

수리가능한 군수품의 여유재고수준 결정기법 (The Method of Determinating the Spare Inventory Level in the Repairable Munition System)

유형근*, 김만식**, 김종수**

Abstract

This paper concerns the problem of deciding the rational spare inventory levels for efficient use of a limited defence budget and, at the same time, for enhancing the operation rate of equipment/weapons in the army.

The system we are concerned has a finite number of repairmen at each base and the depot. After repair job has completed, the repaired items are returned to the base where they have originated. For the system, we identify the distribution of the total number of failed items which belong to a base and develop a method to find spare inventory levels of repairable items at each base to satisfy a specified minimum fill rate.

1. 서 론

군 조직에서는 수리 가능한 제품의 수리/공급 문제에 있어서 다단계 수리체계에 의존하고 있다. 기지(Base)에서 작동중이던 제품에 고장이 발생하면 그 고장이 경고장(base repairable)인지 중고장(depot repairable)인지를 결정한다. 고

장이 경고장인 경우는 기지창(base repair center)에서 수리를 하고 중고장인 경우는 중앙창(depot repair center)에서 수리를 한 후 기지로 반송하게 된다. 이러한 수리 가능한 군 장비나 병기의 여유제품이나 여유부품의 효율적인 관리의 장비의 가동율을 높여주고 재고를 줄여줌으로써 국방비의 절감을 도모할 수 있게 한다. 따

* 한양대학교 대학원

** 한양대학교

라서, 군의 관리상 주어지는 최소요구충족율 (minimum fill rate)을 만족하기 위하여 각 기지에서 보유하여야 하는 여유제품수를 합리적이며 효율적으로 구하는 방법이 필요하다.

수리 가능한 제품의 다단계 수리체계를 설계하는데는 두가지 방법을 사용할 수 있다.

첫째로, 최소요구충족율을 입력자료로 주고 만족하는 재고수준을 선택한다. 둘째로, 재고량이 주어진 상태에서 시스템의 특성치(충족율, 기대 재고량, 기대 품질량)를 결정한다.

첫째 방법으로는 METRIC(10)과 MOD-METRIC(9)을 들 수 있다. METRIC에서는 제품에 고장이 발생하였을 때 여유제품이 존재하면 즉시 교체하고, 여유제품이 존재하지 않으면 주문잔고(backorder)에 의하며, 제품의 발주방식이 일대일 교체정책 (S, S-1)에 의할 때 기지창과 중앙창에서 보유하고 있어야 할 여유제품수를 결정한다. Muckstadt(9)는 METRIC 모형을 계층적 구조를 갖는 제품에 적용하여 일반화하였고, 이 모형을 MOD-METRIC이라 칭하였다. METRIC과 MOD-METRIC 모형은 무한한 수리능력을 전제조건으로 함으로써 대기행렬이 발생하지 않는 것으로 보았다. 그러나, 수리능력이 제한되어 있으면 수리하는데 소요되는 수리시간은 수리능력에 독립적일 수 없다.

둘째 방법으로, Gross et al(4, 6, 7, 8)은 각 수리창에 병렬로 존재하는 한정된 수리능력과 일정시점에서 고장이 날 수 있는 on-line 제품수가

한정되어 있을 때의 전통적 기제-수리 대기모형을 다단계 모형으로 일반화 시켰다. Albright (1, 2, 3)는 다수의 기지와 하나의 중앙창으로 구성된 단일제품의 기제-수리 대기모형에서 근사해를 구하는 알고리즘과 평형상태의 확률분포를 이용하여 시스템의 특성치(기대 품질량, 주문잔고수 등)를 구하였다. 그러나, Gross et al 과 Albright의 모형은 METRIC과 MOD-METRIC 모형보다 현실적이지만 관리의 목적상 결정변수인 여유제품수를 상수로 보고 여유제품수를 변경시키면서 모의실험을 수행하여 시스템 특성치를 도출하였다. 도출된 특성치 중에서 관리자의 목표와 일치하거나 근접하는 해를 찾기 위해서는 많은 실험회수와 시간이 소요된다.

