

디스크형 캠의 자동설계용 CAD S/W 개발

Part I : 설계 및 해석 알고리즘 개발

손 주 리* · 신 중 호**

Development of CAD Software for Automatic Design of Disk-Typed Cams

Part I : Iterative Contact Method

Joo-Ri Son · Joong-Ho Shin***

ABSTRACT

Generally Cam-Follower systems consist of two elements : Cam is for rotating motion and follower for reciprocating motion. Depending on the shape of cam and type of follower, the motion of cam-follower system is determined. Thus design process and analysis process must be well defined. The design process means to find the coordinates of cam shape which can be defined the given motion of follower and the analysis process means to determine the motion curve of follower corresponding to the given cam based on the dimensions of a cam-follower system. This paper consists of two parts : One is development of a numerical method for design and analysis of cam-follower systems, the other is for development of a CAD program and its application.

As the first part of the paper, an iterative contact method is proposed. This method can calculate the contact points between cam and roller and determine their contact angles iteratively. The second part of the paper presents the structure of a CAD program and its availability to the industrial applications.

1. 서 론

캠 기구는 기본적으로 그림 1과 같이 구동부인 Cam과 종동부인 Follower로 구성되며 Cam의

형상에 의해 분류할 수 있고 Follower의 종류도 다양하다. 그림 1의 Cam-Follower 시스템은 디스크형의 Cam과 상하운동식 Follower로서 끝에 Roller가 달려 있어, Cam의 회전에 의해 Cam의

*카드캠실 연구원

**창원대학 정밀기계공학과 조교수

표면과 Roller의 표면이 연속적으로 접촉하면서 Roller의 중심점 위치, 즉 Follower의 운동이 발생한다.

캠 기구의 설계자동화 시스템을 위해 두가지 기능이 요구된다. 즉 Follower의 변위를 만족하는 Cam의 형상을 정의하는 설계기능과 Cam의 형상에 의한 Follower의 운동변위를 분석하는 해석기능이 있다. 이들 기능들을 수행하는 방법으로는 Graphical Layout 방법[1, 2, 3]과 Envelope 방법[4]등이 보편적이다. Graphical Layout 방법은 그림 2, 3과 같이 Cam 회전 반대방향에 따라 Follower의 운동축을 회전이동시켜 그 축위에 중심점을 위치시키고 그 궤적을 연속적인 그림으로 연결하여 구하는 근사방법으로서 정확성이 부족하다. Envelope 방법은 각 회전각도에서 Cam과 Follower의 궤적을 타원식으로 표현하는 수치해석법이나 범용성이 부족하다.

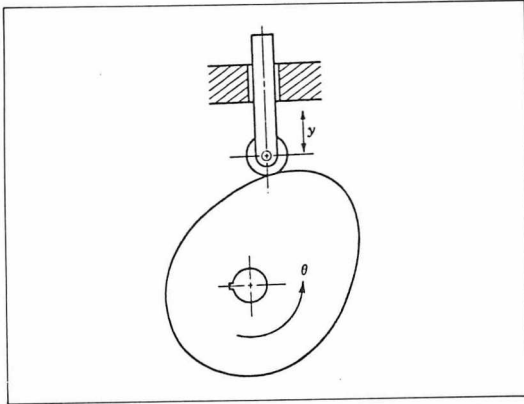


그림 1) Cam and Follower

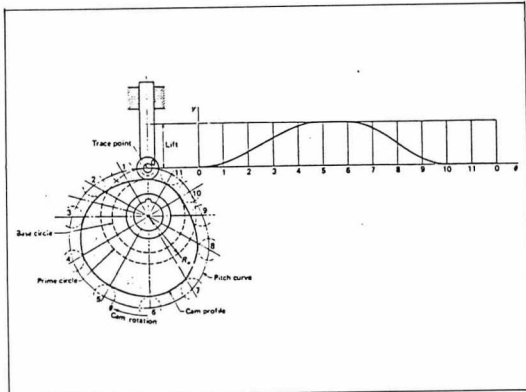


그림 2) Cam surface by Displacement Curve of Follower [1]

