

韓國證券市場에서 인덱스 펀드의 構成 및 實證分析

李 商 彬*
金 載 植**

〈目 次〉

I. 序 論	4. 最適化 技法
II. 포트폴리오 戰略과 인덱스 펀드	5. 再調整
1. 포트폴리오 投資戰略과 인덱스 펀드의 登場	IV. 資料 說明 및 結果 分析
2. 인덱스 펀드의 理論的 背景 및 開發 必要性	1. 資料 및 期間
3. 인덱스 펀드의 構成 方法	2. 結果 分析
4. 인덱스 펀드의 諸模型	(1) 安定性 檢證
III. 인덱스 펀드의 模型 設定	(2) 群集 分析
1. 群集 分析	(3) 構成企業 選定
2. 體系的 危險의 安定性 檢證	(4) 인덱스 펀드構成 및 檢證
3. 構成 企業 選定	3. 포트폴리오 再調整
	V. 結 論

I. 序 論

韓國의 證券市場은 그동안 양적으로 급속한 성장을 이루어 1980年度末을 基準으로 볼 때 上場株式의 市價總額이 2.5조원이던 것이 1989년도말에는 95조원, 그리고 株式價格이 전반적으로 떨어진 1990年 중반에도 70조원에 달하였다. 이것은 國民總生産(GNP)의 1/4을 增加하는 規模로 國內의 株式市場이 國民經濟에서 차지하는 比重이 상당히 큰을 나타낸다. 韓國證券市場은 이와 같은 양적 성장과 동시에 證券市場의 機關化趨勢 및 市場效率性 提高 등을 통해 질적인 성장도 수반하였다. 이와 같이 情報의 效率性을 갖춘 資本市場에서 市場平均 收益率이상의 投資成果를 계속해서 얻을 수 있을까 하는 疑問을 우리는 제기할 수 있으며, 이에 대해서는 상당히 專門的인 投資家라

* 韓國科學技術院 經營科學科 副教授
** 三逸會計法人 經營건설당本部 컨설턴트

할지라도 市場平均 이상의 成果를 계속해서 얻기가 어려운 것으로 알려지고 있다. 따라서 市場의 平均的인 變動을 나타내는 株價指數를 複製함으로써 市場平均과 동일한 投資成果를 얻을 수 있는 포오트폴리오를 構成할 必要性이 證明되고 있으며, 이러한 포오트폴리오가 인덱스 펀드(index fund)이다.

1960년대부터 美國의 證券市場에서는 專門投資機關간의 收益率 경쟁의 심화로 市場 危險의 증대가 초래되었으며, 특히 1973년 제 1 차석유과동 이후 株價의 暴落으로 傳統的인 펀드運用에 따른 收益率이 市場收益率을 크게 하회하게 되었을 뿐만 아니라, 펀드管理者의 收益率 推移가 一貫성을 상실하게 되었다. 따라서 새로운 펀드運營의 한 技法으로서 1971年 Wells Fargo銀行이 최초로 인덱스 펀드를 開發하여 實用化하게 되었다. 그 이후 이 펀드의 이용도가 상당히 높아지게 되었고 1985년에는 日本이 이것을 導入하였으며, 이러한 趨勢에 부응하여 國內의 證券市場에서도 이 펀드에 대한 관심과 함께 우리나라에 적합한 인덱스 펀드의 開發이 필요하다고 인식되고 있다.

本 研究에서는 먼저 우리나라 企業들의 體系的 危險의 安定성을 檢證해 보고, 이것을 토대로 市場收益率을 追跡하는 인덱스 펀드의 開發模型 및 이것의 運用성과를 實證分析함과 아울러 실제적 運用에 대한 가능성을 살펴 보고자 한다. 本 研究의 구성과 대략적인 內容을 살펴보면 다음과 같다. 제II장에서는 投資管理의 두 가지 戰略과 인덱스 펀드와의 관계를 비교 설명하고 인덱스 펀드의 必要性 및 諸模型을 살펴보고, 제III장에서는 本 研究의 핵심인 인덱스 펀드 구성의 세부적인 절차에 대해 언급한다. 이를 위해 資本資產價格決定模型(CAPM)의 理論的 前提하에서 個別企業의 體系的危險을 구해보고 이 體系的危險이 시간의 흐름에 따라 安定的인가를 分析하며 收益率간의 相關係數에 의해 個別企業들을 동질적인 집단군으로 분류한다. 제IV장에서는 제III장에서 개발된 인덱스 펀드를 韓國資本市場에 적용시켜 얼마나 좋은 結果를 가져오는지 實證分析해 보며, 再調整 여부를 비교 검토한다. 마지막으로 제V장에서는 結論 및 추후 研究方向을 언급한다.

II. 포오트폴리오 戰略과 인덱스 펀드

1. 포오트폴리오 投資戰略과 인덱스 펀드의 登場

투자자들은 危險을 회피하면서 높은 收益率을 얻기 위해서 한 개의 資產에만 投資하는 것이 아니라 여러 개의 資產에 나누어 投資하게 되는데, 이 경우 投資家들의 收

益率 分布에 대한 시각에 따라서 投資戰略은 크게 消極的 管理(passive management)와 積極的 管理(active management)의 두 가지로 나누어 진다.

消極的 管理(passive management)는 證券市場이 대체로 效率的이라는 전제하에서 市場의 平均的 投資成果를 얻으려고 하는 것으로 證券의 빈번한 賣買를 지양하는 長期的인 買入 保有(buy-and-hold)위주의 戰略이다. 이 戰略을 두 가지 類型으로 나누어 보면, 어떤 명확한 인덱스(예를 들면, 市場인덱스의 收益率 등)의 關係에서 單位 베타가 유지되도록 구성된 인덱스 펀드는 消極的 投資戰略의 특별한 경우가 된다. 여기서 單位 베타라는 것은 인덱스와 포오프폴리오가 經濟的인 사건들(events)에 똑같이 노출되어 있다는 것을 의미하며, 最少의 殘差 危險은 포오프폴리오가 인덱스에 대해 最少의 追跡誤差(tracking error)를 가지도록 하는 것을 의미한다.

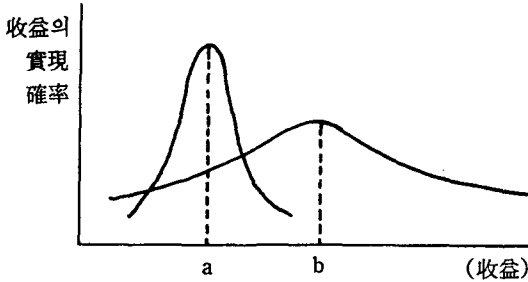
積極的 管理(active management)는 資産의 公正한 價値보다 과소 또는 과대평가된 證券을 찾아 내고 이러한 證券의 賣買를 통해 초과 이윤을 얻어서 市場 平均보다 높은 投資成果를 달성하려고 하는(beat the market) 投資戰略으로서, 미래에 대한 예측과 각 企業에 대한 평가가 중요하다. 이 戰略에는 資産의 종목 선정(security selection)과 매매시점 포착(market timing)이 포함되는데, 종목 선정이란 資産 價格의 일시적인 불균형을 이용하여 과소 평가된 資産을 買受하고 과대 평가된 資産을 賣渡함으로써 裁定利益(arbitrage profit)을 얻으려는 것이고, 매매시점 포착은 證券市場의 장세변화에 따라 포오프폴리오의 危險水準을 조정하는 것이다. 그러나 이 積極的 投資戰略은 有價 證券을 수시로 賣買하는데 따른 거래비용 때문에 실질적인 成果는 낮아질 수도 있다. 積極的 投資戰略의 成果에 대한 實證分析研究를 보면¹⁾, 專門的 機關投資家들조차도 積極的 投資管理를 통해 지속적으로 市場收益率보다 좋은 성과를 거두기가 어렵다는 것을 알 수 있다. 그렇다고해서 專門投資機關의 존재 의의나 그들의 積極的 投資戰略이 무의미하다는 것은 아니다. 비록 投資成果가 평범한 買入 保有 戰略보다 평균적으로 우월하지는 않다고 하더라도 效率的인 分散投資로 인한 危險節減 기능은 유리하다고 할 수 있다며, 경쟁적으로 情報를 收入 및 分析함으로써 證券市場의 效率性을 유지시키는 힘이 된다고 할 수 있다.

이러한 積極的 投資戰略의 이율배반적인 성격 때문에 投資家들은 점차로 消極的인 投資戰略으로 轉換하고 있으며 인덱스 펀드도 이러한 趨勢의 일환으로 대두되었다. 그러나 證券市場의 원활한 기능 수행을 위해서는 積極的 投資管理와 消極的 投資管理가

1) 펀드의 포오프폴리오 재조정이 빈번할수록 실질적인 투자성과는 오히려 낮아진다는 미국증권관리위원회(securities and exchange commission : SEC)의 연구[1971]와 전문적 기관투자자들의 매매시점 포착능 력이 상당히 미약하다는 Hendriksson의 연구[1984]가 있다.

적당하게 혼합되어 共存하여야 할 것이다.

여기서 두 投資戰略의 關係를 期待收益率과 收益의 實現確率을 기준으로 도시하면 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 두 投資戰略의 比較

a : 소극적 투자관리의 기대수익률
(시장평균수익률)

b : 적극적 투자관리의 기대수익률

2. 인덱스 펀드의 理論的 背景 및 開發 必要性

인덱스 펀드는 市場 포트폴리오를 평가기준의 대상으로 삼아 效率的 市場假說(efficient market hypothesis), 資本資產價格決定模型(capital asset pricing model : CAPM) 그리고 個別危險(unsystematic risk)을 감소시키는 分散效果 등의 理論을 바탕으로 構成이 된다.

먼저, 效率的 資本市場이란 株價가 유용한 情報을 완전히 반영하는 資本市場, 즉 情報效率性을 갖는 資本市場을 말하며 이에 대한 研究로서, Fama[1970]는 資本市場에 반영되는 情報의 種類에 따라서 세 가지 形態의 假說을 세우고 이 세 形態의 市場假說에 대한 檢證을 통하여 效率的 資本市場 理論을 정립하고자 하였다.²⁾

이와 같은 效率的 資本市場하에서 株式價格의 결정은 期待收益率과 投資危險이라는 두 요인에 의해 이루어지며 最適의 포트폴리오는 市場포트폴리오가 된다. 이것이 인덱스 펀드의 두번째 이론적 바탕으로서, 危險과 收益率사이에 존재하는 均衡關係를 설명한 資本資產價格決定模型(CAPM)理論이다. 이 理論은 資本市場線(capital market line ; CML)과 證券市場線(security market line ; SML)의 두 부분으로 발전되어 왔으며, 특히 후자는 資本資產價格決定模型의 核心으로서 個別株式 또는 포트폴리오의 體系的 危險과 期待收益率간의 線形關係를 설명한다. 資本資產價格決定模型하에서는 非體系的 危險이 전혀 없는 最適의 포트폴리오는 市場포트폴리오가 되며 이는 인

2) 세가지 형태의 가설은 약형 효율적 시장가설(weak form efficient market hypothesis), 중간형 효율적 시장가설(semi-strong form efficient market hypothesis), 강형 효율적 시장가설(strong form efficient market hypothesis) 등이다.

