학을 전공하였고, CAD/CAE의 응용과 파괴역학에 관심을 가지고 있다.

1. 머 리 말

구조물의 응력·변형률 상태는 주어진 외부조건(힘, 변형)에 의하여 계산되며 재료거동(behavior)은 일반적으로 탄성, 소성, 점탄성·응력·변형률 관계식에 의해 표현되는데 국부적인 파손의 관점에서 보면, 응력, 변형률, 온도, 그리고 시간이 주요원인이 되고 있다. 그러므로, 파손해석시에 비탄성(inelastic) 응력·변형률 해석이 위의 모든 영향을 고려한 가장 기본적이고 올바른 접근방법이라 할 수 있다.

크립대미지란 물리적이 관점에서는 재료의 입자경계면에서의 미시공간(micro-voids)과 3점크랙이 시작과 발전으로 간주되고 있으며 또한, 기계공학적인 관점에서는, 재료의 강도와 강성에 영향을 미치는 상태변수로 정의될 수 있다.

만약 크립대미지가 스켈러(실수)로 표시된다면, 대미지의 성장, 분포 및 변화가 방향성과 무관하다는 가정하에 이루어진다. 그런데, 비비례(nonproportional) 하중상태의 크립실험[1~6]은 크립대미지가 방향성을 갖는다는 것을 보여주고 있다. 즉, 최대주응력의 방향변화는 크립대미지와 변형률의 변화에 밀접한 관계가 있다는 것이 알려지고 있다.

이를 해석하기 위한 많은 이방성 대미지이론들이 등방성 대미지이론으로부터 유도되었기 때문에 여기서는 먼저 등방성 대미지이론부터 설명하고자 한다.

2. 등방성 대미지

2.1 Kachanov의 이론

Kachanov[7~8]는 방향성이 고려되지 않고 단순히 스켈러로 표시된 크립대미지를 이용하여 연속체 대미지역학을 제안하였다. Kachanov에 의한 연속체 대미지 변수 Ψ의 식은 아래와 같다.

$$\dot{\Psi} = -A(\sigma_{max}/\Psi)^n \qquad (1)$$

여기서 A와 n은 재료상수이고, σ_{max}는 크랩크랙 성장방향에 수직한 단면에서의 최대인장응력을 나타낸다.

식(1)에서 Ψ가 1이면 전혀 손상이 없는 상태이고, 0이면 완전파괴된 상태를 나타낸다. 또한 kachanov는 deviatoric flow rule에 대미지변수를 추가하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\dot{\varepsilon}^c_{ij} = B(T^{m-1}/\Psi^n)s_{ij} \qquad (2)$$

여기서, $B=3^{(m+1)}/2$이고 s_{ij}는 deviatoric 응력이며, $T^2=s_{ij}s_{ij}/2$이다. 한편 정하중 및

미소변형을 고려한 단축인장의 경우에 대하여 다음과 같은 식을 유도하였다.

$$\Psi=(1-t/t)^{(1/(n+1))} \tag{3}$$

$$\varepsilon^c=K'(1-\Psi) \tag{4}$$

여기서 $t'=\{(n+1)A\sigma^n\}^{-1}$은 크립파손이 발생될매 까지의 파손시간이고 σ는 인장응력, ε^c는 크립변형이며, $K'=(B\sigma^m)/(A\sigma^n)$이다.

2.2 Rabotnov의 이론

Rabotnov[9~10]는 파손변형과 파손시간을 예측하는 일반이론을 제시하였다. 단축하중의 경우 대미지변수 w는 식 (5)와 같이 정의되며 w공식과 크립변형속도 관계식은 각각 식 (6), (7)과 같다.

$$w=1-\Psi \tag{5}$$

$$\dot{w}=G(\sigma,\ w) \tag{6}$$

$$\dot{\varepsilon}^c=F(\sigma,\ w) \tag{7}$$

여기서 $w=0$이면 파손이 전혀 없는 상태이고, 1이면 완전파손상태를 의미한다.

