Journal of the KSQC
Vol. 17, No.2, 1989

준비시간이 작업순서에 영향을 받는 흐름작업에서의 휴리스틱 알고리즘

A Development of Multi-Stage Sequence Dependent Flowshop Scheduling Heuristics

崔 聖 雲*
魯 仁 珪**

ABSTRACT

This paper is concerned with a development and evaluation of heuristics for the multi-stage sequence dependent flowshop sequencing. Eighteen heuristics, CAM1, CAM2, and etc., are proposed. The performance measure is a makespan which is to be minimized. The experiment for each algorithm is designed for a 4*3*3 factorial design with 360 observations. The experimental factors are PS (ratio of processing times to setup times), M (number of mahines), N (number of jobs). The makespan of the proposed heuristics is compared with the optimal makespan obtained by the complete enumeration of schedules. This yardstick of comparison is called a relative error. The mean relative errors of the eighteen heuristics are from 2.048% to 8.717%. The computational results are analysed using SPSS. The exprimental results show that the three factors are statistically significant at 5% level. The simulation for the large size problems is conducted to show having the similar computational results like the small size problems.

* 경원대학교 산업공학과 전임강사
** 한양대학교 산업공학과 교수

1. 서 론

스케쥴링(scheduling)이란 한 수행척도(performace measure)를 달성할 수 있도록 가공해야 할 작업들을 임의의 순서로 기계들에 할당하는 것을 말한다. 흘로우 샵(flowshop) 스케쥴링 문제에서는 가공해야 할 작업들이 동일기계 순서를 반드시 거쳐야 한다는 제약이 따르며 특히 준비시간이 작업순서에 영향을 받는 경우 이 준비시간을 가공시간에 단순히 포함시킬 것이 아니라 이것을 따로 분리하여 종속적인 스케쥴링 문제로서 고려하여야 한다.

과거 작업 총 완성시간(makespan)을 최소로 하는 다단계 스케쥴링 문제에서는 문제의 복잡성을 줄이기 위해 준비시간이 작업순서에 독립적인 경우로 가정하여 가공시간만을 대상으로 알고리즘의 개발에 주력해 왔다[1-15].

그러나 실제 대부분의 현장에서는 어떤 작업에 대한 준비시간이 바로직에 끝낸 작업의 종류에 따라 영향을 받는다. 그런 상황하에서는 본 논문이 제시한 다단계 SDST(Sequence Dependent Setup Times) 흘로우 샵 스케쥴링 문제로서 고려되어야 한다.

N개 작업 M대 기계인 흘로우 샵 SDST 스케쥴링 문제에 대한 연구로는 2대 기계인 경우[16-18] 및 M대 기계인 경우[19]등이 있으나 이 중 M대 기계인 경우는 계산량이 과중한 MILP(Mixed Integer Linear Programming)로 문제를 해결하였다. Gupta [20]는 $N/M/D/J/F_{max}$ 스케쥴링 문제에서의 분기한계(branch and bound)기법을 연구하였으며 Gupta [21]는 제한된 재공품 보관장소가 있는 경우의 $N/M/D/F/F_{max}$ 스케쥴링 문제에서의 휴리스틱 알고리즘을 연구하였다.

그러나 위에서 언급한 3가지의 기존 연구는 모두 현 단계에서의 준비(setup)를 전 단계에서의 작업들이 도착하기 전에 수행하여 기계 유휴시간을 없애는 것으로 가정하여 문제를 간략화하였다.

그러나 실제 현장에서 기계 작업을 하고 있는 경우에는 작업들이 도착하기 전에 할 수 있는 준비와 작업들이 도착된 후에 할 수 있는 준비 등 두가지가 존재한다.

특히 준비시간이 작업순서에 종속적인 경우 작업물이 도착된 후의 준비는 스케쥴링의 수행척도에 큰 영향을 주므로 기존 연구와 같이 이것을 무시해서는 안된다.

따라서 본 논문에서는 준비는 작업물이 도착된 후에 수행 할 수 있는 것으로 가정하여, 현장에서도 쉽게 사용할 수 있으며 최적해에 비하여 그다지 효율이 떨어지지 않는 휴리스틱 알고리즘을 개발하기로 한다.

이것에 대한 연구로는 Choi[22, 33]가 4-8%의 평균 상대오차(relative error)를 갖는 6가지의 휴리스틱 알고리즘들을 제안하였다. 따라서 본 논문에서는 이런 성능이 좋은 알고리즘들을 기초로 평균 상대오차가 좋게는 2%, 아무리 나빠도 8%를 넘지 않는 18가지의 휴리스틱 알고리즘을 개발하기로 한다.

여기서도 마찬가지로 개발된 18가지의 휴리스틱 알고리즘들은 완전열거법으로 구한 최적해(optimal solution)와의 상대오차를 구하여 평가하였으며, 가공시간과 준비시간의 비율, 기계의 수, 작업의 수 등의 실험 조건에 따른 상대오차의 변화를 SPSS컴퓨터 패키지[24]로 분석하였다. 또한 3가지 요인에 대한 각 수준 값을 변화시켜도 개발된 18가지 알고리즘들의 성능에는 큰 변화가 없다는 것을 보였다.

2. $N/M/D/F/F_{max}$ 스케쥴링 문제

2.1 문제의 가정

본 논문에서 연구하고자 하는 문제는 준비시간이 작업순서에 종속적인 경우 다단계 흘로우 샵 스케쥴링에서 작업 총 완성시간을 최소화하는 문제로서 다음의 가정을 전제로 한다.

(1) 기계 수와 형태는 알고 있고 변하지 않는다.

(2) 첫번째 작업이 초기에 가공되는 시점에서 모든 기계는 이용이 가능하다.
(3) 모든 기계는 항상 이용 가능하다. 즉, 고장, 보수, 교대작업, 일간변동에 따른 변화가 없다.
(4) 각 작업은 4가지 상태 즉, 다음 기계에 대한 정체상태, 준비상태, 가공상태, 가공 마무리 상태 중 하나이다.
(5) 어떠한 작업도 완료하기 전에는 시스템을 떠날 수 없다. 어떤 경우에도 작업분할, 타 부서 이관 또는 외부 하청이 불가능하다.
(6) 한 기계가 특정작업을 가공하여 끝날 때까지는 어떤 다른 작업도 가공될 수 없다.
(7) 현 기계에 대한 준비는 전 기계의 작업들이 도착되어야 가능하다.
(8) 각 기계에 대한 작업의 준비시간은 작업순서에 종속적이다.
(9) 모든 작업에 대한 기계의 작업순서는 같으며 항상 고정되어 있다.
(10) 모든 작업의 우선 순위는 고정되어 있다.
(11) 다음 기계로의 작업의 이동 시간은 무시해도 좋다.
(12) 모든 작업은 초기에 가공 준비가 되어있다.
(13) 각 작업에 대한 납기는 고려되지 않는다.

2.2 기호

PS : 가공시간과 준비시간의 비율
N : 작업의 수
M : 기계의 수
a : 보조 문제의 수 $(a=M-1)$
r : 작업 순서의 위치 $(r=1,2,3,\cdots,N)$
i : j 작업의 전 단계 작업 $(i=1,2,3,\cdots N)$
j : 작업 번호 $(j=1,2,3,\cdots,N)$
k : 기계 번호 $(k=1,2,3,\cdots,M)$
b : 보조 문제 번호 $(b=1,2,3,\cdots,a)$
P : 가공 시간
S : 준비 시간
T : 가공 시간과 준비 시간의 합
Top : 최적해의 작업 총 완성시간
Tha : 휴리스틱 해의 작업 총 완성시간
A : 두번째 가상 기계에서의 T가 첫번째 가상 기계에서의 T를 초과하는 j의 집합
B : 첫번째 가상 기계에서의 T가 두번째 가상 기계에서의 T를 초과하는 i의 집합
Sq^* : 최소 작업 총 완성시간을 갖는 작업순서
g : 경사 지수
k_1 : $[M/2]$, M이 홀수
$[M/2]+1$, M이 짝수
k_2 : $[M/2]+1$, M이 짝수 혹은 홀수
RE : 상대오차(%)
R : 상관 계수
F : F 통계량
Sig. F : F통계량이 갖는 유의 수준

3. 휴리스틱 알고리즘의 개발

3.1 CAM1 알고리즘

CAM1 알고리즘에 대한 절차는 그림1과 같다.