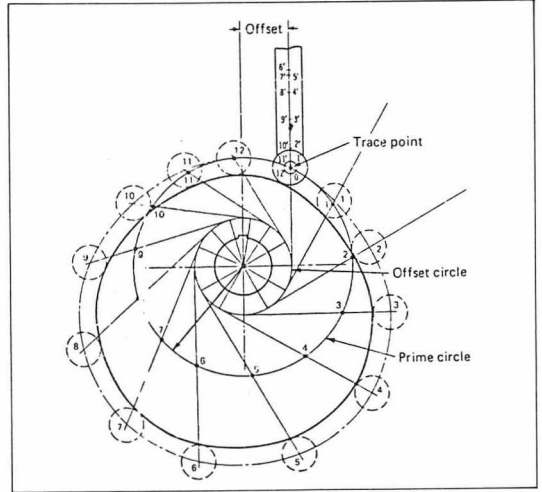


그림 3) Cam and Roller by Offset Follower [1]

본 논문에서는 Cam의 표면과 Follower roller의 기하학적 접촉을 유지시키는 관계에서 접촉점과 그 접촉점에서의 접촉각을 반복적으로 추정해 나가는 Iterative Contact Method [5]를 제시한다. 접촉점과 접촉각의 설정은 Cam 형상과 Roller 위치의 기하학적 성질을 동시에 만족하여야 하므로 해석단계에서 Cam의 회전 각도에 따라 Roller의 정확한 위치 설정을 반복적으로 계산하면서 정확한 위치로 수렴하도록 수행된다. 그러나 설계단계에서는 변위곡선이 갖는 접촉각을 이용하므로 반복과정없이 단 1회의 수행으로 Cam의 형상을 정의할 수 있는데, 이것이 Iterative Contact Method의 장점이다. 논문의 첫번째 부분인 본 논문에서는 Cam-Follower 시스템의 설계와 해석을 수행할 수 있는 반복접촉법(Iterative Contact Method)을 소개하며, 두번째 부분에서는 설계자동화 시스템 구축을 위한 CAD 프로그램인 DIS-CAM의 개발을 소개한다.

2. 기하학적 관계

그림 4와 같이 Follower와 Cam은 접촉상태에서 Cam의 회전위치에 대한 Roller의 중심위치가 설정된다. 이 접촉점은 Cam의 회전에 따라 변화하는데, 접촉점을 통과하는 Cam 표면의 경사각 ψ 는 접촉점에서 Roller 중심점으로 통하는 접촉각

ψ 와 일치한다. 따라서 Follower roller와 Cam의 위치는 접촉점과 접촉각의 기하학적 관계로서 정확히 정의될 수 있으므로 접촉점과 접촉각은 동시에 만족되어야 한다.

설계과정이란 Follower의 변위곡선에서 Cam의 형상을 정의하는 과정으로서 (R_x, R_y) 의 좌표에서 (C_x, C_y) 를 결정하는 과정이다. 해석과정이란 설계의 역과정으로 Cam의 형상에서 Follower의 변위를 구하는 과정으로서 (C_x, C_y) 의 좌표에서 (R_x, R_y) 를 결정하는 과정이다. 따라서 Roller의 반경 (R_r) 과 접촉각을 안다면 설계과정은 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} C_x &= R_x + R_r \cdot \sin\psi \\ C_y &= R_y - R_r \cdot \cos\psi \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

해석과정은 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} R_x &= C_x - R_r \cdot \sin\psi \\ R_y &= C_y + R_r \cdot \cos\psi \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