한편 식 (6), (7)로부터 실제현상에 적용하기 위한 다음 식(8), (9)를 제시하였다.

$$\dot{w}=B\sigma^v/(1-w)^\mu \tag{8}$$

$$\dot{\varepsilon}^c=A\sigma^n/(1-w)^m \tag{9}$$

여기서 A, B, m, n, v그리고 μ는 온도와 밀접한 관계가 있는 재료상수이다.

기존연구와 비교하기 위해 $(1-w)$를 재료에서 기공과 크랙으로 야기되는 면적감소로 표현하면 다음과 같다.

$$(1-w)=(A_a-A_r)/A_a \tag{10}$$

여기서 A_r은 비파손시의 기준면적이고 A_a는 손상으로 축소된 면적을 나타낸다.

식 (10)으로부터 응력 S는 다음과 같이 표시된다.

$$S=\sigma/(1-w) \tag{11}$$

여기서 S는 단면적의 축소로 증가된 순(net)응력을 나타내며 $m=n$일 경우 식(9)는 Norton의 크립공식과 일치하게 된다.

2.3 Leckie-Hayhurst의 이론

Leckie와 Hayhurst[1~3,9,11]는 Rabotnov의 이론을 다축응력하의 식으로 일반화시켰다.

$$\dot{\varepsilon}^c_{ij}=(3A/2)[\bar{\sigma}/(1-w)]^n(s_{ij}/\bar{\sigma}) \tag{12}$$

$$\dot{w}=B(\sigma^*)^\nu/(1-w)^\mu \tag{13}$$

$$\sigma^*(\sigma_{ij})=\alpha\sigma_1+\beta\bar{\sigma}+(1-\alpha-\beta)\sigma_{kk} \tag{14}$$

여기서, α, β, A, B,, n, v, μ는 온도함수로 표시되는 재료상수이다. 또한 s_{ij}는 deviatoric 응력텐서이고 $\bar{\sigma}$는 유효응력이며, σ_1는 최대주응력이고, $\sigma_{kk}=\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}$이다. 이때 대미지변형속도는 응력상태에 영향을 받으며 이 영향은 식 (14)의 등시파괴응력으로 나타내진다.

식 (12)에서 변형률속도는 대미지가 변수로 포함되 있고, 또한 deviatoric flow rule을 따름을 알 수 있다. 이러한 현상은 크립의 제3기(tertiary regime)의 실험결과와 일치함을 보여준다. 한편 식 (14)에서, 등시의 파괴응력은 최대주응력, 유효응력, 정수학(hydrostatic)응력에 관계되는 것을 알 수 있다. 만약 α가 1로 접근하면, 파괴응력은 주로 최대주응력에 좌우되고, β가 1로 접근하면 유효응력의 주된 영향을 받는 것을 알 수 있다. α와 β의 값에 따라 여러종루의 등시파괴곡선이 만들어 지나, 식 (12)~(14)는 등방성 대미지현상을 갖는 재료의 비례하중이나 비비례하중이 작용시에만 적용 할 수 있다. 만약 작용하는 주응력의 방향을 변화시켰을 경우(비비례 하중), 재료의 파손시간이 단축인장시의 파손시간과 일치한다면, 이 재료를 등방성 대미지현상을 나타내는 것으로 정의한다. 그러므로, 이방성 대미지현상이 나타나는 재료에 하중이 작용했을 경우에는, w가 스켈러이기 때문에 식 (12)~(14)를 적용할 수 없다. 또한 식 (12)는 가공경화와 배(back)응력이 고려되지 않았기 때문에 크립

-피로 하중이 작용할 때는 적용하기가 곤란하다.