3.2 CAM2 알고리즘

CAM2 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림1과 같다.

$$(Trj1)\,b=\sum_{k=1}^{b}k[Pjk+S(r-1)jk]$$

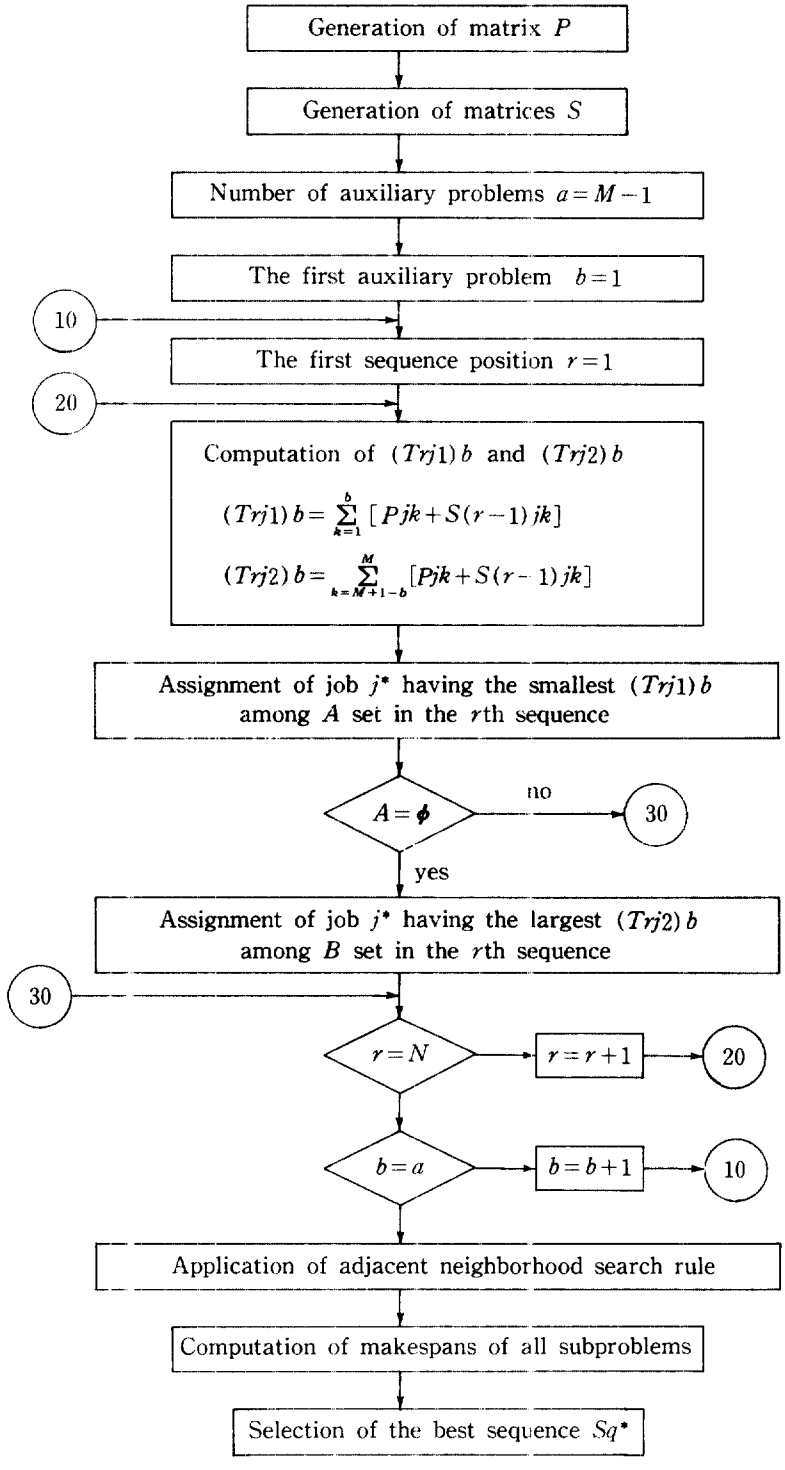

Figure 1. Flow Diagram of CAM1 Algorithm

$$(Trj2)\,b=\sum_{k=M-1-b}^{M} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.3 CAM3 알고리즘

CAM3 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림1과 같다.

$$(Trj1)\,b=\sum_{k=1}^{M} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$(Trj2)\,b=\sum_{k=1}^{b} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.4 CAM4 알고리즘

CAM4 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$$(Trj1)\,b=\sum_{k=1}^{b}(M-k+1)\ [Pjk+S(r-1)jk]$$

$$(Trj2)\,b=\sum_{k=M+1-b}^{M}(M-k+1)\ [Pjk+S(r-1)jk]$$

3.5 CAM5 알고리즘

CAM5 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$$(Trj1)\,b=\sum_{k=1}^{M}(M-k+1)\ [Pjk+S(r-1)jk]$$

$$(Trj2)\,b=\sum_{k=1}^{b}(M-k+1)\ [Pjk+S(r-1)jk]$$

3.6 DAN1 알고리즘

DAN1 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$b=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{M}(M-k+1)[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=1}^{M} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.7 DAN2 알고리즘

DAN2 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{M} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=1}^{M}(M-k+1)[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.8 PET1 알고리즘

PET1 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{k1}[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=k2}^{M}[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.9 PET2 알고리즘

PET2 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외

하고는 그림 1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{k1} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=k2}^{M} k[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.10 PET4 알고리즘

PET4 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{k1}\left(\frac{2k-k1-1}{2}\right)(Pjk+S(r-1)jk)$$

$$Trj2=\sum_{k=k2}^{M}\left(\frac{2k-3k1-1}{2}\right)$$

$(Pjk+S(r-1)jk)$, M이 짝수.

$$=\sum_{k=k2}^{M}\left(\frac{2k-3k1+1}{2}\right)$$

$(Pjk+S(r-1)jk)$, N이 홀수.

3.11 PET5 알고리즘

PET5 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{k1}(M-k+1)[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=k2}^{M}(M-k+1)[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.12 PET6 알고리즘

PET6 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 1과 같다.

$a=0$

$$Trj1=\sum_{k=1}^{k1}\left(\frac{2k-3k1+1}{2}\right)[Pjk+S(r-1)jk]$$

$$Trj2=\sum_{k=k2}^{M}\left(\frac{2k-3k1+1}{2}\right)[Pjk+S(r-1)jk]$$

3.13 PAG 알고리즘

PAG 알고리즘의 절차는 그림 2와 같다.

3.14 PET3 알고리즘

PET3 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 2와 같다.

$a=0$

$$Ti1=\sum_{k=1}^{k1}\sum_{j=1}^{N}[Pik+Sijk]$$

$$Ti2=\sum_{k=k2}^{M}\sum_{j=1}^{N}[Pik+Sijk]$$

3.15 PAL1 알고리즘

PAL1 알고리즘의 절차는 그림 3과 같다.