덱스 펀드의 평가대상 포오프폴리오가 된다. 따라서 인덱스 펀드의 비교대상이 되는 시장포오프폴리오의 계산이 중요하게 되는데 이것을 직접 관찰할 수 없기때문에 이를 적절하게 반영할 수 있는 대표치로써 綜合株價指數를 이용한다.

投資危險은 市場危險(systematic risk : β)과 個別危險(unsystematic risk)으로 나누어 지는데, 후자의 危險은 포오프폴리오의 구성에 의하여 제거 내지는 감소가 가능하기 때문에 전자의 危險만이 중요한 要因이 된다. 즉 期待收益率을 감소시키지 않으면서도 포오프폴리오의 構成資産數를 단순히 증가시킴으로써 個別危險을 줄일 수 있게 되는데, 이것이 인덱스 펀드의 세번째 理論的 바탕으로서 포오프폴리오효과(portfolio effect) 또는 分散效果(diversification effect)이다. 그러나 거래비용 때문에 단순히 構成資産數를 계속 증가시킬 수는 없다.³⁾ 여기서 인덱스 펀드의 개발 필요성이 대두된다. 즉 分散效果의 최대한 이용, 거래비용의 고려, 그리고 投資危險의 통제를 통하여 적절한 資産들로 이루어지는 포오프폴리오를 구성할 필요가 있다. 특히 인덱스 펀드의 구성 포오프폴리오는 構成資産數가 적은 관계로 投資危險의 調整 및 統制가 중요하며 이를 위해서 적절한 시기에 構成種目的 再構成(rebalancing)이 이루어질 필요가 있다.

3. 인덱스 펀드의 構成方法

市場 인덱스의 收益率 變動을 가장 잘 따라가는 인덱스 펀드의 構成方法에는 綜合株價指數에 채용되는 全種目を 그 時價總額 比重에 따라 포오프폴리오에 편입시키는 完全 複製法(full replication, 일명 센서스법이라고도 함)과 綜合株價指數에 채용되는 종목 일부를 선택하여 포오프폴리오를 구성하는 部分 複製法(partial replication, 일명 샘플법이라고도 함)이 있다.

完全 複製法의 경우 市場 인덱스에 포함된 全種目を 時價總額 比重에 따라 포오프폴리오에 편입시키기 때문에 가장 정확히 市場 인덱스의 投資成果를 따라갈 수 있지만, 자금규모가 적거나 種目選擇의 범위가 제한되어 있을 경우에 부적합하며 특히 많은 종목을 관리하는데 따른 費用과 업무부담 때문에 비효율적이다. 실제로 市場 인덱스를 完全 複製한 펀드는 드문 편이며 美國의 경우 대부분의 S & P 500 인덱스 펀드는 200~300개의 종목으로 구성되어 있다.

부분 複製法의 경우는 市場 인덱스의 일부만을 활용하여 펀드를 構成하므로 펀드의

3) 증권감독원은 주식의 매매에 대해 0.4%의 수수료상한선을 정해놓고 있으며, 각 증권사는 자율적으로 매매거래액규모에 따라 수수료를 하향조정하고 있다.

危險에는 殘差 危險(residual risk)이 포함되어 있어서 市場 인덱스의 投資成果와는 かり 다시 말해 追跡誤差(tracking error)가 발생할 수 있으며, 이러한 追跡誤差는 펀드의 구성종목수가 작아질수록 커지게 된다. 따라서 현실적으로 이러한 追跡誤差를 最少化 하기 위한 技法을 사용하여 펀드를 구성하게 된다. 여기에는 構成種目과 構成比率을 결정하는 方法으로 層化抽出法(stratified sampling)과 最適化法(optimization)이 있다. 層化抽出法은 市場 인덱스의 全構成種目を 어떤 특정기준에 따라 소집단으로 分類하고 각 소집단에서 일정한 규칙에 따라 種目を 抽出하여 펀드를 구성하는 方法이다. 이 層化抽出法은 인덱스 펀드의 포오트폴리오危險을 적절히 統制할 수 없기 때문에 收益率의 追跡實績이 일반적으로 떨어진다. 그러나 이 方法은 이해가 쉽고 간편하게 市場 인덱스를 모방할 수 있다는 점 때문에 널리 사용되고 있다. 한편, 最適化法은 인덱스 펀드의 종목선정 과정이 체계적으로 正형화된 기법으로서 다음과 같은 2次計劃法(quadratic programming)模型으로 표현될 수 있다.

$$\text{Minimize } \sigma_e^2 = \sigma_p^2 - \beta_p^2 \sigma_m^2$$

$$\text{Subject to : } \sum_{i=1}^n w_i \beta_i = \beta_p = 1.0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.0$$

$$w_i \geq 0.0$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

단, σ_e^2 = 포오트폴리오의 非體系的 危險

σ_p^2 = 포오트폴리오의 總危險

$$(\text{= } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij})$$

β_p = 포오트폴리오의 β 계수

w_i = 포오트폴리오를 구성하는 i 번째 종목의 投資比率

最適化法은 인덱스 펀드 구성상의 특수 상황을 신축적으로 고려할 수 있기 때문에 논리적으로는 層化抽出法보다 우수한 기법이라고 할 수 있다. 그러나 과거의 株價 資料를 이용하여 模型의 母數를 推定하여야 하기 때문에 이 방법도 나름대로 문제점이 없는 것은 아니다. 만일 β 값이나 共分散 行列이 시간흐름에 따라 安定的이지 못하다면

過去 資料에 의한 인덱스 펀드는 상당한 追跡誤差를 야기시킬 수가 있다. 이러한 문제 점을 완화시키기 위해 β 값을 수정하여 미래의 β 를 예측하거나 [Blume, 1971], Bayesian技法을 적용하여 β 를 推定하거나[Vasicek, 1973], 또는 펀더멘탈 β (fundamental β)⁴⁾를 가지고 分析할 수도 있다.

4. 인덱스 펀드의 諸模型

위에서 설명한 인덱스 펀드 構成方法을 이용하여 실제로 開發된 인덱스 펀드의 諸模型은 대략 세 가지로 分類될 수 있다.

첫째는 日興바라(NIKKO/BARRA) 模型을 이용한 인덱스 펀드이다. 日興바라模型이란 日本의 日興證券 그룹과 美國의 바라(BARRA)사가 공동으로 開發한 日本 株式의 포오프폴리오 分析模型이다. 이 模型의 주된 기능은 포오프폴리오 危險分析, 最適 포오프폴리오의 구축, 포오프폴리오의 成果(performance) 分析으로 요약될 수 있다. 이 模型은 多重要因模型(multiple factor model)에 의한 投資理論을 바탕으로 구축되었으며 고도의 統計分析을 도입하여 실용화한 模型으로서 이것을 사용하여 고객전용의 인덱스 포오프폴리오를 구축할 수가 있다. 즉 각 種目的 株價變動特性, 企業의 財務特性 등을 나타내는 지표로 12개의 危險 인덱스(risk index)와 企業의 업종특성을 나타내는 30개의 産業(industry) 등 모두 42개의 共通要因을 사용하여 펀더멘탈 베타(fundamental beta)라고 불리어지는, 종래의 역사적 베타에 비하여 뛰어난 說明力과 豫測能力을 갖춘 베타(predictive beta)를 구하고 이것의 加重수를 1로 설정함과 동시에 殘差危險을 극소로 작게함으로써 目標株價指數에 대한 유사성이 확보되는 인덱스 펀드를 구축할 수 있다.⁵⁾

둘째로 效用函數(utility function)를 이용한 인덱스 펀드이다. 效用函數와 제조건들을 이용하여 最大效用을 가져다주는 포오프폴리오 인덱스 펀드를 구성하는 模型(Rudd and Henry, 1988)이 있다.

이 模型은 다음과 같은 形態의 式으로 표현된다.

-
- 4) 펀더멘탈 β 는 다수의 기본적 변수를 독립변수로 하여 다중선형회귀모형(multiple linear regression)으로 추정한 종속변수, 즉 추정베타계수를 말한다. 여기서 다수의 기본적 변수로는 기업의 배당성향, 레버리지, 유동성, 자산규모, 이익변동성, 산업유형, PER 등이 될 수 있다.
- 5) 日興바라 모형에서는 'OPS'라고 불리어지는 포오프폴리오 최적화 프로그램(portfolio optimization program)을 사용하여 인덱스 펀드를 구축한다.

$$\text{Maximize}_{\{h_j\}} \Lambda_T [\sum_j \text{TSELL}_j (h_j^0 - h_j)^+ + \sum_j \text{TBUY}_j (h_j - h_j^0)^+] + \Lambda_w \omega_p^2$$

Subject to :

- (1) $h_{\min_j} \leq h_j \leq h_{\max_j}$ for all assets j
- (2) $\sum_j h_j = 1$
- (3) $\sum_j \beta_j h_j = \beta_p = 1$

여기서, TSELL_j : j 번째 자산에 대한 매매 거래 패널티

(the sale transaction penalty)

TBUY_j : j 번째 자산에 대한 구매 거래 패널티

(the purchase transaction penalty)

$\Lambda_T (\leq 0)$: 거래 비용에 대한 效用係數

(transaction cost amortization factor)

$\Lambda_w (\leq 0)$: 殘差에 대한 危險回避과라미터(risk aversion parameter)

ω_p^2 : 포트폴리오 殘差 危險(portfolio residual variance)

$(\cdot)^+ = \text{Max}(0, \cdot)$

β_p : 포트폴리오 β

h_j^0 : j 번째 자산의 初期의 保有量(the original holding)

h_j : j 번째 자산의 調整된 保有量(the revised holding)

세제는 가장 일반적인 模型으로서 證券市場에서 분류되고 있는 產業群을 바탕으로 각 產業群에서 임의적으로 뽑은 企業을 構成企業으로 하고, 각 產業群이 市場 전체에서 차지하는 比重을 投資比率로 하여 인덱스 펀드를 구성하는 方法이 있다.

그러나 위의 諸模型 각각은 다음과 같은 문제점을 내포하고 있다.

첫번째로, 日與바라 模型은 각 종목의 株價特性, 財務特性 등의 情報를 찾아내기가 어려울 뿐만 아니라, 각 企業의 財務的 情報 등이 상당히 왜곡되어 있는 한국적 상황 하에서는 이 模型을 韓國市場에 적용시키기가 어렵다. 완전한 企業公示 및 資本市場의 情報效率性이 더 향상 되어야만 이 模型을 사용하여 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

두번째로, 效用函數를 이용한 模型은 效用係數의 精確한 계산이 어렵고 주관적일 수가 있으므로 模型 자체로서는 상당한 이론적 의미를 가지지만, 실제적으로 사용하기에는 限界가 있다고 하겠다.

세번째로, 證券市場에서 分類한 각 產業群의 時價比重에 의한 模型은 產業群의 分類가 각 企業끼리의 收益率에 의한 相關關係를 고려하지 않은 分類이고, 또한 分類한 產

業群의 數가 적기 때문에 각 産業에서 뽑은 企業들 상호간의 收益率 相關關係가 클 수가 있다. 따라서 이 模型으로 구성될 포트폴리오는 分散效果를 최대한 반영하지 못할 것으로 생각된다.

마지막으로, 위의 模型들은 각 企業의 體系的危險의 不安定性을 전혀 고려하지 않기 때문에 시간이 지남에 따라 市場인덱스의 추적정도가 기대 이상으로 떨어질 수가 있다.

