

번들조정법에 의한 지상시설물 경사면 해석의 정확도 향상에 관한 연구

Study on the Improvement of Accuracy in a Plain Slope Analysis Using the Bundle Adjustment

柳 福 模* 曹 基 成**
Yeu Bock-Mo Cho Gi-Sung
許 杜 洪***
Hur Du-Hong

요 旨

본 연구에서는 대상물의 좌표결정을 위해 해석적사진측량에서 사용되고 있는 번들조정법을 이용하여, 지상시설물의 경사에 따른 지상기준점의 배치형태와 수렴촬영시 수렴각의 변화에 따른 3차원 좌표의 오차특성들을 분석하여, 최적기준점배치 및 수렴각을 제시하였다. 따라서 일반지상시설물의 제약적인 주변환경으로 인해 수렴수평촬영을 할 수 없는 경우 편각수렴촬영방법에 의해 지상시설물의 경사면 해석에 있어서의 정확도를 크게 향상시킬 수 있었다.

ABSTRACT

In this study, improvement of accuracy in a plain slope analysis is a main object using the bundle adjustment with changing the convergent angles and the configurations of control points when we can't take convergent case because of poor environment around establishment and cultural assets.

From converged photographing using the angle of deviation, it was possible to improve accuracy in a plain slope analysis.

1. 序 論

최근에 해석적 방법으로 널리 이용되고 있는 번들조정법은 Brown(1976)¹⁾에 의해 개발된 이후, Kenifick(1972)²⁾, Grun(1978)³⁾, Shut(1979)⁴⁾등이 정오차를 고려할 수 있는 부가변수를 갖는 번들조정법을 제안하였으며, 자체 검정 또는 부가변수를 갖는 번들조정법은 Fraser(1979)⁵⁾, Hatzopoulous(1979)⁶⁾, Hottier(1976)⁷⁾ 등에 의해 근거리사진측량에 적용되어 사진측량의 정확도를 크게 향상시켰다.

번들조정법은 공선조건식을 수학적으로 모델로 하여 각 사진의 6개 외부표정요소($X_0, Y_0, Z_0, \alpha,$

φ, ω)와 대상점좌표(X, Y, Z)를 미지변수로 하여 계산되고 있다.

일반적으로 지상시설물은 촬영방향과 직각인 평면 또는 경사진 평면 등의 다양한 형태로 존재하게 된다. 시설물을 정면에서 수렴수평촬영할 수 있는 경우에는 수렴수평촬영에 의한 방법이 대상물의 높은 위치정확도를 얻는데 효과적임이 입증되었다. 그러나 시설물이 촬영방향과 경사져 있는 경우에는 사진측량의 기하학적 조건이 나빠지므로 특별한 해석이 요구된다.

따라서 본 연구에서는 번들조정법에 의한 좌표결정에 있어 대상물의 경사에 따른 지상기준점의 배치형태와 편각수렴촬영시의 수렴각을 변화시키면서 대상물의 3차원 위치오차의 특성들을 분석하여 일반 지상시설물에서 흔히 접하게 되는 경사면 해석의 정확도를 향상시키므로써 다양한 형태의 시설물을 해석하는 데 사진측량의 효용성을 증가시키고자 하였다.

* 연세대학교 공과대학 교수
** 연세대학교 대학원 박사과정
*** 연세대학교 대학원 석사과정

2. 해석사진측량에서의 수학적 모델

(1) 공선조건식에 의한 외부표정요소의 결정
공간후방교회법은 지상기준점좌표와 그 사진 좌표를 기초로 하여 사진기의 공간상의 위치와 회전요소를 결정하는 과정이다.⁸⁾

해석사진측량 분야에서 대상물의 3차원 좌표를 결정함에 있어 도해적 및 수치적 방법에 의한 수학적 모델을 적용시킬 때 다루어지는 기본적인 문제가 공선조건식에 의한 단사진의 공간후방교회법 (SPRO ; Single Photo Resection & Orientation)이다.

