

.....  
**論 文**  
 .....

## 개량차분법에 의한 주강품 및 대형 잉곳드의 응고해석과 수축공 예측

이영철\*, 김종원\*, 홍준표\*\*

### Solidification Analysis of Steel Castings & Large Ingots By Modified Finite Difference Method

Young-Chul Lee\*, Jong-Won Kim\*, Chun-Pyo Hong\*\*

#### Abstract

Solidification analysis was conducted on large steel castings and ingots by a modified finite difference method. Auto-mesh generation system was developed for improving the application of the computer analysis system to casting design. Combined use of the prediction parameters, solidification time and temperature gradient, and an auxiliary parameter, shrinkage potential, were used to predict the formation of shrinkage defects. Several examples on the prediction of shrinkage cavity by this method were compared with the experimental results. It was found that a quantitative design of large steel castings and ingots can be made by the computer aided analysis of solidification process.

#### 1. 서 론

최근 중공업분야의 급속한 발전과 더불어 대형 잉고트 및 선박용 주강품의 생산이 급증하고 있으며, 생산성 및 품질의 향상이 요구되고 있다. 이러한 목적을 위해서 주조품의 설계를 보다 정량화하여야 할 필요가 있다. 그러나 아직 정량적인 주조설계에 관한 기초연구나 이의 응용에 관한 시도는 되지 않고 있는 실정이다. 주강품 및 잉고트의 건전성은 용탕이 주형내에서 응고하는 과정에서 결정되므로, 응고양상을 정확히 파악하고 정량적으로 제어하는 것은 주조품설계에 있어서 중요한 과제라고 할 수 있다. 또한 주조방안 속도가 주조품의 개발속도, 생산성을 크게 좌우하는 경우가 많다.

주형내에서의 용탕의 응고과정을 정량적으로 해석하기 위하여 컴퓨터를 이용한 응고해석법이 개발, 응용되어 왔다[1~6]. 응고해석에 이용되고 있는 수치해석법으로는 유한차분법[2~4], 유한요소법[6], 경계요소법[9]등이 있으나, 본 연구에서는 비교적 취급이 간단하고, 임의의 복잡한 형상의 응고해석에 적용하기 쉬운 개량차분법[10]을 이용하였다.

주강품의 압탕설계를 정량적으로 실시하기 위하여 Hayashida[7]가 실험한 주강품의 평판 압탕 실험 결과를 컴퓨터 해석하므로서 각종 주강품의 압탕설계를 보다 용이하게 하고자 하였다. 대형 잉고트에 있어서의 응고해석을 위하여, 직교좌표 및 원주좌표계에서의 응고해석 프로그램을 개발하여 각종 형상의 잉고트의 응고해석을 하였으며, Imafuku[8]에

\* 연세대학교대학원 (Graduate School, Yonsei University)

\*\* 연세대학교 금속공학과 (Department of Metallurgical Engineering, Yonsei University)

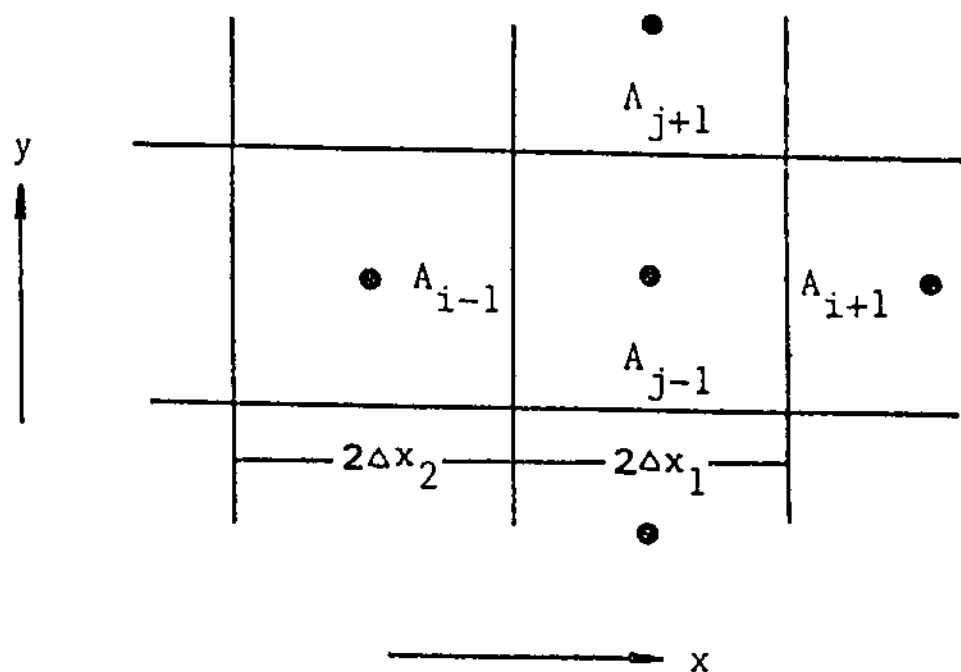
의한 실험결과와 비교하였다.

수축공 예측파라메타로서, 응고시간 및 온도구배를 사용하였으며, 보조파라메타로서 『Shrinkage Potential』 [9]을 이용하여 임의의 형상의 주강품 및 잉곳드의 수축공발생을 예측하였다. 또한 응고해석에 필요한 요소분할작업을 위하여 자동분할 프로그램을 개발하여 응고해석 시스템을 보다 용이하게 하였다.