본 논문은 각 수리창(중앙창 및 기지창)의 한정된 수리능력 때문에 발생하는 대기행렬을 고려하였고, 각 기지에서 만족하여야 할 최소요구충족율이 주어질 때 각 기지에서 보유하여야 할 최소 여유제품수를 수리해석적인 방법에 의하여 도출함으로써 계산시간을 감소시켰다.

또한, 기존의 수리가능한 제품의 최소 여유제품수를 결정하는 모형에서는 여유제품을 기지창과 중앙창에서 보유하는 것으로 가정하였다. 그러나 여유제품을 중앙창에서 보유하는 것은 제품을 즉시 사용할 수 없으므로 기지의 충족율을 저하시킨다. 따라서, 본 논문에서는 중앙창에서는 여유제품을 보유하지 않고 고장난 제품을 수리하여 기지로 반송시키는 역할만 하는 것이 효율적

이므로 각 기지에서 요구되는 최소요구충족율이 주어졌을 때 그 충족율을 만족하는 최소 여유제품수를 결정한다.

2. 모형설정

2.1 기호정의

λ_j : 기지 j 에서 단위시간당 발생하는 고장수의 기대값.

μ_j : 중앙창 ($j=0$)이나 기지창 ($j=1, 2, \dots, J$) 내의 각 수리 창구에서 단위 시간당 수리받는 평균 제품수.

c_j : 수리창 j 의 수리 창구수.

γ_j : 기지 j 에서 작동중이던 제품이 고장이 났을 때, 그 고장이 경고장일 확률.

α_j : 기지 j 의 최소요구충족율.

T_j : 중앙창에서 기지 j 까지 반송시간.

n : 기지창에서 수리받고 있는 제품수.

N : 임의의 시점에 중앙창에서 수리중인 총 제품수.

K_j : 중앙창에서 수리받고 있는 제품중 기지 j 로부터 수송되어 온 제품수.

$K_{j,\tau}$: 중앙창에서 수리를 마치고 기지 j 로의 반송 시간이 T_j 일 때 임의의 시점에서 기지 j 로 반송중인 제품수.

Z_j : 임의의 시점에 기지 j 에서의 총 고장수.

S_j : 기지 j 에서 보유하여야 할 최소 여유제품수.

FR_j : 기지 j 의 충족율.

$P_j(n)$: 임의의 시점에 기지창 j 에서 수리중인 제품수가 n 인 확률.

$P_0(N)$: 임의의 시점에 중앙창에서 수리중인 제품수가 N 인 확률.

$P_{j_0}(K_j)$: 중앙창에서 수리중인 제품중 기지 j 에서 수송되어온 제품수가 K_j 인 확률.

$P_{j,\tau}(K_{j,\tau})$: 중앙창에서 기지 j 로 반송중인 제품수가 $K_{j,\tau}$ 인 확률

$P(Z_j)$: Z_j 의 확률분포

2.2 모형전개

Figure 1에서와 같이 J 개의 기지와 J 개의 기지창, 하나의 중앙창으로 구성된 시스템을 고려하자. 기지창에서는 그 기지에서 발생한 경고장 제품만을 수리하고 중고장 제품은 중앙창으로 수송되어 수리된다.

각 기지의 수요를 발생시키는 고장의 시간간격은 기지 j 에서 평균 $1/\lambda_j$ 를 갖는 지수분포에 따른다. 고장중에서 경고장은 γ_j 의 비율로 중고장은 $(1-\gamma_j)$ 의 비율로 발생한다. 즉, 기지창 j 에 도착하는 경고장 제품의 발생 시간간격 분포는 평균 $1/\gamma_j\lambda_j$ 를 갖는 지수분포에 따른다. 보관창고에 여유제품이 존재하면 시간의 지체없이 즉시 교체하며, 여유제품이 없을 때는 기지창이나 중앙창에서 수리를 마치고 기지에 입고될 때까지의 시간이 지연된다.