따라서 本 研究에서는 單一要因模型과 體系的危險의 安定性點檢 및 群集分析에 의한 企業分類 등의 方法으로 위에서 언급한 문제들을 보완한 인덱스 펀드의 구성에 접근하려고 한다.

III. 인덱스 펀드의 模型 設定

1. 群集 分析(CLUSTER ANALYSIS)

分析 對象들이 지니고 있는 다양한 특성의 類似性을 바탕으로 同質的인 集團으로 묶는 것이 群集 分析이며, 群集化하는 方法에는 순차적으로 群集化해 나가는 階層的 群集化 方法과 非階層的 群集化 方法이 있는데 전자가 널리 사용된다. 여기서는 個別 企業의 週刊收益率資料(weekly return data)를 가지고 企業들 각각의 相關係數에 의해 同質的인 企業의 集團으로 分類한다.

일반적으로 證券市場에서 分類한 産業 및 業種分類를 따르지 않고 群集分析을 하여 企業을 再分類하는 이유는 인덱스 펀드 구축시 收益率이 유사하게 변하는 企業들이 동시에 선택되지 않도록 하기 위해서이다. 즉, 個別企業끼리의 相關係數가 낮은 企業들로 포트폴리오를 구성하여 非體系的危險을 줄이고, 가능한한 體系的 危險으로 포트폴리오의 危險이 구성되도록 하기 위해서이다. 이것은 個別企業의 收益率이 市場 收益率만으로 설명될 수 있다는 單一要因模型(single factor model)보다도 市場 收益率 이외에 그 企業이 속한 産業群의 收益率 등에 의해서도 일부분이 설명되어질 수 있다는 多重要人模型(multi-factor model)에 근거한 것이다. 이러한 多重인덱스모델은 全體 企業을 동질적인 여러 개의 企業集團으로 묶을 수 있으므로 市場要因외에 産業要因이 있다는 것을 보임으로써 간접적으로 증명되어 왔다(King[1966]). 특히 Farrell[1974]은 100개의 株式을 群集分析에 의해 4개의 集團, 즉 성장(growth sector), 안정(stable sector), 주기(cyclical sector), 석유(oil sector)로 分類하여 多重要因模型이 더 설명력이 있다는 것을 보였다.

本 研究에서는 1986年末 현재 證券市場에 上場된 株式 중에서 資本金이 80억이상인 中·大型株 170개 企業을 선정한 다음 個別企業끼리의 相關係數를 구하여 50개의 集團으로 群集分析을 하였다.

2. 體系的 危險의 安定性 檢證

포오트폴리오의 總危險 중에서 分散投資로 제거시킬 수 없는 危險인 體系的 危險(systematic risk), 分散不可能危險(undiversifiable risk) 또는 市場危險(market risk)이 시간이 지남에 따라 안정적인지 불안정적인지는 인덱스 펀드 구성시 중요하다.

體系的 危險의 安定性에 관한 研究는 Blume[1971]에 의해 최초로 시작되었으며, 그 이후 많은 研究가 進行되었는데⁶⁾ 이는 다음의 세 가지로 요약될 수 있겠다. 첫째, 推定期間的 變化에 따른 體系的 危險의 安定性 여부, 둘째, 危險 階層에 따른 安定性 여부, 셋째, 포오트폴리오 크기에 따른 安定性 여부 등이다.

이것의 檢證을 위한 統計的 技法을 살펴보면, 期間別 體系的 危險의 相關係數分析(Blume, 1971), 體系的 危險의 推定을 위한 單純 回歸模型에서 오차항에 대한 自己相關(residual autocorrelation)과 市場포오트폴리오의 收益率과 오차항 사이에 時差相關關係의 존재여부분석(Scott and Brown, 1980), 連結回歸模型(switching regression model: $R_{it} = \alpha_{it} + \beta_{it} R_{mt} + e_{it}$)을 이용한 分析(Kon and Lau, 1979), 그리고 體系的 危險의 時系列模型($\beta_{it} = \beta_{it-1} + u_{it}$)을 이용한 分析(Sunder, 1980) 등의 方法들이 있으나, 本 研究에서는 칼만 필터링(Kalman Filtering)의 模型(Mainhold and Singpurwalla, 1981)을 이용하여 期間을 늘려가면서 연속적인 期間 동안의 體系的 危險의 安定性을 檢증하였다.

이 檢證을 위한 模型과 統計量을 살펴보면 다음과 같다.⁷⁾

$$R_t - R_{it} = \beta_i(R_{mt} - R_{it}) + \varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (3a)$$

단, R_t : 期間 t에서 관찰된 資産의 收益率

6) 추이행렬기법(transition matrix technique)을 이용한 Basesl[1974]의 연구, β 의 평균 절대편차(Mean Absolute Deviation) -- $|\beta_t - \beta_{t-1}|$ --로서 안정성을 분석한 Alexander와 Chervany[1980]의 연구, 그리고 Bayesian기법을 도입한 Vasciek[1973]의 연구, 그밖의 Scott와 Brown[1980]의 연구, Klemkosky와 Martin[1975]의 실증분석 등이 있다.

7) Garbade and Rentzler (1981), pp. 580~582 참조.

R_{it} : 期間 t에서 관찰된 無危險資産의 收益率
 R_{mt} : 期間 t에서 관찰된 市場 포트폴리오 收益率
 $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$
 그리고, $y_t = R_t - R_{it}$
 $x_t = R_{mt} - R_{it}$ 라고 하면,

식 (3a)의 回歸係數에 대한 基本 模型은 다음과 같이 세워진다.

$$\beta_t = \beta_{t-1} + p_t$$

$$p_t \sim N(0, P\sigma^2) \dots\dots\dots (3b)$$

$$y_t = \beta_t x_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \dots\dots\dots (3c)$$

단, (3c)의 σ^2 은 關係없이 일정하다고 가정

만약, 分散 $P\sigma^2$ 이 0으로 가면 갈수록 (3c)는 安정적인 市場模型으로 接近하게 된다. 따라서 體系的 危險(β)의 安定性 問題는 p 가 0인가, 아니면 0보다 큰가의 問題로 귀결된다.

P 는 最우추정법(the method of maximum likelihood)에 의해 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$L(P, \sigma^2) = -1/2 \sum_{t=2}^T \ln[\sigma^2 E_t] - 1/2 \sum_{t=2}^T (e_t / \sigma^2 E_t) \dots\dots\dots (3d)$$

$$\text{단, } e_t = y_t - x_t \beta_t(t-1) \dots\dots\dots (3d-1)$$

$$E_t = 1 + x_t^2 Z_t \dots\dots\dots (3d-2)$$

$$\hat{\beta}_t(t-1) = \hat{\beta}_{t-1}(t-1) \dots\dots\dots (3d-3)$$

$$Z_t = S_{t-1} + P \dots\dots\dots (3d-4)$$

$$\hat{\beta}_t(t) = \hat{\beta}_t(t-1) + K_t(y_t - x_t \hat{\beta}_t(t-1)) \dots\dots\dots (3d-5)$$

$$S_t = Z_t - K_t x_t Z_t \dots\dots\dots (3d-6)$$

$$K_t = Z_t x_t / (1 + Z_t x_t^2) \dots\dots\dots (3d-7)$$

방정식 (3d-3) ~ (3d-7)은 回歸係數의 칼만 필터 방정식(filter equation)이며, K_t

는 소위 칼만 게인 파라미터(gain parameter)로 지칭된다. 먼저, 칼만 필터 방정식들의 순환적 과정(recursive procedure)에 의해 모든 $\hat{\beta}_i(t-1)$ 와 Z_i 의 값이 계산되어 지고 그 다음에 방정식 (3d-1)과 (3d-2)에 의해 E_i 와 e_i 의 값이 계산되어 질 수 있으며, 그리고 방정식 (3d)에 의해 $L(P, \sigma^2)$ 의 값이 계산되어진다.

어떤 주어진 P에 대해 σ^2 의 조건부 최우추정치(conditional maximum likelihood estimate)는 방정식 (3d)의 최대화(analytic maximization)에 의해 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\sigma}^2(P) = \sum_{t=2}^T \{e_t^2 / (T-1) E_t\} \dots\dots\dots (3e)$$

식(3e)를 (3d)에 대입하여

$$L^*(P) = -(T-1)\ln[\hat{\sigma}] - 1/2 \sum_{t=2}^T \ln[E_t] \dots\dots\dots (3f)$$

를 구할 수 있다.

따라서 P의 최우추정치(\hat{P})는 식 (3f)의 최대화(numerical maximization)에 의해 구할 수 있겠다.

이제 우리의 관심인 $P = P_0 = 0$ 인가의 귀무가설검증은 일반적으로 다음과 같은 우도통계량(likelihood statistic)에 의해서 檢證될 수 있다.

$$-2\ln\lambda = -2[L^*(P_0) - L^*(\hat{P})]$$

$P = P_0$ 인가의 귀무가설하에서 이 우도통계량은 χ^2 (chi-square) 분포를 따른다고 알려져 있다(Kendall and Stuart, 1973). 그러나, 이것은 귀무가설이 $P = P_0 = 0$ 인 경우에는 χ^2 (chi-square) 분포를 따르지 않을 수도 있다는 것을 Garbade[1977]가 보였다. 따라서 이 통계량의 累積分布를 시뮬레이션으로 구하여 檢證할 수밖에 없다. 이것은 다음 장에서 설명하기로 한다.

3. 構成 企業 選定

위의 1절에서 구한 50개의 企業群 각각에서 1개의 企業을 선정하여 인덱스 펀드를 구성하기 위한 포트폴리오를 구축한다. 각 企業群에서 대표성 企業을 선정하는 方法은 각 企業群의 企業들 중에서 體系的 危險의 安定性이 유지되는 企業, 다만 安定性이 유지되는 企業이 없는 경우는 安定性 檢증을 위한 統計量의 값이 가장 작은 企業(다시

말해, 安定性이 비교적 높은 企業)을 대표성 企業으로 삼는다.

그러나, 이와 같이 뽑은 50개의 企業 모두가 인덱스 펀드를 위한 포포트폴리오의 構成企業이 되는 것은 아니다. 왜냐하면, 다음 절에서 설명할 2次計劃法에 의해 최종적인 企業 및 그 企業의 比重(weight)이 결정되기 때문이다.

4. 最適化 技法

인덱스 펀드를 구성하기 위한 제조건들을 만족시키면서 殘差 危險을 最少化하기 위한 방법으로 II장의 3절에서 설명한 2次計劃法(quadratic programming)을 이용한다.

本 研究에서는 推定期間을 1년으로 했을 경우와 1년반으로 늘렸을 경우에, 추적상태와 추적오차가 어떻게 달라지는가를 비교하기 위해서 다음과 같은 方法으로도 인덱스 펀드를 구성해 본다. 이것은 칼만 필터링에서 나타난 결과를 확인하기 위한 方法이기도 하다. 즉, 인덱스 펀드구성시점을 기준으로 하여, 과거 1년 또는 1년반동안을 推定期間으로 각각 삼아서 인덱스 펀드를 구성하고 이 구성시점 이후 1년동안을 檢證期間으로 하여 두 方法의 추적정도를 비교분석한다. 그리고 마지막으로, 칼만 필터링의 檢證에서 나타난 1년반 이상동안 安定적인 企業들만으로 인덱스 펀드를 구성하고, 이것을 檢證해봄과 아울러 앞에서 구성한 인덱스 펀드들과 비교해 본다.

