

피아노현의 진동에 관한 연구

A Study on Piano String Vibration

강 태 환*, 윤 영 국**, 이 상 조***

(T. H. Kang, Y. K. Yoon, S. J. Lee)

요 약

본 연구에서는 음역의 변화를 위해 현에 사용중인 방법 대신 피아노 현에 집중질량을 달아, 피아노 현의 진동특성 및 음색에 관해 분석하였다.

이론적 해석은, 현의 질량을 등분화 하여 다자유도계의 스프링-질량 시스템으로 변환시켜 Holzer 방법으로 해석한 불연속계와, 모우드 합 방법과 라플라스 변환방법을 이용한 연속계로 해석하였으며 실험적 해석은 업라이트 피아노의 현에 집중질량을 부착시켜 수행하였다.

ABSTRACT

This study made an analysis of the characteristics of vibration & tone color of the piano strings on which a concentrated mass was set to give a variety of different variations to the gamut. Theoretical analyses in this study were based on discrete and continuous system, of which the former was transformed into a multi-degree of freedom system by dividing into a number of small parts, while the latter utilized mode summation and Laplace transformation methods. And experiments were carried out with setting concentrated masses on upright piano string.

I. 서 론

현의 진동은 19세기 Rayleigh에 의한 수학적 모델이 발표된 이후 현대에 이르기까지 모든 진동의 기본 현상으로서, 특히 음향학의 중요한 분야로 대두

되고 있다. 또한 응용분야인 피아노나 바이올린등 악기제조분야에 있어 현의 진동현상 규명은 고급제품 생산에 필수적이다.

피아노의 공간상의 제약으로 말미암아, 저음부의 진동수를 낮추기 위하여 현의 길이를 무한정 길게 할 수 없으며, 또한 현의 굵기를 조정하는 방법은 타격력의 제한으로 인하여, 피아노 설계에 이러한 방법의 적용은 불가능하다. 그러므로 실제 피아노의 저음부는 가는 현에 비중이 큰 동선(Copper

*연세대학교 기계공학과 산업대학원

**연세대학교 기계공학과 대학원

***연세대학교 기계공학과 조교수

현의 단위 길이당 균일하게 잡아 나뉜 길이당 현의 질량을 증가시켜 진동수를 줄이며, 중음부와 고음부: 현의 길이와 현의 굵기를 조정하여 진동수를 변화시킨다.

따라서 본 연구는 피아노의 저음부 설계에 기초 연구로서 피아노현에 집중질량을 달아 집중질량의 크기와 위치에 따른 음색변화 및 진동특성변화 물이론 및 실험적 방법으로 해석하는데 목적이 있다.

본 연구에서 이론해석은 현을 불연속계(Discrete system)와 연속계(Continuous system)로 해석하였다.

불연속계 해석은 Holzer 방법을 사용해 현의 질량을 미세등분화시켜 스프링 질량 시스템의 다자유도계(Multi degree of freedom)로 해석하였으며, 연속계 해석은 모우드 합 방법과 라플라스 변환방법으로 해석하였다.

또한 실험은 실제 업라이트 피아노의 현에 집중 질량을 부착시킨 후 진반으로 타현하여 현의 진동을 Condenser type microphone으로 감지하여 주파수 분석기로 해석하였다.

II. 피아노 현진동의 이론적 해석

일반적으로 현의 진동은 길이방향 진동과 횡방향 진동으로 나눌 수 있다.

본 연구에서는 아래와 같은 가정을 설정하여 피아노 현의 횡방향 진동의 이론을 전개하였다.

1. 현의 단위길이당 질량은 일정하다.
2. 현은 완전 탄성체이며 굽힘저항은 무시한다.
3. 현에 작용하는 중력은 장력에 비하여 매우작다.
4. 현의 횡방향 진동 변위는 미소하다.

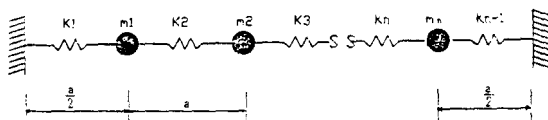


그림 1 Multi degree of freedom with spring mass system

불연속계의 해석에서는 Holzer 방법을 사용해 고유진동수를 계산하였다. 현의 길이를 N등분하여 N 자유도계의 등가스프링 질량계로 변환시켰으며, 여기서 집중질량은 그림 1의 분포된 현의 등가 질량 위에만 부가시켜 고유진동수를 구하였으며 Holzer 방법에 관한 자세한 이론 전개는 생략한다.

II - 1. 모우드 합 방법

그림 2와 같이 길이가 L인 현에 집중질량 M이 ξ점에 위치할 때 현의 밀도는 ρ + Mδ(x - ξ)로 표시되며 이계의 운동방정식은 다음과 같다.