2.4 Chaboche-Lemaitre의 이론

Chaboche는 $(1-w)$를 축소된 면적으로 해석하여 다음과 같은 응력을 정의하였다.

$$S=\sigma/(1-D) \tag{15}$$

여기서 D는 w로서 스켈러 대미지변수이다. 그들[12,13]으로부터 다음과 같이 대미지 변형률을 정의하였다.

$$dD_1=f_1(\phi,\ \alpha,\ D_1,\ D_2,\ D_3)d\sigma \tag{16}$$
$$dD_2=f_2(\phi,\ \alpha,\ D_1,\ D_2,\ D_3)dt \tag{17}$$
$$dD_3=f_3(\phi,\ \alpha,\ D_1,\ D_2,\ D_3)dN \tag{18}$$

여기서 ϕ는 응력과 변형률에 관계되는 변수이고 α는 경화변수이며, D_1는 소성대미지, D_2는 크립대미지, D_3는 피로대미지를 나타낸다.

실제응용에 있어서 크립대미지와 피로대미지는 산술합이 가능하다고 가정하여 다음과 같은 관계식을 유도하였다.

$$dD_2=f_2(\alpha,(D_2+D_3))dt \tag{19}$$
$$dD_3=f_3\Delta(\Delta\sigma,\ \sigma m,\ (D_2+D_3))dN \tag{20}$$

여기서 $\Delta\sigma$와 σm은 응력범위와 평균응력을 나타낸다.

$D=D_2+D_3$로 정의하면

$$dD_2=f_2(\sigma,\ D)dt+f_3(\Delta\sigma_m,\ \sigma,\ D)dN \tag{21}$$

Chaboche는 단축하중의 경우에 대해 동방성 대미지와 동적경화를 포함한 다음식들을 제시하였다.

$$\dot{\varepsilon}^n=<(|S-X|-R)/K>^n sgn(S-X) \tag{22}$$
$$\dot{X}=Cf(P)(a\dot{\varepsilon}^n-X|\varepsilon|)-b|X|^m sgn(X) \tag{23}$$
$$f(P)=1+(1-V)\exp(-\beta P) \tag{24}$$
$$P=f|\dot{\varepsilon}^n(\tau)|d\tau \tag{25}$$

여기서 R과 X는 등방성 및 동적경화 변수이고, $n, k, c, a, b, m, V, \beta$는 온도와 관계되는 상수이다. 또한 ε^n은 크립변형과 소성변형을 포함한 값이며, 식(22)에서 $< >$함수는 양함수를 뜻한다. 위의 식은 비선형경화, 크립, 응력완화, Bauschinger효과, 피로경화 및 피로연화의 영향을 모두 구려하였다.

3. 이방성 대미지

Trampczynski, Hayhurst 그리고 Leckie[1,2] 등은 알루미늄과 구리를 이용하여 튜브형시편에 인장응력(42.5 MPa)과 전단응력(14.2 MPa)을 비례하중시의 파괴시간과 가까이 작용시킨후 전단응력의 작용방향을 완전히 바꾸는 비비례하중 실험을 수행하였다. 이에 의하면 알루미늄의 경우에는, 대미지가 입자경계에 균등이 나타났고 전단응력의 변화시에도 크립변형률, 대미지 변형률 및 파괴시간에 거의 차이가 없었으나 구리의 경우는, 대미지의 분포가 주응력 방향에 큰 영향을 받았고, 전단응력의 변화가 크립 변형률과 파손시간에 큰 영향을 주는 것으로 관찰되었다. 그러므로 구리와 같이 이방성대미지 현상이 현저한 재료의 경우는 Rabotnov-Kachanov의 스켈러 대미지 변수로 해석이 불가능하다. 등시파괴응력에 있어서 구리는 최대 주응력의 영향을 주로 받으며 알루미늄은 유효응력의 영향을 주로 받는다는 것을 알 수 있었다.