이상의 인덱스 펀드 構成方法을 3단계로 나누어 정리하면 다음과 같다.

[1단계] 中·大型株 企業選定 및 選定된 企業의 收益率 計算

[2단계] 칼만 필터링에 의한 安定性檢定 및 群集化 分析

[3단계] 인덱스 펀드 構成을 위한 種目選定 및 2次計劃法 遂行

5. 再調整(Rebalancing)

일단, 인덱스 펀드가 구성된 후에도 지속적으로 市場의 收益率을 따라가기 위해 펀드의 구성 종목이나 投資比重을 변경할 필요가 있다. 이러한 再調整은 인덱스 펀드 편입 종목들의 본질적인 變化(기존 편입종목의 상장폐지 또는 공모 증자 등), 目標 인덱스 자체내의 變化(새로운 대법인의 상장 등), 그리고 추가적인 현금흐름의 발생 등의 경우에 이루어진다.

그러나, 이와같은 경우에 항상 再調整을 해야 하는 것은 아니며, 현실적으로 구성종목의 매매에는 거래수수료와 매매액에 대한 세금문제가 개재되므로 빈번한 再調整은 경제적 측면에서 非效率의 일 수도 있다. 따라서 항상 경제적인 측면에서의 費用-效益分析(cost-benefit analysis)을 통하여 再調整여부가 결정되어야 할 것이다.

本 研究에서는 인덱스 펀드의 추적오차가 正規分布⁸⁾를 따른다고 가정하고, 이것이 99.7% ($\pm 3\sigma$), 또는 95.4% ($\pm 2\sigma$) 범위내에 포함되지 않는 시기를 관찰하여 이러한 상황이 빈번히 계속되는 경우에 費用-效益分析을 통하여 再調整 여부를 검토한다. 또한 추가적으로 再調整을 해야 하는 경우를 함께 살펴보기로 한다.

① 費用-效益 分析

인덱스 펀드의 再調整을 위한 종목의 매입시 발생하는 수수료와 기존 구성종목의 매매시에 발생하는 수수료 및 세금을 費用으로 간주한다. 再調整 시점에서 새로 구성된 인덱스 펀드와 기존의 인덱스 펀드에 포함된 構成企業들 가운데 계속 유지되는 企業들은 比重의 변화만큼만 費用計算에 포함시킨다. 기존의 企業들 가운데 새로 구성된 인덱스 펀드에서 제외된 企業과 새로운 인덱스 펀드에서 추가로 포함된 企業들 중에서, 群集分析에 의해 기존의 企業과 같은 군집으로 묶인 제외 또는 추가된 企業들은 기존의 企業을 바꾸지 않고 比重의 변화만큼만 費用計算에 포함시키며 같은 군집으로 묶이지 않은 企業들은 買入 및 賣買에 따른 수수료 및 세금을 費用으로 계산한다.

再調整을 하기 위한 현 시점에서 기존의 인덱스 펀드의 殘差 危險(추적 오차)과 再調整을 할 경우에 만들어 지는 새로운 인덱스 펀드에 대한 殘差 危險과의 차이를 期待收益率로 바꾸어 效益으로 본다. 이것을 구하기 위해서 CAPM의 資本市場線(capital market line ; CML)의 개념을 이용한다. 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{효익(기대수익률)} &= R_f + \frac{[E(R_m) - R_f]}{\sigma_m} \sigma_e - \left\{ R_f + \frac{[E(R_m) - R_f]}{\sigma_m} \sigma_{e'} \right\} \\ &= \frac{[E(R_m) - R_f]}{\sigma_m} (\sigma_e - \sigma_{e'}) \end{aligned}$$

단, σ_e : 기존의 인덱스 펀드에 대한 殘差 危險(收益率의 標準偏差)

$\sigma_{e'}$: 새로운 인덱스 펀드에 대한 殘差 危險(收益率의 標準偏差)

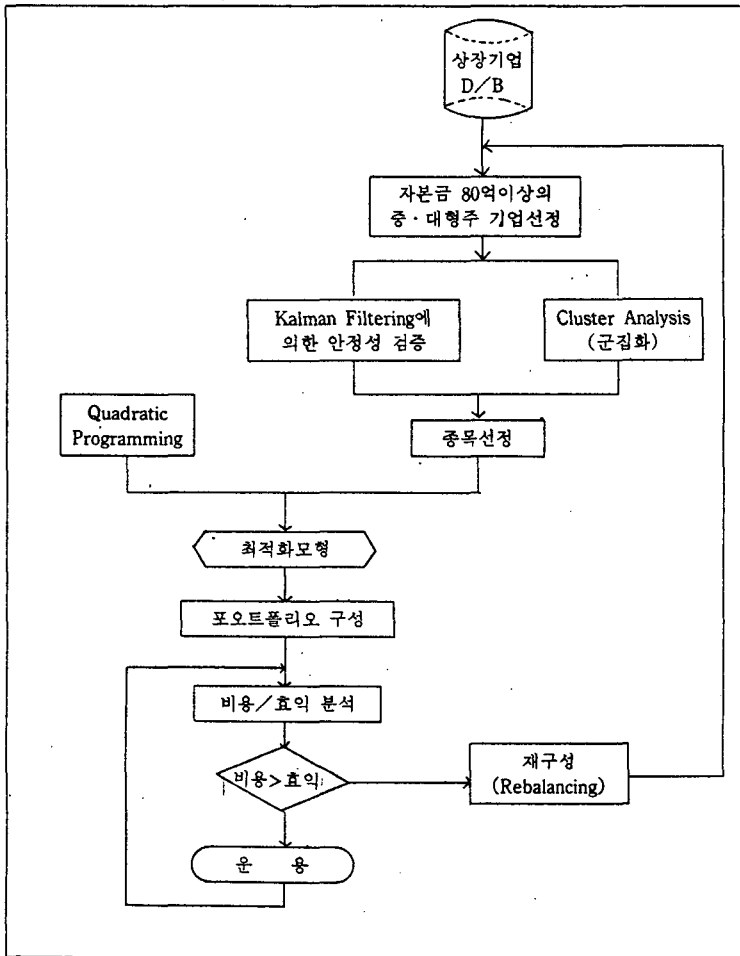
② 再調整을 해야하는 경우

이것은 크게 다음과 같이 두 가지로 나누어 생각할 수 있다.

8) 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포 ($N(0, \sigma^2)$)인 경우 추정분산 (σ^2)은 각 시점 추적오차의 제곱합의 평균이다.

첫째, 市場規模에 상당한 영향을 미친다고 생각되는 大型株의 企業이 상장될 때 再調整을 한다. 예를 들면 1989년에 韓國電力(市場全體 時價總額의 약15%)의 國民株가 상장될 때 이것을 고려하여 새로운 인덱스 펀드를 구성한다. 이때에는 새로운 大型株를 제외한 기존의 대·중형주를 대상으로 比重의 總合이 (1-새로운 大型株가 市場全體에서 차지하는 比重)이 되도록 하여, 本 研究에서의 模型으로 인덱스 펀드를 구성한다. 따라서 市場全體에서 차지하는 時價比重만큼을 구성비율로 하여 새로운 大型株를 포함시킨다. 둘째, 기존의 인덱스 펀드를 구성하는 企業들 중에서 어떤 企業이 상장폐지가 되었을때 이 企業을 제외시킴과 동시에 再調整을 한다. 이러한 비정기적인 再調整은 인덱스 펀드관리자의 판단과 株式 市場의 상황에 의해 달라질 수도 있다.

이상의 인덱스 펀드模型 構成過程과 이것의 運用過程을 흐름도로 나타내면 <그림 2>와 같다.



<그림 2> Index Fund의 구성과 운용과정

IV. 資料 說明 및 結果 分析

1. 資料 및 期間

1986年末 현재 證券市場에 상장된 企業들 중에서(단, 관리대상 종목으로 분류된 企業은 제외) 資本金總額이 80억이상인 中·大型企業 170개를 선정하여, 이들 企業의 週間收益率을 가지고 인덱스 펀드를 구축하였다. 선정된 企業들은 <표 1>에 수록되어 있다. 여기서, 小型企業을 제외시킨 이유는 첫째, 80억이하의 小型企業들이 市場全體에서 차지하는 比重은 적으므로 이들에 의하여 市場收益率이 변하는 것은 아주 경미하다고 할 수 있기 때문이며, 둘째, 總投資金額의 규모가 크고 인덱스 펀드의 구성 종목 중에서 어떤 小型企業의 比重(weight)이 크게 나타날 경우 小型企業의 거래량은 일반적으로 적으므로 이러한 포트폴리오의 구성에 문제가 생길 수 있기 때문이다.

각 企業의 週間收益率 자료는 신평-과학원의 주가파일을 이용했으며, 目標인덱스인 市場收益率은 綜合株價指數를 이용하여 구하였다. 또한 無危險收益率은 년 12%로 가정하였다. 그리고, 칼만 필터링을 통한 體系的 危險의 安定性 檢證은 1987년 1월 1일을 기점으로 하여 期間을 늘려 가면서(반년, 1년, 1년반, 2년, 2년반, 3년 등) 안정적인 企業을 추출하였다.

첫번째, 인덱스 펀드구성을 위한 推定期間은 1987년 1월 1일부터 그해 12월 31일까지의 52주를 대상으로 하였으며, 1988년 1월 1일부터 그해 12월 31일까지의 52주를 檢證期間으로 하였다. 두번째, 인덱스 펀드구성시점은 1988년 6월 30일로 설정하여 1987년 7월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 52주를, 그리고 1987년 1월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 78주를 각각 추정 期間으로 하여 인덱스 펀드를 구축하고 1988년 7월 1일부터 1989년 6월 30일까지의 52주동안을 檢證期間으로 삼아서 각 인덱스 펀드의 추적정도를 비교해 보았다. 마지막으로, 칼만 필터링의 검증에서 나타난 1년반 이상 동안 안정적인 β 를 가지는 企業 78개를 대상으로 1987년 7월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 52주를 推定期間으로 하여 인덱스 펀드를 구축하고, 1988년 7월 1일부터 1989년 6월 30일까지의 52주 동안을 檢證期間으로 삼아서 이 檢證結果를 앞의 인덱스 펀드들과 比較分析하였다.

2. 結果 分析

(1) 安定性 檢證

III장 2절에서 설명한 體系的 危險의 安定性 檢證을 위한 우도통계량- $2ln\lambda$ 의 분포를 추정하여 최종적으로 귀무가설의 기각역을 결정하기 위해서 다음과 같은 시물레이션을 실행하였다.