(2) 부가변수를 갖는 번들조정법

부가변수를 갖는 번들조정법은 렌즈왜곡, 필름변형, 초점거리 및 주점위치 이동 등에 의한 정오차보정항을 기본적인 번들조정식에 부가하여 조정하는 방법으로서, 이 접근방법은 Brown(1964)에 의해 이론적 기초가 확립되었으며, Kenefick(1972)등에 의해 여러가지 내부표정매개변수들이 개발되었고 Maune(1973)과 Adiguzel(1985)은 2차원 격자와 수렴각을 크게하여 촬영한 현미경사진을 이용하여 전자현미경을 검정하는 데 이 기법을 이용하였다.

최근 사진측량분야에 있어 부가변수를 갖는 번들조정법은 정오차 보정에 대한 활발한 연구로 인해 그 정확도가 향상되고 있다.

따라서 본 연구에서는 일반적으로 근거리 사진측량에서 고려되고 있는 다음과 같은 정오차 보정항들을 이용하였다.

i) 방사방향 렌즈왜곡에 대한 정오차모델

$$F(K) = K_0 + K_1 r_{ij}^2 + K_2 r_{ij}^4 + K_3 r_{ij}^6 \quad (2.1)$$

ii) 접선방향 렌즈왜곡 및 편심렌즈왜곡에 대한 정오차모델

$$\begin{aligned} \Delta x &= \{P_1(r_{ij}^2 + 2x_{ij}^2) + 2P_2^2 x_{ij} y_{ij}\} (1 + P_3 r_{ij}^2 + P_4 r_{ij}^4) \\ \Delta y &= \{2P_1 x_{ij} y_{ij} + P_2(r_{ij}^2 + 2y_{ij}^2)\} (1 + P_3 r_{ij}^2 + P_4 r_{ij}^4) \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서, $r_{ij}^2 = (x_{ij}^2 + y_{ij}^2)$

P_1, P_2 ; 편심렌즈왜곡에 대한 보정계수

$1 + P_3 r_{ij}^2 + P_4 r_{ij}^4 = F(P)$; 접선방향 렌즈왜곡에 대한 함수

식(2.1)과 (2.2)를 고려한 공선조건식은 다음과 같다.

$$x_{ij} + F(K) \cdot x_{ij} + F(P) \{P_1(r_{ij}^2 + 2x_{ij}^2) + P_2(2x_{ij}y_{ij})\}$$

= C

$$\frac{a_{11}(X_j - X_{01}) + a_{12}(Y_j - Y_{01}) + a_{13}(Z_j - Z_{01})}{a_{31}(X_j - X_{01}) + a_{32}(Y_j - Y_{01}) + a_{33}(Z_j - Z_{01})} \quad (2.3)$$

$$y_{ij} + F(K) \cdot y_{ij} + F(P) \{P_2(r_{ij}^2 + 2y_{ij}^2) + P_1(2x_{ij}y_{ij})\}$$

= C

$$\frac{a_{21}(X_j - X_{01}) + a_{22}(Y_j - Y_{01}) + a_{23}(Z_j - Z_{01})}{a_{31}(X_j - X_{01}) + a_{32}(Y_j - Y_{01}) + a_{33}(Z_j - Z_{01})}$$

여기서, 첨자 o, i, j는 각각 투영중심, 사진, 대상물에 대한 것이며, c는 초점거리, $x_{ij} = x_{ij} - x_c$, $y_{ij} = y_{ij} - y_c$ 로서, (x_{ij}, y_{ij}) 는 상점의 사진좌표, (x_c, y_c) 는 주점의 사진좌표이다.

외부표정요소를 관측값으로 고려했을 때의 관측방정식은 다음과 같다.

$$V_e - \Delta_e + E_e = 0 \quad (2.4)$$

대상물의 3차원 공간좌표와 내부표정요소(c, $x_c, y_c, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3$)를 관측값으로 고려했을 때의 관측방정식은 위와 동일한 방법에 의해 행렬형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_s - \Delta_s + E_s = 0 \quad (2.5)$$

$$V_i - \Delta_i + E_i = 0 \quad (2.6)$$

한편, 내·외부 표정요소 및 대상물 좌표를 관측값으로 고려했을 때의 사진좌표에 대한 관측방정식은

$$V + B_e \Delta_e + B_s \Delta_s + B_i \Delta_i + E = 0 \quad (2.7)$$

이므로, 식(2.4), (2.5), (2.6) 그리고 (2.7)을 하나의 행렬 형태로 쓰면

$$V + B \Delta + E = 0 \quad (2.8)$$

이 되고, 식(2.8)에 대한 정규방정식은 다음과 같다.

$$N \Delta + U = 0 \quad (2.9)$$

윗 식으로부터 미지수 Δ 는 N^{-1} 를 계산하므로써 얻을 수 있다.