Leckie와 Hayhurst는 식 (14)를 무차원화하여 변형시킨 등시파괴응력 식을 다음과 같이 제안하였다.

$$\alpha(\sigma_1/\sigma_o)+\beta(\bar{\sigma}/\sigma_o)+\gamma(J_1/\sigma_o)=1 \tag{26}$$

여기서 $\alpha+\beta+\gamma=1$이고, J_1은 유효응력이다.

최근에 Huddleston[15]은 다른 형태의 등시파괴응력을 다음과 같이 제안하였다.

$$\sigma^*(\delta_{ij})=(3/2)H_1[(2/3)\bar{\sigma}/H_1]$$
$$\exp[b(J_1/S_s-1)] \tag{27}$$

여기서 $H_1=\sigma_1-(J_1/3)$, $J_1=\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}$, $S_s=[(\sigma_1)^2+(\sigma_2)^2+(\sigma_3)^2]^{1/2}$이고 a와 b는 재료 상수이다. 그는 이식을 이용하여 593℃의 304 스테인레스강에 적용하여 여러종류의 하중상태에 대해 실험한 결과 잘 일치함을 보였다. 이와 같은 연구결과로 부터 비례하중시에 등시파괴응력 이론이 좋은 응용이 될 수 있지만 이방성 대미지이론을 전개하여 응용하는 것이 필요하게 되었다.

3.1 Tensor Operator Approch

대미지의 측정치는 스켈러로 표현되지만 분포 및 응력상태에 따른 방향성은 텐서로 나타냄으로써 일반화 시켰다. 즉

$$\underline{\dot{D}}=\underline{Q}(\underline{S})\dot{w} \tag{28}$$

여기서 $\underline{Q}(\underline{S})$는 순응력 $\underline{S}$함수로서 대미지분포함수인 $\underline{D}$와 같은 차원의 텐서이다. $\underline{D}$는 기공의 성장, 크랙의 형성 또는 다른 물리적인 재료손상을 수학적 정의로 표현한 것이다. 앞에서도 언급했듯이 순응력이란 재료단면에 생성된 파손에 의해, 실제 작용하는 응력이 축소된 단면에 작용하는 것으로 정의 되었으므로 파손의 증가에 따라 변화하게 된다. 여러 가지 대미지현상중, 기공의 생성(등방성)과 모서리 크랙의성장(이방성)만 고려하여 $\underline{Q}(\underline{S})$를 표시하며 다음과 같다.

$$\underline{Q}=\gamma\underline{I}+(1-\gamma)\underline{\Gamma} \tag{29}$$

여기서 $\underline{I}$는 등방성을 나타내는 단위 텐서이고 $\underline{\Gamma}$는 대미지의 방향성을 나타내는 텐서이다. 만약 γ가 1이면 순수 등방성대미지 현상이고 0이면 완전 이방성 대미지 현상을 나타낸다.

Chaboche는 Rabotnov-Kachanov의 대미지 변형속도를 발전시켜 다음과 같이 표시하였다.

$$\dot{w}=\langle\sigma^*(\underline{S})/A\rangle^n/(1-w)^{k(\sigma^*)} \tag{30}$$

여기서 $\sigma^*(\underline{S})$는 등시파괴응력이고 $k(\sigma^*)$는 재료상수이다. Ohno와 Murakami[6,7]는 식 (28)과 식 (29)의 특정한 형태인 대칭 2차 텐서로서 대미지 변형률을 제시하였다.

$$\underline{\dot{D}}=[\gamma\underline{I}+\Sigma_i M^{(i)}(\underline{\nu}^{(i)}\otimes\underline{\nu}^{(i)})+\Sigma_j \underline{N}^{(j)}:(\underline{\nu_0}^{(j)}\otimes\underline{\nu_0}^{(j)})]C(\underline{S}) \tag{31}$$

여기서 γ와 $M^{(i)}$는 스켈러함수이고 $\underline{N}^{(j)}$는 4차 텐서이며 $\underline{\nu}^{(i)}$와 $\underline{\nu_0}^{(j)}$는 순응력 $\underline{S}$와 deviatoric 순응력 텐서의 주축방향과 일치하는 단위벡터이다. 또한 기호 ⊗는 두벡터의 외적을 나타낸다.