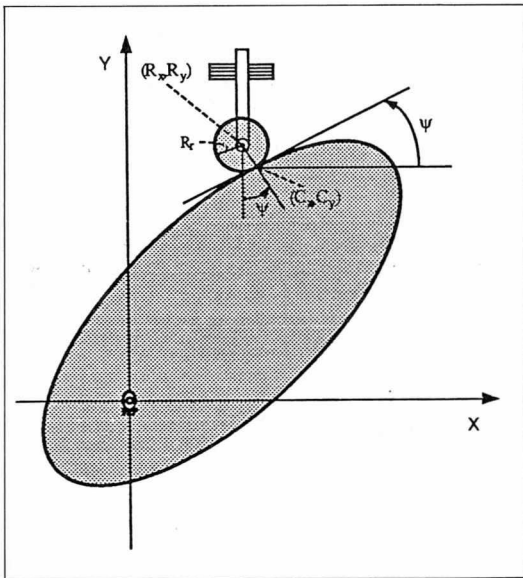


그림 4) Contact Line and Contact Angle

3. Iterative Contact Method

Cam과 Follower roller는 연속적으로 접촉하면

서 상대운동을 한다. Cam의 일정회전에서 Roller의 표면과 접촉하는 접촉점과 이때에 접촉점에서 Roller 중심점과 이루는 접촉각이 결정되어야 하는데 이 두 값은 동시에 만족되어야 하므로 반복적으로 수렴하도록 해석법을 유도하였다. 즉 그림 5에서와 같이 Cam 표면의 임의의 점 A가 Follower의 축 상에 위치하는 점 B에 도달한다면, B점에서 접촉하는 Roller의 중심점은 점 P에 위치하게 되고, 이때의 P점에서 좌표는 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} P_x &= B_x - R_r \cdot \sin\psi \\ P_y &= B_y + R_r \cdot \cos\psi \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서 접촉각 ψ 는 점 B에서의 경사각에 해당한다. 이때 원점에서 P점까지의 길이는 다음식(4)와 같다.

$$L_p = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

그러나 Follower의 축은 이동할 수 없다. 따라서 Roller의 축은 편심량 ϵ 선 상에 위치해야 하며, 그림 6에서와 같이 P점은 Q점으로 회전이동하여야 한다. P점이 원점을 중심으로 같은 길이로 회전 이동하여 Q점에 위치하면 B점도 C점으로 회전이동하며, 이때의 Q점과 C점의 좌표는 식(5)와 식(6)으로 표시된다.

$$\begin{aligned} Q_x &= \epsilon \\ Q_y &= \sqrt{L_p^2 - \epsilon^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} C_x &= Q_x + R_r \cdot \sin\psi \\ C_y &= Q_y - R_r \cdot \cos\psi \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

따라서 A점에서 C점까지 총 회전각은 그림 5와 그림 6에 의해 다음과 같다.

$$\theta = \theta_c - \theta_A \quad \dots\dots\dots (7)$$

접촉각과 접촉점은 회전각과의 관계를 반복적으로 수렴하여, 그들의 값이 큰 변화가 없을 때

해석은 정지할 수 있는데, 회전각과 Q점의 좌표가 해석의 결과이며 회전각과 C점의 좌표가 설계의 결과가 된다.