3. 결과분석

(1) 최적기준점 배치

본 연구에서는 기준점만을 관측값으로 사용했을 때 공선조건식에 의해 구한 각 사진의 외부표정요소값을, 부가변수를 갖는 번들조정법과 부가변수를 고려하지 않은 번들조정법에 각

각 적용시켰다.

(표 1)은 기준점배치형태를 달리 했을 때 이들 두 방법에 의한 대상물 좌표의 표준오차를 촬영수렴각 별로 나타낸 것이며, 여기서 CASE 1은 기준점을 외곽으로 고르게 분포시킨 경우, CASE 2는 상하로 편중시킨 경우, CASE 3은 대각선 방향으로 배치된 경우, CASE 4는 모서리 주변으로 배치된 경우의 결과값이다.

표 1. 대상물좌표의 표준오차

(단위 ; $X10^{-4}M$)

고정된 촬영점	수렴각	부가변수를 고려하지 않은 경우				부가변수를 고려하지 않은 경우			
		case1	case2	case3	case4	case1	case2	case3	case4
		Sp	Sp	Sp	Sp	Sp	Sp	Sp	Sp
ST.1	10°	5.85	8.21	0.5425	4.2125	0.5091	4.5711	3.4362	1.5471
	20°	2.56	4.95	3.3000	3.4750	1.2828	2.9237	1.2534	1.0930
	30°	2.05	1.93	2.8375	2.9500	1.0499	1.1350	1.6167	0.6996
	40°	1.91	1.96	1.8500	2.0500	0.8690	0.8774	1.1545	0.9614
	50°	0.80	1.95	1.3250	1.4250	0.3595	1.1659	0.4438	0.5989
	60°	0.68	1.68	1.9500	1.3375	0.4025	0.8840	0.8549	0.2751
	70°	0.88	0.86	0.7856	2.1875	0.3648	0.3922	0.3652	0.5959
ST.2	10°	3.88	3.19	5.1750	8.1625	2.1327	1.4297	2.5986	2.2288
	20°	2.98	2.30	1.8500	4.4000	1.3492	1.2594	1.1276	1.6544
	30°	2.15	1.49	1.0500	3.3750	1.0545	0.6383	0.5543	1.7071
	40°	1.64	1.10	1.1250	1.7375	0.3000	0.4397	0.5472	0.7555
	50°	1.28	0.99	1.2125	2.0500	0.4369	0.6018	0.6306	0.5321
	60°	1.33	1.11	0.8375	2.3125	0.3269	0.6818	0.3905	0.7845
ST.3	10°	7.15	7.08	4.2375	8.1250	1.2828	13.779	2.8479	2.1817
	20°	3.26	2.99	2.5875	3.5000	1.8483	1.4989	1.2706	1.8734
	30°	2.11	0.15	0.9750	1.8875	0.4419	0.8344	0.6310	0.8932
	40°	1.10	1.80	0.8500	0.8000	0.4491	0.9758	0.5885	0.3887
	50°	1.61	1.80	0.9875	2.2125	0.3327	1.0468	0.5099	0.3885
ST.4	10°	6.24	3.50	3.2750	9.0125	2.7182	1.6335	0.7337	1.8287
	20°	2.94	2.06	3.1000	3.5500	1.4708	0.9831	1.5303	1.3270
	30°	2.70	1.75	1.4375	3.1375	1.4588	0.8867	0.4514	0.4670