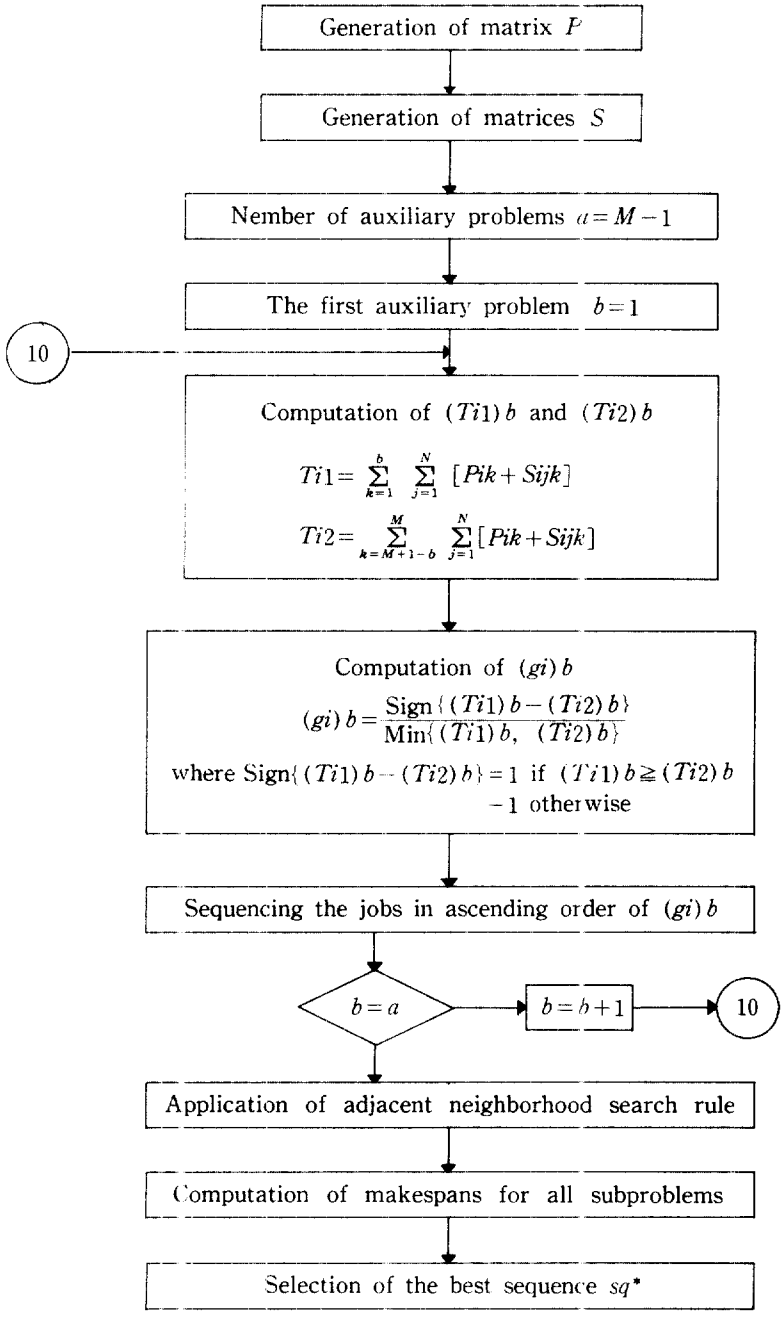

Figure 2. Flow Diagram of PAG Algorithm

3.16 PAL2 알고리즘

PAL2 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 3과 같다.

$$gi = -\sum_{k=1}^{M} (M-2k+1)\, Tik$$

$$gi = \frac{\mathrm{Sign}(Ti1 - TiM)}{\underset{1<k<(M-1)}{\mathrm{Min}} \ (Tik,\ Tik+1)}$$

여기서 Sign $(Ti1 - TiM) = 1, \quad Ti1 \geq TiM$

-1, 기타

gi의 오름차순으로 작업 순서 결정

3.17 GUP 알고리즘

GUP 알고리즘의 절차는 다음 사항을 제외하고는 그림 3과 같다.

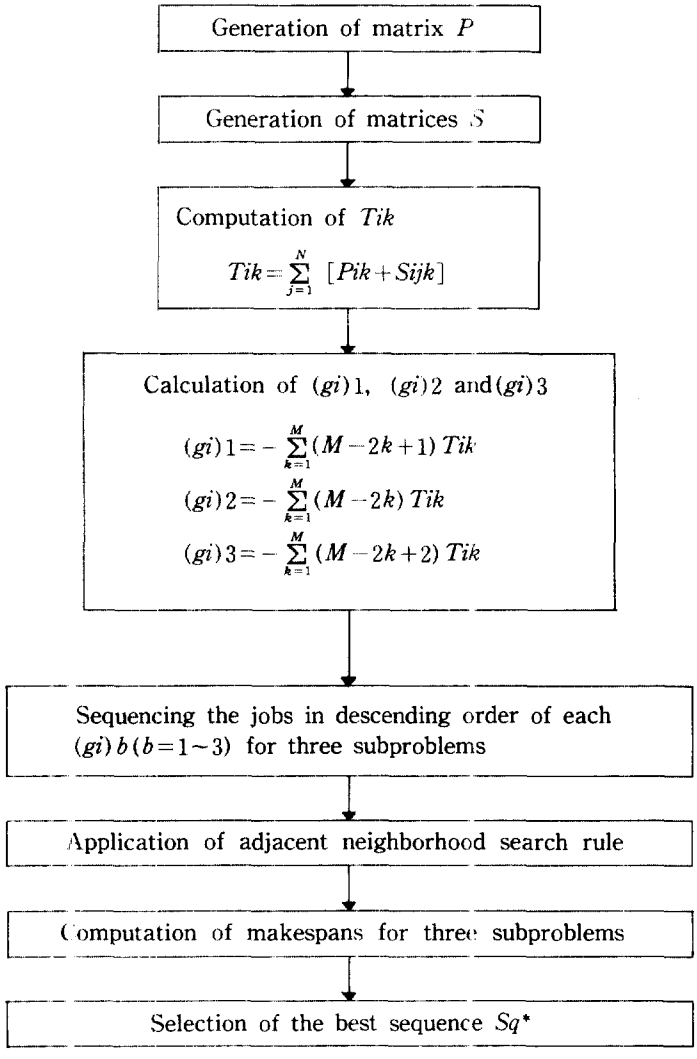

Figure 3. Flow Diagram of PALI Algorithm

3.18 NEH 알고리즘

NEH 알고리즘의 절차는 그림 4와 같다.

3.19 알고리즘의 기본 구조

이러한 18가지 알고리즘들은 결국 ㄱ) Johnson 알고리즘의 적용 횟수, ㄴ) 가공시간과 준비시간에 경사지수의 가미 횟수, ㄷ) 인접 너이버 후드 탐색기법의 적용 등에 따라 기본 구조가 형성되며 이러한 사항들은 생성된 해의 수에 영향을 주게 되며 표1과 같다.