기지에서 작동을 하던 제품에 고장이 발생하여 기지창이나 중앙창에서 수리중이거나 중앙창에서

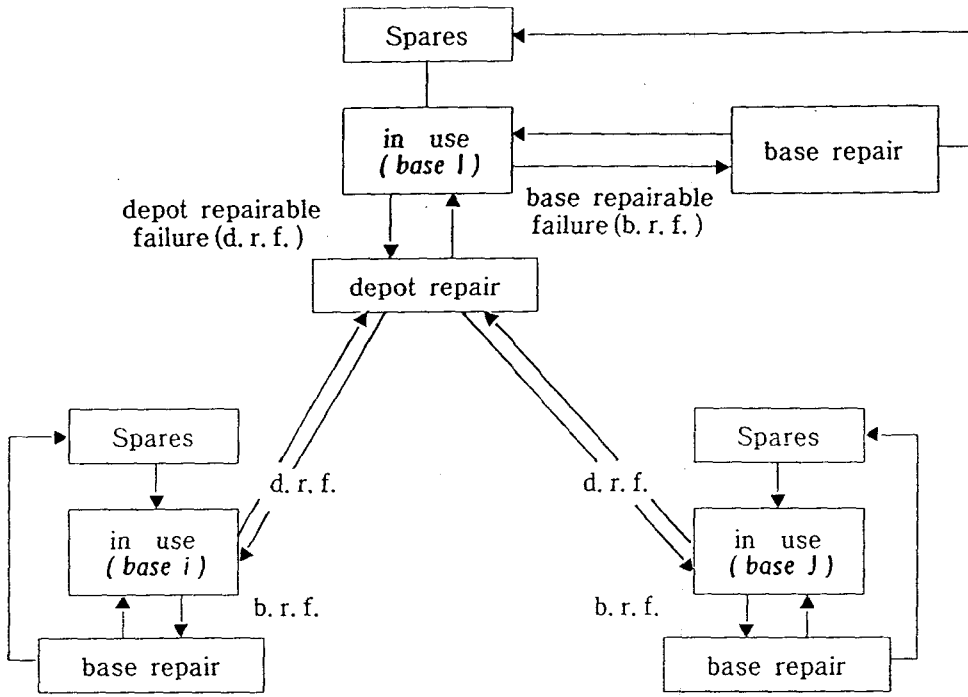


Figure 1. Schematic representation of flow of repairable items

수리를 마치고 기지로 반송중인 제품은 기지의 관점에서 그 제품은 가용하지 않으므로 고장난 제품으로 처리되어야 한다. 시스템이 안정상태에 도달한 후 임의의 시점에서 기지 j에서 고장난 제품수의 분포는 기지창 j에서 수리중인 제품수와 중앙창에서 수리중인 중고장 제품 중 기지 j로 부터 수송되어진 제품수 및 중앙창에서 수리를 마치고 기지 j로 반송중인 제품수의 분포를 합성하여 구할 수 있다.

2.3 수리중인 경고장 제품수의 분포

기지창 j에 c_j 의 수리창구가 있을 때, 경고장의 발생의 시간간격 분포는 평균 $1/\lambda_j$ 인 지수분

포에 따르고, 수리시간이 평균 $1/\mu_j$ 인 지수분포에 따른다고 하면, 기지창 j에서 수리를 받고 있는 제품수가 n일 확률 $P_j(n)$ 는 M/M/c_j모형과 유사한 식(1)이 유도된다.

$$P_j(n) = \begin{cases} \frac{(\lambda_j \gamma_j)^n}{n! (\mu_j)^n} P_j(0) & (1 \leq n \leq c_j) \\ \frac{(\lambda_j \gamma_j)^n}{(c_j)^{(n-c_j)} c_j! (\mu_j)^n} P_j(0), & (n \geq c_j) \end{cases} \quad (1)$$