	40°	1.63	1.14	1.5500	1.0625	0.9399	0.6115	0.9307	0.4593
ST.5	10°	5.58	5.11	4.9250	9.2250	3.0485	1.8403	2.5966	4.3749
	20°	2.55	1.78	2.5125	2.8125	1.5438	0.7514	0.7282	1.3850
	30°	2.66	1.54	1.5250	3.6000	1.4664	0.5115	0.9789	1.0283

이 결과로부터 ST.1 또는 ST.2를 각각 고정시키고 다른 또 하나의 촬영점을 조합해서 편각수렴촬영한 경우에는 기준점을 외곽으로 균등하게 분포시킨 CASE 1이 대상물좌표의 표준오차값이 가장 적게 나타나 가장 바람직한 형태임을 알 수 있었다. 그러나 지상시설물 주변의 제약적인 환경에 의해 대상물을 옆에서 촬영할 수 밖에 없는 경우 즉 ST. 3과 그 오른쪽의 촬영으로 수렴각을 형성하여 촬영한 경우와 같이 대상물의 중앙연장선상에서 측면으로 15°-65°의 범위에서 편각수렴촬영 할 때에는 기준점분포가 외곽균등분포 형태보다 오히려 그 이외의 분포형태가 약간 좋게 나타났으며 그 가운데도 기준점의 모서리주변으로 분포된 CASE 4가 비교적 좋았다. 따라서 대상물을 정면부근에서 편각수렴촬영한 경우에는 외곽균등분포형태의 기준점배치가 가장 좋으며 대상물을 옆에서 촬영한 경우는 기준점배치형태에 따른 대상물 좌표의 위치오차는 큰 차이가 없었다.

또한 (표 2)는 위의 결과로부터 결정된 일반적인 기준점배치형태 CASE 1에 대하여 수렴각을 10°, 20°, 30°, 40° 등으로 고정시킨 상태에서 촬영위치변화에 따른 대상물좌표의 표준오차를 부가변수를 고려하지 않은 번들조정법과 부가변수를 고려한 번들조정법에 각각 적용하여 비교분석한 것이며, 이를 그림을 나타내면 (그림 1)과 같다.

(그림 1)에서 보는 바와 같이 부가변수를 고려한 번들조정법을 적용한 경우가 부가변수를 고려하지 않은 번들조정법 보다 대상물의 평균 위치오차가 적게 나타남을 알 수 있다. 또한 수렴각을 작게하여 편각수렴촬영할 경우에 있어서 높은 정확도가 동시에 요구될 때에는 부가변수를 고려한 번들조정법을 적용시키는

표 2. 수렴각이 고정된 상태에서 촬영위치변화에 따른 대상물좌표의 평균위치오차

(단위 ; $\times 10^{-4}M$)

수렴각	평균 위치 오 차	
	부가변수(A.P.)를 고려하지 않은 경우	부가변수(A.P.)를 고려한 경우
10°	5.2629	1.8901
20°	2.5633	1.3488
30°	2.3340	1.0943
40°	1.5700	0.6395
50°	1.2300	0.3764

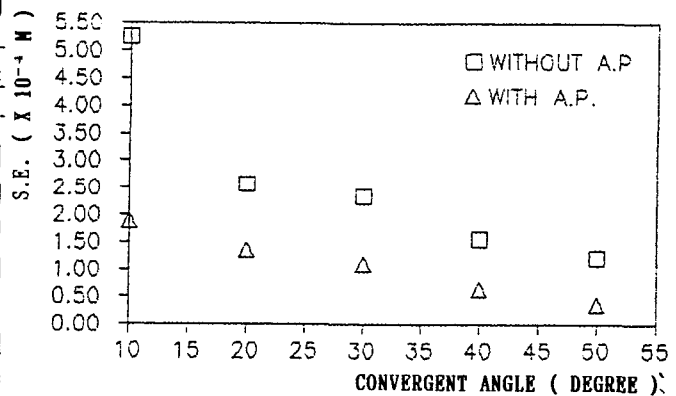


그림 1. 수렴각에 따른 조정방법의 비교

것이 대상물의 위치정확도를 향상시키는 데 바람직한 방법이라 사료된다.