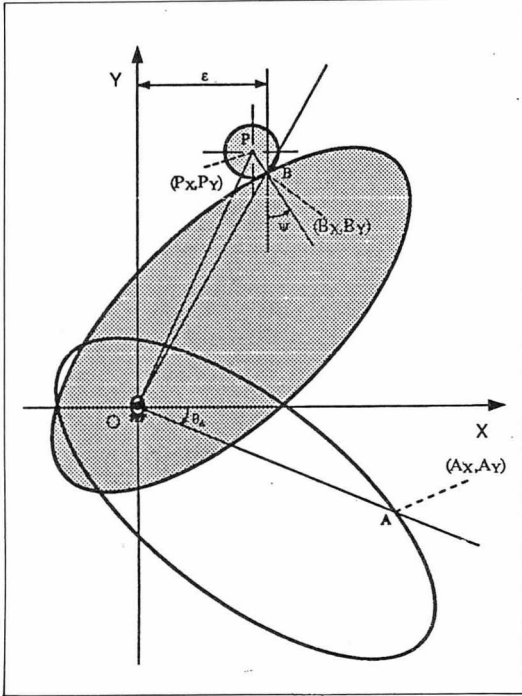


그림 5) Rotation of Cam

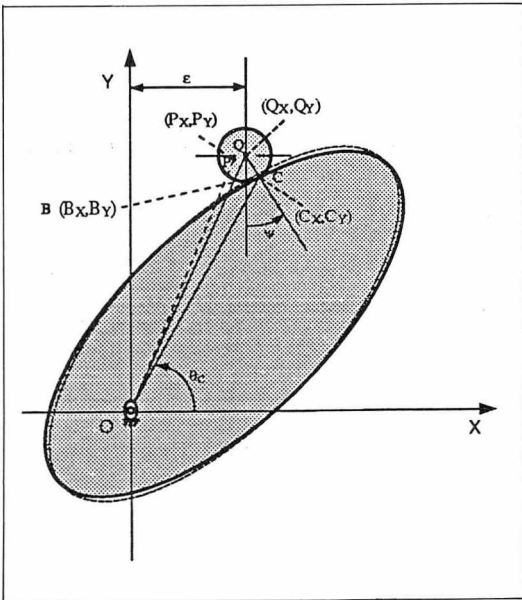


그림 6) Rotation of Roller Center

4. 3점의 평균 경사각

접촉점에서 Cam의 표면에 의한 평균경사선은 접촉점의 좌우에 인접해 있는 좌표들을 이용하여 결정할 수 있는데 이 평균경사선이 이루는 각이 평균경사각으로 접촉각과 일치한다. 그림 7과 같이 접촉점인 j점의 좌우에 존재하는 (j-1)점과 (j+1)점의 좌표를 이용하여 평균경사각 ψ 를 구할 수 있다. 이 각도는 Roller 중심점의 좌표인 (i-1, i, i+1)의 3점을 이용해서 같은 값을 얻을 수 있다.

j점들을 이용하면 설계과정이 반복적으로 수행되어야 하며 i점들을 이용하면 해석과정이 반복적으로 수행되어야 한다. 본 논문에서는 i점을 이용하였기에 해석과정에서는 정확한 Roller의 중심점을 찾기 위해 반복해석이 요구되나 설계과정에서는 단 1회의 계산으로 정확한 Cam의 형상을 정의할 수 있다.

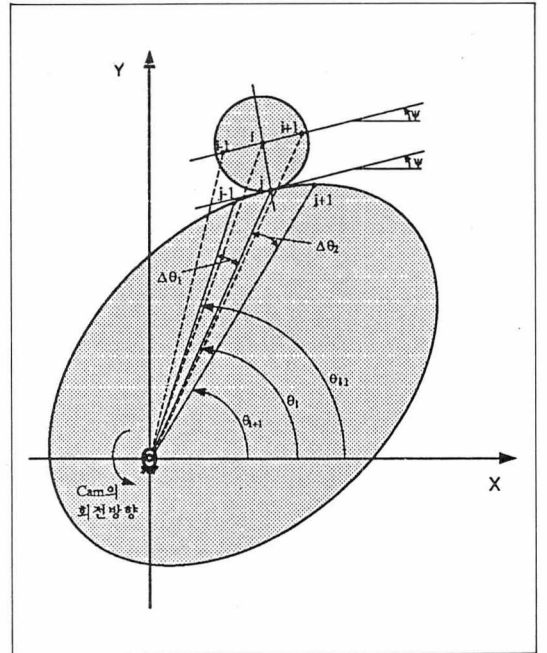


그림 7) Three Points for Contact Angle

5. Follower의 운동해석

그림 2에서와 같이 변위곡선도는 가로축에

Cam의 회전각 θ 와 세로축에 Follower 변위 y 로서 구성되는데, 이는 Cam과 Follower의 형상과 형태에는 무관하다. 따라서 변위선도는 Cam 시스템의 입력변위(θ)에 대한 출력변위(y)를 어떠한 수학적 함수관계로 표현할 수 있는 그래프로 정의될 수 있다. 일반적인 상황에서, 이러한 함수관계를 다음 식(8)과 같이 표현하면

$$y=y(\theta) \dots\dots\dots (8)$$

1차 미분값은 식(9)와 같다.

$$y'=\frac{dy}{d\theta} \dots\dots\dots (9)$$

식(9)는 회전각 θ 에 대한 변위선도의 기울기를 의미하며 2차 미분값은 식(10)과 같다.

$$y''=\frac{d^2y}{d\theta^2} \dots\dots\dots (10)$$

여기서 y'' 값이 매우 크면 Cam의 곡선반경이 매우 작아지며, y'' 가 무한대 값이면 곡선반경이 0이되어 점으로 나타나고, 설계시에 고려사항으로서 불만족스러운 운동상태가 유발된다.

Cam의 회전속도는 $\omega=\frac{d\theta}{dt}$ 이며 가속도는 $\alpha=d^2\theta/dt^2$ 으로 표현된다. 변위곡선의 일반 함수식에서 정의하면 다음과 같다.

$$y=y(\theta) \dots\dots\dots (11)$$

$$\theta=\theta(t)$$

식(11)에서 시간에 대한 Follower 운동의 미분값들을 구하면 식(12)와 같다.

$$\dot{y}=\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}=y' \cdot \omega \dots\dots\dots (12)$$

같은 방법으로 가속도 성분을 구하면 식(13)과 같다.

$$\ddot{y}=\frac{d^2y}{dt^2}=y'' \cdot \omega^2+y' \cdot \alpha \dots\dots\dots (13)$$

식(13)에서 캠축이 일정한 회전속도로 회전한다

면 ($\alpha=0$), 다음의 식(14)와 (15)로 정리된다.

$$\dot{y}=y' \cdot \omega \dots\dots\dots (14)$$

$$\ddot{y}=y'' \cdot \omega^2 \dots\dots\dots (15)$$

6. 압력각

그림 8은 pitch 곡선으로 Cam과 Follower의 기하학적 관계를 설정한 것이다. 압력각 계산을 위해 다음의 3가지 치수가 정의되어야 한다.