(단, 0 ≤ ξ ≤ L)

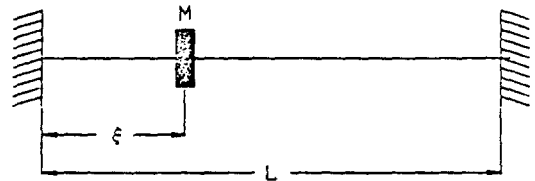


그림 2 Single concentrated mass system

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \left[1 + \frac{M}{\rho} \delta(x - \xi) \right] \frac{d^2 w}{dt^2} - \frac{F_{ix, t_1}}{\rho c^2} \quad (1)$$

여기에서 $c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ 이며, 전파속도를 나타낸다

(1) 식에서 자유진동이면 $F_{ix, t_1} = 0$ 이고, $w(x, t) = W(x) \cdot e^{i\omega t}$ 라 하면 (1) 식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 + \frac{M}{\rho} \delta(x - \xi) \right] W(x) = 0 \quad (2)$$

(2) 식에서 $\Omega^2 = \frac{L^2 \omega^2}{c^2}$, $r = \frac{M}{\rho}$ 으로 표시하면 (1) 식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{\Omega^2}{L^2} \left[1 + r \delta(x - \xi) \right] W(x) = 0 \quad (3)$$

(3) 식의 해를 집중질량이 없을 때 양단이 고정된 현의 경계조건을 만족하는 함수 $W_{m,0}$ 를 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$W_{1,x} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m W_{m,x} \quad (4)$$

(4) 식을 (3) 식의 2 번째 상미분 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$a_m \left[W_{m,x}'' + \frac{\Omega^2}{L^2} W_{m,x} \right] = \frac{\Omega^2}{L^2} \gamma \delta(x - \xi) W_{1,x} \quad (5)$$

다시 (5) 식에 $W_{m,x}$ 를 양변에 곱하여 현의 전장이 에 걸쳐 적분하면 다음과 같다. (단, 여기에서 $W_{n,x}$ 는 $W_{m,x}$ 와 직교함수이다.)

$$\int_0^L a_m \left[W_{m,x}'' W_{n,x} + \frac{\Omega^2}{L^2} W_{m,x} W_{n,x} \right] dx = \int_0^L \frac{\Omega^2}{L^2} \gamma \delta(x - \xi) W_{1,x} W_{n,x} dx \quad (6)$$

여기에서 $W_{m,x} = \sin \frac{\Omega_m x}{L}$ ($\Omega_m = m\pi$) 라 하고, (6) 식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{a_m}{L^2} \int_0^L W_{m,x} W_{n,x} (\Omega^2 - \Omega_m^2) = \frac{\gamma \Omega^2}{L^2} \int_0^L \delta(x - \xi) W_{1,x} W_{n,x} dx \quad (7)$$

한편 $W_{m,x}$ 와 $W_{n,x}$ 는 직교함수이므로 다음과 같이 정의된다.

$$\int_0^L W_{m,x} W_{n,x} dx = \delta_{mn} N_m \quad (8)$$

여기에서 N_m 은 Norm이다. 또한

$$\int_0^L \delta(x - \xi) W_{1,x} W_{n,x} dx = W_{1,\xi} W_{n,\xi} \quad (9)$$

이므로 (8), (9) 식을 (7) 식에 대입하면 다음과 같다.

$$a_m N_m (\Omega^2 - \Omega_m^2) = -\gamma \Omega^2 W_{1,\xi} W_{m,\xi} \quad (10)$$

다시 a_m 에 대해 정리하면

$$a_m = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma \Omega^2 W_{1,\xi} W_{m,\xi}}{N_m (\Omega_m^2 - \Omega^2)} \quad (11)$$

이다.

(11) 식을 (4) 식에 대입하면 다음과 같다.

$$W_{1,x} = W_{1,\xi} \gamma \Omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{W_{m,x} W_{m,\xi}}{N_m (\Omega_m^2 - \Omega^2)} \quad (12)$$

(12) 식에서 $x = \xi$ 이면

$$1 = \gamma \Omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{W_{m,\xi}^2}{N_m (\Omega_m^2 - \Omega^2)} \quad (13)$$

한편 (8) 식의 Norm정의에서 $W_{m,x} = \sin \frac{m\pi x}{L}$ 를 대입하면 $N_m = \frac{L}{2}$ 이 된다. (13) 식은 다음과 같다.

$$1 = \left[\frac{2\gamma}{L} \right] \Omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin^2(m\pi\xi/L)}{((m\pi)^2 - \Omega^2)} \quad (14)$$

여기에서 Ω 를 계산하면 고유진동수 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 을 구할 수 있다.

II - 2. 라플라스 변환방법

(3) 식의 운동방정식을 라플라스 변환하면 다음과 같다.

$$\bar{W}_{1,s} = \frac{1}{S^2 + \Omega^2/L^2} \left[S W_{1,0} + W'_{1,0} - \frac{\gamma \Omega^2}{L^2} e^{-s\xi} W_{1,\xi} \right] \quad (15)$$

여기에서 $W_{1,0}$ 와 $W'_{1,0}$ 는 각각 $x = 0$ 점에서 변위 및 기울기이다.

(15) 식을 라플라스 역변환하면 다음과 같다.

$$W_{1,x} = W_{1,0} \cos(\Omega x/L) + \frac{L W'_{1,0}}{\Omega} \sin(\Omega x/L) - \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] W_{1,\xi} \sin \left\{ \frac{\Omega}{L} (x - \xi) \right\} U(x - \xi) \quad (16)$$

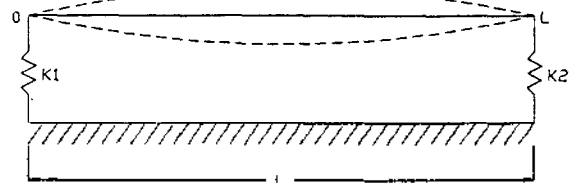


그림 3 Rigid loop system of string with spring

여기에서 $U(x-\xi)$ 는 Unit step function이다.