(2) 최적수렴각

(표 3)은 3.(1)에서 결정된 기준점배치형태에 대하여 부가변수를 고려한 번들조정법을 적용했을 때, 수렴각 변화에 따른 대상물좌표의 X, Y, Z 성분방향의 표준오차를 나타낸 것이며, 이를 그림으로 나타낸 것이 (그림 2.a), (그림 2.b), (그림 2.c), (그림 2.d)이다.

(그림 3.a)는 (그림 2.a), (그림 2.b), (그림 2.c)의 경우에 대한 촬영점 위치의 범위이며,

(그림 3.b)는 (그림 2.d)에 대한 촬영점 위치의 범위를 나타낸 것이다.

표 3. 수렴각 변화에 따른 대상물좌표의 표준오차
(단위 ; $\times 10^{-4}M$)

고정된 촬영점	수렴각	S_x	S_y	S_z
ST.1	10°	0.0521	0.0581	0.5030
	20°	0.2600	0.2349	1.2335
	30°	0.3193	0.2629	0.9647
	40°	0.3435	0.2698	0.7512
	50°	0.1695	0.1294	0.2894
	60°	0.2143	0.1602	0.3007
	70°	0.2106	0.1550	0.2540
	10°	0.4524	0.2483	2.0663

ST.2	20°	0.4262	0.2487	1.2544
	30°	0.4312	0.2659	0.9242
	40°	0.1458	0.0935	0.2449
	50°	0.2388	0.1575	0.3302
	60°	0.1929	0.1302	0.2295
ST.3	10°	0.2600	0.2349	1.2335
	20°	0.8369	0.3389	1.6107
	30°	0.2327	0.1108	0.3587
	40°	0.2627	0.1392	0.3365
	50°	0.2082	0.1194	0.2303
ST.4	10°	1.4046	0.3130	2.3018
	20°	0.8613	0.2691	1.1599
	30°	0.9349	0.3641	1.0580
	40°	0.6383	0.2903	0.6255