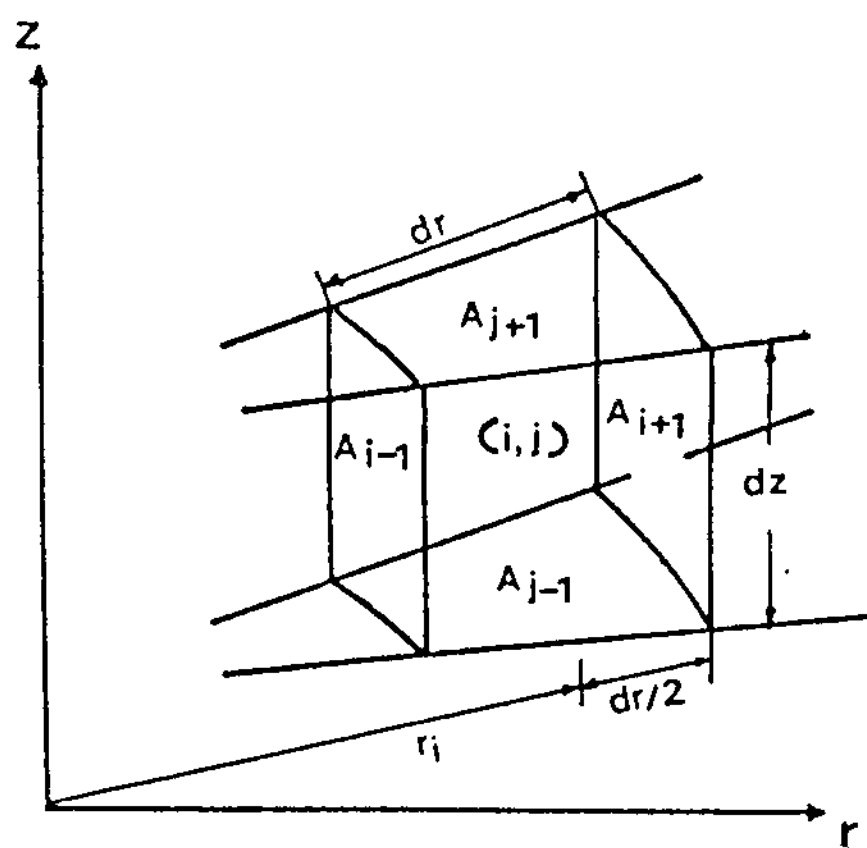
## 2. 해석방법

### 2-1 개량차분식의 도입

본 연구에서는 비정상 열전달 문제를 해석하기 위해서 개량 차분법[10]을 이용하였다. 직교좌표 및 원주좌표에 있어서의 요소분할을 Fig.1에 표시한



(a) Rectangular differential element



(b) Cylindrical differential element

Fig.1. Schematic representation of a nodal point in a modified FDM.

다. 미소요소에 대하여 Fourier의 에너지 보존법칙을 이용한 개량차분식은 다음과 같다.

$$\frac{\rho c}{\Delta t} V_{i,j} (T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t) = B_{i-1} A_{i-1} (T_{i-1,j}^t - T_{i,j}^t) + B_{i+1} A_{i+1} (T_{i+1,j}^t - T_{i,j}^t) + B_{j-1} A_{j-1} (T_{i,j-1}^t - T_{i,j}^t) + B_{j+1} A_{j+1} (T_{i,j+1}^t - T_{i,j}^t) \quad (1)$$

여기에서  $B_{i-1}, B_{i+1}, B_{j-1}, B_{j+1}$ 은 경계조건을 나타낸다. 본 연구에서는 열전달 계수  $h$ 는 온도의 함수로서 취급하였다.

식(1)을 미지수  $T_{i,j}$ 에 대하여 정리하면 요소  $i,j$ 의 시간( $t+\Delta t$ )에 있어서의 온도가 식(2)에 의하여 구해진다.

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = \left(1 - \frac{\Delta t}{\rho c} \frac{1}{V_{i,j}} (B_{i-1} \cdot A_{i-1} + B_{i+1} \cdot A_{i+1} + B_{j-1} \cdot A_{j-1} + B_{j+1} \cdot A_{j+1})\right) T_{i,j}^t + \frac{\Delta t}{\rho c} \frac{1}{V} (B_{i-1} \cdot A_{i-1} \cdot T_{i-1,j}^t + B_{i+1} \cdot A_{i+1} \cdot T_{i+1,j}^t + B_{j-1} \cdot A_{j-1} \cdot T_{i,j-1}^t + B_{j+1} \cdot A_{j+1} \cdot T_{i,j+1}^t) \quad (2)$$

응고잠열은 온도회복법[11]에 의하여 취급하였다. 본 연구에서는 시간에 대해 전진차분법을 사용하고 있어 다음 식에 의하여 안정시간스텝이 계산된다.

$$1 - \frac{\Delta t}{\rho c} \cdot \frac{1}{V_i} (B_{i-1} A_{i-1} + B_{i+1} A_{i+1} + B_{j-1} A_{j-1} + B_{j+1} A_{j+1}) \geq 0 \quad (3)$$

여기서,  $\rho$  : 밀도  $C$  : 비열  $K$  : 열전도율  
 $T$  : 온도  $t$  : 시간  $\Delta t$  : time step

$V_i$  : 요소  $i$ 의 체적

$A_j$  : 요소  $i$ 와 이웃요소  $j$ 사이의 변의 면적

$B_j$  : 요소  $i$ 와  $j$ 번째 이웃요소사이의 면의 경계조건

$T_{i,j}^t$  : 요소  $i$ 의 시간  $t$ 에서의 온도

$T_{i,j}^{t+\Delta t}$  : 요소  $i$ 의 시간  $t+\Delta t$ 에서의 온도

식(2)는 직교 및 원주좌표에 공통으로 사용될 수 있으며 임의의 형상 및 크기의 제품의 응고해석에 적용할 수 있다.

### 2-2 자동요소분할의 원리

개량차분법에 의한 응고해석을 하기 위해서는 먼저 해석대상을 미소요소로 분할하여 각 요소에 대하여 필요한 데이터를 입력해야 한다. 입력되는 데이터로는 요소번호, 변번호 및 좌표번호등 형상을 결정하는 데이터와 열물성치, 초기조건 및 경계조건등이다. 종래에는 이러한 작업을 키보드를 통해 직접 입력하였으므로 상당한 작업시간을 요구하였다. 따라서 본 연구에서는 이러한 어려움을 제거하

기 위하여 2차원 응고해석을 위한 자동요소분할 프로그램을 개발하였다.