현은 그림 3과 같이 양단이 스프링으로 지지된 시스템으로 가정한다.

그림 2에서 스프링의 변위에 요구되는 힘은 x_{01} 점에서 현이 횡방향으로 미소변위 한때의 수직방향에 작용하는 힘의 요소와 같으므로 현의 경계조건은 아래와 같다.

$$W'_{(0)} = \frac{K_1}{T} W_{(0)} \quad (17-1)$$

$$W'_{(L)} = \frac{K_2}{T} W_{(L)} \quad (17-2)$$

(17)식에서 $a_j = Lk_j / \rho c^2$ 으로 놓고 정리하면

$$W'_{(0)} = \frac{a_1}{L} W_{(0)} \quad (18-1)$$

$$W'_{(L)} = \frac{a_2}{L} W_{(L)} \quad (18-2)$$

이다.

(16)식을 미분하면 다음과 같다.

$$W'_{(x)} = -W_{(0)} \frac{\Omega}{L} \sin(\Omega x/L) + \frac{L W'_{(0)}}{\Omega} \frac{\Omega}{L} \cos(\Omega x/L) - \frac{\gamma \Omega}{L} W_{(0)} \frac{\Omega}{L} \cos \left\{ \frac{\Omega}{L} (x-\xi) \right\} U(x-\xi) \quad (19)$$

경계조건(18-2)식을 (16)식 (18-1)식과 (19)식을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$W_{(0)} \left[\frac{a_1}{L} \cos \Omega - \frac{\Omega}{L} \sin \Omega - \frac{a_2}{L} \cos \Omega - \frac{a_1 a_2}{L \Omega} \sin \Omega \right] - \frac{\gamma \Omega}{L} W_{(0)} \left[\frac{\Omega}{L} \cos \left\{ \Omega (1-\xi/L) \right\} - \frac{a_2}{L} \sin \left\{ \Omega (1-\xi/L) \right\} \right] \quad (20)$$

(20)식의 양변에 $L\Omega$ 을 곱하면 다음과 같다.

$$W_{(0)} = \frac{\gamma \Omega^2}{L} W_{(0)} \hat{W}_{(0)} \quad (21)$$

여기에서

$$\hat{W}_{(0)} = \frac{\Omega \cos \{ \Omega (1-\xi/L) \} - a_2 \sin \{ \Omega (1-\xi/L) \}}{\Omega (a_1 - a_2) \cos \Omega - (\Omega^2 + a_1 a_2) \sin \Omega} \quad (22)$$

(21)식을 (16)식에 대입하면 다음과 같다.

$$W_{(x)} = \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] W_{(0)} \left[W_{(0)} \{ \Omega \cos(\Omega x/L) + a_1 \sin(\Omega x/L) \} - \sin \left\{ \frac{\Omega}{L} (x-\xi) \right\} U(x-\xi) \right] \quad (23)$$

여기에서 집중질량의 위치를 $x=\xi$ 라 하면 다음과 같다.

$$1 = \frac{W_{(0)}}{W_{(0)}} = \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \cdot \left[W_{(0)} \{ \Omega \cos(\Omega \xi/L) + a_1 \sin(\Omega \xi/L) \} \right] \quad (24)$$

(24)식에서 $W_{(0)}$ 에 대해 정리하면

$$W_{(0)} = \frac{1}{\left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \cdot \left[\Omega \cos(\Omega \xi/L) + a_1 \sin(\Omega \xi/L) \right]} \quad (25)$$

(22)식과 (25)식은 같으므로 다음과 같이 표시된다.

$$\Omega (a_1 - a_2) \cos \Omega - (\Omega^2 + a_1 a_2) \sin \Omega = \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \cdot \left[\Omega \cos(\Omega \xi/L) + a_1 \sin(\Omega \xi/L) \right] \cdot \left[\Omega \cos \{ \Omega (1-\xi/L) \} - a_2 \sin \{ \Omega (1-\xi/L) \} \right] \quad (26)$$

한편 지금 해석하고 있는 계의 양단이 고정되어 있으므로 그림 2에서 스프링 상수 K 값은 매우 크다고 가정하면 즉 K 값은 무한대에 가깝다.