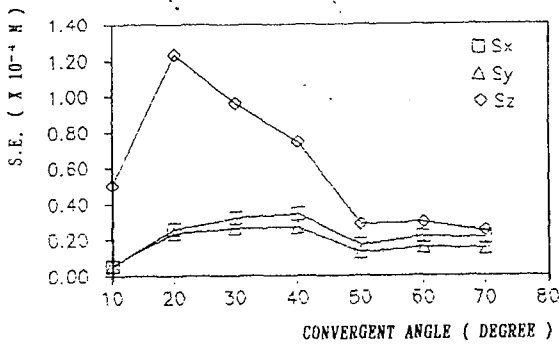


그림 2. a ST.1을 고정했을 때 수렴각변화에 따른 대상물의 표준오차

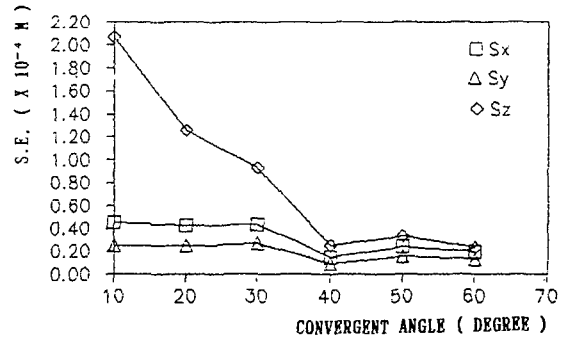


그림 2. b ST.2를 고정했을 때 수렴각변화에 따른 대상물의 표준오차

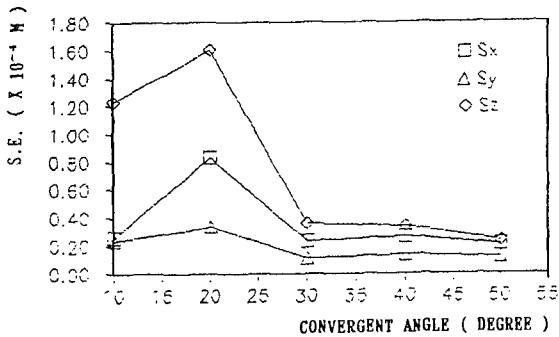


그림 2. c ST.3을 고정했을 때 수렴각변화에 따른 대상물의 표준오차

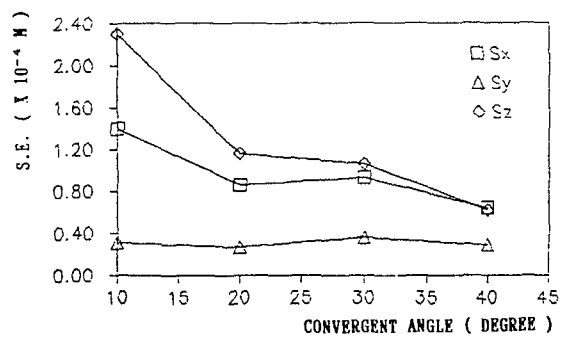


그림 2. d ST.4를 고정했을 때 수렴각변화에 따른 대상물의 표준오차

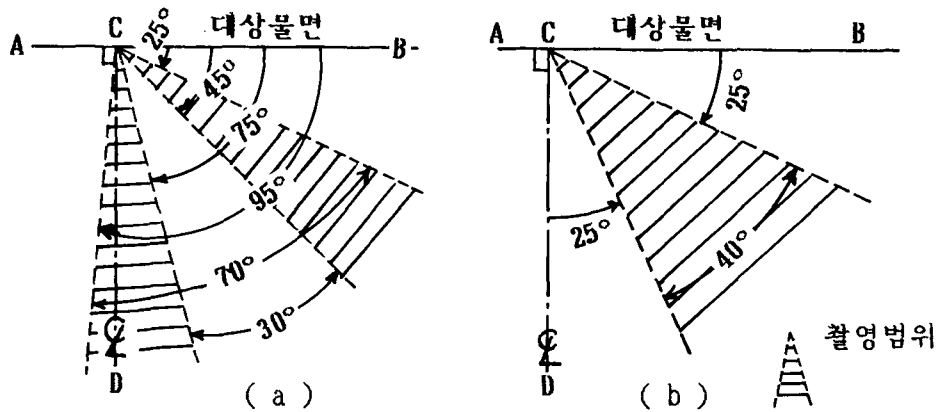


그림 3. 촬영점의 범위

〈그림 2. a〉, 〈그림 2. b〉, 〈그림 2. c〉, 〈그림 2. d〉로부터 수렴각이 증가함에 따라 대상물에 대한 각 방향의 위치오차가 감소하는 경향을 보이고 있다. 즉 위의 그림으로부터 수렴각이 증가함에 따라 X방향 및 Y방향으로의 표준오차 감소율은 두드러지지 않은 반면 Z방향 즉 촬영방향의 표준오차는 현저히 줄어들어 수렴각이 증가할수록 촬영방향의 정확도가 좋아짐을 알 수 있었다.

또한 〈그림 2. a〉, 〈그림 2. b〉, 〈그림 2. c〉의 결과로부터, 최적 수렴각을 형성하는 촬영점의 범위를 나타내면 〈그림 3. a〉와 같다. 즉 대상물면의 연장선상인 직선 AB로부터 대상물의 중앙연장선인 직선 CD쪽으로 25°-45°의 위치에 있는 촬영점 ST.6, ST.7, ST.8과 75°-95°의 위치에 있는 촬영점 ST.1, ST.2, ST.3들을 조합하여 편각수렴촬영할 경우에 대상물좌표의 위치오차가 $0.30 \times 10^{-4} \text{M} - 0.47 \times 10^{-4} \text{M}$ 로 가장 작게 나타났으며 이 때의 수렴각은 30°-70°를 형성하고 있다.

한편 〈그림 2. d〉의 결과는 〈그림 3. b〉에서와 같이 촬영점의 위치가 대상물의 중앙연장선인 직선 CD로부터 25°이상의 범위에 놓여있는 경우에는 대상물좌표의 위치오차가 전반적으로 기대정확도에 미치지 못하였다. 그 이유로는 모든 촬영점들이 대상물의 중앙에서 너무 측면으로 설정되어 있고 수렴각도 작기 때문인 것으로 사료된다.