주어진 해석 대상을 Fig.2와 같이 요소로 분할한 경우 요소(i,j)에 대하여 생각하여 보면, i방향 분할수를 L, j방향분할수를 M이라 할때 요소(i,j)의 요소번호는

$$NEIJ=L(J-1)+1$$

로 표시할 수 있다. 이 요소에 대하여 변번호

$$NF(NEIJ,1)=(2L+1)*(J-1)+i$$

$$NF(NEIJ,2)=NF(NEIJ,1)+1$$

$$NF(NEIJ,3)=NF(NEIJ,2)+L+1$$

$$NF(NEIJ,4)=NF(NEIJ,3)-1$$

절점번호는

$$NXY(NEIJ,1)=(L+1)*(j-1)+i$$

$$NXY(NEIJ,2)=NXY(NEIJ,1)+1$$

$$NXY(NEIJ,3)=NXY(NEIJ,2)+(L+1)$$

$$NXY(NEIJ,4)=NXY(NEIJ,3)-1$$

절점의 위치는

$$XOC(NEIJ,i)=(i-1)*FACTX+XOC(NEIJ,i-1)$$

$$YOC(NEIJ,j)=(j-1)*FACTY+YOC(NEIJ,j-1)$$

로 표시할 수 있다. 또한 계산에 사용되는 열물성치는 온도의 함수로 프로그램중에서 처리할 수 있으며, 초기조건, 열물성치등의 데이터는 동일조건끼리 Block단위로 만들어 입력할 수 있게 하였다.

### 2-3 수축공 예측법

주조품의 응고해석에 의한 수축공 결함발생의 예측을 위하여 여러가지 방법이 제안되어 왔다. Hong 등 [9,10]에 의하면 응고시간은 최종 응고부 주위에 발생하는 수축공의 예측에, 온도구배는 주조품의 내부에 발생하는 2차적인 내부 수축공의 예측에 적합하다. 따라서 본 연구에서는 주강품 및 잉고트의 수축공결함을 예측하기 위하여, 이상과 같은 2가지 예측파라메타를 택하여, 보조파라메타로서 『Shrinkage Potential』[10]을 이용하였다. 여기서 shrinkage potential은 용융금속이 응고할 때 발생하는 수축율과 밀접한 관계를 가지며, 본 연구에서는 주강품 및 잉고트에 대하여 6%로 하였다.

응고시간의 경우 가장 늦게 응고하는 요소로부터 계산하여 체적율이 6%에 해당하는 요소까지 수축공결함이 발생하기 쉬운 요소로 하였다.

온도구배의 경우에는, 온도구배가 작을수록 결함이 발생하기쉽기 때문에, 온도구배가 가장 작은 요소로부터 계산하여 체적율이 6%에 해당하는 요소까지를 수축공결함이 발생하기 쉬운 요소로 하였다.

이 두가지 방법에 의하여 계산된 요소들을 수축공 결함발생요소로서 정하였다.

### 3. 해석결과 및 고찰

#### 3-1 주강품에 있어서의 응고해석과 수축공결함

대형 주강품의 정량적인 압탕설계는 제품의 생산성 및 품질향상에 있어서 중요한 과제라고 볼 수 있다. 본 연구에서는 개량차분법에 의하여 응고해석을 실시하여, 앞에서 제안된 수축공예측법을 이용하여 수축공결함을 예측한 후, 그 결과를 Hayashida [7]의 판상 압탕 실험결과와 비교, 검토하였다.

Hayashida의 실험결과는 大中[4]에 의한 응고수축 유동을 고려한 수축공의 직접 시뮬레이션법, 今福[6]의 유한요소법을 이용한 고상율구배 및 유동한계 고상율법에 의한 수축공예측 결과와 비교되고 있다. 그러나 이러한 해석에서는 주조품내부에 발생하는 수축공의 예측이 정량적이지 못한 점이 있으며, 이것을 보완하기 위해 Hong 등[9]은 경계요소법을 도입하고 shrinkage potential을 이용하여 보다 정량적인 수축공예측을 시도하였다. 그러나 경계요소법은 수학적인 취급이 어려워 쉽게 응용하기