$P_j(0)$ 를 구하기 위하여 경계조건(식(2))을 적용하면

$$P_j(0) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_j \gamma_j)^n}{n! (\mu_j)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_j \gamma_j)^n}{(c_j)^{(n-c_j)} c_j! (\mu_j)^n} \right] = 1 \quad (2)$$

식 (3)이 된다.

$$P_j(0) = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_j \gamma_j)^n}{n! (\mu_j)^n} + \frac{1}{c_j!} \left(\frac{\lambda_j \gamma_j}{\mu_j} \right)^{c_j} \cdot \frac{c_j \mu_j}{(c_j \mu_j - \lambda_j \gamma_j)} \right]^{-1} \quad (3)$$

2.4 수리중인 중고장 제품수의 분포

기지 j에서 발생한 단위시간당 중고장 제품수의 분포는 모수 $(1-\gamma_j)\lambda_j$ 를 갖는 포아송 분포에 따르고, 각 기지에서 발생한 중고장 제품수의 분포는 서로 독립적이며 동일한 포아송 분포에 따르므로 단위시간당 중앙창으로 수송되어지는 중고장 제품수의 확률분포는 $\sum (1-\gamma_j)\lambda_j$ 를 갖는 포아송 분포에 따른다. 중앙창에 c_0 개의 수리창구가 있다고 하면, 중앙창은 M/M/c. 대기행렬 모형으로 분석할 수 있다. 시스템이 안정상태에 도달한 후 임의의 시점에서 중앙창에 N개의 중고장 제품이 존재할 확률 $P_0(N)$ 은 식(4)로 표현된다.

$$P_0(N) = \begin{cases} \frac{(\sum_{j=1}^J (1-\gamma_j)\lambda_j)^N}{N! (\mu_0)^N} P_0(0) & , (N \leq c_0) \\ \frac{(\sum_{j=1}^J (1-\gamma_j)\lambda_j)^N}{(c_0)^{(N-c_0)} c_0! (\mu_0)^N} P_0(0) & , (N \geq c_0) \end{cases} \quad (4)$$

경계조건 $(\sum_{N=0}^{\infty} P_0(N) = 1)$ 에 의하여 $P_0(0)$ 은

$$P_0(0) = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\sum_{j=1}^J (1-\gamma_j)\lambda_j)^n}{N! (\mu_0)^n} + \frac{1}{c_0!} \frac{(\sum_{j=1}^J (1-\gamma_j)\lambda_j)^{c_0}}{\mu_0} \right]^{-1} \quad (5)$$

$$* \frac{c_0 \mu_0}{c_0 \mu_0 - \sum_{j=1}^J (1-\gamma_j)\lambda_j}$$

중앙창에서 수리된 중고장 제품 중에서 기지 j로 부터 수송되어 온 제품수의 분포를 찾기 위하여 중앙창에 N개의 제품이 존재한다고 할 때, 기지 j(j=1, 2, ..., J)로 부터 수송되어 온 제품수를 각각 K_j 개라하고, 각 기지로 부터 수송되어 온 총 고장수와 기지 j에서 수송되어 온 중고장수의 비율인 $((1-\gamma_j)\lambda_j) / (\sum (1-\gamma_j)\lambda_j)$ 를 θ_j 라 치환하고 수리중인 중고장 제품수가 총 N개일 때 기지 j(j=1, 2, ..., J)에서 수송되어 온 제품수가 각각 K_j 인 조건부 확률 $P(K_1, \dots, K_j, \dots, K_J | N)$ 을 $P(K|N)$ 라 놓으면

$$P(K|N) = \binom{N}{K_1, \dots, K_J} \theta_1^{K_1} \dots \theta_j^{K_j} \dots \theta_J^{K_J}$$

N와 $K_1, \dots, K_j, \dots, K_J$ 의 결합 확률분포 $P(K_1, \dots, K_j, \dots, K_J, N)$ 는

$$P(K_1, \dots, K_j, \dots, K_J, N) = P_0(N) \binom{N}{K_1, \dots, K_J} \theta_1^{K_1} \dots \theta_j^{K_j} \dots \theta_J^{K_J}, \quad K_j = 0, 1, \dots$$

이다.