- R_o =Prime Circle의 반경
- ϵ =Follower 축의 편심량
- R_r =Roller의 반경

압력각은 Follower의 운동축과 Roller에 대한 Cam의 작용력선으로 만들어지는 각 ϕ 로서 pitch 곡선에 수직한 직선으로 나타난다. 압력각에 의하여 Follower에 대한 Cam의 작용력은 수직성분과 수평성분으로 나뉘어지는데, 수평성분은 Follower와 guideway 사이의 마찰력을 형성하는 요인이 되므로 적을수록 좋다. 따라서, 일반적으로 설계시 최대 압력각은 30~35로 설정하며, 적은

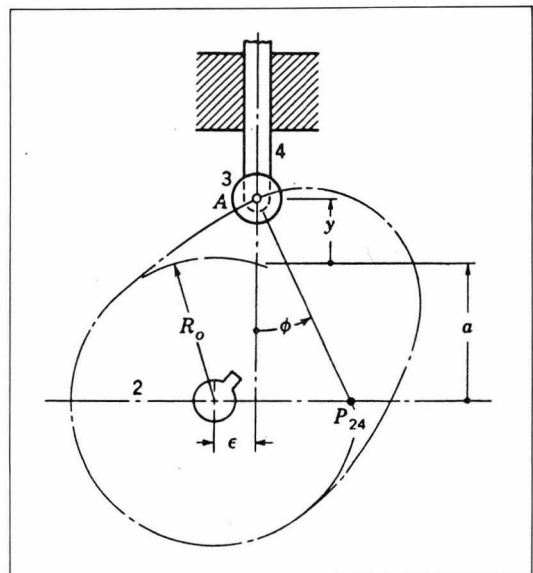


그림 8) Instantaneous velocity center of cam and roller

값을 유지할수록 원활한 운동을 유지할 수 있다.

압력각은 캠과 Roller의 기구학적 운동에 근거하며 순간속도 중심점을 이용하고 기하학적 관계로 유도하면 다음 식(16)과 같다.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{y' - \varepsilon}{\sqrt{R_0^2 - \varepsilon^2 + y}} \dots\dots\dots (16)$$

7. 결 론

디스크형 Cam과 상하운동식 Follower 시스템의 설계와 해석을 수행할 수 있는 반복 접촉법(Iterative Contact Method)을 개발하였다. 이 해석법은 Cam과 Roller의 접촉을 위한 기하학적 관계에서 유도되었고, 컴퓨터 그래픽스를 이용한 CAD화에 적절한 해석법이다.

주어진 변위곡선에서 Cam의 형상을 정의하는 설계과정과 주어진 Cam의 형상에서 Follower의 변위를 분석하는 해석과정에 이용될 수 있는

반복접촉법은 접촉점과 접촉각을 동시에 만족하도록 기하학적 관계에서 찾아야 하기 때문에 반복적으로 수행될 수 밖에 없다. 해석단계에서 반복과정을 설정하였기에 설계단계에서는 단 1회의 수행으로 정확한 Cam의 형상을 정의할 수 있다. 일반적으로 10회 이내의 반복과정이 요구된다.

『참고자료』

1. Shiegley, J. E., Uicker, J. J., "Theory of Machines and Mechanisms," McGraw-Hill Comp., 1980.
2. Spotts, M. F., "Design of Machine Elements," Prentice-Hall, 1978.
3. Johnson, R. C., "Optimum Design of Mechanical Elements," Wiley Book Inc., 1980.
4. Chen, F. Y., "Mechanics and Design of Cam Mechanisms," Pergamon Press, 1982.
5. 신중호, 손주리, 박삼진, "Time Control 원반형 Cam 시스템 개발," 최종보고서, BSI 719-1228. C, 한국기계연구소, 1989.