〈표 1〉 선정된 기업

번호	code	기업명	번호	code	기업명	번호	code	기업명
1	1033	대림수산	58	5302	강원산업	115	7803	신성통산
2	1035	오양수산	59	5352	동부제강	116	7804	럭키금성상사
3	1300	대한증석	60	5400	부산파이프	117	7806	세계물산
4	1301	영원광업	61	5402	한국강관	118	7808	쌍용미
5	1552	빙그레	62	5450	럭키금속	119	7809	삼미역
6	1600	펄컨	63	5900	대우중공업	120	7812	동국무역
7	1650	동방유량	64	5950	동양물산기업	121	7823	선경
8	1852	제일제당	65	5951	대동공업	122	7824	효성물산
9	1870	해태제과	66	6200	한국종합기계	123	7825	현대종합상사
10	1872	동양제과	67	6304	금성계전	124	8000	미도파
11	1921	미원식품	68	6401	금성사	125	8001	신세계백화점
12	2000	미원식품	69	6402	동양정밀	126	8006	현대차서비스
13	2250	동양맥주	70	6404	금성통신	127	8200	대한통운
14	2251	조선맥주	71	6405	삼성전자	128	8380	대한항공
15	2502	쌍방울	72	6407	금성전기	129	8500	장기신용은행
16	2655	충남방직	73	6409	대우전자	130	8550	한국상업은행
17	2750	제일모직	74	6410	아남전기산업	131	8551	조흥은행
18	2850	동양나이론	75	6451	아남산업	132	8552	제일은행
19	2851	고려합섬	76	6452	삼성전관	133	8553	한일은행
20	2852	한일합섬	77	6453	삼성전기	134	8554	서울신탁은행
21	2853	코오롱	78	6455	오리온전기	135	8600	전북은행
22	2857	선경인더스트리	79	6600	대한전선	136	8601	경기은행
23	2858	제일합섬	80	6602	금성전선	137	8602	강원은행
24	2859	삼양사	81	6701	현대미포	138	8603	대구은행
25	3160	광덕물산	82	6750	기아산업	139	8604	부산은행
26	3303	선창산업	83	6751	현대자동차	140	8605	경남은행
27	3304	성창기업	84	6752	쌍용자동차	141	8606	충청은행
28	3501	한국제지	85	6801	통일	142	8607	제주은행
29	3502	전주제지	86	7001	한독	143	8608	광주은행
30	3511	세계풍	87	7100	영창악기	144	8609	충북은행
31	3701	한양화학	88	7500	삼성종합건설	145	8701	한국투자금융
32	3703	동양화학	89	7501	경남기업	146	8702	부산투자금융
33	3900	럭키키	90	7502	삼환기업	147	8703	대한투자금융
34	3904	한남화학	91	7503	동아건설산업	148	8704	한양투자금융
35	4003	고려화학	92	7504	한국건설업	149	8705	중앙투자금융
36	4051	동아제약	93	7505	동산토건	150	8706	광주투자금융
37	4052	영진약품	94	7506	대림산업	151	8707	동해투자금융
38	4200	태평양화학	95	7509	삼부토건	152	8708	대우투자금융
39	4300	한국화학	96	7510	한신공영	153	8709	서울투자금융

40	4301	력 키 소 재	97	7511	극 동 건 설	154	8710	제 일 투 자 금 융
41	4451	유 공	98	7513	삼 의 주 택	155	8711	항 도 투 자 금 융
42	4503	제 철 화 학	99	7514	남 광 토 건	156	8712	금 성 투 자 금 융
43	4550	한 국 타 이 어	100	7515	한 양	157	8800	대 신 증 권
44	4552	우 성 산 업	101	7516	라 이 프 주 택	158	8801	대 우 증 권
45	4553	금 호	102	7519	진 흥 기 업	159	8802	력 키 증 권
46	4603	태 화	103	7525	삼 호	160	8803	현 대 증 권
47	4803	서 통	104	7537	삼 의 건 설	161	8804	동 서 증 권
48	4950	한 국 유 리	105	7538	한 일 개 발	162	8805	동 방 증 권
49	4951	두 산 유 리	106	7540	코 오 룡 건	163	8806	동 남 증 권
50	5001	동 서 산 업	107	7542	미 룡	164	8807	제 일 증 권
51	5050	한 일 시 멘 트	108	7544	풍 립 산 업	165	8808	고 려 증 권
52	5052	쌍 용 양 회	109	7546	력 키 개 발	166	8809	쌍 용 투 자 증 권
53	5053	현 대 시 멘 트	110	7547	현 대 건 설	167	8810	한 신 증 권
54	5054	동 양 시 멘 트	111	7548	광 주 고 속	168	9050	동 양 화 재
55	5055	성 신 양 회	112	7702	대 성 산 업	169	9055	신 동 아 화 재
56	5200	벽 산	113	7800	대 성 우	170	9130	대 한 재 보
57	5201	금 강	114	7802	삼 성 물 산			험

β 와 σ^2 의 값을 각각 1과 0.01로 일정하게 주고 실제적으로 관찰된 市場超過收益率(x_i)과 正規分布($N(0, \sigma^2)$)에 의해 생성된 난수를 이용하여 III장 2절의 식(3c)에 의해 y_i 를 생성한다. 이와 같이 임의적이고 독립적으로(randomly and independently) 생성된 종속변수(y_i)와 실제 관찰된 독립변수(x_i)를 가지고 P의 우도값(maximum likelihood estimate)과 우도통계량 $-2\ln\lambda$ 의 값을 계산한다.

위의 과정을 1000번 반복하여 1000개의 우도통계량값을 구한다. 그리고 이것을 우도통계량의 분포로 보고 값이 작은 것부터 정리(sorting)하여 5%의 有意水準(significance level)에 의해 950번째의 우도통계량값을 임계값(critical value)으로 정한다. 이제 170개의 企業 각각에 대해 市場超過收益率(x_i)과 個別企業 超過收益率(y_i)의 실제자료를 이용하여 우도통계량값을 구하고 이것을 임계값과 비교하여 귀무가설의 채택여부를 결정한다.

1987년 52주 동안의 收益率 資料를 가지고 體系的 危險의 安定性を 檢證해 본 결과 안정적인 β 를 가지는 企業은 全體企業數 170개 중에서 120개였으며, 여기서 사용된 시뮬레이션에 의해 구해진 임계값은 1.9224이었다.

한편 위에서 설명한 方法으로 檢證期間을 점차로 늘려 가면서 구한, 안정적인 企業들의 갯수와 이것의 변화를 그림으로 나타내면 <그림 3>과 같다. 이 그림에서 보면 칼만 필터링을 통한 體系的 危險의 安定性 檢證은 다음과 같은 시사점을 준다. 즉, 檢證期間이 반년일 경우는 170개 企業 대부분(96.5%)의 體系的 危險 β 가 안정적인 것으로 나타났으며, 1년인 경우는 70.6%가, 그리고 1년 반인 경우는 45.9%가 안정적인 것으로

나타났다. 따라서 적어도 1년 정도는 170개 企業중 2/3가 안정적인 β 를 유지한다고 말할 수 있다.

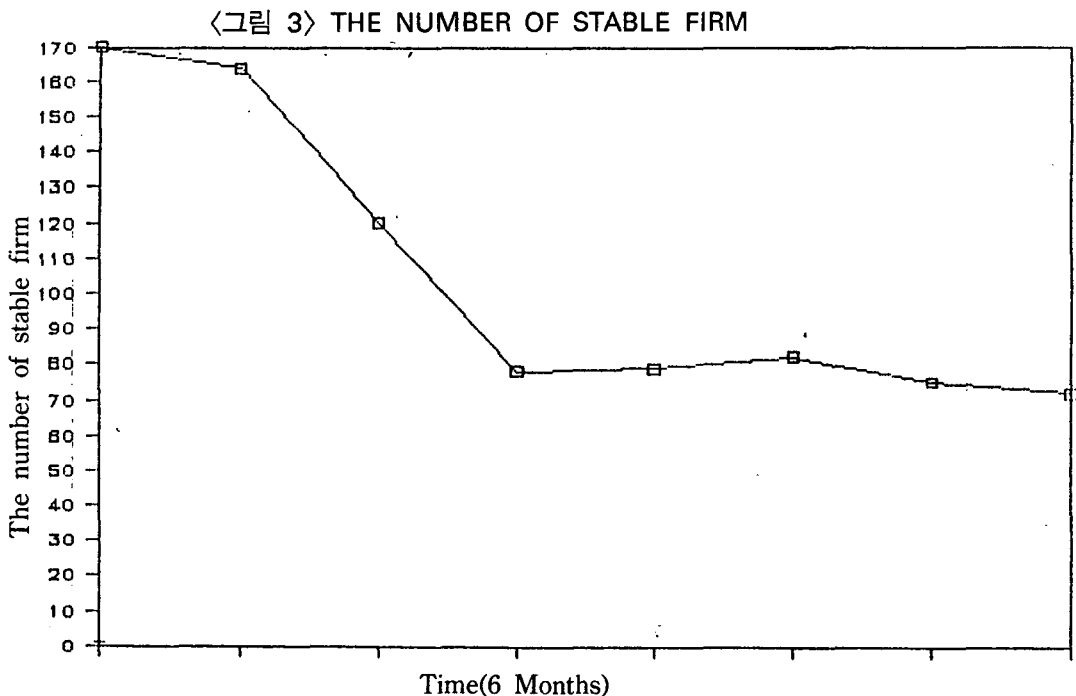
또한 안정적인 β 를 가지는 企業과 불안정적인 β 를 가지는 企業을 임의적으로 뽑아서 칼만 필터링을 통하여 추정된 β 값의 變化推移를 그림을 통하여 살펴 보면 각각 <그림 4>와 <그림 5>이다. 여기서는 1987년 52주동안의 收益率資料를 대상으로 하여, 안정적인 β 를 가지는 企業으로 미원(주)(企業番號 11)을, 불안정적인 β 를 가지는 企業으로 제일제당(주)(企業番號 8)을 임의적으로 선택했다.

(2) 群集 分析

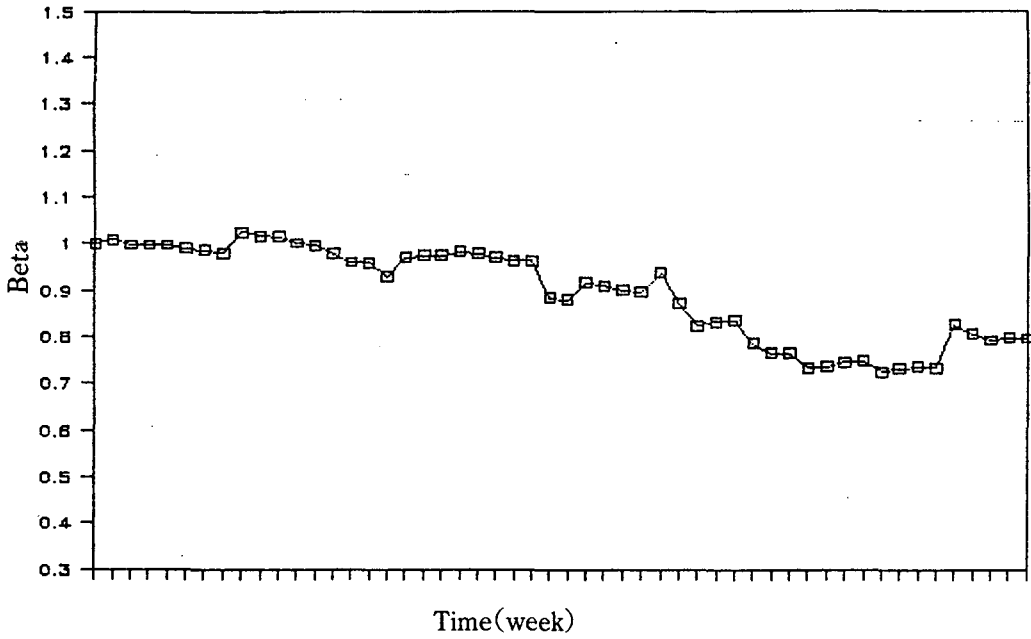
170개 全體企業을 대상으로 하여 각 企業收益率간의 相關係數(correlation coefficient)를 구하고, 이를 바탕으로 가까운 대상끼리 순차적으로 묶어가는 응집적군집화(agglomerative clustering)의 方法을 이용하여 50개의 집단으로 분류하였다.