이로부터 구리와 알루미늄의 경우에 대미지 변형률의 특정식은 다음과 같이 제시되었다.

$$\underline{\dot{D}}=B[\sigma^*(\underline{S})]^k[\eta\underline{I}+(1-\eta)\underline{\nu}^{(i)}\otimes\underline{\nu}^{(i)}](\underline{\phi}:\underline{\phi})^{\lambda/2} \tag{32}$$

$$\underline{S}=(1/2)(\underline{\sigma}\cdot\underline{\phi}+\underline{\phi}\cdot\underline{\sigma}) \tag{33}$$

$$\underline{\phi}=(\underline{I}-c\underline{D})^{-1} \tag{34}$$

여기서, 상수 $c(0<c<1)$는 실험결과를 맞추기위하여 사용된 보정계수이다.

2.2 Potential Function Approach

이 방법은 대미지의 존재가 자유에너지의 변화에 관계된다는 에너지학적인 측면에서 전개되었다. Krajcinovic[19]는 포텐셜에너지의 존재를 가정하여 미세크랙의 밀도, 분포 및 방향성을 정량적으로 표시하는 변수를 제시하였다. 식의 유도와 전개과정은 너무 길고 복잡하기 때문에 여기서는 간략히 이론전개에 사용된 변수를 소개하고 변형률과 대미지변형률의 공식을 표시하고자 한다.

$$K_{ij}=\rho(\partial^2\Psi/\partial\varepsilon_i^e\partial\varepsilon_j^e) \tag{35}$$

$$M_{ij}=-\rho(\partial^2\Psi/\partial\varepsilon_i^e\partial b_j) \tag{36}$$

$$N_{ij}=\rho(\partial^2\Psi/\partial b_i\partial b_j) \tag{37}$$

여기서

$$\underline{B}=\{\underline{A},\ P,\ \underline{R}\}^T \tag{38}$$

$$\underline{b}=\{\underline{\alpha},\ p,\ \underline{D}\}^T \tag{39}$$

$$\dot{b}_j = \partial\Omega / \partial B_j = \bar{D}_j \tag{40}$$

$$\dot{\varepsilon}_j^c = \partial\Omega / \partial\sigma_j = \bar{D}_j \tag{41}$$

변형속도와 대미지 변형률은 다음과 같다.

$$\dot{\varepsilon}_j^c = K_{ij}^{-1}(\dot{\sigma}_i - M_{is}\bar{D}_s) \tag{42}$$

$$\dot{B}_i = M_{ij}^T K_{jk}^{-1}(\dot{\sigma}_k - M_{ks}\bar{D}_s) + N_{ij}\bar{D}_j \tag{43}$$

이 방법에서, 대미지는 내부변수로 표시되었다. 그리고 변형속도와 대미지 변형률은 연관되어 유동 포텐셜 함수에 포함되었다.

여기서 유동포텐셜은 비탄성 포텐셜과 대미지포텐셜로 나타낼 수 있다고 Krajcinovic는 설명하였다. 간략히 정리하면, 그의 이론은 열역학 제2법칙으로부터 출발하여 전개되었다는 점이 특이하다. 적절한 형태의 포텐셜함수를 정의하여 이방성대미지이론을 전개할 수 있다는 관점이다. 특히 열역학 법칙에 의한 이론전개는 비등온상태에서의 하중조건시에 응력-변형률 해석에 적당하다.

4. 맺음말

지금까지 크립대미지이론의 발전을 처음제시된 단순인장시의 등방성이론으로부터 최근에 제시된 다축응력상태의 이방성이론에 이르기까지 고찰하여 보았다. 한편 미국과 일본 등지에서의 최근의 연구방향은 이러한 이론의 응용성과 합리성을 찾기 위하여 다각적인 실험을 진행중이며 보다 정확하고 완벽한 기계 및 금속공학적인 측면에서의 이론전개에 관심과 노력을 집중하는 추세에 있다.

