産業技術研究(江原大學校 産業技術研究所 論文集) 第 9 輯(1989)
Research Report, The Institute of Industrial Technology, Kangweon Nat'l Univ., Korea, Vol. 9, 1989

베이지안 多特性 短縮 샘플링 검사 방식의 설계※

李 鍾 盛*

Bayesian Multiattribute Acceptance Sampling Plans under Curtailed Inspection

Lee, Jong Seong

ABSTRACT

A methodology for determining optimal sampling plans for Bayesian multiattribute curtailed inspection models is proposed, whereby sampling inspection is terminated as soon as the disposition of the inspection lot is determined.

An iterative solution procedure is developed for obtaining optimal multiattribute acceptance sampling plans under cuntailed sampling inspection.

1. 序 論

Dodge와 Romig의 샘플링 검사 이론이 발표된 이래로 여러가지 생산 공정에서 생산되는 제품의 품질 검사에 샘플링 검사 방법이 널리 사용되어 왔다. 한 제품의 품질은 몇가지의 품질특성으로 설명되며 이들 품질특성은 어떤 통계적 분포에 따르는 확률변수로 표현되므로 종래의 샘플링 검사 방식은 품질특성의 통계적 분포가 만족할 만한 것이냐 아니냐를 검정하는 통계적 가설 검정 이론에 근거하여 순전히 통계적인 입장에서 설계되어 왔다.

그러나 제품의 품질검사에는 기본적으로 경제적인 문제가 수반되므로 Hald[5]와 Guenther[4] 이래로 품질검사의 경제성을 고려하는 베이지안 샘플링 검사 방법이 여러 연구자들에 의해 활발히 연구되어 왔다.

베이지안 검사 방식에서는 (1) 검사비용 (2) 불

※ "이 논문은 89년도 강원대학교 기성회 학술 연구비에 의하여 연구되었음."
*

합격 로트의 처리에 수반되는 비용 (3) 합격 로트에 포함되는 불량품에 의해 발생되는 비용의 3가지 비용 요소에 근거한 기대 비용함수를 최소화하는 것으로 최적 샘플링 검사 방식을 결정하고 있다. 또한 종래의 샘플링 검사 방식에서는 한 제품이 가지고 있는 여러가지의 품질특성 중에서 어느 한 특성이라도 결함이 있으면 그 제품을 불량품으로 처리 함으로서 본질적으로 多特性(multiattribute)의 문제인 샘플링 검사 이론을 단일특성 (single attribute)의 문제로 단순화하여 취급하고 있으나 최근의 베이지안 샘플링 검사 방법에서는 한 제품이 가지고 있는 다수의 품질특성을 동시에 경제적으로 고려하는 多特性 샘플링 검사 방식(multiattribute sampling plans)에 대해 많은 연구를 하고 있다 [1, 2, 7, 8, 9].

본 연구에서는 Moskowitz의 多特性 샘플링 검사 모델을 기초로 하여 특성 상호간의 영향이 최적 샘플링 검사 방식의 결정에 어떻게 작용하는가를 고찰하고, 그 결과로 부터 검사량을 줄일 수 있는 短縮검사(curtailed inspection) 모델을 수립하고자 하였다.

여기서 단축검사는 모든 품질특성에 대해 검사가 완결되기 전에 검사 로트에 대한 합격 • 불합격 판정이 확정된다면 아직 검사 받지 않은 나머지 품질특성에 대한 샘플링 검사를 중단하는 것을 의미한다.

2. 多特性 샘플링 검사

多特性 샘플링 검사에 제출되는 로트의 크기를 N이라 하고 i -번째 품질특성에 대한 불량률을 p_i라 할 때 p_i의 사전분포 $f(p_i)$는 관수 α_i, β_i인 베타 분포에 따른다고 가정하면 [5], 로트에서 발견되는 i -번째 특성에 대한 불량갯수 X_i의 분포 $h(X_i)$는 관수가 N, p_i, α_i, β_i인 베타-이항 분포에 따른다. 또한 i -번째 특성에 대한 샘플의 크기를 n_i, 합격판정갯수를 C_i라 할 때 샘플에서 발견되는 불량갯수 x_i의 조건부 분포 $t(x_i/X_i)$는 초기하 분포이며 x_i의 분포 $g(x_i)$는 복합 초기하 분포(compound hypergeometric distribution)가 된다 [5]. 또한 단위 제품에서 각 품질특성에 대한 불량 발생은 통계적으로 서로 독립이라고 가정하며 [2, 7, 8, 9], 불합격 로트의 처리에 따라 각 품질특성은 다음의 두 가지로 분류된다고 가정한다.