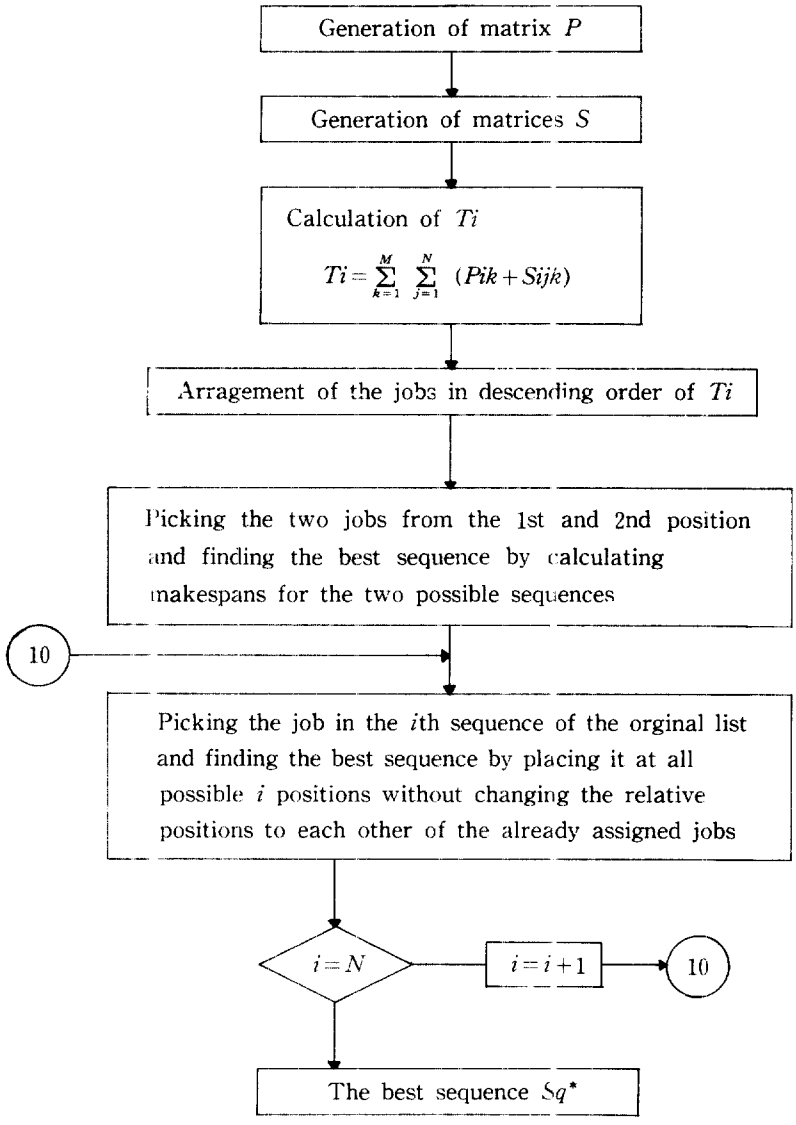

Figure 4. Flow Diagram of NEH Algorithm

Table I. General Structure of proposed Heuristics

Abbrebiated heuristics name	Basic idea of sequencing procedure							Number of sequences generated
	Johnson's rule		Slope Index		Index Sorting rule		Adjacent neighborhood search rule	
	Sing.*	Multi.**	Sing.	Multi.	Sing.	Multi.		
CAM1		M-1					N-1	M+N-2
CAM2		M-1		0			N-1	M+N-2
CAM3		M-1		0			N-1	M+N-2
CAM4		M-1		0			N-1	M+N-2
CAM5		M-1		0			N-1	M+N-2
PAG						M-1	N-1	M+N-2
DAN1	1		0				N-1	N
DAN2	1		0				N-1	N
PAL1				0		3	N-1	N+2
PAL2			0		1		N-1	N
PET1	1						N-1	N
PET2	1		0				N-1	N
PET3					1		N-1	N
PET4	1		0				N-1	N
PET5	1		0				N-1	N
PET6	1		0				N-1	N
GUP					1		N-1	N
NEH								$N(N+1)/2-1$
OPT***								$N!$

* : Single

** : Multiple

*** : Optimal algorithm

표1에서 보면 CAMi($i=1\sim5$)의 알고리즘들은 생성된 해의 수가 $M+N-2$번 이며 DANi ($i=1,2$), PAL2, PETi($i=1\sim6$) 알고리즘들은 N번이며 PAL1 알고리즘 및 NEH 알고리즘들은 각각 $N+2$번, $\frac{N(N+1)}{2}-1$번이다. 이것은 나중에 최적해와의 상대오차를 평가할 경우 반드시 고려해야 하는 부분으로 생성된 해의 수는 노력의 댓가 즉 해를 구하는 계산 부담량으로 간주하여 그에 상응하는 상대오차를 검토해야 한다. 여기서 최적해는 완전열거법으로 구한 해로서 $N!$번의 계산 노력이 든다.

4. 휴리스틱 알고리즘의 평가 및 분석

4.1 평가 및 분석 절차

휴리스틱 알고리즘의 유효성을 평가하기 위해서 본 논문에서는 최적해와의 상대오차에 대한 평균값(mean), 중앙값(median), 최소값(minimum), 최대값(maximum) 등 주요 통계량(statistics)으로 각 알고리즘 들을 평가한다. 또한 가공시간과 준비시간의 비율, 기계의 수, 작업의 수 등 3가지요인(factor)에 대한 수준값(level value)을 10번 반복(replication)하는 4*3*3으로 실험 계획하여 상대오차에 대한 영향정도를 알아보기 위하여 1) 교호작용이 있는 경우의 분산분석(ANOVA with interaction), 2) 교호작용이 없는 경우의 분산분석(ANOVA without interaction), 3) 단순회귀 분석(simple regression analysis), 4) 다중 회귀분석(multiple regression analysis)등을 SPSS 통계 패키지로 분석하여 보았다. 상대오차는 최적해에 대한 각 휴리스틱 해의 차이를 나타내는 지표로 다음식

$$RE = \frac{Tha - Top}{Top} \times 100(\%)$$

에 의해 계산되며 여기서 Top는 최적해의 작업 총 완성시간을 Tha는 휴리스틱 해의 작업 총 완성시간을 나타낸다.

Table 2. Experimental Design of Small Size Problems (Number of replications = 10)

Factor	Level	Values			
PS*	4	0.5	1.0	1.5	2.0
M**	3	4	8	10	
N**	3	5	6	7	

* : Ratio of processing times to setup times
** : Number of machines
*** : Number of jobs

상대오차에 대한 영향을 알아보기 위해 설정된 3가지 요인에 대한 각 수준값은 표2와 같다. 여기서 PS는 가공 시간과 준비 시간의 비율이며 이 시간은 컴퓨터(IBM PC-AT)를 이용하여 랜덤(random)하게 일양분포(uniform distribution)를 사용하여 생성했으며, M은 기계의 수, N은 작업의 수 등을 나타낸다. 이 실험은 10번 반복하는 4*3*3 수준으로 설계되었기 때문에 각 알고리즘들에 대한 관찰치는 360개가 된다. 이러한 평가 및 분석 방법에 대한 흐름도표는 그림5와 같으며 프로그램은 C언어를 사용하여 작성하였다.

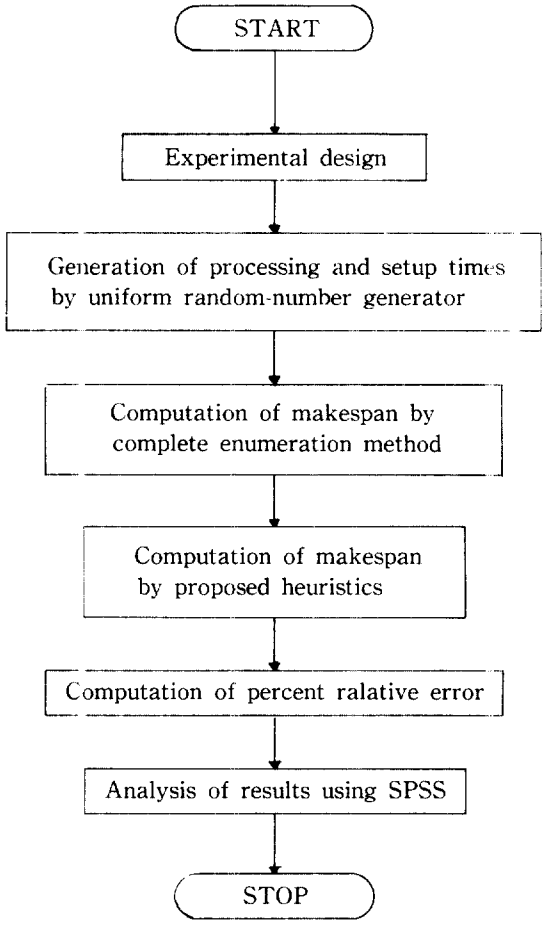

Figure 5. Flow Diagram of small Size Problems

4.2 평가 및 분석 결과

(1) 주요 통계량

상대오차(RE)는 최적해에 대한 각 휴리스틱 해와의 차이를 백분율로 나타낸 것으로 표 3과 같다.