참 고 문 헌

(1) Trampczynski, W. A. and hayhurst, D. R., 1980, "Creep Deformation and Rupture under Non-Proportional Loading", Creep in Structure, IUTAM, pp, 388~405(Eds. Ponter and Hayhurst).

(2) Trampczynski, W.A., Hayhurst, D.R. and Leckie, F. A., 1980, "Creep Rupture of Copper and an Aluminum Alloy under Non-Proportional Loading", Univ. of Leicester, Dep. of Enger., Report No. 80-8.

(3) Hayhurst, D. R., Leckie, F. A., and McDowell, D. L., 1985, "Damage Growth Under Nonproportional Loading", ASTM STP 853.

(4) Oyatana, C., Delobelle, P. and Mermet, A., 1982, "Constitutive Equations Study in Biaxial Stress Experiments", ASME J. of Engr. Mat. and Tech., Vol. 104, pp.1~11.

(5) Ohashi, Y., Ohno, N. and Kawai, M., 1982, "Evaluation of Creep Constitutive Equations for Type 304 Stainless Steel Under Repeater Multiaxial Loading", ASME J. of Engr. Mat. and Tech., Vol. 104, pp. 159~164.

(6) Murakami, S. and Ohno, N., 1980, "A Continuum Theory of Creep and Creep Damage", Creep in Structures, IUTAM, pp. 422~444 (Eds. Ponter and Hayhurst).

(7) Kachanov, L., 1984, "Fundamental of Fracture Mechanics", Nauka, Moscow.

(8) Kachanov, L., 1980, "Creak Growth Under Conditions of Creep and Damage", Creep in Structures, IUTAM, pp, 520~524 (Eds. Ponter and Hayhurst).

(9) Leckie, F. A., 1983, "The Constitutive Equations for High Temperatures and Their Relationship to Design", Proc. Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials, Eds. Desai and Gallagher, Univ. of Arizona. Tucson, p.93.

(10) Rabotnov, Y. N., 1969, "Creep Problems in Structural Members", Amsterdam, North Holland Publishing Co.

(11) Hayhurst, D.R. and Storakers, B., 1976, "Creep Rupture of the Andrade Shear Disk", Proc, Roy. Soc. London, A. 349, pp. 369~382.

(12) Chaboche, J. L., 1981, "Continuous Damage Mechanics-A Tool to Describe Phenomena Before Crack Initiation", Nuclear Engr. and Design, Vol. 64, pp. 233~247.
(13) Lemaitre, J. and Chaboche, J. L., 1975, "A Non-Linear Model of Creep Fatigue Damage Cumulation and Interaction", Mechanics of Visco-Plastic Media and Bodies, Ed. Jan Hult, Springer, Berlin, pp. 297~301.
(14) Baik, S. and Raj, R., 1982, "Mechanisms of Creep-Fatigue Interaction", Metallurgical Trans. A, Vol. 13A, pp. 1215~1221.
(15) Huddleston, R. L., 1984, "An Improved Multiaxial Creep-Rupture Strength Criterion", ASME J. Pressure Vessels and Piping. Paper 84-PVP-106.
(17) Murakami, S., 1983, "Notion of Continuum Damage Mechanics and its Application to Anisotropic Creep Damage Theory", ASME J. of Engr. Mat. and Tech., Vol. 105, pp. 99~105.
(18) Leckie, F. A., and Onat, E. T., 1980, "Tensorial Nature of Damage Measuring Internal Variables", Physical Non-Linearities in Structural Analysis, IUTAM, pp. 140~155(ds. Hult and Lemaitre).
(19) Krajcinovic, D., 1983, "Creep of Structures-A Continuous Damage Mechanics Approach", J. Structural Mechanics, 11(1), pp. 1~11.

◇