- 치명특성(scrappable attributes) — 이 특성에 대해 불합격 판정을 받으면 로트 전체를 폐기 처분한다.
- 非치명특성(screenable attribute) — 이 특성에 대해 불합격 판정을 받으면 그 특성에 대해서 로트의 검사 받지 않은 나머지 부분을 전수검사한다.

따라서 적어도 하나 이상의 치명특성에 대해 불합격 판정을 받으면 로트는 폐기 처분되며, 그외의 경우에는 불합격 판정을 받은 非치명특성에 대해서 로트의 검사받지 않은 나머지 부분을 전수검사하게 된다.

한편 i -번째 특성에 대해서 A_i를 불량품이 합격 판정 되었을때 발생하는 단위 제품당의 비용, R_i를 로트가 불합격 판정을 받았을 때 발생하는 단위제품당의 비용이라고 하면 $CA = A_i(X_i - x_i)$, 그리고 $CR_i = R_i(N-n_i)$로 나타낼 수 있다.

i -번째 특성에 대한 합격확률은

$$p_i(n_i, c_i) = \sum_{x_i=0}^{ci} \sum_{X_i=0}^{N} t(x_i/X_i)h(X_i)$$
$$= \sum_{x_i=0}^{ci} g(x_i) \tag{1}$$

이고, 따라서 로트 합격으로 인한 기대비용은

$$EA_i(n_i, C_i) = \sum_{x_i=0}^{C_i} \sum_{X_i=0}^{N} CA_i t(x_i/X_i)h(X_i) \tag{2}$$

로트 불합격에 대한 기대 비용은

$$ER_i(n_i, C_i) = \sum_{x_i=c_i+1}^{n_i} CR_i g(x_i) \qquad (3)$$

따라서 i-번째 특성에 대한 총 기대 비용은

$$ETC_i = EA_i(n_i, c_i) + ER_i(n_i, c_i) + n_i s_i \qquad (4)$$

이다. 여기서 S_i는 단위제품당의 검사 비용이다.

한편 치명특성의 집합을 Ω, 非치명특성의 집합을 Φ라 하면 모든 치명특성에 대해 로트가 합격될 확률은

$$P(\Omega) = \prod_{i\in\Omega} P_i(n_i, c_i) \qquad (5)$$

이고, 적어도 하나 이상의 치명특성에 대해불합격 판정을 받았을때 발생하는 기대비용은

$$ER(\Omega) = \prod_{i\in\Omega} R_i N\,(1-P(\Omega)) \qquad (6)$$

반대로 모든 치명특성이 합격 판정을 받았을 때의 기대비용은

$$EA(\Omega) = \sum_{i\in\Omega} EA_i(n_i, c_i) \prod_{\substack{j\in\Omega \\ j\neq i}} P_j(n_j, c_j) \qquad (7)$$

또한 모든 非치명특성의 합격 판정으로 인한 기대비용은

$$EA(\Phi) = \sum_{i\in\Phi} EA_i(n_i, c_i)\, P(\Omega) \qquad (8)$$

마찬가지로 모든 非치명특성이 불합격 판정되었을 때의 기대비용은

$$ER(\Phi) = \sum_{i\in\Phi} ER_i(n_i, c_i)\, P(\Omega) \qquad (9)$$

마지막으로 i-번째 특성에 대한 단위 제품당의 검사비용을 S_i라 하면 총 검사비용은

$$I = \sum_i n_i s_i = \sum_{i\in\Omega} n_i s_i + \sum_{i\in\Phi} n_i s_i = s(\Omega) + s(\Phi) \qquad (10)$$

결국 다특성 샘플링 검사에서의 총 기대비용은

$$ETC = EA(\Omega) + ER(\Omega) + EA(\Phi) + ER(\Phi) + I \qquad (11)$$

이 된다.

식 (11)을 최소화하는 (n_i, c_i)가 최적 샘플링 검사 방식이 되는데, 이에 대한 해법은 Moskowitz와 Ravindran〔7〕에서 연구되었으며 Moskowitz와 Tang, plante〔9〕의 결과에 의하면 각 품질특성들이 최적 샘플링 검사 방식에 미치는 영향은 다음과 같이 요약될 수 있다.

1) 비치명특성이 최적 검사방식에 미치는 영향은 서로 독립적이다.

2) 치명특성과 비치명특성의 상호작용은 샘플의 크기를 감소시킨다.

3) 치명특성간의 상호작용은 샘플의 크기를 줄이거나 로트의 합격확률을 낮출 수 있다.

3. 多特性 短縮 샘플링 검사

단축검사에서는 먼저 치명특성에 대해서 검사를 시작하여 첫번째 불합격 판정이 내려졌을 때 검사를 종료하게 된다.

모든 치명특성에 대한 검사가 모두 합격 판정을 받으면 그 다음에 비치명특성에 대한 불합격 판정에서는 그 특성에 대해서만 선별 작업을 실시하게 된다. 즉 치명특성에 대한 불합격 판정에서만 검사의 단축현상이 일어나게 된다.