이 때 $P_{j_0}(K_j)$ 는 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$P_{j_0}(K_j) = \sum_{N=0}^{\infty} P_0(N) \binom{N}{K_j} \theta_j^{K_j} (1-\theta_j)^{N-K_j} \quad (6)$$

$$, \quad j=1, 2, \dots, J$$

$$, \quad K_j=0, 1, \dots$$

2.5 중앙창에서 기지로 반송중인 제품수의 분포

중앙창에서 수리된 제품이 임의의 시점 t에서 기지로 반송하는 제품의 시간간격 분포는 중고장 제품의 발생시간간격분포와 같다. [5]

각 기지에서 발생한 중고장 제품이 중앙창에 도착하는 시간간격 분포는 $1/\sum_{j=1}^J(1-\gamma_j)\lambda_j$ 를 평균으로 갖는 지수분포를 갖는다. 모든 기지로 부터 중앙창에 도착한 총 중고장 제품수와 기지 j로 부터 중앙창에 도착한 중고장 제품수의 비율은 $(1-\gamma_j)\lambda_j/\sum_{j=1}^J(1-\gamma_j)\lambda_j$ 이다. 중앙창에서 수리를 마치고 반송되는 시간간격은 평균 $1/(1-\gamma_j)\lambda_j$ 인 지수분포를 갖는다. 또한, 중앙창으로 부터 기지 j까지의 반송시간을 T_j 라 하면, 시스템이 평형상태에 도달한 후 임의의 시점에 반송중인 수리된 제품수의 분포는 반송시간 동안에 기지에서 발생한 중고장 제품수의 분포와 같다. 반송시간 동안에 기지에서 발생한 중고장 제품수를 $K_{j,\tau}$ 라 할 때, $K_{j,\tau}$ 의 확률분포 $P(K_{j,\tau})$ 는

$$P_{o,j}(K_{j,\tau}) = \frac{((1-\gamma_j)\lambda_j T_j)^{K_{j,\tau}} * \text{EXP}(-(1-\gamma_j)\lambda_j T_j)}{(K_{j,\tau})!} \quad (7)$$

$K_{j,\tau} = 0, 1, 2, \dots$

2.6. 최저 서비스수준의 고려

기지창이나 중앙창에서 수리중이거나, 수리후 기지로 반송중인 모든 제품들은 기지의 관점에서는 고장난 제품수에 포함되어야 한다. 기지 j의 고장난 제품의 총 수 (Z_j)의 분포 $P(Z_j)$ 는 기지창에서 수리중인 제품수와 중앙창에서 수리중인 제품수, 중앙창에서 수리 후 기지로 반송중인 제품수의 결합분포이다. Z_j 의 분포 $P(Z_j)$ 는 CONVOLUTION TECHNIQUE에 의하여 구할 수 있으며, 분포는 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$P(Z_j) = \sum_{K_{j,1}} \sum_{K_{j,2}} P_{o,j}(K_{j,1}) * P_{o,j}(K_{j,2}) * P_j(Z_j - K_{j,1} - K_{j,2})$$

$K_{j,\tau} = 0, 1, 2, \dots, K_{j,\tau} = 0, 1, 2, \dots, \text{단, } Z_j - K_{j,\tau} - K_{j,\tau} \geq 0$ (8)

임의의 시점에 기지 j에서 고장난 제품의 총 수 (Z_j)가 기지 j의 여유제품수 (S_j)보다 크면 ($Z_j > S_j$), 기지 j에는 품질이 발생한다. 기지 j의 최저요구충족율(α_j)은 기지 j에서 품질이 발생하지 않을 확률을 의미한다. 그러므로, 최저요구충족율을 높게 설정하면 여유제품을 많이 보유하여야 한다.

