

단계별 사후보증제도와 무료, 비율, 혼합형 보증제도에서 제조업자 입장의 비용분석

-Cost Analysis of Manufacturer Under the Free Replacement, Pro-rata, Hybrid and Stepdown Warranty Policy-

김 원 중*
김 재 중**

Abstract

This article is concerned with cost analysis in product warranty policy. The warranty cost can be different according to warranty rate and warranty renewal policy. In this paper the stepdown warranty is used. The warranty renewal policy is considered when the warranty is received upon free replacement period as item failing. Assuming the non repairable item as one item is sold, investigated manufacturer's cost in stepdown warranty policy. Also manufacturer's cost is calculated in the free replacement, pro-rata, hybrid policy.

Numerical example is given over Weibull time to failure distribution, comparing stepdown warranty policy with free replacement, pro-rata, hybrid one in the manufacturer's point of view. The sensitivity analysis of warranty cost according to the number of warranty period step is included.

1. 서 론

제품을 생산하는 각 제조업자들은 제품에 대한 적극적인 품질 보증활동을 위하여 제품판매후 일정기간까지 발생하는 고장에 대해서는 제조업자측에서 책임을 지는 사후보증제도가 마련되고 있다.

사후보증제도의 목적은 제조업의 입장에서 소비자의 구매의욕을 증진시키는 Promotional한 면과 소비자가 제품 구입후 제품보증기간 이후에 부당한 보상을 요구할 때 제조업자의 제품에 대한 책임을 명확히 하는 Protective한 면으로서 현재 사용되고 있는 기존의 보증제도는 일정기간까지 제조업자가 제품을 구입한 소비자에게 제품고장의 모든 비용을 부담하는 무료보증제도, 일정보증 기간까지 제조업자의 부담비용이 일정비율로 감소하는 비율보증제도, 무료보증제도와 비율보증제도를 혼합한 혼합형보증제도가 사용되고 있다.

Kim[1]은 단계별 사후보증제도를 제안하고 단계별 사후보증제도에서 제조업자, 소비자 부담의 비용을 각각 계산하였으며 이 단계별 사후보증제도는 기존의 무료, 비율, 혼합형제도를 일반화하는 유용성있는 보증제도임을 보이고 있다.

Menke[7]는 고장 분포함수가 지수분포를 따르고 수리불가능한 제품의 고장이 발생하면 신제품으로 교체하는 경우가 있어 비율보증제도에 필요한 제품의 가격결정 문제를 다루었다.

Blischke와 Scheuer[4]은 제품수리가 불가능하여 고장 발생시 반드시 새로운 제품으로 교체하는 제품에 대하여 무료보증제도하에서 재생과정을 이용하여 지수분포를 포함하여 몇 가지 고장 분포에 대하여 제조업자의 이익을 계산하였다.

Thomas[11]는 보증기간 동안 하나의 제품이 고장날때 제품의 보증기간이 갱신되는 경우에 무료보증제도와 혼합보증제도에서 제조업자 비용을 계산하였다. 제품은 수리불가능한 제품으로 가정하여 제품의 고장분포함수

*아주대학교 공과대학 산업공학과

**아주대학교 공과대학 산업공학과

가 Weibull 이외에 몇가지 분포를 포함하여 분석하여 고장분포함수의 모수에 대한 제조업자 비용입장에서 민감도 분석을 하였다.

본 연구의 단계별 사후보증제도를 설명하고 보증기간의 갱신정책을 제안하여 제품이 수리가 불가능한 경우 제품 한개가 팔렸을 때 제조업자 부담의 비용을 산출하였으며 기존의 무료, 비율, 혼합형 보증제도에서도 제조업자 비용을 단계별 사후보증제도를 통하여 구하였으며 예제를 통하여 각 보증제도의 공급자 비용을 비교 분석하였다.

2. 가정 및 기호

가 정

- *제조업자가 판매하는 제품은 한번 고장나면 다시 사용할 수 없는 수리불가능한 제품이다.
- *제조업자는 보증계약이 갱신되는 보증기간 동안 제품의 고장이 발생하면 즉시 동일한 신제품으로 교체한다.
- *보증기간이 K개로 나뉘어져 있을때 각 보증기간 $[W_{i-1}, W_i]$ 은 등간격으로 나뉘어 진다.
- *제조업자 부담 비용은 한개의 제품이 판매될때 보증기간 동안의 기대비용이다.
- *제조업자가 제품을 만드는데 소요되는 제품원가와 소비자가 제품 구입시 지불하는 구입비용은 고려하지 않는다.