표 3을 보면 개발된 18가지 휴리스틱 알고리즘들은 2−8%의 비교적 좋은 평균 상대 오차의 값을 가지며 이 중에서 CAM1, 알고리즘이 가장 우수한 알고리즘으로 평가되며 DAN1, PAL2, PET1 알고리즘들은 계산 노력에 비하여 (N번) 상대 오차가 3−4%로 상당히 좋게 나온 것으로 평가된다.

(2) 분산분석

RE에 대한 PS, M, N등의 요인들에 대한 영향 정도를 평가하기 위해서 교호작용이 있는 경우의 분산 분석을 하면 표 4와 같다.

Table 3. Major Statistics of Percent Relative Error
(Number of samples = 360)

Heuristics	Mean	Median	Minimum	Maximum
CAM1	2.048	1.382	0.000	13.901
CAM2	2.574	2.198	0.000	10.526
CAM3	3.101	2.451	0.000	13.232
CAM4	3.227	2.611	0.000	13.232
CAM5	4.421	4.032	0.000	19.364
PAG	5.072	4.282	0.000	15.075
DAN1	3.937	3.471	0.000	19.731
DAN2	7.325	6.577	0.000	60.579
PAL1	4.107	3.523	0.000	18.386
PAL2	4.294	3.665	0.000	18.386
PET1	4.389	3.886	0.000	16.667
PET2	5.294	4.380	0.000	77.780
PET3	5.307	4.867	0.000	19.942
PET4	6.198	5.460	0.000	21.105
PET5	6.816	6.078	0.000	77.088
PET6	7.215	6.710	0.000	24.561
GUP	5.155	4.577	0.000	29.091
NEH	8.717	7.917	0.000	36.842

Table 4. ANOVA with Interaction

Heuristics	*PS*		*M*		*N*		*PS*∗*M*		*PS*∗*N*		*M*∗*N*		*PS*∗*M*∗*N*	
	*F**	Sig. *F***	*F*	Sig. *F*	*F*	Sig. *F*	*F*	Sig. *F*	*F*	Sig. *F*	*F*	Sig. *F*	*F*	Sig. *F*
CAM1	18.925	0.000	19.673	0.000	11.528	0.000	2.921	0.009	2.809	0.011	1.843	0.385	1.964	0.027
CAM2	1.454	0.227	19.611	0.000	14.256	0.000	0.565	0.758	0.396	0.881	4.493	0.002	0.494	0.918
CAM3	3.621	0.013	65.072	0.000	13.318	0.000	0.985	0.435	2.851	0.010	1.733	0.142	0.598	0.851
CAM4	3.145	0.025	78.125	0.000	16.868	0.000	0.622	0.713	3.065	0.006	2.026	0.091	0.516	0.904
CAM5	0.499	0.683	43.900	0.000	9.251	0.000	0.763	0.599	0.716	0.637	2.033	0.090	0.368	0.974
PAG	6.598	0.000	4.331	0.014	1.159	0.315	1.427	0.204	0.358	0.910	0.882	0.475	0.750	0.703
DAN1	17.390	0.000	2.702	0.000	19.264	0.000	1.088	0.369	2.138	0.050	3.314	0.011	2.568	0.003
DAN2	2.018	0.111	3.687	0.026	10.845	0.000	0.442	0.851	0.354	0.907	0.617	0.651	0.702	0.750
PAL1	24.448	0.000	3.437	0.033	3.531	0.030	0.901	0.495	0.390	0.885	0.254	0.907	0.311	0.987
PAL2	18.247	0.000	2.254	0.107	2.880	0.058	0.578	0.748	0.396	0.881	0.851	0.494	0.826	0.623
PET1	21.366	0.000	4.337	0.014	9.926	0.000	0.625	0.710	2.913	0.064	0.744	0.563	1.060	0.392
PET2	1.305	0.247	7.554	0.001	9.941	0.000	0.783	0.584	0.752	0.608	2.466	0.045	0.989	0.459
PET3	14.197	0.000	4.415	0.013	12.637	0.000	1.268	0.272	0.995	0.429	1.531	0.193	0.494	0.918
PET4	18.482	0.000	19.984	0.000	11.541	0.000	2.112	0.052	1.306	0.254	1.905	0.109	0.474	0.929
PET5	2.002	0.040	17.044	0.000	7.120	0.001	1.115	0.353	0.877	0.512	0.340	0.845	0.670	0.780
PET6	3.202	0.023	24.297	0.000	15.499	0.000	0.330	0.921	3.239	0.004	0.550	0.699	0.322	0.985
CUP	19.079	0.000	9.851	0.000	8.334	0.000	1.700	0.120	0.573	0.752	0.560	0.692	1.591	0.093
NEH	48.880	0.000	19.153	0.000	7.953	0.000	0.602	0.729	1.097	0.364	2.843	0.024	0.321	0.985

* : *F* statistics

** : Signicance level of *F* statistics

표 4를 보면 *PS* 요인에서는 CAM2, CAM5, DAN2, PET2 알고리즘, *M*요인에서는 PAL2 알고리즘, *N*요인에서는 PAG, PAL2 알고리즘들을 제외하고는 5%수준에서 모두 유의적인 값을 갖는다. 즉, 이 3가지 요인들이 대부분의 휴리스틱 알고리즘들의 상대오차에 영향을 미쳤다는 것을 의미한다. 그러나 *PS*∗*M* 교호작용에서는 CAM1 알고리즘, *PS*∗*N* 교호작용에서는 CAM1, CAM3, CAM4, PET6 알고리즘, *M*∗*N* 교호작용에서는 CAM2, DAN1, PET2, NEH 알고리즘, *PS*∗*M*∗*N* 교호작용에서는 CAM1, DAN1 알고리즘 등의 일부분에서만 5% 수준에서 유의적인 값을 갖는다. 즉 대부분의 알고리즘들의 상대오차에 교호작용은 영향을 미치지 않았다는 것을 의미한다. 따라서 교호작용을 오차항에 풀링(pooling)하여 분산 분석(표 5)을 행해도 앞의 표 4와 같은 평가를 내릴 수 있다.

Table 5. ANOVA without Interaction

Heuristics	PS		M		N	
	F	Sig. F	F	Sig. F	F	Sig. F
CAM1	17.253	0.000	17.934	0.000	10.509	0.000
CAM2	1.447	0.229	19.519	0.000	14.189	0.000
CAM3	3.531	0.015	63.445	0.000	12.977	0.000
CAM4	3.072	0.028	68.488	0.000	16.474	0.000
CAM5	0.508	0.677	44.736	0.000	9.427	0.000
PAC	6.689	0.000	4.391	0.013	1.175	0.310
DAN1	15.801	0.000	2.455	0.087	9.326	0.000
DAN2	2.091	0.101	3.821	0.023	11.239	0.000
PAL1	25.574	0.000	3.596	0.028	3.693	0.026
PAL2	25.574	0.000	2.312	0.101	2.955	0.053
PET1	21.155	0.000	4.294	0.014	9.828	0.000
PET2	1.374	0.251	7.491	0.001	9.859	0.000
PET3	14.293	0.000	4.445	0.012	12.723	0.000
PET4	10.311	0.000	19.659	0.000	11.353	0.000
PET5	2.855	0.037	18.186	0.000	7.256	0.001
PET6	3.214	0.023	24.334	0.000	15.522	0.000
CUP	18.708	0.000	9.659	0.000	8.172	0.000
NEH	49.241	0.000	18.234	0.000	8.012	0.000

(3) 단순 회귀 분석

RE에 대한 PS, M, N 등의 변수에 대한 선형모델의 상관계수 및 회귀식을 나타내면 표 6, 표 7과 같다.

ㄱ. RE와 PS의 관계

18가지 알고리즘들 중 CAM2, CAM3, CAM4, CAM5, PET5, PET6 알고리즘들을 제외하고는 나머지 알고리즘들이 5%수준에서 음의 유의적인 상관계수 값을 갖는다. 상관계수가 음의 값을 갖는 것은 PS가 작아짐에 따라 RE가 커지는 현상이므로 준비시간이 가공시간에 비하여 커지면 알고리즘의 성능에 좋지 않은 영향을 받는다는 것을 의미한다.