이상의 결과로부터 대상물의 측면에서 편각수렴촬영할 경우 30°-70°의 수렴각 범위내에서 대상물좌표의 위치오차가 가장 작게 나타났다.

4. 結 論

본 연구에서 일반적인 지상시설물에 대한 편각수렴촬영방법을 도입하여 부가변수를 고려한 번들조정법과 부가변수를 고려하지 않은 번들조정법을 적용 비교하고 기준점배치와 수렴각 변화에 따라 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 대상물을 정면부근에서 편각수렴촬영한 경우에는 외곽균등분포형태의 기준점배치가 가장 좋았으나 지상시설물의 주변환경으로 인해 대상물의 중앙연장선상으로부터 측면으로 15°-65° 이상의 범위에서 편각수렴촬영할 경우는 기준점배치형태에 크게 영향을 받지 않음을 알 수 있었다.
2. 수렴각이 증가함에 따라서 대상물좌표의 위치오차가 감소하였으며 특히 X, Y성분 방향의 표준오차 감소율은 두드러지지 않은 반면 Z방향 즉 촬영방향의 표준오차는 현저히 줄어들어 수렴각이 증가할수록 촬영방향의 정확도가 좋아짐을 알 수 있었다.
3. 수렴각이 작은 편각수렴촬영의 경우는 부가변수를 고려한 번들조정법을 적용시킴으로써 대상물의 위치정확도를 약 47-64%

정도 향상시킬 수 있었다.

4. 대상물면의 연장선상으로부터 대상물의 중앙쪽으로 25° - 45° 의 위치와 75° - 95° 의 위치에서 편각수렴촬영할 경우에 대상물좌표의 위치오차가 가장 작게 나타남을 알 수 있었으며, 이 때의 수렴각은 30° - 70° 이었다.

参考文献

1. Brown, D.C., 1976, "The Bundle Adjustment-Progress and Prospects", *Comm. III, 13th Congress of ISPRS*, pp. 151-159.
2. Kenefick, John F., Gyer, M.S., Harp, B.F., 1972, "Analytical Self-Calibration", *P.E. & R.S.*, Vol.38, No. 11, pp. 1117-1126
3. Grun, A., 1978, "Progress in Photogrammetry Point Determination by Compensation of Systematic Errors and Detection of Gross Errors", *Comm. III, ISPRS*, pp. 113-140.
4. Schut, G.H., 1979, "Selection of Additional Parameters for the Bundle Adjustment", *P.E. & R.S.*, Vol. 45, No. 9, pp. 1243-1252.
5. Fraser, C.S., 1979, "Simultaneous Multiple Camera and Multiple Focal Setting Self-Calibration in Photogrammetry", Ph.D. Dissertation, Univ. of Washington.
6. Hatzopoulos, J.N., 1979, "The Combination of Aerial Terrestrial Photogrammetry in Structural Monitoring", Ph. D. Dissertation, Univ. of Washington.
7. Hottier, P., 1976, "Accuracy of Close-Range Analytical Restitutions: Practical Experiments and Prediction", *P.E. & R.S.*, Vol. 42, No.3, pp. 345-375.
8. Moffitt, F.h. & Mikhail, E.M., 1980, "Photogrammetry", 3rd ed., Harper & Row, Inc. N.Y., U.S.A.
9. Yeu, Bock-Mo, 1974, "Study on Analytical Orientation in Space by means of Orthogonal Formulation", Ph.D. Dissertation.
10. Abdel-Aziz, Y.I., 1974, "Photogrammetric Potential of Non-Metric Cameras", Ph. D. Dissertation, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign.
11. Shih, T.Y. and Faig W., 1988, "A Solution for Space Resection in Closed Form", *Comm. V, ISPRS*, pp. 547-556.
12. Merchant, D.C., 1984, "Analytical Photogrammetry; Theory and Practice", 3rd ed. Univ. of Ohio State.
13. Marzan, G.T., 1976, "Rational Design for Close-Range Photogrammetry", Ph. D. Dissertation, Univ. of Illinois at Urbana Champaign.