기 호

- X_1, X_2, X_3, \dots : 제품 고장 시간 간격
- $F(x)$: 제품 고장 분포 함수
- $Q(x_i)$: 제품이 시간 x_i 에서 고장날때 제조업자 부담비용
- N : 무료보증기간 W_1 까지 발생한 보증기간의 갱신횟수
- W : 보증기간
- C_i : 각 보증기간 간격 W_i 와 W_{i-1} 에서 제품고장시 제조업자가 소비자에게 지불하는 비용
- ΔC : $C_i - C_{i-1}$
- K : 보증기간의 단계
- λ : 고장 분포함수의 Scale Parameter
- β : 고장 분포함수의 Shape Parameter
- A^M : 보증기간 W 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- A_F^M : 무료보증제도에서 보증기간 W 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- A_P^M : 비율제도보증제도에서 보증기간 W 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- A_H^M : 혼합형보증제도에서 보증기간 W 까지의 제조업자 부담의 기대비용

3. 단계별 사후보증제도

단계별 사후보증제도는 보증기간 W 를 그림 1과 같이 K개의 단계로 나누고 판매된 제품이 시간간격 $[W_{i-1}, W_i]$ 에서 고장이 나면 제조업자가 소비자에게 C_i 만큼의 비용을 보상하는 제도이다.

단, 여기서

$$W_0 = 0, W_k = W, C_1 = C \text{이며}$$

$$C_1 > C_2 > C_3 \dots > C_k \text{이다.}$$

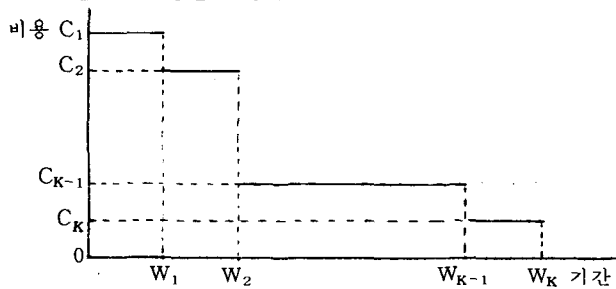


그림 1. 단계별 사후보증제도

4. 보증비용 분석

사후보증 제도에서 보증 정책의 수립은 제조업자 입장에서 자금계획 및 제품 판매이윤에 중요한 영향을 미치고 있으며 보증정책의 수립은 보증비율 정책과 보증계약 갱신정책으로 대별되는 바, 보증비율 정책은 단계별 사후보증제도가 설명되었고 본 절에서는 보증계약 갱신에 대한 정책하에서 제조업자가 제품 판매후 발생하는 제조업자 비용을 계산하기 위하여 다음과 같은 보증계약갱신 정책을 제시한다.

(1) 보증정책

제품 한개가 판매된 후 무료보증기간 W1동안 제품 고장시 신제품으로 교체되며 보증 계약의 갱신 또한 무료 보증기간 W1동안만 이루어진다. 이때 보증기간 W동안 발생하는 제조업자의 기대 비용을 계산한다.

(2) 비용 분석

먼저 위의 보증정책에서 제조업자 부담비용을 계산하고자 한다. Q(xi)를 i번째 신제품이 xi시간에 고장이 났을 때 제조업자가 부담하는 비용이라고 하면 단계별 보증제도의 정의에 의하여

$$Q(X_i) = \begin{cases} C, & W_0 < X_i \leq W_1 \\ C_i, & W_{i-1} < X_i \leq W_i \quad 1 \leq i \leq K \\ 0, & X_i > W_K \end{cases}$$

가 된다.

N을 판매된 제품이 무료보증기간 W1 내에 고장이 발생하여, 보증기간이 갱신된 횟수라면

$$\{N=n\} = \{X_1 \leq W_1, X_2 \leq W_1, X_3 \leq W_1, \dots, X_n \leq W_1, X_{n+1} > W_1\}$$

가 성립 되므로

$$P_r \{N=n\} = P_r \{X_1 \leq W_1, X_2 \leq W_1, \dots, X_n \leq W_1, X_{n+1} > W_1\} \\ = \{F(W_1)\}^n \{1 - F(W_1)\} \quad n=0, 1, 2, \dots$$

이 된다.

정 리 1

제조업자가 제품판매후 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A^M = \frac{1}{1 - F(W_1)} \sum_{i=1}^K C_i \{F(W_i) - F(W_{i-1})\}$$

이다.