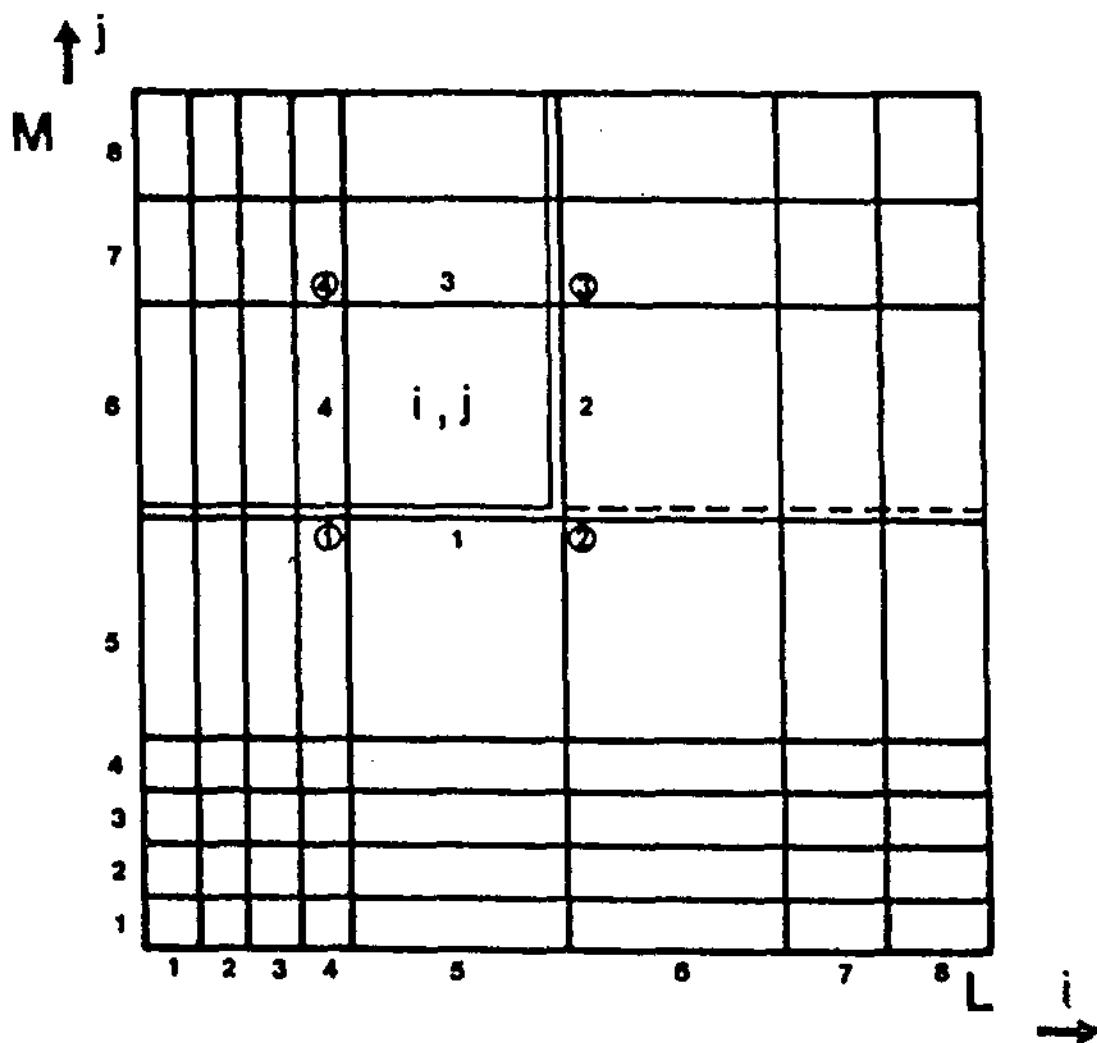


Fig.2. Schematic illustration of auto-mesh generation.

어려운 점을 가지고 있었다. 따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 보완하기 위하여 수학적으로 취급이 간단한 개량차분법을 도입하여 응고해석을 실시하였으며, 그 결과로부터 shrinkage potential을 이용한 수축공예측법을 도입하여 정량적인 압탕설계를 시도하였다.

Hayashida의 실험결과를 Fig.3(a)~Fig.6(a)에 표시하였다. 그림에서 알 수 있는 것과 같이 Fig.3(a) 및 Fig.4(a)의 경우는 압탕의 높이 / 직경비가 너무 커서 수축공이 2차로 분리되어 발생하고 있으며 2차수축공이 주물의 상부에 까지 형성되어 압탕의 역할이 충분하지 못함을 알 수 있다. Fig.6(a)의 경우에는 압탕의 높이 / 직경비가 너무 작아, 주물상부에 까지 수축공이 확대되어있다. Fig.5(a)의 경우에는 압탕의 크기 및 형상이 적절하여 건전한 주물을 제조할 수 있음을 알 수 있다.

각 형상에 대한 계산결과를 각각 Fig.3(b)~Fig.6(b)에 표시하였다. 그림에서와 같이 shrinkage potential을 6%로 하였을 때의 컴퓨터에 의해 계산된 수축공결함 발생위치 및 크기가 실험결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

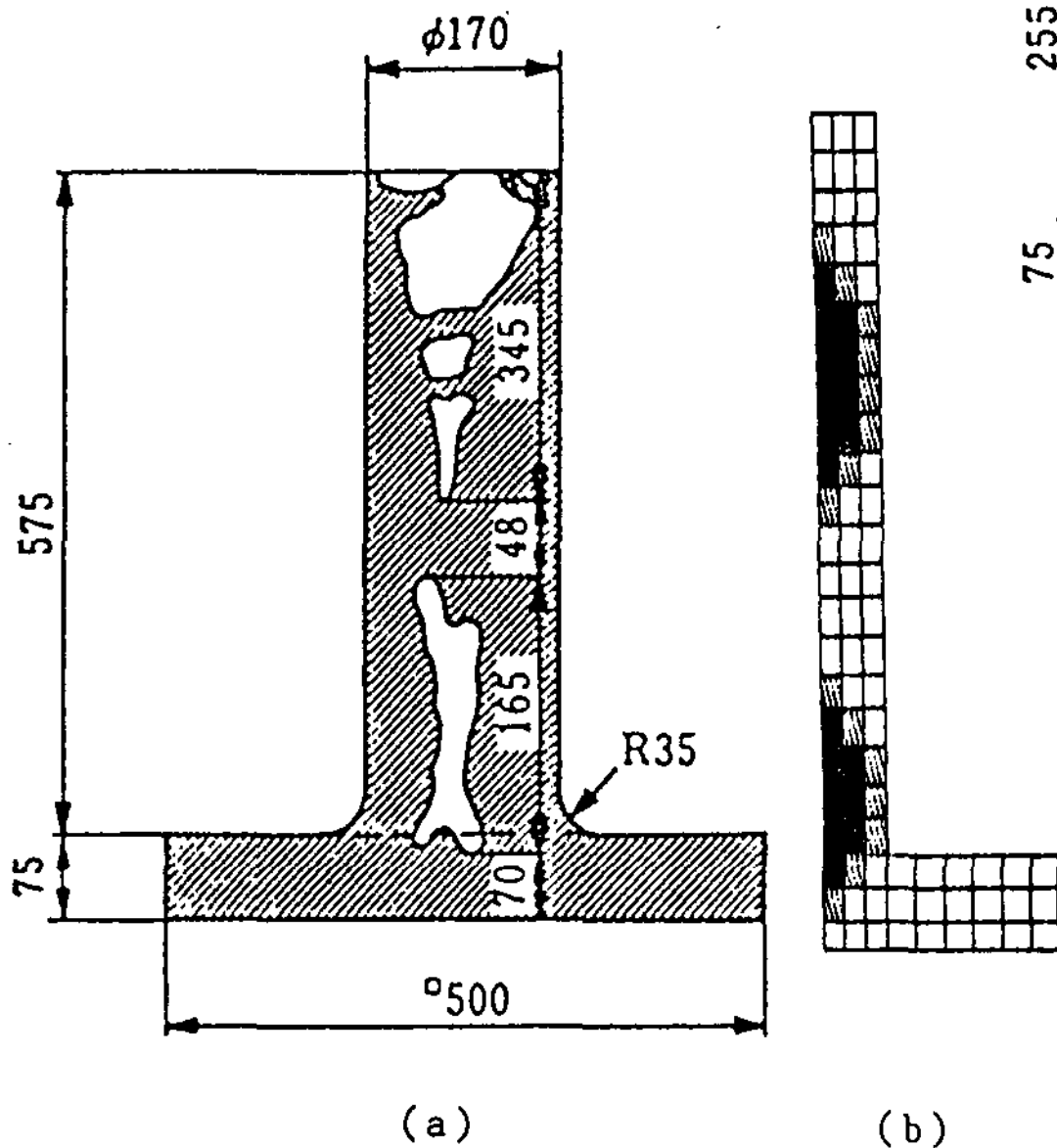


Fig.3. Prediction of shrinkage defects in carbon steel castings. (a) Experiment[7] (b) Calculation by FDM