그러므로 a_1, a_2 가 역시 무한대에 가까우므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_j = (LK_j / \rho c^2) \rightarrow \infty$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 0 \tag{27}$$

$$\Omega^2 = \alpha_1 \alpha_2 = \alpha_1 \alpha_1$$

27) 식을 26) 식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha_1 \alpha_2 \sin \Omega = \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \cdot \left[\Omega \cos \{ \Omega \xi / L \} + \alpha_1 \sin \{ \Omega \xi / L \} \right] \cdot \left[\Omega \cos \{ \Omega (1 - \xi / L) \} - \alpha_2 \sin \{ \Omega (1 - \xi / L) \} \right] \tag{28}$$

여기에서 28) 식을 간단히 하기 위해 다음과 같이 놓는다.

$$A = \cos \{ \Omega \xi / L \}$$

$$B = \sin \{ \Omega \xi / L \}$$

$$C = \cos \{ \Omega (1 - \xi / L) \} \tag{29}$$

$$D = \sin \{ \Omega (1 - \xi / L) \}$$

28) 식에 29) 식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sin \Omega = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \cdot \left[\Omega^2 AC - \alpha_2 \Omega AD + \alpha_1 \Omega BC - \alpha_1 \alpha_2 BD \right] \tag{30}$$

30) 식에서 $\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow \infty$ 이므로 $\sin \Omega = \frac{\gamma \Omega}{L} BD$, 즉 다음과 같다.

$$\sin \Omega = \left[\frac{\gamma \Omega}{L} \right] \sin \{ \Omega \xi / L \} \sin \{ \Omega (1 - \xi / L) \} \tag{31}$$

표 1 Theoretical and experimental results of natural frequencies of string with single concentrated mass.

Concentrated mass (g)	Mass position (ξ/L)	Frequency mode No.	Natural frequency (Hz)				
			Without mass theoretical	Holzer	Mode summation	Laplace transformation	Experiment
0	0	1	185.0	-	-	-	185.0
		2	370.0	-	-	-	370.0
		3	555.0	-	-	-	555.0
0.51	$\frac{1}{5}$	1	-	180.2	179.3	179.4	180.0
		2	-	342.4	342.9	342.3	340.0
		3	-	511.3	523.4	522.0	517.5
	$\frac{1}{3}$	1	-	174.1	173.6	173.6	172.5
		2	-	345.0	350.1	349.8	347.5
		3	-	550.1	556.2	555.3	555.0
	$\frac{1}{2}$	1	-	170.2	170.6	170.6	170.0
		2	-	367.7	370.4	370.2	370.0
		3	-	509.7	515.2	513.2	510.0
0.82	$\frac{1}{5}$	1	-	177.0	175.4	175.4	175.0
		2	-	326.7	327.6	326.2	325.0
		3	-	496.0	511.2	508.7	507.5
	$\frac{1}{3}$	1	-	167.7	166.2	166.5	165.0
		2	-	333.7	340.3	339.5	337.5
		3	-	550.0	555.1	555.3	555.0
	$\frac{1}{2}$	1	-	162.1	162.3	162.2	162.5
		2	-	367.2	370.2	370.2	370.0
		3	-	490.1	496.3	491.9	492.5

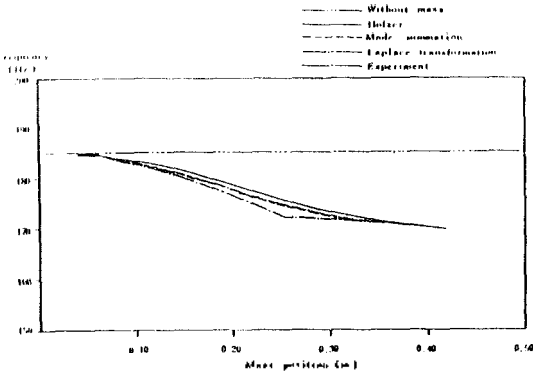


그림 4 Relations of the 1st natural frequency to different positions of single concentrated mass.

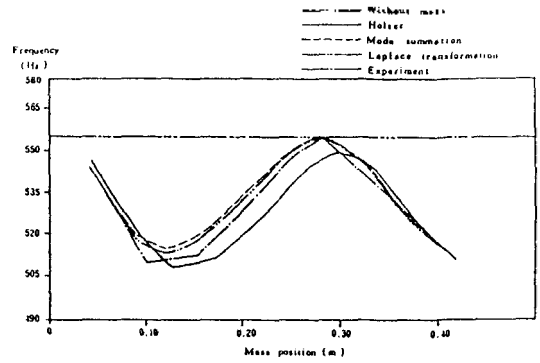


그림 6 Relations of the 3rd natural frequency to different positions of single concentrated mass.

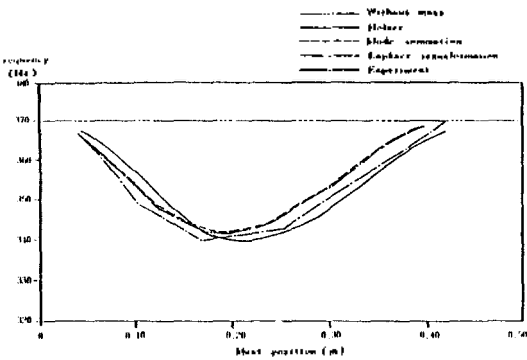


그림 5 Relations of the 2nd natural frequency to different positions of single concentrated mass.

여기에서 Ω 를 계산하면 고유진동수 $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ 을 구할 수 있다.

III. 수치 해석

본 연구에서 사용한 수치해석 알고리즘에서 Hol-

zer 방법은 현을 20 자유도의 스프링-질량계로 등가시켜 Sub program "RGC"를 이용하여 고유치를 계산하였고, 모우드 합 방법은 처음 10모우드까지를 고려하여 Runge-Kutta 알고리즘으로 또한 라플라스 변환 방법은 Bisection 알고리즘으로 각각 해석하였다.