증 명

$$A^M = E \{nC + Q(x_{n+1}) \mid X_{n+1} > W_1\} \\ = CE \{n\} + E \{Q(x_{n+1}) \mid X_{n+1} > W_1\} \\ = C \frac{F(W_1)}{1 - F(W_1)} + \sum_{i=2}^K C_i \{F(W_i) - F(W_{i-1})\} / 1 - F(W_1) \\ = \frac{1}{1 - F(W_1)} \sum_{i=1}^K C_i \{F(W_i) - F(W_{i-1})\}$$

정 리 2

i) 무료보증제도에서 제조업자가 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A_F^M = \frac{C}{1 - F(W)} F(W)$$

이다.

ii) 비율보증제도에서 제조업자가 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A_P^M = \frac{C}{W} \int_0^W F(x) dx$$

이다.

iii) 혼합형보증제도에서 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A_H^M = \frac{C}{1-F(W_1)} \frac{1}{(W-W_1)} \int_{W_1}^W F(x) dx$$

가 된다.

증명

i) 무료보증제도의 제조업자 비용은 정리 1식에서 K=1인 경우이므로

$$A_F^M = \frac{C}{1-F(W)} F(W)$$

이다.

ii) 비율보증제도의 제조업자 비용은 보증기간 W는 고정되고

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \max |W_i - W_{i-1}| = 0 \text{ 이며 } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{W_i}{W} = xW \text{ 일 때 } \lim_{k \rightarrow \infty} C_i = \frac{C}{W}(W-x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A_P^M &= \lim_{k \rightarrow \infty} A^M \\ &= \frac{1}{1-F(W_1)} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k C_i |F(W_i) - F(W_{i-1})| \\ &= \frac{1}{1-F(W_1)} \frac{C}{W} \int_0^W (W-x) dF(x) \\ &= \frac{C}{1-F(W_1)} \frac{1}{W} \int_0^W F(x) dx \\ &= \frac{C}{W} \int_0^W F(x) dx \end{aligned}$$

이다.

iii) 혼합형보증제도는 보증기간 W와 W₁은 고정되어 있고 i ≥ 2 일 때

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \max |W_i - W_{i-1}| = 0 \text{ 로 } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{W_i}{W} = xW \text{ 일 때 } \lim_{k \rightarrow \infty} C_i = \frac{W-x}{W-W_1} C \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A_H^M &= \lim_{k \rightarrow \infty} A^M \\ &= \frac{1}{1-F(W_1)} \left[C \int_{W_1}^{W_1} dF(x) + C \int_{W_1}^W \frac{W-x}{W-W_1} dF(x) \right] \\ &= \frac{C}{1-F(W_1)} \frac{1}{(W-W_1)} \int_{W_1}^W F(x) dx \end{aligned}$$

가 된다.

5. 적용사례

본 절에서는 앞에서 정립된 정책을 통하여 아래와 같은 사후보증제도에서의 예제를 통하여 분석한다.

(1) 예제

제품 한개가 판매 되었을때 제조업자가 무료보증기간 동안 소비자에게 지불하는 비용 c=\$50,000, 각 보증기간에서 지불되는 보증비용의 차이 ΔC=\$10,000, 제품의 보증 기간 W=1.2년이고 고장 분포함수는 Weibull 라 할때 단계별 보증 제도와 무료, 비율, 혼합형보증제도에서 제조업자 부담 비용을 분석한다.

(2) 민감도 분석

비용요소 c , ΔC , W 는 일정하게 고정되고 보증기간의 단계 K 와 고장 분포함수의 모수 변화에 대하여 제조업자 부담 비용을 계산한다. 먼저 보증 기간의 단계가 5단계까지 변화시 제조업자 비용을 단계별 보증제도에서 계산한다.

STEPDOWN WARRANTY POLICY				〈표1.〉
STEP	BETA	LAMBDA	MANUFACTURER'S COST	
1	1	1	116006	
1	2	1	161035	
1	3	1	231469	
1	4	1	347670	
1	5	1	552052	
2	1	1	59153	
2	2	1	48083	
2	3	1	43236	
2	4	1	41193	
2	5	1	40453	
3	1	1	44408	
3	2	1	34147	
3	3	1	31234	
3	4	1	30615	
3	5	1	30717	
4	1	1	36465	
4	2	1	27023	
4	3	1	24485	
4	4	1	23785	
4	5	1	23628	
5	1	1	30812	
5	2	1	21519	
5	3	1	18651	
5	4	1	17430	
5	5	1	16777	

표(1)에서 단계별 보증제도의 제조업자 비용은 앞 장에서의 정책에서 제조업자 비용이 보증 기간의 단계가 증가함에 따라 제조업자 부담비용이 점차 작아지는 것을 알 수 있다.