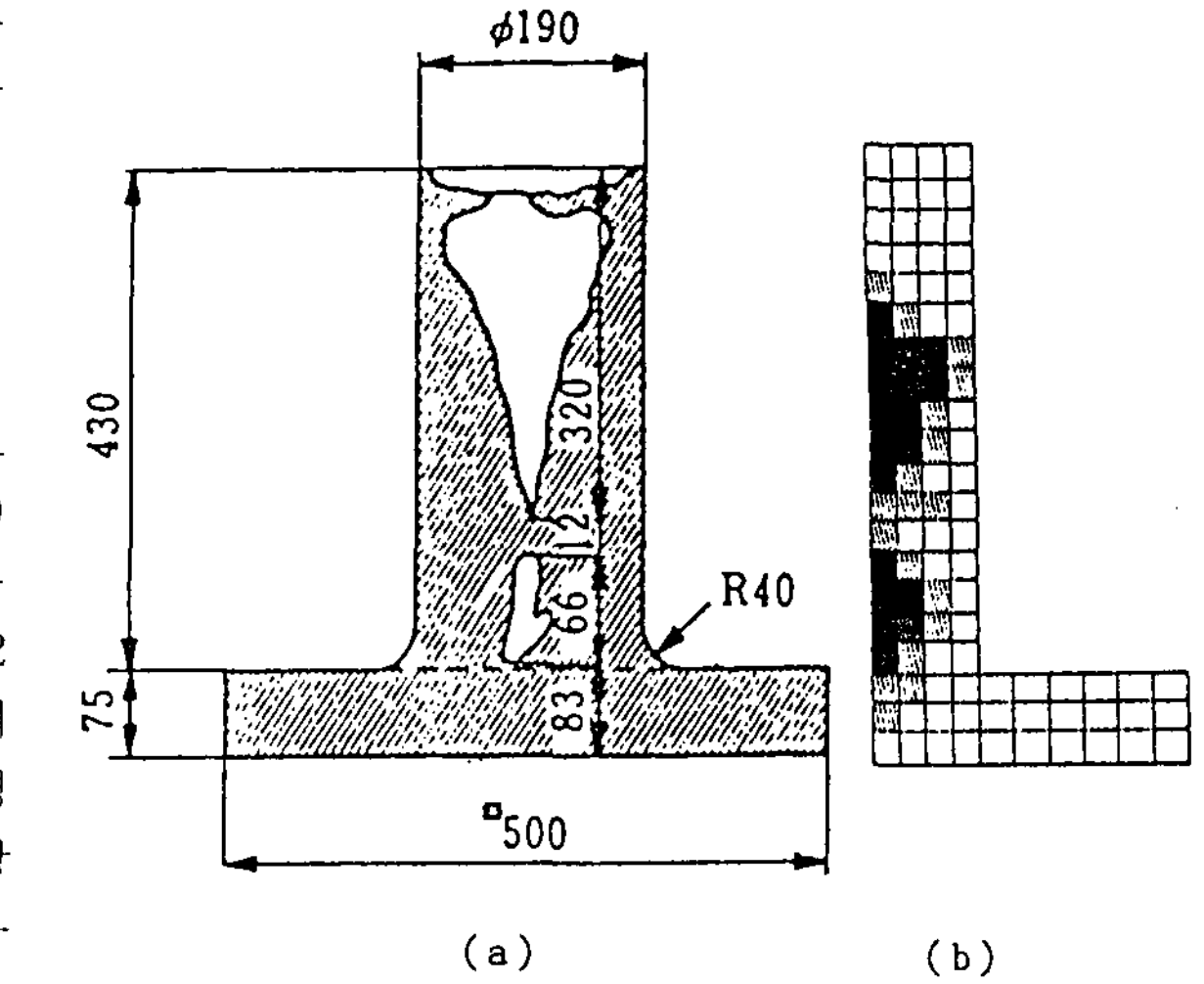


Fig.4. Prediction of shrinkage defects in carbon steel castings. (a) Experiment[7] (b) Calculation by FDM