결국 단축 검사 실시의 결과는 (A):한치명특성에 대해 불합격 판정을 받아 중도에서 검

사가 종료되는 경우와 (B) : 모든 치명특성이 합격 판정을 받아 모든 비치명특성에 대해서 검사를 실시하게 되는 경우로 나누어 생각할 수 있다. A의 경우에서 i —번째 치명특성에 대해 처음으로 불합격 판정을 받아 검사의 단축이 발생 되었다면 이때의 기대비용은

$$ER(i \in \Omega) = RN(1-P_i(n_i, c_i) \prod_{j \in Y(i)} P_j(n_j, c_j) \quad (12)$$

여기서 $Y(i)$는 i—번째 특성 이전에 검사 받은 모든 치명특성의 집합이다. 따라서 A의 경우의 총 기대비용은

$$E(A) = ER(\Omega) = \sum_{i \in \Omega} ER(i \in \Omega) \quad (13)$$

이다.

B의 경우에는 모든 치명특성이 합격 판정을 받아 검사의 단축이 발생하지 않았으므로 이때의 기대비용은

$$E(B) = EA(\Omega) + EA(\Phi) + ER(\Phi) \quad (14)$$

여기서,

$$EA(\Omega) = \sum_{i \in \Omega} EA_i(n_i, c_i) \prod_{\substack{j \neq i \\ j \in \Omega}} P_j(n_j, c_j) \quad (15)$$

$$EA(\Phi) = \sum_{i \in \Phi} EA_i(n_i, c_i) \prod_{j \in \Omega} P_j(n_j, c_j) \quad (16)$$

$$ER(\Phi) = \sum_{i \in \Phi} ER_i(n_i, c_i) \prod_{j \in \Omega} P_j(n_j, c_j) \quad (17)$$

이다.

마지막으로 기대 검사비용은

$$ETCI = \sum_{i \in \Omega} n_i s_i \prod_{j \in Y(i)} P_j(n_j, c_j) + \sum_{j \in \Phi} n_j s_j \prod_{i \in \Omega} P_i(n_i, c_i) \quad (18)$$

이 되며, 결국 단축검사에서 총 기대비용은 식 (13), (14), (18)로 부터

$$\begin{aligned} ETC &= ER(\Omega) + EA(\Omega) + EA(\Phi) + ER(\Phi) \\ &\quad + ETCI \\ &= ER(\Omega)\ EA(\Omega) + \sum_{i \in \Omega} n_i S_i \prod_{j \in Y(i)} p_j(n, c_j) \\ &\quad + \sum_{i \in \Phi} [EA_i(n_i, c_i) + ER_i(n_i, s_i) + n_i s_i] \\ &\quad \prod_{j \in \Omega} P_j(n_j, c_j) \end{aligned} \quad (19)$$

가 된다.

식 (19)를 최소화하는 다특성 단축 샘플링 검사의 최적해를 구하기 위하여 식 (19)를다음과 같이 변형시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} ETC = &\prod_{\substack{j = i \\ j \in \Omega}} P_j(n_j, c_j) \{EA_i(n_i, c_i) + N(EFR_i) \\ &[1 - P_i(n_i, c_i)] + n_i(EFS_i)\} + \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in \Omega}} EA_j \\ &(n_j, c_j) \prod_{\substack{k = i = j \\ k \in \Omega}} P_k(n_k, c_k) + R'N[1 - \prod_{\substack{j \neq i \\ j \in \Omega}} P_j \\ &(n_j, c_j)] + \sum_{k \in q(i)} n_k [S_k \prod P_m(n_m, c_m)] \\ &+ ETC(\Phi) \prod_{\substack{j \neq i \\ j \in \Omega}} P_j(n_j, c_j) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,

$$EFR_i = R' - (1/N) \{ \sum_{\substack{k \neq i \\ k \in \Omega}} EA_k(n_k, c_k) / P_k(n_k, c_k) + \sum_{k \in q(i)} n_k S_k / [P_k(n_k, c_k) \prod_{m \in q(k)} P_m(n_m, c_m)] \}$$

$$EFS_i = S_i / \prod_{k \in q(i)} P_k(n_k, c_k)$$

$$R' = R - ETC(\Phi) / N$$

$$ETC(\Phi) = \mathrm{Min} \sum_{i \in \Phi} [EA_i(n_i, c_i) + ER_i(n_i, c_i) + n_i s_i]$$

이다.

식 (20)으로 부터 다특성 단축 샘플링 검사의 최적해를 구하는 과정은 다음과 같이 3단계로 요약될 수 있다.

1) 먼저 비치명 특성에 대한 최적해를 특성마다 독립적인 단일특성 모델로 하여 구한다.