무료보증제도에서 제조업자 비용은 보증 기간의 단계변화에 영향을 받지 않고 단계별 보증제도에서 $K=1$ 인 경우이므로 표(2)와 같은 결과가 나온다.

FREE REPLACEMENT POLICY			〈표2.〉
BETA	LAMBDA	MANUFACTURER'S COST	
1	1	116006	
2	1	161035	
3	1	231469	
4	1	347670	
5	1	552052	

비율보증제도에서도 제조업자 비용은 보증기간 단계변화에 무관하므로 표(3)과 같은 결과가 나타난다.

PRORATA WARRANTY POLICY			〈표3〉
BETA	LAMBDA	MANUFACTURER'S COST	
1	1	20883	
2	1	16386	
3	1	14128	
4	1	12827	
5	1	12009	

혼합형보증제도에서는 무료보증기간에 따라 제조업자 비용이 변화되므로 $K=3$ 일때의 $W1$ 값에 따라 비용을 계산한다. 표(4)는 이 결과를 나타내고 있다.

HYBRID WARRANTY POLICY			〈표4〉
BETA	LAMBDA	MANUFACTURER'S COST	
1	1	40174	
2	1	27351	
3	1	22174	
4	1	19610	
5	1	18156	

위의 표에서 계산된 제조업자 비용을 보증 기간의 단계가 3일때 서로 비교, 분석해 보면 무료보증제도에서 가장 큰 부담을 하며 단계별 보증제도, 혼합형보증제도, 비율보증제도 손으로 제조업자 비용이 작아지고 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 단계별 사후보증제도를 도입하여 수리불가능한 제품에 대하여 제조업자 보증비용분석을 하였다. 제조업자 부담비용은 보증계약갱신의 정책이 어떻게 수립 되느냐에 따라 달라지게 되므로 제품 한개가 판매 되었을때 무료보증기간 동안만 제품의 보증계약 갱신이 이루어지는 정책을 수립하고 제품이 수리불가능하다고 가정하여 보증기간 동안의 제조업자 기대비용을 계산하였다.

아울러 단계별 보증제도의 특수형태이며 기존에 사용되고 있는 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형보증제도에서도 보증비용 분석을 하였고 단계별 보증제도에서 보증기간의 단계에 따라서 사례 분석을 행하고 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형보증제도에서의 비용을 비교 분석하였다.

추후 연구방향을 살펴보면 보증정책에서의 제조업자, 소비자 비용을 나타낸 식에 제조업자의 제품원가, 소비자 구입비용, 고정비 등을 고려하여 최적 보증기간을 설정할 수 있으며 보증비용은 제품 고장시 미래에 발생하는 비용이므로 현재가로도 고려할 수 있을 것이다. 또한 새로운 보증계약갱신정책을 수립하여 보증기간내의 보증비용 뿐만 아니라 보증기간 이후의 일정 시점까지의 비용분석도 할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Kim, W. J.(1988). A Study on Stepdown Warranty Policy, Ph. D. Dissertation, H. Y. University.
2. Abdel-Hameed, M. S., Cinlar, E. and Quinn, J.(1984). Reliability Theory and Models, Academic Press.
3. Amato, H. N. and Anderson, E. E.(1976). "Determination of Warranty Reserve:An Extension," Management Science, 22, 1391-1394.
4. Blischke, W. R. and Scheuer, E. M.(1981). "Application of Renewal Theory in Analysis of the Free- Replacement Warranty," Naval Research Logistics Quarterly, 28, 193-205.
5. Karlin, S. and Taylor, H. M.(1975). A First Course in Stochastic Process, Academic Press.
6. Medhi, J.(1982). Stochastic Processes, A Halsted Press Book.
7. Menke, W. W.(1969). "Determination of Warranty Reserve," Management Science, 15, 542-549.

8. Nguyen, D. G. and Murthy, D. N. P.(1984). "Cost Analysis of warranty Policies." *Naval Research Logistics Quaterly*, 31, 525-541.
9. Ritchken, P. H.(1985). "Warranty Policies for Non-Repairable Items under Risk Aversion," *IEEE Trans. Rel.*, R-34, 147-150.
10. Rohatgi, V. K.(1976). *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*, Wiley.
11. Thomas, M. U.(1983). "Optimum Warranty Policies for Nonrepairable Items," *IEEE Trans. Reliability*, R-32, 282-283.
12. 박경수. (1984). *신뢰도공학 및 정비이론*, 회중당.