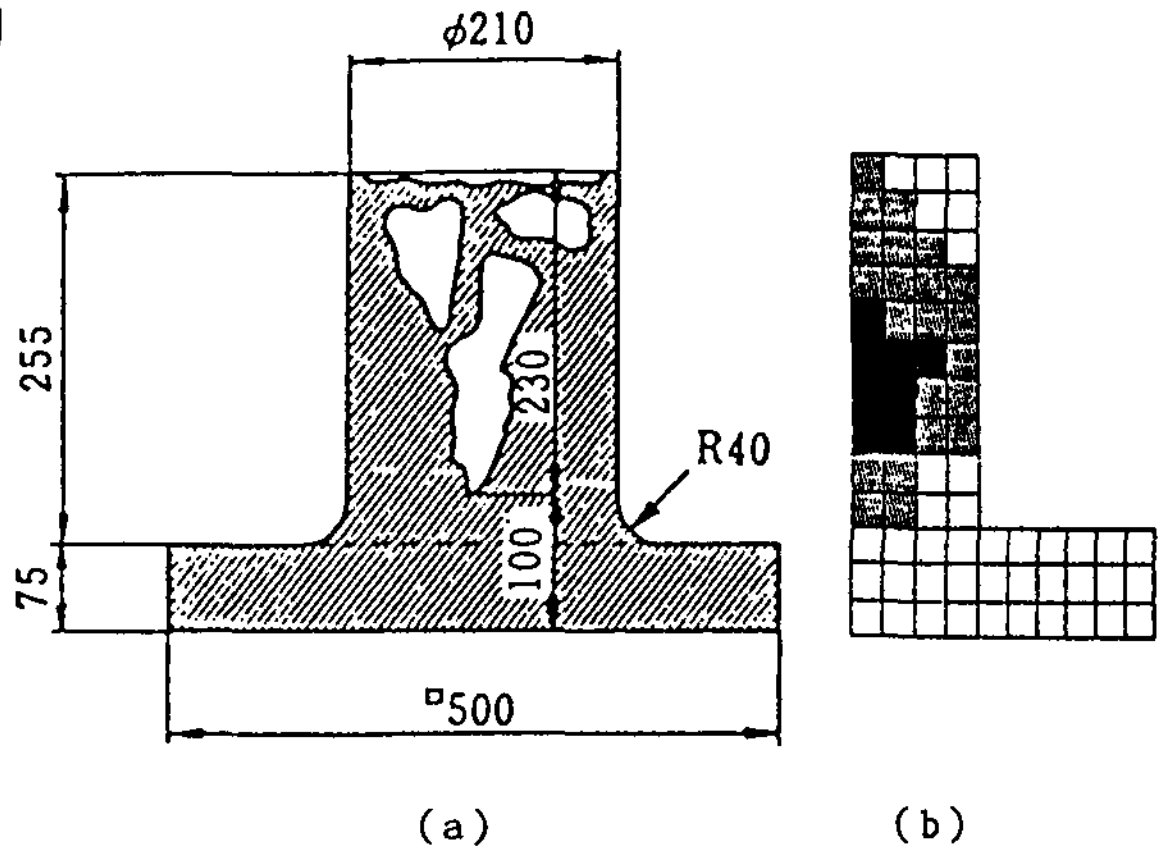


Fig.5. Prediction of shrinkage defects in carbon steel castings. (a) Experiment[7] (b) Calculation by FDM

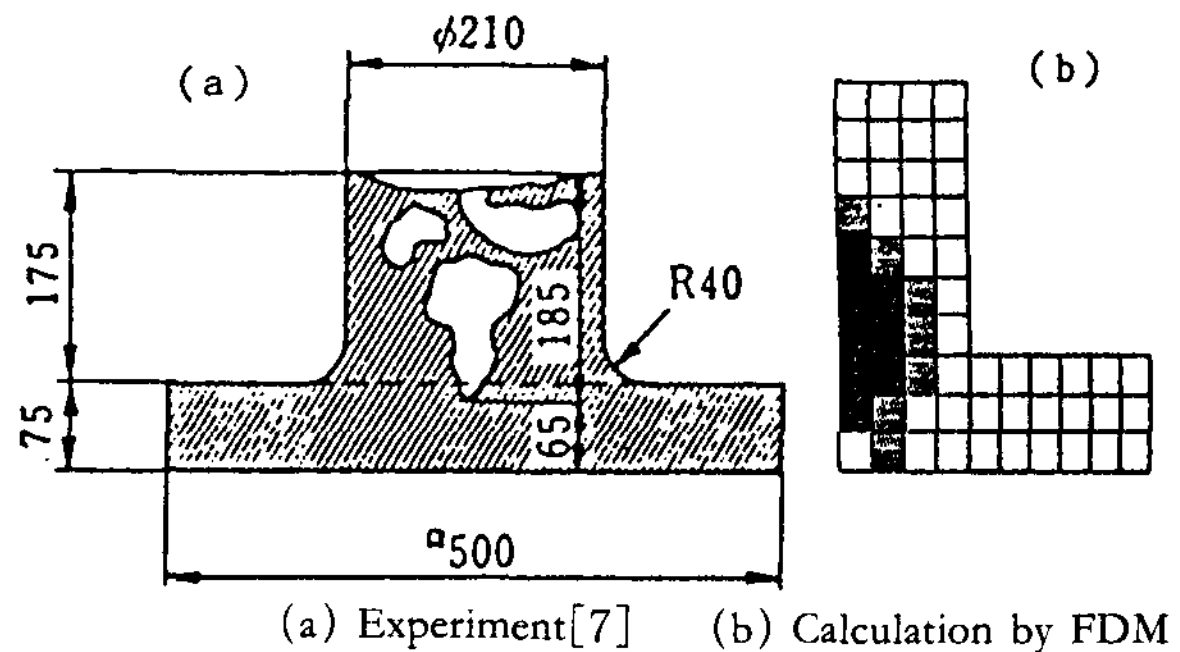


Fig.6. Prediction of shrinkage defects in carbon steel castings. (70)

3-2 잉고트에 있어서의 응고해석과 수축공결함 예측

대형 잉고트에 있어서의 수축공을 포함한 각종 주조결함의 발생을 방지하기 위해서는 컴퓨터 응고 해석에 의한 정량적인 잉고트의 형상 및 압탕설계가 필요하다.

주강품의 경우와 마찬가지로 예측 파라메타로서 shrinkage potential을 사용하여 대형 잉고트의 응고 시 발생하는 수축공결함을 예측하였다.

잉고트의 형상, 크기는 今福等 [6]의 연구와 동일하며, 그요소 분할도를 Fig.7에 나타내었다. Fig.8에 개량차분법에 의하여 응고해석을 하였을 때의 등응고시간 및 등온도구배선을 나타내었다.

이 결과로 부터 shrinkage potential을 6%로 하였을 때의 수축공결함 발생위치 및 크기를 표시하면 Fig.9와 같다. 실험결과와 계산결과가 아주 잘 일치하고 있음을 알수 있다.