이때 사용한 세부적인 군집화 기준은 完全基準 結合方式(complete linkage, furthest neighbor)을 사용했다. 이 기준은 기존의 군집에 포함되어 있는 모든 대상에 대해서 일정거리 이내에 들어와야만 동일한 군집에 편입되는 방식이다.

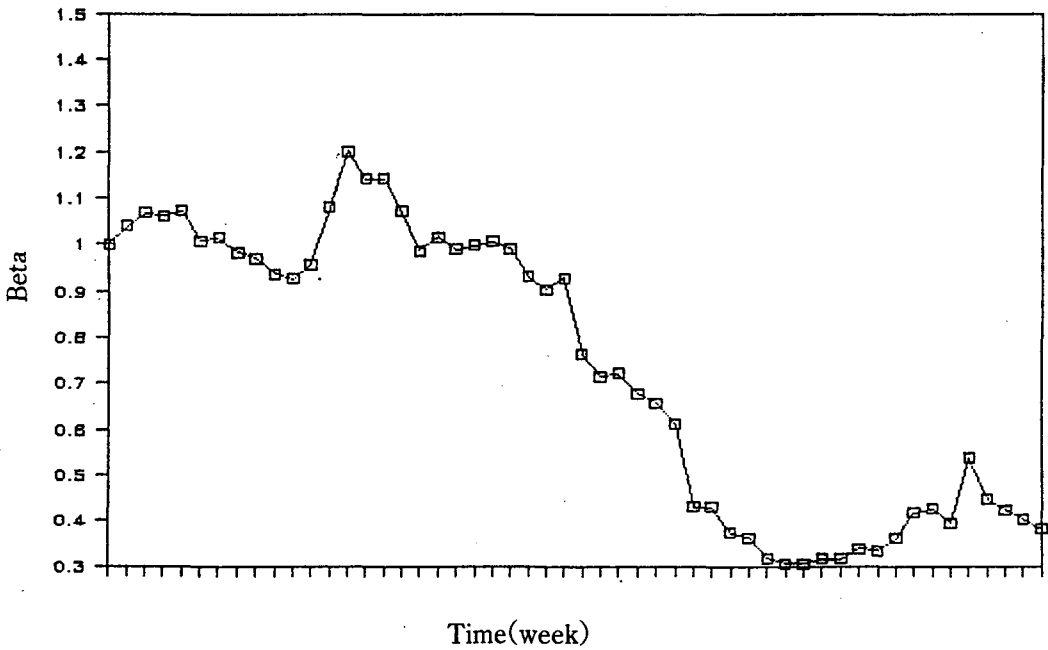
1987년 1월 1일부터 그해 12월 31일까지 52週間의 資料를 群集 分析을 한 결과가 <표 2>에 나타나 있다.



〈그림 4〉 THE TREND OF BETA
(Stable Firm)



〈그림 5〉 THE TREND OF BETA
(Unstable Firm)



〈표 2〉 군집분석에 의한 企業群

군집번호	기업번호	군집번호	기업번호
1	64 86	26	60 61
2	66	27	15 16 17 19 20
3	31 39	28	7 10
4	55	29	9 11 12 112
5	88 91 92 93 97 105 106 107 108 109	30	57 80 126
6	94	31	1
7	8 22 125	32	157 158 159 160 161 162 165
8	23 24	33	163 164 166 167
9	56 72 74 75 79 81	34	2 21 87
10	33 63 68 73 82 83 128	35	130 131 132 133 134
11	168 169 170	36	85 110 129
12	18	37	34 38 47 127
13	28 29	38	48
14	59 69 124	39	44 46
15	90 121 123	40	36 37
16	41 114	41	13 14
17	5 6 53	42	146 150 151 155
18	51	43	154
19	42 45 71	44	30
20	32 40 67 70 76 77 78	45	25 115 117
21	49 52 54 58	46	89 96 98 99 100 101 102 103 104
22	4 65	47	35 43
23	3 62	48	145 147 148 149 152 153 156
24	50 84 119	49	26 27
25	113 116 118 120 122	50	111 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144

(3) 構成企業 選定

構成企業의 選定은 群集分析에 의해 분류된 50개의 군집 각각에서 안정적인 β 를 가지는 企業을 택하는 것이다. 1987년 52주동안의 收益率資料를 칼만 필터링에 의해 구한 170개 企業의 우도통계량값과 군집 분석자료를 이용하여 50개의 企業을 선정하면 〈표 5〉와 같다.

한편, 1987년 7월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 52週間, 그리고 1987년 1월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 78週間の 資料를 가지고 50개 企業을 선정한 것은 각각 〈표

3)과 <표 4>에 있다.

<표 3> 선정된 企業(52주 대상)
(1987. 7. 1. - 1988.6. 30)

기업code	기업code	기업code	기업code
1033	3501	5302	7825
1300	3511	5450	8000
1650	3703	5950	8006
1852	3904	6304	8200
1872	4052	6401	8500
2250	4301	6404	8550
2850	4451	6750	8702
2851	4503	7100	8703
2857	4550	7501	8710
2858	4603	7506	8801
2859	4950	7511	9050
3160	4951	7515	
3304	5050	7802	

<표 4> 선정된 企業(78주 대상)
(1987. 1. 1. - 1988.6. 30)

기업code	기업code	기업code	기업code
1033*	3701	5302*	7823
1300*	3703*	5352	8001
1872*	4052*	5950*	8200*
1921	4503*	5951	8500*
2251	4550*	6304*	8607
2655	4552	6401*	8702*
2850*	4950*	6404*	8703*
2857*	4951*	6407	8710*
2858*	5001	7501*	8801*
3160*	5050*	7506*	8809
3303	5053	7511*	9055
3501*	5054	7515*	
3511*	5201	7802*	

주) <표 4>의 *는 <표 3>에서도 뽑힌 기업code를 표시한다.

(4) 인덱스 펀드의 構成 및 檢證

1987년 52週間の 자료를 이용하여 선정된 50개 企業들의 週間收益率 資料와 이들의 體系的 危險 β를 이용하여 2次計画法으로 구한 최적해가 <표 5>에 있다. 이 표에서 보는 것처럼 50개의 企業들 중에서 실제적으로 인덱스 펀드를 구성하는데 포함되는 企業數는 29개뿐이었다. 각 企業의 β값은 다음과 같은 원점을 지나는 線形回歸分析에 의해 구했다.

$$R_{it} - R_{ft} = \beta_i(R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it}$$

단, R_{it} : i 企業의 t 주(week)의 收益率

R_{ft} : 무위험자산의 收益率(년 12%로 가정)

R_{mt} : t 주의 市場 포트폴리오收益率

ε_{it} : 오차항

위의 식은 다음과 같은 가정을 내포하고 있다.

- ① $E(\varepsilon_{it}) = 0$
- ② $Cov(\varepsilon_{it}, R_{mt}) = 0$
- ③ $Cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{it-1}) = 0$
- ④ $Var(\varepsilon_{it})$: 일정함

〈표 5〉 선정된 企業 및 최적해 (1987년 1월 1일 부터 52주 자료 대상)

code	weight	code	weight	code	weight	code	weight
1033	4.5E-14	4052	2.2E-15	5950	6.4E-14	7825	0.017707
1035	0.016012	4300	0.047813	5951	-2.9E-14	8000	2.0E-14
1552	-2.5E-14	4550	0.035253	6200	0.016076	8001	-9.3E-14
1650	5.3E-14	4552	1.2E-15	6304	0.051388	8500	0.031906
1921	0.01079	4803	0.032958	6405	0.087378	8550	0.112153
2251	0.00117	4950	0.03193	6407	-2.4E-14	8702	0.031738
2850	0.01026	4951	3.4E-14	6602	-8.8E-15	8704	5.8E-15
2852	3.6E-14	5001	0.005586	7501	0.015099	8710	1.0E-14
2858	0.050538	5050	-2.0E-14	7506	0.024349	8801	0.094337
3160	0.037989	5055	0.012132	7538	-6.7E-16	8809	3.8E-14
3303	-5.3E-15	5402	0.012689	7548	0.027256	9055	0.009729
3501	1.9E-14	5450	0.030008	7802	0.004913		
3511	3.3E-15	5900	0.128221	7824	0.012608		총합 = 1

〈표 5〉에서 구한 최적 포트폴리오를 1988년 52주동안의 자료를 가지고 檢證해 본 결과 檢證期間의 추적상태는 〈그림 6〉에 있으며, 이 기간동안의 市場收益率は 71%이고 포트폴리오의 收益率は 74%이었다. 市場收益률과 인덱스 펀드 收益률간의 차이의 일부분은 이 기간동안에 유상증자가 많이 발생했는 것에 기인한다고 할 수 있다. 즉 유상증자가 주주할당의 방법(실권주 발생, 공모증자 등)에 의해 이루어질때 연속성 수정이 個別企業의 경우는 기준일(권리락일)에, 종합주가지수의 경우는 신주상장일에 각각 이루어 짐으로써 個別企業의 收益률이 기준일이 속하는 주에 상대적으로 높아지게 된다. 이점을 고려한다면 양호한 인덱스 펀드의 구성이라고 말할 수 있다.