집중질량이 한개일 때 집중질량 위치변화 및 질량크기 변화에 따른 고유진동수 변화에 대한 수치 해석 결과를 Table 1에 정리하였다. 그림 4, 그림 5, 그림 6은 집중질량의 크기가 일정하고 설치 위치가 변화할 때 각 진동 모우드에 해당하는 고유진동수 변화를 각각 보여주고 있다.

집중질량이 2개일 때 경우 위치변화 및 질량크기 변화에 따른 고유진동수 변화에 대한 수치해석 결과를 표 2에 실었다.

표 2 Theoretical and experimental results of natural frequencies of string with double concentrated mass.

Concentrated mass (g)		Mass position		Experimental analysis			Holzer method Analysis		
M_1	M_2	ξ_1/L	ξ_2/L	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
0.51	0.51	1/5	1/2	165.0	335.0	480.0	167.2	341.2	459.4
0.51	0.51	1/3	1/2	160.0	345.0	507.5	161.9	344.9	501.4
0.82	0.51	1/5	1/2	162.5	320.0	472.5	164.2	325.6	459.3
0.82	0.51	1/3	1/2	155.0	335.0	505.0	156.6	332.9	496.9

IV. 실험

V. 결과 및 고찰

IV - 1. 실험장치

집중질량의 크기 및 위치변화에 따른 현의 고유진동수 변화를 측정하기 위한 본 실험장치는 업라이트의 피아노 현에 그림 7 과 같이 집중질량을 붙여서 전반으로 타현하여 진동하는 현의 음을 Condenser type microphone으로 감지하여 이를 다시 증폭시킨후 주파수 분석기로 진동특성을 분석하여 X-Y 기록계로 자료를 정리하였다.

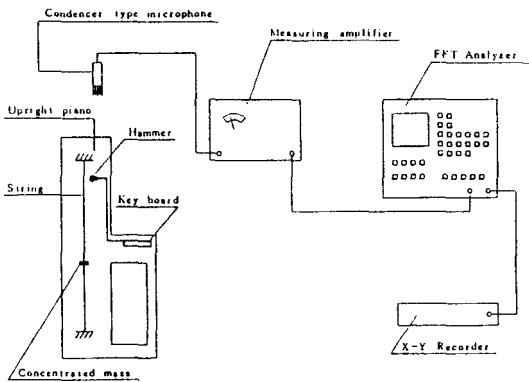


그림 7 Experiment equipment layout.

IV - 2. 실험방법

부가 집중질량의 갯수, 크기 및 위치변화가 현의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 측정하기 위하여 피아노전반 34번에 해당하는 현에 0.51g과 0.82g의 납을 현길이의 1/2, 1/3 및 1/5 되는 곳에 설치하여 실험하였다.

현은 34번 전반에 의해 발생하는 충격력으로 가 진되었다. 전 실험을 통하여 현길이 L, 단위길이 당 현질량 ρ 및 장력 T는 일정하다. 즉 L=0.845 m, ρ=6.797×10⁻³ kg/m, T=663.6N이다.

마이크는 지지대를 사용하여 피아노 몸체와 분리시켜 내부에 설치하였다.

현의 진동 스펙트럼은 FFT분석기를 이용하여 얻었으며 실험에서 FFT분석기의 주파수 영역은 1 KHz로 설정하였다.

집중질량의 크기가 증가할수록 현의 고유진동수는 표 1 과 같이 감소하고 있으며 집중질량의 위치변화에 따른 첫번째 고유진동수의 변화는 그림 4 에 나타난 바와 같이 집중질량 위치가 $\frac{nL}{2 \times 1}$ (n=1) 을 분기점으로 감소 증가하고 있으며 그림 5 에서 두번째 고유진동수는 현의 $\frac{nL}{2 \times 2}$ (n=1, 2, 3)을 분기점으로 그림 6 에서 세번째 고유진동수는 현의 $\frac{nL}{2 \times 3}$ (n=1, 2, 3, 4, 5)을 분기점으로 주기적인 감소증가를 하고 있다. 따라서 일반적으로 i 번째 고유진동수는 $nL/2 \times i$ (n=1, 2, 3, ..., 2i-1)을 분기점으로 주기적으로 감소 증가함을 알 수 있다.

집중질량의 위치가 각 모우드의 노우드(node) 점 위치와 같은 경우 각각의 모우드에 해당하는 고유진동수는 집중질량 유무 및 크기에 무관함을 알 수 있다. 즉 표 1에서 집중질량의 크기 및 설치 위치 변화에 대한 고유진동수 변화를 살펴보면 집중질량의 크기가 증가할수록 고유진동수는 감소하나 설치 위치가 L/3 인 경우 세번째 모우드에 대한 고유진동수는 집중질량이 0.51g과 0.82g인 경우 모두 550 Hz로 집중질량이 없는 경우의 세번째 고유진동수와 거의 일치한다. 이러한 현상은 설치위치가 L/2 인 경우 두번째 모우드에 대한 고유진동수에서도 발생하고 있다.

현에 두개의 집중질량을 설치한 경우 집중질량의 크기 및 설치위치 변화에 따른 고유진동수 변화는 표 2 에 정리하였다.