ㄴ. RE와 M의 관계

18가지 알고리즘들 중 DAN1, PAL1, PAL2, PET3 알고리즘들을 제외하고는 나머지 알고리즘들이 5%수준에서 유의적인 음의 상관계수 값을 갖는다. 상관계수가 음의 값을 갖는 것은 M이 커짐에 따라 RE가 작아지는 현상으로 기계의 수가 증가하면 알고리즘의 성능이 향상된다는 것을 의미한다. CAM3, CAM4 알고리즘들에서 상관계수 값이 크게 나온 것은 이 알고리즘들이 생성하는 해의 수가 많아지는 기본구조를 갖고 있기 때문에 더 좋은 해를 발견해 낼 기회가 많다는 것을 의미한다.

ㄷ. RE와 N의 관계

Table 6. Simple Correlation Coefficient

Heuristics	*PS*			*M*			*N*		
	Simple R^*	*F*	Sig. *F*	Simple *R*	*F*	Sig. *F*	Simple *R*	*F*	Sig. *F*
CAM1	-0.27784	29.94808	0.0000	-0.24914	23.69114	0.0000	0.19189	13.68618	0.0002
CAM2	-0.04532	0.73675	0.3913	-0.24469	22.79926	0.0000	0.23561	21.84157	0.0000
CAM3	-0.06728	1.62384	0.2034	-0.44973	90.76692	0.0000	0.19828	14.63856	0.0002
CAM4	-0.06111	1.34177	0.2475	-0.45838	95.18833	0.0000	0.23862	21.61591	0.0000
CAM5	0.04361	0.68228	0.4094	-0.38030	60.53308	0.0000	0.19811	14.62460	0.0002
PAC	-0.16963	10.60631	0.0012	-0.13556	6.70150	0.0100	0.06865	1.69563	0.1937
DAN1	-0.23473	20.87577	0.0000	-0.08194	2.42086	0.1207	0.18116	12.14823	0.0006
DAN2	-0.11657	4.93176	0.0270	-0.13625	6.77159	0.0096	0.24856	21.98965	0.0000
PAL1	-0.31882	40.58779	0.0000	-0.09474	3.24237	0.0726	0.12908	6.06615	0.0142
PAL2	-0.27377	29.80558	0.0000	-0.08829	2.81258	0.0944	0.11549	4.83930	0.0285
PET1	-0.25468	31.57216	0.0000	-0.12973	6.12830	0.0138	0.18671	12.93864	0.0004
PET2	-0.08989	3.38239	0.0656	-0.18055	9.47188	0.0022	0.14756	7.96859	0.0060
PET3	-0.14835	13.16738	0.0003	-0.07443	1.90448	0.1587	0.24018	21.91516	0.0000
PET4	-0.23822	14.95128	0.0001	-0.25829	25.59083	0.0000	0.19277	13.81649	0.0002
PET5	0.10889	4.29549	0.0389	0.24788	23.43791	0.0000	0.17968	11.94321	0.0006
PET6	-0.06560	1.54746	0.2143	0.31019	38.11237	0.0000	0.26428	26.88241	0.0000
CUP	-0.28902	32.62987	0.0000	-0.19157	13.63935	0.0003	0.19023	13.44129	0.0003
NEH	-0.37669	59.19974	0.0000	-0.25393	24.67457	0.0000	0.16970	10.61522	0.0012

* : Correlation coefficient

Table 7. Simple Regression

Heuristics	*PS*	*M*	*N*
CAM1	RE*= 8.58804 - 0.56870 PS	RE = 3.44459 - 0.69828 M	RE = -1.17902 + 0.53783 N
CAM2	RE = 3.66173 - 0.09451 PS	RE = 3.97184 - 0.69872 M	RE = -1.46238 + 0.67280 N
CAM3	RE = 5.01422 - 0.16633 PS	RE = 6.15068 -1.52434 M	RE = -0.92934 + 0.67179 N
CAM4	RE = 4.98337 - 0.15269 PS	RE = 6.36386 - 1.56816 M	RE = -1.67163 - 0.81649 N
CAM5	RE = 5.84486 - 0.12383 PS	RE = 7.37789 - 1.47855 M	RE = -0.28047 - 0.77821 N
PAC	RE =19.60750 - 1.26398 PS	RE = 7.83759 - 1.38311 M	RE = 0.86850 + 0.70055 N
DAN1	RE =11.80886 - 0.68451 PS	RE = 4.59144 - 0.32720 M	RE = -0.48330 + 0.72339 N
DAN2	RE =13.38081 - 0.52569 PS	RE = 9.81065 - 0.84278 M	RE = -1.60294 + 1.48890 N
PAL1	RE =14.04159 - 0.86386 PS	RE = 4.81017 - 0.35150 M	RE = 1.22366 + 0.47892 N
PAL2	RE =13.15796 - 0.77080 PS	RE = 4.97457 - 0.34039 M	RE = 1.62236 + 0.44524 N
PET1	RE =13.93216 - 0.82987 PS	RE = 5.42430 - 0.51784 M	RE = -0.08384 + 0.74528 N
PET2	RE =10.21534 - 0.42793 PS	RE = 7.36415 - 1.03500 M	RE = -0.13430 + 0.95126 N
PET3	RE =12.12643 - 0.59301 PS	RE = 5.94866 - 0.32089 M	RE = -0.98577 + 1.03544 N
PET4	RE =14.44300 - 0.71692 PS	RE = 8.73118 - 1.26639 M	RE = 0.52760 + 0.94513 N
PET5	RE =12.86872 - 0.52565 PS	RE = 1.80292 - 1.63859 M	RE = -0.31858 + 1.18772 N
PET6	RE =10.01415 - 0.24344 PS	RE =10.36688 - 1.57611 M	RE = -0.84259 + 1.34286 N
CUP	RE =16.13054 - 0.95443 PS	RE = 6.88717 - 0.86627 M	RE = -0.88650 + 0.86019 N
NEH	RE =28.95791 - 1.76006 PS	RE =11.96641 - 1.62462 M	RE = 2.20284 + 1.08577 N

* : Relative error

18가지 알고리즘들 중 PAG 알고리즘을 제외하고는 나머지 알고리즘들이 5%수준에서 유의적인 양의 상관계수 값을 갖는다. 상관계수가 양의 값을 갖는 것은 N이 커짐에 따라 RE가 커지는 현상으로 작업의 수가 증가하면 알고리즘의 성능에 좋지 않은 영향을 받는다는 것을 의미한다.

(4) 다중 회귀 분석

RE에 대한 PS, M, N 등의 다중 회귀분석에 대한 다중 상관계수와 회귀식은 표 8과 같으며 이 변수들 간의 RE에 대한 상대적 중요도를 파악하기 위하여 단계적 방법(stepwise method)을 적용하여 얻은 다중 상관계수의 설명력은 표 9와 같다.

표 9를 보면 CAM1, PAG, DAN1, PAL1, PAL2, PET1, GUP, NEH 알고리즘들에서 가공시간과 준비시간의 비율이, CAM2, CAM3, CAM4, CAM5, PET2, PET4, PET5, PET6 알고리즘들에서 기계의 수가, DAN2, PET3 알고리즘들에서 작업의 수가, 다른 변수 보다 상대적 중요도가 높게 나왔다.