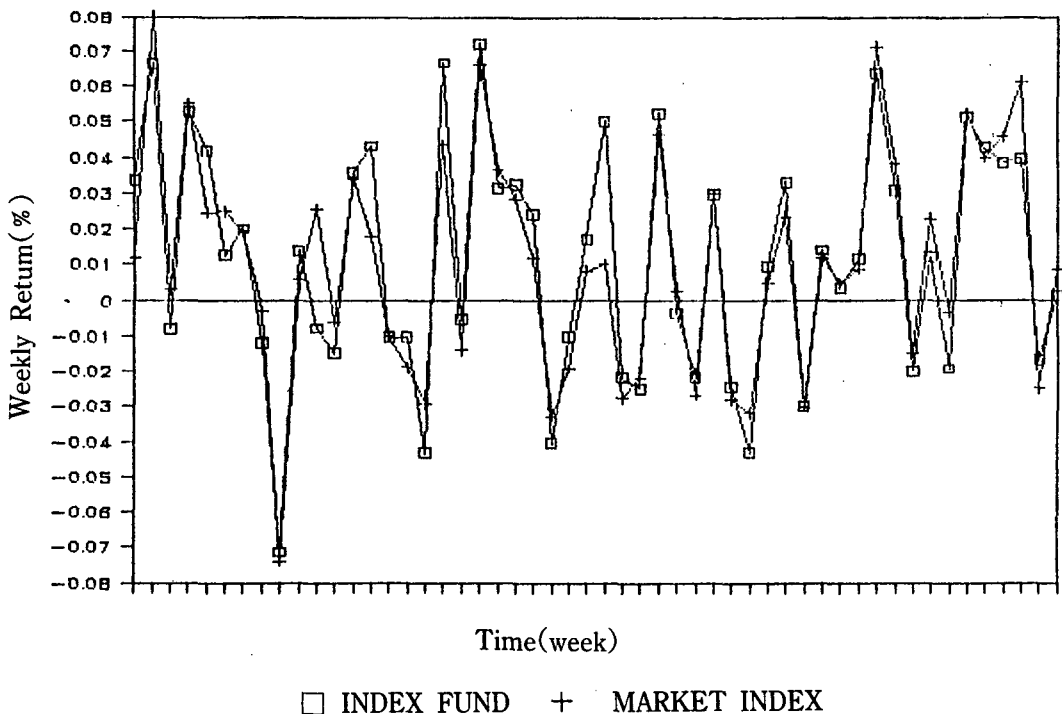
두번째로 1987년 7월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 52주, 그리고 1987년 1월 1일부터 1988년 6월 30일까지의 78주의 자료를 이용하여 구한 2次計劃法의 최적해는 각각 〈표 6〉에 있다. 이 경우 인덱스 펀드에 포함되는 企業數는 각각 23개, 31개였으며, 78주를 推定期間으로한 경우의 企業數가 더 많았다. 이는 인덱스 펀드를 구성하는 個別企業의 比重(weight)이 推定期間을 늘림에 따라 더 分散되었음을 의미한다. 또한 1988년 7월 1일부터 1989년 6월 30일까지의 檢證期間동안 두 경우의 추적오차는 각각 6.669323E-05, 6.117994E-05이었으며 후자의 경우가 더 적었다. 이것은 칼만 필터링을 이용한 體系的 危險의 安定性 檢定結果와 연결될 수 있겠다.

그리고 78주를 推定期間으로 했을때 구성된 인덱스 펀드의 檢證期間(1988년 7월 1일~1989년 6월 30일)동안의 추적상태는 〈그림 7〉에 있으며, 이 기간동안의 市場收益率は 23.2%이고 포트폴리오의 收益率は 28.0%이었다. 여기서 발생한 차이 (5%)는

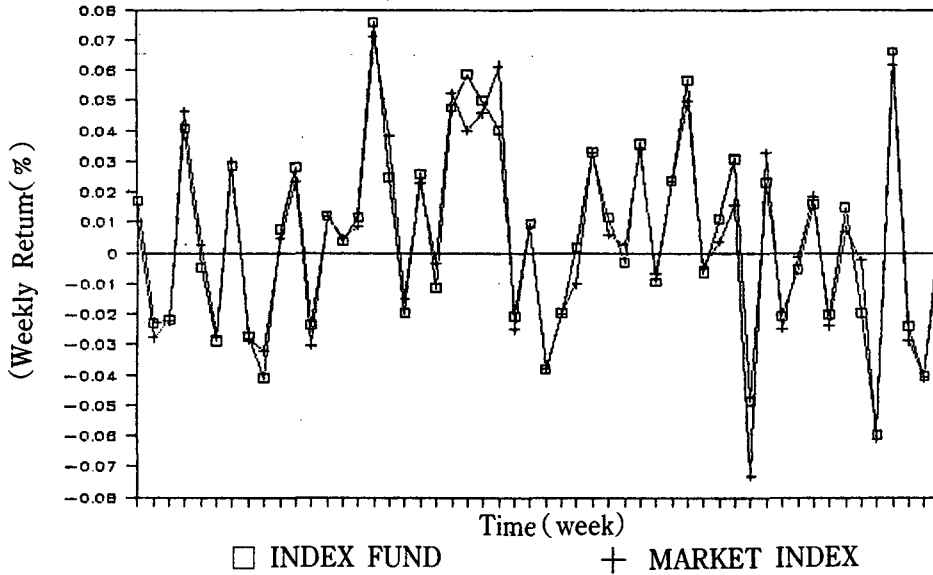
1989년 3월말에 이루어진 證券社등의 株式配當과 위의 첫번째 인덱스 펀드에서 설명한 이유때문으로 생각된다. 특히, 이 기간은 株式配當이라는 특수한 상황때문에 1989년 3월 마지막주에 2.4%의 차이가 생겼다. 즉 현금배당과는 달리 株式配當의 경우는, 신주의 발행과 마찬가지로 收益率의 계산에 있어서 연속성수정을 해야 하는데 個別企業의 경우는 배당락이 되는 시점(위의 경우 1989년 3월 30일)에서 수정 하지만, 綜合株價指數의 경우는 株主總會에서 배당이 결정된 날에 수정을 함으로써 개별 企業의 收益率이 배당락일이 속하는 주에 상대적으로 높아지게 된다. 이러한 이유를 고려한다면 두번째의 경우도 양호한 인덱스 펀드의 구성이 가능했다고 할 수 있다.

마지막으로, 칼만 필터링의 檢定에서 나타난 1년반 이상 동안 안정적인 β 를 가지는 企業 78개를 대상으로 하여 구성된 인덱스 펀드의 최적해는 <표 7>에 있으며 29개의 企業으로 구성되었다. 또한, 1988년 7월 1일부터 1989년 6월 30일까지의 檢證期間동안 추적상태는 <그림 8>에 있고 이 기간동안의 인덱스 펀드 收益率은 26.5% (市場 收益率은 23.2%)이었으며, 추적오차는 $5.30223E-05$ 로써 앞의 경우들과 비교해 볼때 상당히 나은 인덱스 펀드의 구성이 가능하였다.

〈그림 6〉 THE TEST OF INDEX FUND
(1988. 1. 1~1988. 12. 31)



〈그림 7〉 THE TEST OF INDEX FUND



〈표 6〉 최적해(52주와 78주자료대상)

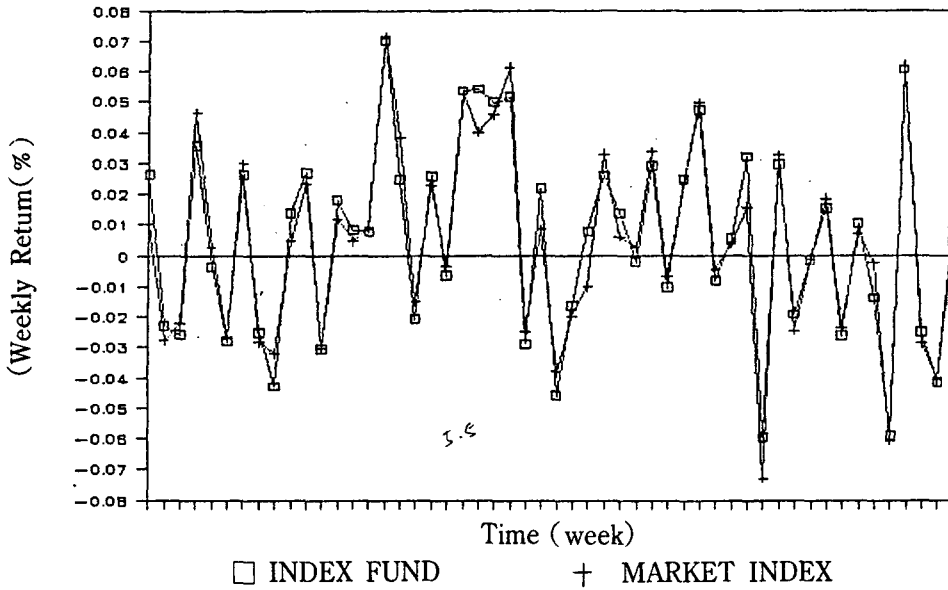
(1987. 7. 1~198. 6. 30)

(1987. 1.1~1988. 6. 30)

code	weight	code	weight
1033	-6.9E-14	5050	0.007941
1300	-4.5E-15	5302	0.041285
1650	1.9E-14	5450	-1.8E-14
1852	2.7E-15	5950	0.01449
1872	-1.1E-13	6304	4.6E-15
2250	1.3E-14	6401	0.079329
2850	9.7E-14	6404	0.079019
2851	0.01875	6750	1.8E-14
2857	-2.0E-16	7100	-4.3E-14
2858	-1.6E-14	7501	0.034359
2859	0.002772	7506	-1.2E-14
3160	0.056643	7511	-4.2E-15
3304	0.004254	7515	0.005367
3501	-3.3E-14	7802	0.020245
3511	-9.5E-15	7825	0.43184
3703	-3.88E-14	8000	0.013531
3904	2.4E-14	8006	-2.3E-14
4052	-1.E-14	8200	0.047400
4301	1.6E-14	8500	0.003860
4451	0.092283	8550	0.093815
4503	6.6E-14	8702	1.5E-14
4550	4.2e-14	8703	0.035654
4603	-1.6E-14	8710	3.8E-14
4950	0.075071	8801	0.177415
4951	0.056832	9050	0.009406

code	weight	code	weight
1033	1.4E-14	5201	-2.5E-15
1300	0.001807	5302	1.5E-14
1872	-4.8E-15	5352	0.014776
1921	0.004506	5950	-5.3E-15
2251	-8.3E-15	5951	-2.3E-15
2655	-1.1E-14	6304	0.059022
2850	-1.7E-15	6401	0.114103
2857	-3.7E-14	6404	0.025900
2858	0.009429	6407	-4.0E-15
3160	0.033319	7501	0.1008788
3303	6.7E-15	7506	-5.0E-15
3501	3.5E-14	7511	0.009763
3511	0.004363	7515	0.024814
3701	0.047160	7802	0.01514
3703	0.002651	7823	0.073266
4052	4.6E-15	8001	-1.8E-14
4503	3.8E-15	8200	0.049513
4550	0.012792	8500	0.053277
4552	0.024942	8607	0.034749
4950	0.037100	8702	0.021701
4951	0.014698	8703	0.001757
5001	0.034644	8710	0.12715
5050	0.044049	801	0.109556
5053	-6.0E-15	8809	0.047465
5054	0.052226	9055	1.6E-16

〈그림 8〉 THE TEST OF INDEX FUND



〈표 7〉 최적해(1년반이상동안 안정적인 β 를 가지는 企業 78개 대상)

code	weight	code	weight	code	weight	code	weight
1300	4.0E-13	5053	-1.3E-13	6602	1.8E-14	8550	0.037281
1301	-7.2E-13	5054	-9.3E-13	6701	2.1E-13	8607	0.027311
1552	-5.7E-14	5200	-8.6E-14	6750	1.1E-13	8701	1.1E-13
1600	-3.8E-13	5302	4.7E-14	6751	0.026444	8702	-3.4E-14
1921	-1.0E-13	5352	0.066151	6752	-3.8E-14	8703	4.9E-13
2655	1.1E-13	5450	3.3E-15	7001	-7.0E-13	8704	0.021604
2750	0.059159	5900	5.1E-14	7501	0.03043	8705	-4.1E-13
2851	-1.0E-13	5950	-1.1E-13	7505	0.00796	8706	-2.1E-14
3303	2.2E-13	5951	-9.6E-14	7506	-3.7E-14	8707	0.011932
3304	-1.3E-13	6200	1.7E-14	7511	-9.2E-14	8708	4.4E-13
3501	5.9E-14	6304	0.008725	7538	0.004826	8709	0.02782
3511	0.006706	6401	0.01986	7542	-1.7E-13	8711	6.8E-14
4052	-7.0E-14	6402	0.005419	7546	-6.9E-13	8712	-6.5E-14
4300	5.0E-13	6404	0.071561	7548	-1.0E-13	8801	0.194279
4451	0.056796	6407	-1.7E-13	7802	0.014994	8808	1.2E-14
4552	0.032489	6409	2.6E-14	7823	0.06385	9050	0.004204
4603	2.5E-13	6410	-8.0E-14	7825	1.4E-14	9055	3.0E-14
4951	0.032518	6451	-2.4E-14	8000	0.000127	9130	-9.1E-14
5001	0.059814	6455	0.0227	8380	0.045814		
5052	0.026261	6600	-3.9E-14	8500	0.012948		
							총합 = 1