첫번째 및 세번째 고유진동수는 집중질량 M₁ 의 크기가 작수록 또한 설치위치 ξ₁ 이 현의 중심부에 가까울수록 감소하며, 감소량은 M₂ 의 영향으로 집중질량이 하나인 경우에 비하여 증가한다. 그러나 두번째 고유진동수는 M₂ 의 설치위치가 L/2 즉 현의 모우드의 노우드점이므로 집중질량 M₁ 이 ξ₁ 에 하나만 설치된 경우의 두번째 고유진동수와 일치한다.

이론해석의 Holzer방법은 다자유도계의 복잡한 계를 해석하는데 편리한 잇점이 있으나 고차 모우드로 갈수록 고유진동수 값의 정확도가 떨어진다.

측 실험값과 고유진동수의 정확도를 비교해보면 평균적으로 첫번째는 99.3%, 두번째 99.2%, 세번째 99.0%의 정확도를 가진다. 모우드 합 방법은 질량이 한개일 때 뿐 아니라 여러개 있을때 이론을 확장시킬 수 있는 잇점이 있으나 많은 고차 모우드의 고유진동수 값을 구할 때 계산시간이 길며, 정확한 해에 가까운 근사값을 구할 수 있다. 라플라스 변환방법은 정확한 해를 구할 수 있고 수렴이 빠르므로 계산시간이 짧다.

음색에 관한 실험적 결과는 집중질량을 달았을 경우 첫번째 고유 진동수에 해당하는 모우드가 지배적이기 때문에 음의 높이를 맞출 수 있으나 두번째 모우드 이후의 고유진동수 값이 정수배가 되지 않음으로 음의 간섭현상이 발생하여 둔탁한 느낌을 갖는 음을 발생시켰다.

그림 9는 집중질량이 없을 때 주파수 스펙트럼이며 그림 10~그림 19는 집중질량의 크기, 설치 위치 및 부가 집중질량수에 따른 주파수 스펙트럼을 각각 보여준다.

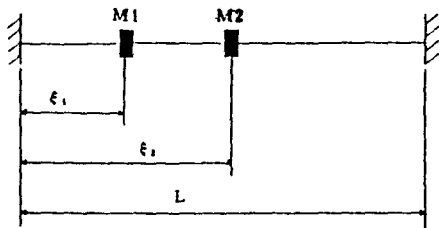


그림 8 Double concentrated mass system.

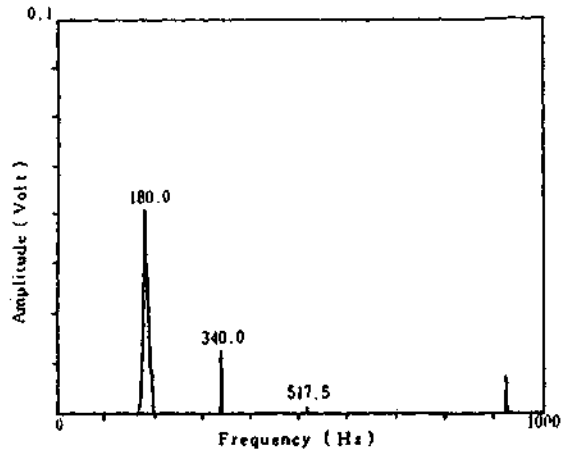


그림 10 Frequency response of string with single concentrated mass 0.51g at L/S.

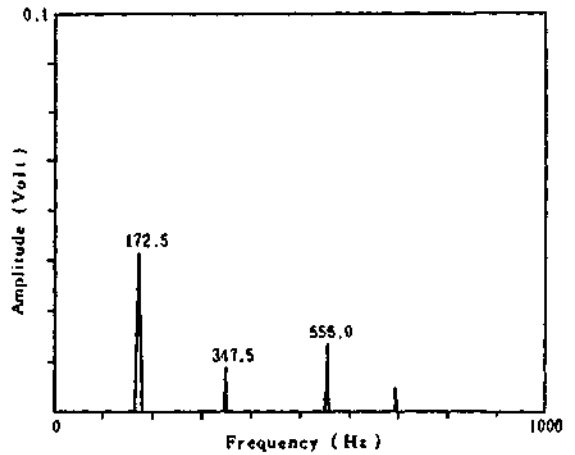


그림 11 Frequency response of string with single concentrate mass 0.51g at L/3.

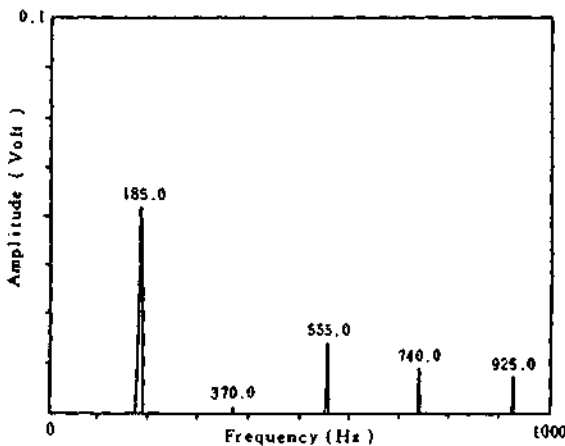


그림 9 Frequency response of string without concentrated mass.