2) 단계 1에서 구한 결과로 부터 R′을 계산한다.

3) 치명특성에 대한 최적해는 다음의 副비

용함수를 모든 치명특성에 대해 반복적으로계산히여 구한다.

$$SUB(i \in \Omega) = EA_i(n_i,c_i) + N(EFR_i)[1-P_i(n_i,c_i)] + n_i(EFS_i) \tag{21}$$

여기서 초기치로서 $EA_i(n_i,c_i) = ER_i(n_i,c_i) = 0$ 그리고 $P_i(n_i,c_i) = 1$로 한다.

위의 3단계의 과정을 총 기대비용 ETC가 최소화될 때까지 반복함으로서 최종적인 최적 샘플링 검사 방식을 결정할 수 있다.

4. 적용 例

다음의 가상적인 문제에 대하여 식 (20)을 최소화하는 다특성 단축 샘플링 검사 방식의 최적해를 구히여 보았다. 또한 단축검사를실시하지 않는 경우와 그 결과를 비교하기 위하여 식 (11)을 최소화하는 최적 샘플링 검사 방식도 동시에 구하여 보았다. 문제를 간단히 하기 위하여 검사에 제출되는 로트의 크기를 N = 100으로 하고 대상 품질특성은 4가지로 하였으며 각 검사특성의 관수를 요약하면 Table 1과 같다.

Table 1. Attribute Characteristics

Attribute	Type	α_i	β_i	S_i	A_i	R_i
1	scrappable	1	9	1.0	10.0	2.0
2	scrappable	1	9	1.0	10.0	2.0
3	scrappable	1	9	1.0	10.0	2.0
4	screenable	1	7	0.2	2.0	0.3

이 문제에 대한 계산 결과를 요약하면 Table 2와 같다.

Table 2. The optimal sampling plans for the curtailed and complete inspection sampling models.

	Curtailed		Complete	
	sampling plan (n_i, C_i)	profability of acceptance (P_i)	sampling plan (n_i, C_i)	profability of acceptance (P_i)
attribute 1	(6.1)	0.875	(7. 1)	0.847
attribute 2	(6.1)	0.875	(7. 1)	0.847
attribute 3	(6.1)	0.894	(10. 2)	0.875
attribute 4	(8.1)	0.767	(28. 4)	0.740
ETC	268.87		274.23	

Table 2로부터 단축검사의 효과는 비치명 특성에 대한 검사방식에서 크게 나타났으며 총 기대비용은 단축검사의 경우가 비단축 검사의 98% 정도가 됨을 알 수 있다.

5. 結 論

본 연구에서는 베이지안 다특성 샘플링 검사 모델에 단축검사 절차의 적용을 시도하여 단축검사에서 총 기대비용 함수를 산정하고 이총 기대비용 함수를 최소화하는 최적 샘플링 검사 방식을 결정하는 해법을 제시하였다.

본 연구에서 제시한 모델의 유효성에 대하여 앞으로 좀더 충분한 검토가 있어야 할 것이나 여기서는 실제 계산 例를 통하여 단축검사 모델이 검사량과 총 비용의 절감을 이룰 수 있음을 보였다.

REFERENCE

1. Ailor, R. H., Sohmidt, J. W., and Bennett, G. K., "The design of Economic Acceptance Sampling Plans for a Mixture of Variables and Attribute", AIIE Transactions, 7, 370-378(1975).
2. Champman, S. C., Schmidt, J. W., and Bennett, G. K., "The Optimum Design of Multivariate Sampling Plans", Naval Research logistics Quarterly, 25, 633~651(1978).
3. Chiu, W. K., "A New Prior Distribution for Attribute Sampling", Technometrics, 16, 93~102(1974).
4. Guenther, W. C., "On the Determination of Single Sampling Attribute Plans Based upon a Linear Cost Model and a Prior Distribution", Technometrics, 13, 483~498(1971).
5. Hald, A., "The Compound Hypergeometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection Plans Based on Prior Distribution and Costs", Technometrics, 2, 275~340(1960).
6. Moskowitz, H., Plante, R., "Effects of Risk Aversion on Single Sample Attribute Inspection Plans", Management Science, 30, 1226~11237(1984).
7. MOSKOWITZ, H., Plante, R., Ravindran, A., and Tang, K., "Multiattribute Bayesian Acceptance Sampling Plans for Screening and Scrapping Rejected Lots", IIE Transactions. 185~192(1984).
8. Schmidt, J. W., and Bennett, G. K., "Economic Multiattribute Acceptance Sampling", AIIE Transactions, 4, 184~199(1972).
9. Tang, K., Plante, R., and Moskowitz, H., "Multiattribute Bayesian Acceptance Sampling Plans under nondestructive Inspection", Management Science, 32, 739~750(1986).