각 기지의 주어진 최소요구충족율을 만족하면서 재고를 최소화할 수 있는 여유제품수를 결정하기 위한 기지 j의 충족율 (FR_j)은 최소요구충족율(α_j)보다 커야 하므로

$$FR_j = \Pr\{Z_j \leq S_j\} = \sum_{Z_j=0}^{S_j} P(Z_j) \geq \alpha_j \quad (9)$$

식(9)를 만족하는 기지 j의 여유제품수 (S_j)의 대안 중에서 최소의 S_j 가 기지 j에서 보유하여야 할 최소의 여유제품수이다. 따라서 Figure 2의 순서에 따라 각 기지에서 보유하여야 할 여유제품수와 그 때의 충족율을 구할 수 있다.

3. 수치 예제

두개의 기지와 기지창, 한개의 중앙창으로 구성되어진 시스템을 고려하자. 각 기지의 수리창구수, 고장발생률, 경고장율, 서비스율, 반송시간 등은 Table 1에 주어져 있다.

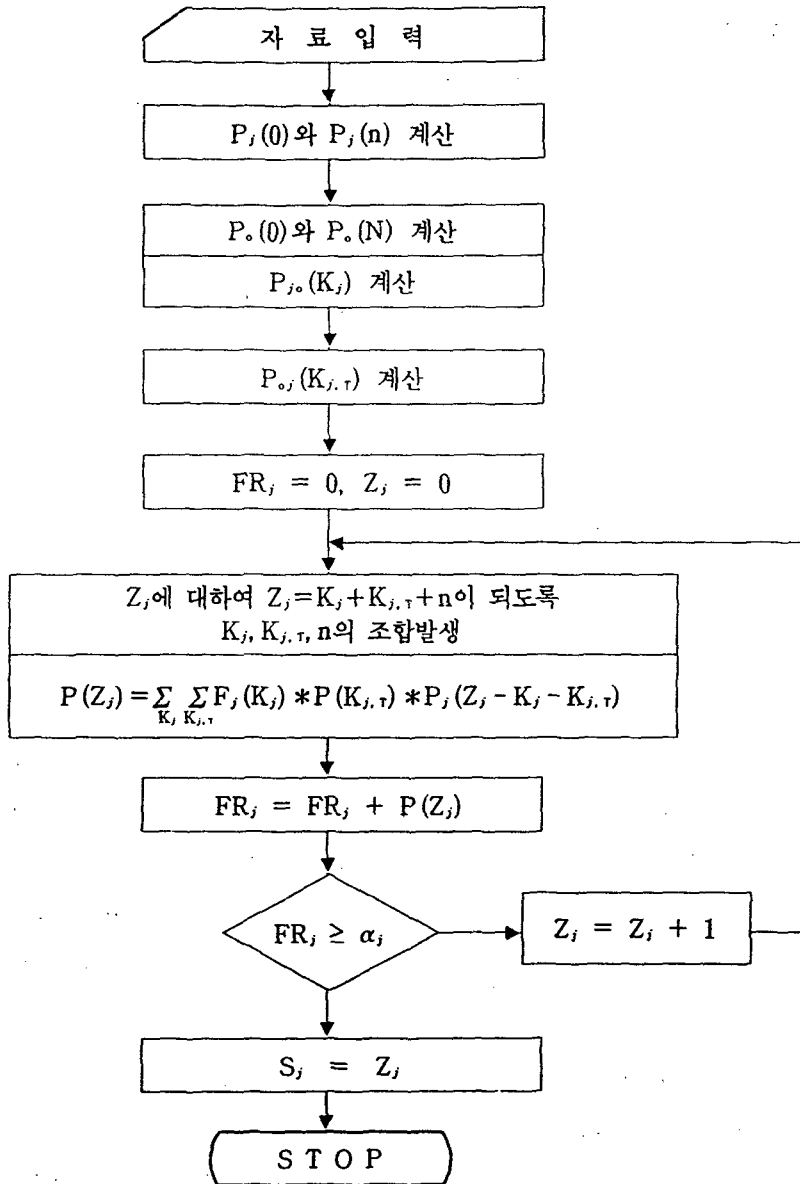


Figure 2. Flowchart

Table 1. Input data

	base 1	base 2
λ_j	10	20
γ_j	0.6	0.75
T_j	2	3

	base repair center 1	base repair center 2	depot repair center
c_j	2	2	2
μ_j	25	30	2