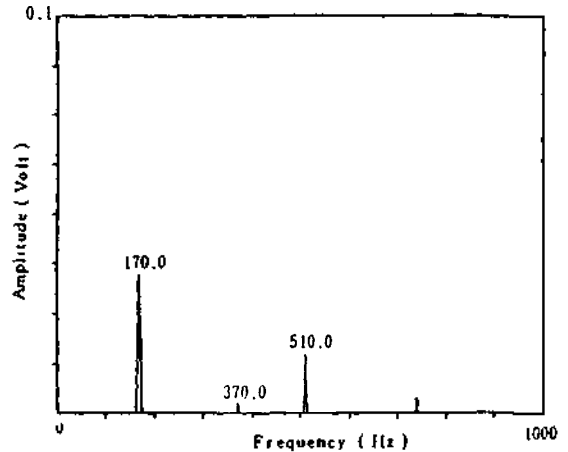


그림 12 Frequency response of string with single concentrated mass 0.51g at L/2.

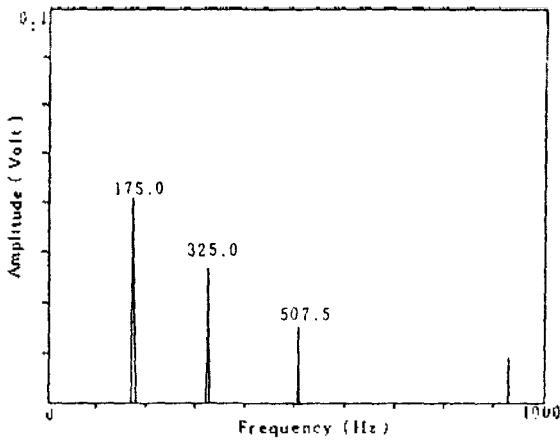


그림13 Frequency response of string with single concentrated mass 0.82g at $L/5$.

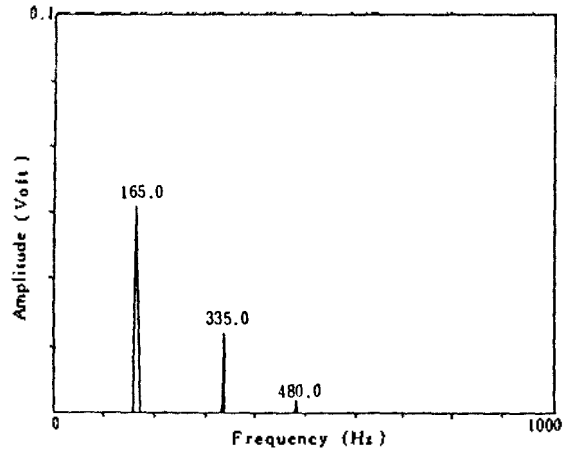


그림16 Frequency response of string with double equal concentrated mass 0.51g at $\xi_1 = L/5$, $\xi_2 = L/2$.

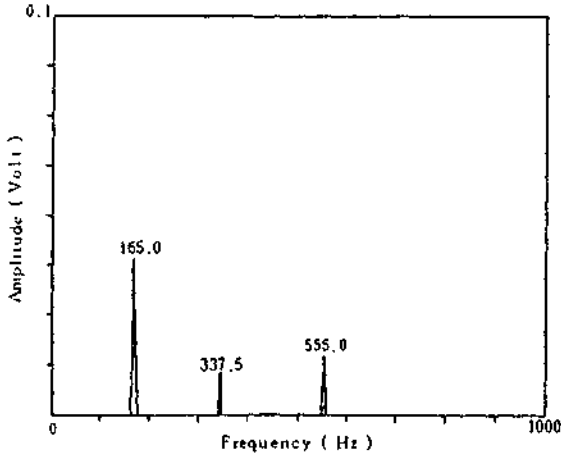


그림14 Frequency response of string with single concentrated mass 0.82g at $L/3$.

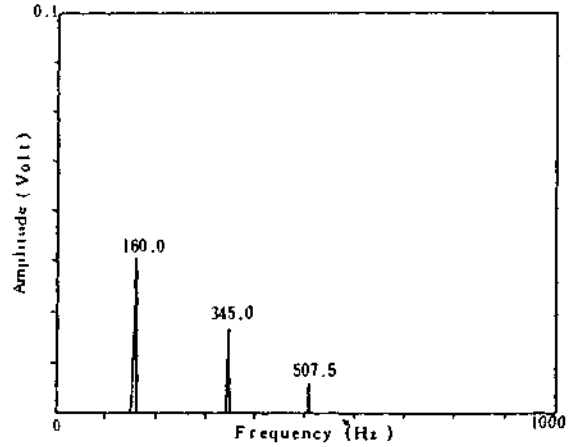


그림17 Frequency response of string with double equal concentrated mass 0.51g at $\xi_1 = L/3$, $\xi_2 = L/2$.

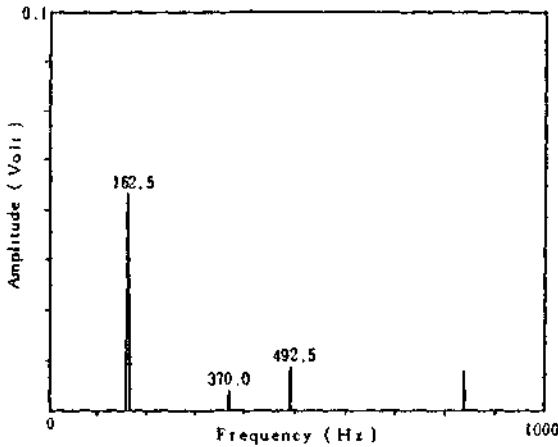


그림15 Frequency response of string with single concentrated mass 0.82g at $L/2$.