3. 포오프폴리오 再調整

위에서 구한 두번째 인덱스 펀드(推定期間이 1987년 1월 1일부터 1988년 6월 30일 까지의 78주)를 대상으로 하여 일정한 시간이 지난후에(여기서는 52주, 즉 1989년 6월 30일 현재 시점) 再調整을 할 것인지 費用-效益分析을 통해 살펴보았다. 이를 위해서는 1988년 1월 1일부터 1989년 6월 30일까지 77주 동안의 收益率資料를 가지고 새로운 최적 인덱스 펀드를 구성해야만 한다. 즉 1987년말까지 상장된 中·大型株 182개를 대상으로 하여 최적포오프폴리오를 구성했으며, 이것을 이용하여 再調整여부를 分析하면 다음과 같다. 이 계산을 하기 위해서 수수료와 매매시의 稅率을 각각 거래액의 0.3%, 매매액의 0.4%로 가정하였으며, 再調整을 한 후 나타나는 效益의 지속기간은 1分期(12주)로 설정하였다.

아래의 표에서 보는 것처럼 再調整을 함으로써 발생하는 費用이 再調整을 한 후에 나타나는 效益보다 상당히 크다. 따라서 이 시점에서 再調整을 하지 않은 것이 유리하다고 할 수 있다. 여기서 比率로 나타낸 費用은 再調整을 할 때 발생하는 賣買費用으로서 수수료율과 거래세율의 합이며, 效益은 資本市場線을 이용하여 계산된 것이다. 이것의 계산과정은 III장의 5절에서 설명한 方法으로 하였다.

기존의 인덱스 펀드에 대한 追跡誤差(1分期單位)	: 0.00073416
새로운 인덱스 펀드에 대한 追跡誤差(1分期單位)	: 0.00039391
市場포오프폴리오 收益率의 分散(1分期單位)	: 0.01709544
再調整에 따른 費用(總投資額에 대한 比率)	: 0.00538
再調整에 따른 費用(總投資額에 대한 比率)	: 0.00134
====> 再調整을 하지 않는 것이 유리하다.	

다음으로 檢證期間을 1988년 7월 1일부터 1989년 12월 31일까지 76주로 설정하여 正規分布($N(0, \sigma^2)$) 가정에 의해 각 시점의 추적오차가 99.7% ($\pm 3\sigma$) 범위를 벗어나는 횟수를 조사하여 위에서 구한 再調整의 여부를 확인해 보았다. 이 결과 檢證期間 76주 동안에 99.7% 범위를 단 한 번(40번째주) 벗어났으며, 이것은 앞절에서 설명한 株式配當에 기인한 연속성 수정의 차이 때문으로 풀이된다. 참고로 95.4% ($\pm 2\sigma$) 범위를 벗어난 횟수는 6번(22, 24, 39, 40, 47, 76번째주)이었다. 推定期間에 있어서 각 시점 追跡誤差의 分散(σ^2)은 0.000054이었다. 이의 결과는 앞의 費用-效益 分析에서 나타난 結果와 一致하고 있다.

V. 結 論

本 研究에서는 證券市場에 상장되어 있는 전종목의 평균적인 움직임을 나타내는 綜合株價指數 收益率을 추적해 가는 인덱스 펀드의 구성에 대해 살펴보았다. 즉, 個別企業에 대한 體系的 危險의 安定性を 檢證함과 아울러 과거 1년간의 週間收益率 資料를 토대로 相關係數가 높은 企業끼리 群集分析을 하고 각 군집에서 體系的 危險의 安定性이 가장 높은 企業을 선택하여, 殘差 危險을 가장 작게 하면서 포오프폴리오의 體系的 危險을 단위위험($\beta = 1$)에 접근하도록 하는 2次計劃模型을 세워서 특정 포오프폴리오를 구축하였다. 이 결과 적은 종목으로 市場포오프폴리오의 收益率을 추적해 가는 안정적인 인덱스 펀드를 구축할 수 있었다. 證券市場의 규모가 커지고 전문투자자들에게 의한 투자경쟁이 심화될수록 證券市場의 效率性은 증대되며, 이에 따라 평균적인 市場 收益率 이상의 投資成果를 얻기가 점점 더 어려워지고 있으며 추가적인 投資收益의 획득은 그에 상응하는 危險負擔이 있어야 할 것이다. 이러한 資本市場에서 대규모 자금을 운용해야 하는 투자신탁, 보험회사, 연금관리공단 등의 기관투자자들에게 本 研究에서 제시된 인덱스 펀드는 효과적인 投資管理戰略이 될 것으로 보인다. 또한 이 인덱스 펀드는 단지 市場 포오프폴리오수준의 收益率을 얻을 수 있는 投資手段으로서의 의미만 갖는 것이 아니라, 특정 포오프폴리오의 特性을 分析 評價하는 근본적인 운영의 틀로 사용된다는 점에서 그 중요성이 더욱 크다고 할 수 있다.

本 研究에서 살펴본 인덱스 펀드의 이론적 바탕인 效率的 資本市場假說(efficient market hypothesis)에 대한 실증적 분석을 보면, 株式市場에서 1월효과(January effect), 주말효과(weekend effect), 규모효과(size effect) 등으로 대면되는 非效率的인 要인들도 있음이 입증되고 있다. 따라서 인덱스 펀드의 구성 및 운용에서 그치지 말고, 인덱스 펀드와 적극적 펀드 운용의 방법을 병행하는 포오프폴리오 構成 및 運用의 方法이 研究되어야 할 것이다. 이렇게 함으로써 인덱스 펀드를 운용하는 것보다 더 높은 收益率을 거둘 수 있을 것으로 보인다. 또한, 個別企業 또는 포오프폴리오의 收益率을 설명하는 株價特性, 財務特性 등과 관계된 여러 변수들을 추출하여 單一要因模型(single factor model)이 아닌 多重要因模型(multiple factor model)에 의해 인덱스 펀드를 구성함과 아울러 더 나아가서 裁定價格決定模型(arbitrage pricing model)에 의해 인덱스 펀드를 구성하면 體系的 危險의 不安定性에 따른 문제점을 상당히 많이 해결할 수 있을 것으로 기대된다.

參 考 文 獻

(國內 文獻)

1. 國民投資信託 調査月報, “『日與바라(NIKKO / BARRA) 모델』 紹介-日本에 있어서의 Mutliple Factor Model-,” 1989, pp.3~34.
2. 韓國證券去來所, “韓國의 證券市場制度,” 1988.

(國外 文獻)

3. Alexander, G. J. and Chervany, N. L., “On the Estimation and Stability of Beta,” *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 1980(March).
4. Baesel, j. e., “On the Assessment of Risk : Some Further Consideration,” *The Journal of Finance*, 1974(December), pp. 1491~1494.
5. Blume, M., “On the Assessment of Risk,” *The Journal of Finance*, 1971(March), pp. 1~10.
6. _____, “Betas and their Regression Tendencies,” *The Journal of Finance*, 1975 (June), pp. 785~795.
7. Brenner, M. and Smidt, S., “A Simple Model of Non-stationarity of systematic Risk,” *The Journal of Finance*, 1977(September), pp. 1081~1092.
8. Elton, E. J., and M. J. Gruber, “Risk Reduction and Portfolio Size : An Analytical Solution,” *The Journal of Business*, 1977(October), pp. 415~437.
9. Garbade, K. and Rentzler, J., “Testing the Hypothesis of Beta Stationarity,” *International Economic Review*, Vol.22, 1981(October).
10. Garbade, K., “Two Methods for Examining the Stability of Regression Coefficients,” *Journal of the American Statistical Association*, 1977⑦March⑧, pp. 54~63.
11. Good, W., Ferbuson, R. and Treynor, J., “An Investor’s Guide to the Index Fund Controversy,” *Financial Analysis Journal*, 1976(November-December), pp. 27~36.
12. Hendriksson, R., “Market Timing and Mutual Fund Performance : An Empirical Investigation,” *The Journal of Business*, 1984(January), pp. 73~96.
13. James L. Farrell, Jr., “Analyzing Covariation of Returns to Determine Homoge-

- neous Stock Groupings," *The Journal of Business*, 1974(April), pp. 186~207.
14. Kendall, M. and A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, Vol.2, 3rd edition, 1973, New York.
 15. King, B., "Market and Industry Factors in Stock Price Behavior," *The Journal of Business*, 1966(January), pp. 139~191.
 16. Klemkosky, R. C. and Martin, J. D., "The Adjustment of Beta Forecast," *The Journal of Finance*, 1975(September), pp. 1123~1128.
 17. Kon, S. J. and Lau, W.P., "Specification Tests for Portfolio Regression Parameter Stationarity and the Implication for Empirical research," *The Journal of Finance*, 1979(May), pp. 451~469.
 18. Markowitz, H., "Portfolio Selection," *The Journal of Finance*, 1952(March), pp. 77~91.
 19. Meinhold, R. J. and Singpurwalla, N. D., "Understanding the Kalman Filter," *The George Washington University*, Abstract of Serial IRRA-1 14 October 1981.
 20. Rober, D. Arnott, "Cluster Analysis and Stock Price Comovement," *Financial Analysts Journal*, 1980(November-December).
 21. Rudd, A., "Optimal Selection of Passive Portfolios," *Financial Management*, 1980 (Spring), pp. 57~66.
 22. Rudd, A. and Henry K. Clasing, JR., *Modern Portfolio Theory --The Principles of Investment Management*, 1988, U.S.A.
 23. Rudd, A. and Rosenberg, B., "Realistic Portfolio Optimization," *Portfolio Theory - Studies in Management Sciences*, Vol.II, North-Holland, 1979.
 24. _____, "The 'Market Model' in Investment Management," *The Journal of Finance*, 1980(May), pp. 597~607.
 25. Scott E. and Brown S., "Biased Estimators and Unstable Betas," *The Journal of Finance*, 1980(March), pp. 49~50.
 26. Stephen L. Meyers, "A Re-Examination of Market and Industry Factors in Stock Price Behavior," *The Journal of Finance*, 1973(June), pp. 695~705.
 27. Sunder, S., "Stationarity of Market Risk : Random Coefficients Tests for Individual Stocks," *The Journal of Finance*, 1980(September), pp. 883~896.
 28. Treynor, J. and Black, F., "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection," *The Journal of Business*, 1973(January), pp. 66~86.
 29. U.S. Securities and Exchange Commission, Institutional Investors Study Report,

1971(March), U.S. Government Printing Office.

30. Vasicek, O. A., "A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas," *The Journal of Finance*, 1973(December), pp. 1233~1289.