Table 1에 주어진 문제로 기지의 최소요구충족율을 각각 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.97, 0.99로 변경하면서 각 기지에서 보유하여야 할 최소의 여유제품수와 그 때의 충족율을 Figure 2의 절차에 의하여 구하면 Table 2와 같다.

4. 결론

기지에서 작동중이던 제품에 고장이 발생하여 기지창이나 중앙창에서 수리받는 중이거나 중앙창에서 수리를 마치고 기지로 반송중인 제품수의 각각의 확률분포를 대기행렬이론에 의하여 구하고, 3개의 분포를 CONVOLUTION TECHNIQUE에 의하여 합성하였다. 합성된 분포에 의하여 각 기지마다 책정되어진 최소 요구 충족율을 만족하는 최소의 여유 제품수를 결정하였다.

기존의 수리가능한 제품의 재고문제에서는 재고수준이 주어진 상황에서 시스템의 특성치를 유도하는 것과는 반대로 각 기지에 주어진 최저요구충족율을 만족하기 위한 최소의 재고 보유량을 결정하므로, 시스템을 관리하는 입장에서 볼 때 결정변수인 재고수준을 직접 구할 수 있어 기존의 모의실험에 의하여 재고수준을 결정하는 모형보다 계산시간 단축 및 의사결정이 용이하다.

Table 2. Output Information

α_1	S_1	FR_1
0.99	16	99.67
0.97	14	99.67
0.95	13	95.33
0.90	12	91.46
0.80	11	85.52
0.70	10	77.09
0.60	9	66.13
0.50	8	53.25

α_2	S_2	FR_2
0.99	23	99.19
0.97	18	97.73
0.95	17	95.35
0.90	16	91.74
0.80	15	86.55
0.70	13	70.67
0.60	12	60.17
0.50	12	60.17

참 고 문 헌

1. Albright, S. C. , "An Approximation to the Stationary Distribution of a Multi-Echelon Repairable Item Inventory System with Finite Sources and Repair Channels", *Naval Research Logistics*, Vol. 36, pp.179~195, 1989.
2. Albright, S. C. and Soni, A. , "An Approximation to the Stationary Distribution of a Multidimensional Markov Process", *IIE Transactions*, Vol. 20, pp.111~118, 1988.
3. Albright, S. C. and Soni, A. , "Markov Multi-Echelon Repairable Inventory System", *Naval Research Logistics*, Vol. 35, pp.49~61, 1988.
4. Gross, D. , "On the Ample Service Assumption of Palm's Theorem in Inventory Modelling", *Management Science*, Vol. 28, pp.1065~1079, 1982.
5. Gross, D. and Harris, C. M. , *Fundamentals of Queueing Theory*, Willy, New York, 1974.
6. Gross D. and Ince, J. F. , "Spares Provisioning for Repairable Items : Cyclic Queues in Light Traffic", *AIE Transactions*, Vol. 10, pp.307~314, 1978.
7. Gross, D. , Kahn, D.H. and Marsh, J. D. , "Queueing Models for Spares Provisioning", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 24, pp.521~536, 1977.
8. Gross, D. , Miller, D. R. and Soland, R. M. , "A Closed Queueing Network Model for Multi-Echelon Repairable Item Provisioning", *IIE Transactions*, Vol. 15, pp.344~352, 1983.
9. Muckstadt, J. A. , "A Model for a Multi-Item, Multi-Echelon, Multi-Indenture Inventory System", *Management Science*, Vol. 20, pp.472~481, 1973.
10. Sherbook, C. C. , "METRIC : A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control", *Operations Research*, Vol. 16, pp.122~141, 1968.