Table 8. Multiple Correlation Coefficient and Regression

Heuristics	Multiple R	F	Sig. F	PS, M, N
CAM1	0.41963	25.36142	0.0000	RE = 6.75763 - 0.56870 PS - 0.69828 M + 0.53783 N
CAM2	0.34269	15.79043	0.0000	RE = 1.02188 - 0.09451 PS - 0.69872 M + 0.67280 N
CAM3	0.49604	38.72816	0.0000	RE = 4.03216 - 0.16633 PS - 1.52434 M + 0.67179 N
CAM4	0.52030	45.05022	0.0000	RE = 3.22068 - 0.15269 PS - 1.56816 M + 0.81649 N
CAM5	0.43102	27.07631	0.0000	RE = 4.18068 - 0.12383 PS - 1.47855 M + 0.77021 N
PAG	0.22774	6.49112	0.0000	RE =18.17043 - 1.26398 PS - 1.38311 M + 0.70055 N
DAN1	0.30763	12.40367	0.0000	RE = 8.12291 - 0.68451 PS - 0.32720 M + 0.72339 N
DAN2	0.30004	11.73937	0.0000	RE = 6.13835 - 0.52659 PS - 0.84278 M + 1.48800 N
PAL1	0.35677	17.30770	0.0000	RE =11.87109 - 0.86386 PS - 0.35150 M + 0.47892 N
PAL2	0.30997	12.61353	0.0000	RE =11.16730 - 0.77080 PS - 0.34039 M + 0.44524 N
PET1	0.36433	18.16167	0.0000	RE =10.49618 - 0.82987 PS - 0.51784 M + 0.74528 N
PET2	0.23624	7.01447	0.0000	RE = 6.57774 - 0.42973 PS - 1.03100 M + 0.95126 N
PET3	0.31417	12.99502	0.0000	RE = 6.55558 - 0.59301 PS - 0.32089 M + 1.03544 N
PET4	0.37942	19.95653	0.0000	RE =11.30497 - 0.71692 PS - 1.26639 M + 0.94513 N
PET5	0.32494	14.00872	0.0000	RE = 9.01156 - 0.52565 PS - 1.63859 M + 1.18772 N
PET6	0.41275	24.36875	0.0000	RE = 5.10928 - 0.24344 PS - 1.57611 M + 1.34286 N
GUP	0.39550	22.00345	0.0000	RE =12.70195 - 0.95443 PS - 0.86627 M + 0.86019 N
NEH	0.48495	36.48858	0.0000	RE = 25.69280 - 1.76006 PS - 1.62462 M + 1.08572 N

Table 9. Relative Importance Between Variables using Stepwise Method

Heuristics	Multiple R	PS			M			N		
		R	F	Sig. F	R	F	Sig. F	R	F	Sig. F
CAM1	0.41963	0.27784	29.94800	0.0000	0.09534	28.88085	0.0000	0.04645	25.36142	0.0000
CAM2	0.34269	-	-	-	0.24469	22.79926	0.0000	0.09499	23.28262	0.0000
CAM3	0.49604	-	-	-	0.44973	98.76697	0.0000	0.04174	56.84593	0.0000
CAM4	0.52030	-	-	-	0.45830	95.18833	0.0000	0.05840	65.81412	0.0000
CAM5	0.43182	-	-	-	0.38030	60.53308	0.0000	0.04851	40.21750	0.0000
PAG	0.22774	0.16963	10.60631	0.0012	0.04751	8.83262	0.0002	-	-	-
DAN1	0.30763	0.23473	20.87577	0.0000	-	-	-	0.06178	17.20634	0.0000
DAN2	0.38084	0.02357	11.73937	0.0000	0.03591	14.77239	0.0000	0.24056	21.98965	0.0000
PAL1	0.35677	0.31882	40.50779	0.0000	-	-	-	0.02514	23.95232	0.0000
PAL2	0.30997	0.27377	29.00550	0.0000	-	-	-	0.02336	17.28505	0.0000
PET1	0.36433	0.28468	31.57216	0.0000	0.02388	10.16167	0.0000	0.05577	23.40096	0.0000
PET2	0.23624	-	-	-	0.16055	9.47188	0.0022	0.05751	8.91137	0.0002
PET3	0.31417	0.06504	18.33731	0.0000	-	-	-	0.24018	21.91516	0.0000
PET4	0.37942	0.07032	21.34393	0.0000	0.25829	25.59083	0.0000	0.00261	19.95653	0.0000
PET5	0.32494	0.01879	14.00872	0.0000	0.24788	23.43791	0.0000	0.05827	18.46119	0.0000
PET6	0.41275	-	-	-	0.31019	38.11237	0.0000	0.09732	35.54464	0.0000
GUP	0.39550	0.28902	32.62987	0.0000	0.05772	24.39483	0.0000	0.04876	20.00345	0.0000
NEH	0.48495	0.37669	59.19974	0.0000	0.07766	46.41790	0.0000	0.03066	36.48858	0.0000

5. 대규모 문제에서의 평가 및 분석

소규모 문제에서 설정한 PS, M, N 등의 3가지 요인들에 대한 수준값을 표 10과 같이 증가시켜 새로운 실험 계획을 하여 18가지 휴리스틱 알고리즘들의 평가 및 분석을 그림 6과 같이 실행한다.

여기서는 문제의 크기가 커짐에 따라 최적해를 구할 수가 없으므로 각 휴리스틱 알고리즘들의 작업 총 완성 시간에 대한 주요 통계량으로 성능을 평가(표 11)한다.

표 11을 보면 소규모 문제에서 우수하게 평가되었던 CAM1, CAM2 알고리즘들은 대규모 문제에서도 그대로 성능을 유지하였다.

Table 10. Experimental Design of Medium and Large Size Problems(Number of replications = 10)

Factor	Level	Values			
PS*	4	4.0	6.0	8.0	10.0
M**	3	12	16	20	
N***	3	15	20	25	

* : Ratio of processing times to setup times
** : Number of machines
*** : Number of jobs

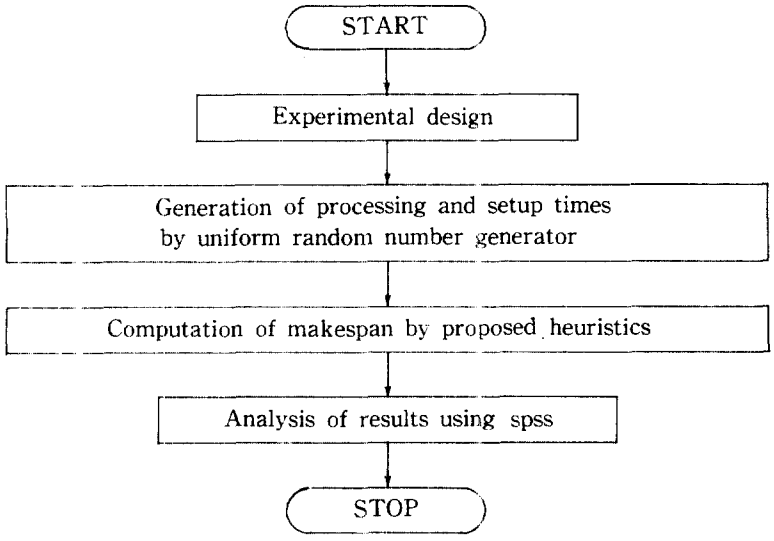

Figure 6. Flow Diagram of Medium and Large Size Problems.

Table 11. Major statistics of Makespan by Proposed Heuristics (Number of samples 360)

Heuristics	Mean	Median	Minimum	Maximum
CAM1	2306.214	2187.500	1328.000	3756.000
CAM2	2331.414	2207.500	1349.000	3793.000
CAM3	2358.308	2232.500	1366.000	3801.000
CAM4	2337.228	2215.500	1341.000	3788.000
CAM5	2372.217	2249.000	1361.000	3832.000
PAG	2364.153	2233.500	1376.000	3810.000
DAN1	2338.072	2209.500	1338.000	3805.000
DAN2	2425.125	2308.500	1429.000	3940.000
PAL1	2367.725	2244.500	1339.000	3791.000
PAL2	2349.783	2227.500	1351.000	3820.000
PFT1	2343.347	2221.500	1340.000	3802.000
PFT2	2378.183	2259.500	1360.000	3866.000
PFT3	2369.947	2250.500	1375.000	3844.000
PFT4	2402.322	2337.500	1417.000	3885.000
PFT5	2373.950	2254.500	1341.000	3839.000
PFT6	2423.067	2358.500	1407.000	3908.000
CDP	2414.431	2349.500	1378.000	3820.000
NEH	2422.739	2357.500	1621.000	3877.000

6. 결 론

본 논문에서 개발된 18가지 알고리즘을 평가·분류한 결과를 요약하면 다음과 같다.