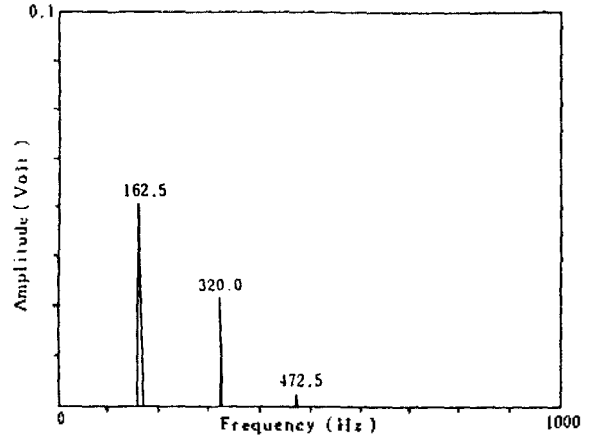


그림18 Frequency response of string with double concentrated mass $M_1 = 0.82g$, $M_2 = 0.51g$ at $\xi_1 = L/5$, $\xi_2 = L/2$.

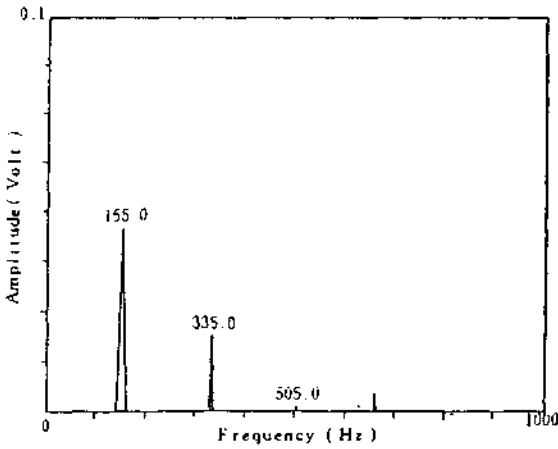


그림19 Frequency response of string with double concentrated mass $M_1 = 0.82g$ $M_2 = 0.51g$ at $\xi_1 = L/3$, $\xi_2 = L/2$.

VI. 결 론

피아노 현의 진동특성 및 음색 변화에 관한 이론 및 실험적 해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 한개의 집중질량이 설치된 현의 i 번째 고유 진동수는 $\frac{nL}{2 \times i}$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 2i - 1$) 을 분기점으로 주기적인 감소 증가 현상을 보인다.
2. 집중질량의 위치가 각 모우드의 노우드점에 위치한 경우 각각의 모우드에 해당하는 고유 진동수는 집중질량의 크기 및 유무에 무관하다.
3. 고차 모우드에서 Holzer 방법은 많은 오차가

발생되며 라플라스 변환 방법이 가장 정확한 해를 구할 수 있다.

4. 집중질량을 설치한 경우 집중질량 크기의 변화로 현의 첫번째 고유 진동수는 음계에 맞출 수 있으나 설치 위치에 따라 두번째 모우드 이후의 고유 진동수 값이 정수배가 되지 않으므로 음의 간섭현상이 발생하여 둔탁한 느낌을 갖는 음을 발생시켰다.

참 고 문 헌

1. Edward B. Magrab, "Vibrations of elastic structural members," Sijthoff & Noordhoff International Publishers BV, 1979, pp.46-71.
2. Ralph J. Harker, "Generalized method of vibrations analysis," John Wiley & Sons, Inc., 1983, pp.113-114.
3. Francis S. Tse and Ivan E. Morse, "Mechanical vibrations theory and applications," Allyn and Bacon, Inc., 1978, pp.253-257.
4. E.J. Watson, "Laplace transforms and applications," Van Nostrand Reinhold Company, 1981, pp.7-9.
5. M.L. James and G.M. Smith, "Applied numerical methods for digital computation with FORTRAN and CSMP," 1977, pp.93-96, pp.397-418.
6. John W. Strutt and Baron Rayleigh, "The theory of sound," Dover Publication, Inc., Vol. 1, 1945, pp.170-174.

▲강 태 환



1959년 7월 1일생
 1984년 2월 서울산업대학교 기계공학과졸업(학사)
 1987년 8월 연세대학교 산업대학원(석사)
 1981년 10월~1984년12월 삼익악기
 1984년 12월~현재 (주) 서통근무

▲윤 영 국

1983년 3월~1987년 2월 : 연세대학교 기계공학과 졸업(학사)
 1987년 3월~1989년 2월 : 연세대학교대학원 기계공학과 졸업(석사)
 1989년 3월~현재 삼성전자 근무.

▲이 상 조



1953년 9월 6일생
 1977년 2월 연세대학교 기계공학과 졸업
 1980년 5월 위스콘신 대학교 졸업 Ph. D
 1979년 2월~1985년 7월 울산대학교 기계공학과 조교수
 1986년 9월~현재 연세대학교 기계공학과교수