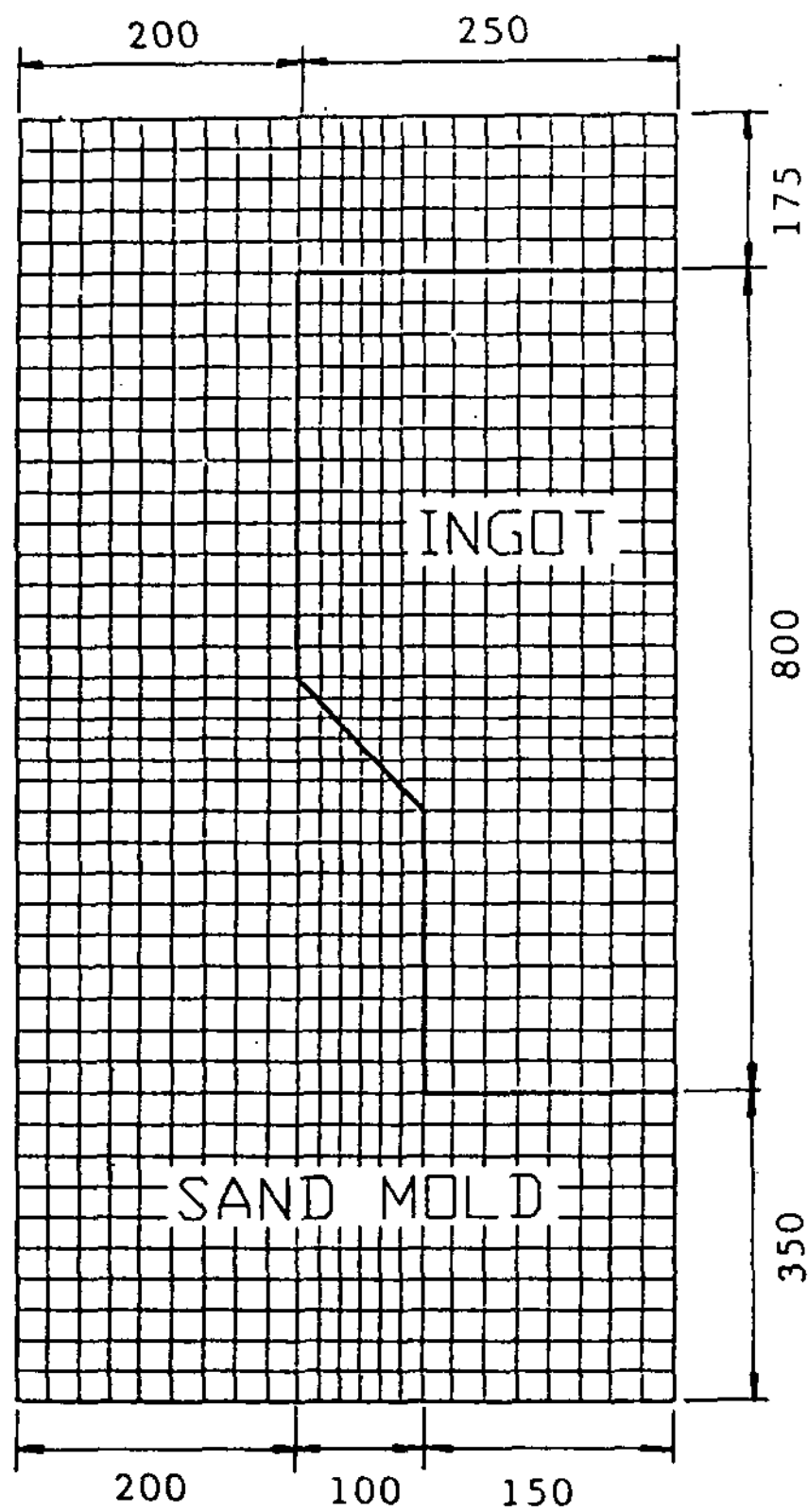


Fig.7 Geometry and finite difference mesh for cylindrical ingot.

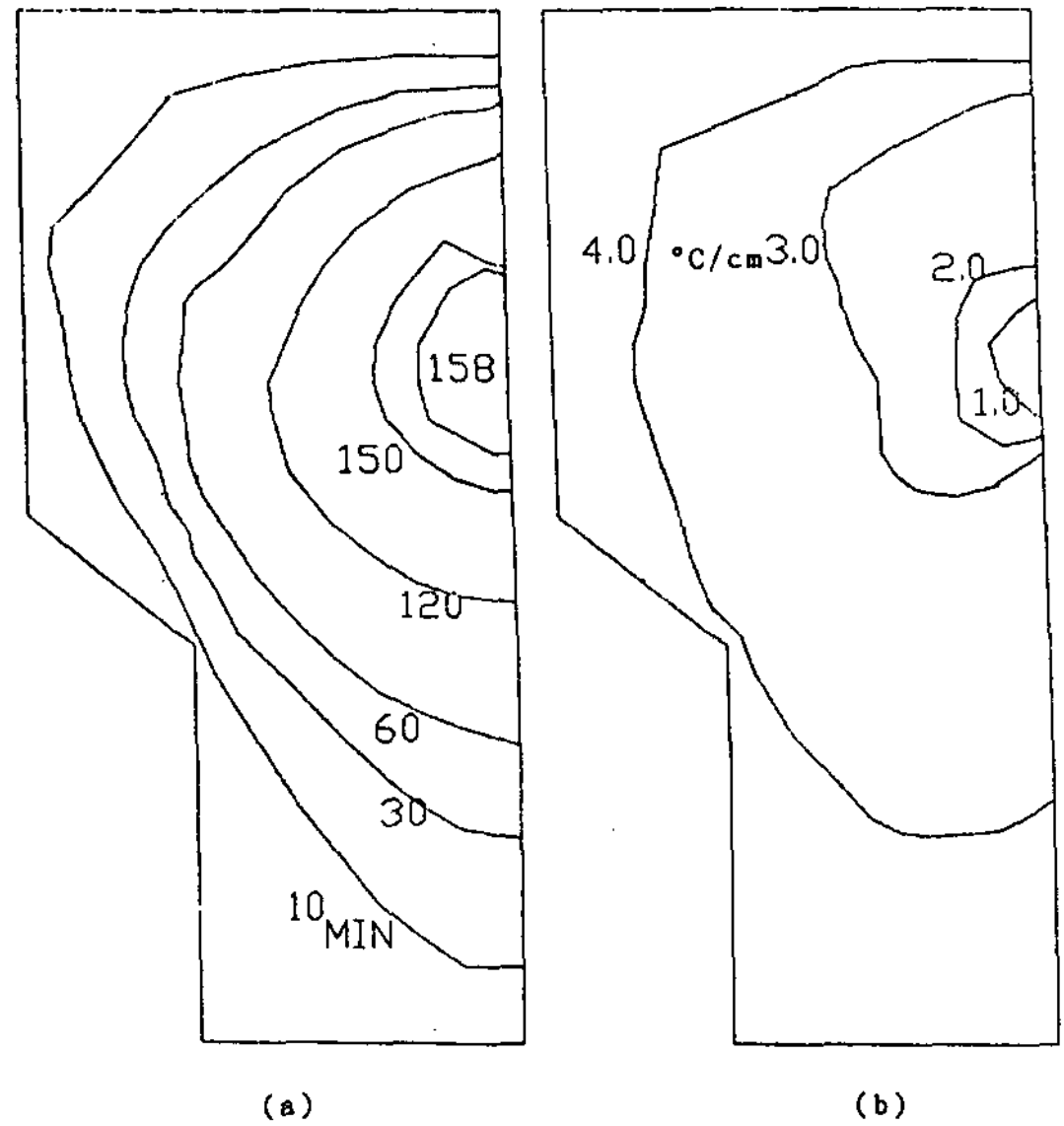


Fig.8. Calculated solidification time and temperature gradient.(a) Solidification time (b) Temperature gradient