ㄱ) 본 논문에서 개발한 18가지 알고리즘들의 평균 상대 오차는 작게는 2%, 크게는 8%로서 좋은 결과를 나타내었다.

ㄴ) 분산 분석 결과 대부분의 알고리즘들의 상대 오차는 가공시간과 준비시간의 비율, 기계의 수, 작업의 수 등 세가지 요인에 대하여 5% 수준에서 유의적인 값을 갖는다.

ㄷ) 단순 회귀 분석 결과 CAM2, CAM3, CAM4, CAM5, PET2, PET6 알고리즘들을 제외하고는 나머지 휴리스틱 알고리즘들은 준비시간이 가공시간에 비하여 커지면 알고리즘들의 성능에 좋지 않은 영향을 받는다.

ㄹ) 단순 회귀 분석 결과 DAN1, PAL1, PAL2, PET3 알고리즘들을 제외하고는 나머지 휴리스틱 알고리즘들은 기계의 수가 증가하면 알고리즘들의 성능이 향상된다. 특히 CAM3, CAM4 알고리즘들에서는 알고리즘의 기본 구조상 더 좋은 해를 발견해 낼 수 있는 기회가 많기 때문에 더욱 더 큰 효과를 보여준다.

ㅁ) 단순 회귀 분석 결과 PAG 알고리즘을 제외하고는 나머지 휴리스틱 알고리즘들이 작업의 수가 증가하면 알고리즘들의 성능에 좋지 않은 영향을 받는다.

ㅂ) 다중 회귀 분석 결과 CAM1 등 7가지 알고리즘들에서는 가공시간과 준비시간의 비율이, CAM2 등 7가지 알고리즘들에서는 기계의 수가, DAN2, PET3 알고리즘들에서는 작업의 수가 다른 변수보다도 상대적 중요도가 높은 것으로 나타난다.

ㅅ) 문제의 크기를 증가시켜 새로운 실험계획을 통해 18가지 알고리즘들의 작업 총 완성 시간을 주요 통계량으로 평가해도 대부분의 알고리즘들의 성능에는 별다른 영향을 받지 않는다.

결론적으로 최적해에 비해 성능도 떨어지지 않으면서 쉽고 빠르게 해를 구할 수 있는 18가지의 휴리스틱 알고리즘들을 위의 실험결과를 토대로 가공시간과 준비시간의 비율, 기계의 수, 작업의 수등의 여건에 따라 적용하면 좋은 성과를 올릴수 있다.

휴리스틱 알고리즘들의 평가기준으로 사용한 완전 열거법대신 컴플렉시티(complexity)를 줄일 수 있는 분기한계법이나 정수계획법 등의 최적 알고리즘들을 개발하는 것이 앞으로의 과제로 남는다.

參 考 文 獻

1. Johnson, S. M. (1954), "*Optimal Two and Three Stage Production Schedules with Set -Up Times Included*", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 1, No. 1, pp. 61-68.
2. Palmer, D. S. (1965), "*Sequencing Jobs through a Multi-Stage Process in the Minimum Total Time-A Quick Method of Obtaining a Near Optimum*", Operational Research Quarterly, Vol. 16, No. 1, pp. 101-107.
3. Petrov, V. A. (1968), Flowline Group Production Planning, Business Publication Limited.
4. Campbell, H. G., Dudek, R. A., and Smith, M. L. (1978), "*A Heuristic algorithm for the n Job, m Machine Sequencing Problem*", Management Science, Vol. 16, No. 1, pp. 39-47.
5. Gupta, J. N. D. (1972), "*A Functional Heuristic Algorithm for the Flowshop Scheduling Problem*", Operational Research Quarterly, Vol. 22, No. 1, pp. 39-47.
6. Gupta, J. N. D. (1972), "*Heuristic Algorithms for Multistage Flowshop Scheduling Problem*", AIIE Transactions, Vol. 4, No. 1, pp. 11-18.
7. Bonney, M. C., and Gundry, S. W. (1976), "*Solutions to the Constrained Flowshop Sequencing Problem*", Operational Research Quarterly, Vol. 27, No. 4, pp. 869-883.
8. Dannenbring, D. G. (1977), "*An Evaluation of Flow Shop Sequencing Heuristics*", Management Science, Vol. 23, No. 11, pp. 1174-1182.
9. Gelders, L. F., and Sambandam, N. (1978), "*Four Simple Heuristics for Scheduling a Flow-Shop*", International Journal of Production Research, Vol. 16, No. 3, pp. 221-231.
10. King, J. R., and Spachis, A. S. (1980), "*Heuristics for Flow-Shop Scheduling*", International Journal of Production Research, Vol. 18, No. 3, pp. 345-357.
11. Nawaz, M., Enscore, E. E., and Ham, I. Y. (1983), "*A Heuristic Algorithm for the m-Machine, n-Job FlowShop Sequencing Problem*", Omega, Vol. 11, No. 3, pp. 91-95.
12. Park, Y. B., Pedgen, C. D., and Enscore, E. E. (1984), "*A Survey and Evaluation of Static Flowshop Scheduling Heuristics*", International Journal of Production Research, Vol. 22, No. 1, pp. 127-141.
13. Cho, C. G., Oh, S. C., and Yang, T. Y. (1985), "*Operations Scheduling for Multi -Item, Small-Sized Production*", Journal of the Korean Institute of Industrial Enginners, Vol. 11, No. 2, pp. 57-72.
14. Turner, S., and Booth, D. (1987), "*Comparsian of Heuristics for Flow Shop Scheduling*", Omega, Vol. 15, No. 1, pp. 75-85.
15. Hundal, T. S., and Rajgopal, J. (1988), "*An Extension of Palmer's Heuristics for the Flow Shop Scheduling Problem*", International Journal of Production Research, Vol. 26, No. 6, pp. 1119-1124.
16. Uskup, E., and Smith, S. B. (1975), "*A Branch-and-Bound Algorithm for Two -Stage Production-Sequencing Problems*", Operations Research, Vol. 23, No. 1, pp. 118-136.
17. Gupta, J. N. D., and Darrow, W. P. (1936), "*The Two-Machine Sequence*

Dependent Flow-Shop Scheduling Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 24, pp. 439-446.

18. Szwarc, W., and Gupta, J. N. D. (1987), "*A Flow-Shop Problem with Sequence-Dependent Additive Setup Times*", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 34, pp. 619-627.
19. Srikar, B. N., and Soumen, G. (1986), "*A MILP Model for the n-job, M-Stage Flowshop with Sequence Dependent Set-Up Times*", International Journal of Production Research, Vol. 24, No. 6, pp. 1459-1474.
20. Gupta, S. K. (1982), "*n Jobs, m-Machines Job-shop Problems with Sequence-Dependent Set-Up Times*", International Journal of Production Research, Vol. 20, No. 5, pp. 643-656.
21. Gupta, J. N. D. (1986), "*Flowshop Scheduling with Sequence Dependent Setup Times*", Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 29, No. 3, pp. 206-219.
22. Choi, S. W., and RO, I. K. (1989), "*A Development of Heuristic Algorithms for the Multistage Manufacturing Systems with Sequence Dependent Setup Times*", Journal of the KSQC, Vol. 17, No. 1.
23. Choi, S. W., and RO, I. K. (1989), "*A Development of Heuristic Algorithms for the $N/M/D/F/F_{max}$ Scheduling Problem*", Journal of the SKISE, Vol. 12, No. 19.
24. Nie, N. H., Hull, C. H., Jenkins, J. G., Steinbrenner, K., and Bent, D. H. (1975), Statistical Package for the Social Sciences, Second Edition, McGraw-Hill, New York.