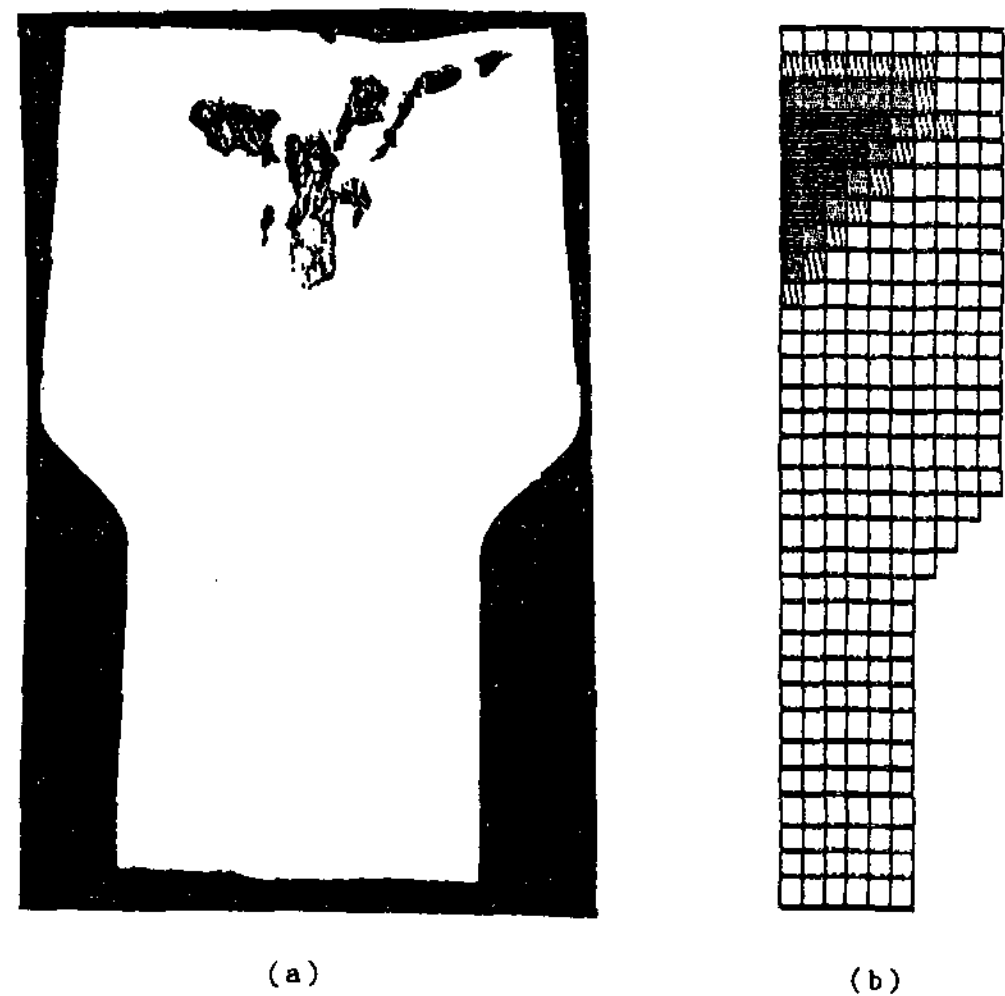


Fig.9. Prediction of shrinkage defects in steel ingot. (a) Experiment[8] (b) Calculation by FDM

### 4. 결론

개량차분법에 의하여 주강품 및 대형 잉곳트의 응고해석과 수축공예측을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 개량차분법에 의해 임의의 형상의 강주물 및 대형 잉곳트의 응고해석을 용이하게 하였다.
- (2) 자동요소 분할시스템을 사용하여 응고해석에 필요한 시간을 단축하고, 해석 결과를 자동그래픽에 의하여 출력함으로써 본 응고해석 시스템의 주조품설계에의 응용을 보다 용이하게 하였다.
- (3) 온도구배와 응고시간 및 shrinkage potential을 이용한 수축공예측법을 사용하여 임의의 형상의 주강품 및 대형 잉곳트에 정량적으로 수축공결함 발생을 예측할 수 있었다.

### <후기>

본 연구는 한국과학재단의 지원에 의하여 수행된 내용의 일부로서, 이에 감사를 드립니다.

### 참고문헌

- 1) J.C.Henzel, Jr.and J.Keverian : "The Theory and Application of a Digital Computer in Predicting Solidification Patterns, "J. of Metals,17,5, (1965), pp.561-568
- 2) E.Niyama,T.Uchida,M.Morikawa,and S.Saito : "P-

- redicting Shrinkage n Large Steel Castings, "IMONO, 52,(1980),pp.635-640
- 3) M.Makimura : "Prediction of Microstures and Mechanical Properties of Crankshafts by three-Dimensional Solidification Thermal Analysis, "IMONO, 56,(1984),pp.421-425
- 4) I.Ohnaka,Y.Mori,Y.Nagasaka, and T.Fukusako : "Numerical Analysis of Shrinkage Cavity Formation without Solid phase Movement, "IMONO,53,(19-81), pp.673-679
- 5) S.Ueda and S. Ono : "Application of Computer in Determination of Casting Plans, "IMONO,47,(1975), pp.658 666
- 6) 今福一英 : 日本 機械學會論文集(C),48,(1982), p.1968
- 7) S.Hayasida : "On Standard sizes of Heads for Steel Casting", IMONO,12,3,(1940),pp.103-117
- 8) K.Imafuku : "Study of Shrinkage Prediction in Solidification Process of Cast steel, "Collected Papers, Japan soc. Mech. Engr., 805-2,(1980),pp.115-122
- 9) C.P.Hong,T.Umeda and Y.Kimura : "Solidification Simulation of Shaped Castings by the Boundary Element Method and Prediction of Shrinkage Cavity, "IMONO,2,(1987),pp.61-68
- 10) 이영철, 이학주, 홍준표 : 대한 금속학회지, Vol. 26, No8, (1988), pp.810-821
- 11) C.P.Hong,T.Umeda and Y.Kimura : Metall. Trans., 15.13,(1984),pp.101-107